

MASTEROPPGAVE

Emnekode:
ST313L

Navn på kandidat:
Linda Sjøveian Jensen

Kandidatnummer:
91

”Lærerne er gull i livet vårt når de er gode”

Et Q-metodologisk studie om sammenhengen mellom læreres undervisningskunnskap og affektive sider i matematikk.

Dato: 15.11.2017

Totalt antall sider: 129

Forord

Det er med en enorm glede, en følelse av vemod og en stor porsjon stolthet jeg skriver dette forord. Min interesse for matematikkfaget er i stor grad et resultat av egne erfaringer som del av et utdanningssystemet - og ikke minst, mine år som matematikklærer i grunnskolen.

Først og fremst vil jeg takke min store inspirasjonskilde - min far, som har støttet og veiledet meg gjennom hele livet. Det er uten tvil din fortjeneste at jeg er kommet dit jeg er i dag - denne masteroppgaven er til deg.

Mine egne Bukkene Bruse; Markus, Fredrik og Iben, en hjertelig takk for at dere gjennom mange år vist stor tålmodighet til mamma sitt skolearbeid - dere er gull verd. Mie Elise, nå skal vi bruke tid til det du har lyst å gjøre, uten at mor sier "vent bare litt". Min kjære mann og store kjærlighet, takk for at du har holdt ut, gitt meg tid, rom og ikke minst "fred" slik at jeg endelig ble ferdig. Jeg lover å ikke starte med noe nytt før jul. Mamma og Mark, thank you for helping me when I got *lost in translation*, and Google didn't make any sense, and especially for doing the summary readable.

Jeg vil takke også mine fantastiske kollegaer og informanter, som villig stilte opp og delte sine tanker, synspunkter og oppfatninger med meg. Uten dere ville denne masteroppgaven ikke vært mulig. Wibeke Ditlefsen, jeg er deg evig takknemlig for at du har tatt deg tid å lytte, diskutere og oppmuntre meg – du er en fantastisk venninne og uunnværlig kollega. En stor takk rettes også til Elin Isaksen, som med kritiske språkøyne har gjort oppgaven mer leservennlig.

Til min veileder, Trond Lekang, tusen takk for uvurderlig støtte i en til tider vanskelig og fortvilende prosess. Dine oppmuntrende, inspirerende og konstruktive tilbakemeldinger har gjort veien overkommelig.

Hansnes 13. november 2017

Linda Sjøveian Jensen

Sammendrag

Masteroppgaven fokuserer på sammenhengen mellom læreres undervisningskunnskap og de affektive sidene i matematikk. Den overordnede problemstilling er; *Hvilken sammenheng er det mellom lærerens undervisningskunnskap og lærerens affektive sider i matematikkfaget, og hvordan vil denne sammenhengen kunne påvirke undervisning og læring i faget?* Formålet med studien er å få økt innsikt og dypere forståelse for hvordan disse utgjør viktige faktorer i forhold til læreres epistemologi.

Det teoretiske rammeverket tar utgangspunkt i forskning knyttet til *undervisningskunnskap i matematikk og oppfatninger* knyttet til matematikken som helhet. Undervisningskunnskap i matematikk utgjør hovedsakelig kunnskap sett fra et objektive perspektiv, og omhandler matematikk som et vitenskapsfag og en disiplin. Oppfatninger er på den andre side definert som subjektiv kunnskap. Dette inkluderer det filosofiske synet på matematikken, samt ulike tilnærminger til undervisning og læring i matematikk.

Det er benyttet en Q-metodisk forskningsmetode for innhenting, analyse og tolkning av empirien. Med utgangspunkt i det teoretiske rammeverket ble det definert et kommunikasjonsunivers, som videre ble brukt i utarbeidelse av utsagn. Utsagnene ble sorterte av seks matematikklærere som jobber i grunnskolen, der *subjektivitet* er et viktig aspekt. Sortering av utsagn resulterte i to ulike tilnærminger som kan beskrive informantenes oppfatninger om matematikkens natur og undervisning og læring i matematikk.

Resultatene viser at det er en klar sammenheng mellom aspektene undervisningskunnskap og oppfatninger, som på ulike måter vil kunne påvirke undervisning og læring. Med tanke på elevenes læringsutbytte vil det være nødvendig med et endringsfokus i tråd med nyere forskning, der det overnevnte klart utgjør nøkkelkomponenter. Videre viser funn behov for ytterligere forskning på området, særskilt med hensyn til regjeringens satsninger som omhandler lærerrollen og fremtidens skole.

Summary

This master thesis is focused on teachers' knowledge and teachers' affective aspects of mathematics. The overall issue is; *What is the relationship between mathematical knowledge for teaching and the teachers' affective aspects of mathematics, and how will this relationship influence the teaching and learning of the subject.* The purpose of the study is to get increased insight and a deeper understanding about how these important constituent factors relate to the teachers' epistemology.

The theoretical framework is based on research linked to mathematical knowledge and beliefs about mathematics as a whole. The mathematical knowledge for teachers comprises mainly knowledge seen from an objective perspective and discusses mathematics as science and discipline. On the other hand, beliefs can be defined as a subjective knowledge. This includes the philosophical view to mathematics and different approach to the tuition.

The study has used a Q-methodology for gathering data, obtaining analysis and interpretation of empiricism. Based on the theoretical frameworks a *concourse* was created, which is the overall population of statements called a *Q-set*. The statements were sorted by six teachers who work in primary schools teaching the subject mathematics. The sorting of the statements resulted in two different approaches which can describe the informants' perception of the nature of mathematics, and beliefs about mathematical teaching and learning.

The results show a very clear relationship between the aspects of mathematical knowledge for teaching and beliefs which in different ways can have an influence on teaching and learning. Considering what the pupil can gain it might be necessary to focus on a change in accordance to new science and research, where the above mentioned are key components. It is also found that the need for further research is relevant, especially considering the government's commitment concerning the future of teachers and schools.

Læreren gjør en enorm forskjell. En lærer kan forandre alt for en elev, hele livet kan forandres. Gjøre at vi plutselig får til ting, snu dårlige mønster til gode. Innsatsen til en enkelt lærer kan gjøre at vi trives på skolen. Lærerne er gull i livet vårt nå de er gode.

(NOU2016:14, s.51)

Innholdsfortegnelse

FORORD	I
SAMMENDRAG	II
SUMMARY	III
KAPITTEL 1 INNLEDNING	1
1.1 BAKGRUNN FOR VALG AV TEMA	3
1.3 PROBLEMSTILLING OG FORSKNINGSSPØRSMÅL	5
1.4 MASTEROPPGAVENS OPPBYGGING	6
KAPITTEL 2 TEORI	8
2.1 MATEMATISK KUNNSKAP	8
2.3 UNDERVISNINGSKUNNSKAP I MATEMATIKK	13
2.3.1 FAGKUNNSKAP OG FAGDIDAKTISK KUNNSKAP	13
2.3.2 HVA KJENNETEGNER GOD UNDERVISNING OG LÆRING?	19
2.4 AFFEKTIVE SIDER VED MATEMATIKK OG MATEMATIKKUNDERVISNING	22
2.4.1 MATEMATIKKRELATERTE OPPFATNINGER	23
2.4.2 STRUKTURENE I OPPFATNINGSSYSTEMET	28
2.4.3 LÆRERENS OPPFATNING AV MATEMATIKKENS NATUR	29
2.4.4 LÆRERENS OPPFATNING OM UNDERVISNING OG LÆRING I MATEMATIKK	30
2.4.5 LÆRERS OPPFATNING AV UNDERVISNINGSKUNNSKAP	32
KAPITTEL 3 FORSKNINGSDESIGN OG METODE	34
3.1 FORSKNINGSDESIGN	34
3.2 VALG AV METODE	36
3.3 Q-METODISK FORSKNINGSPROSESS	37
3.3.1 VALG AV TEMA	40
3.3.2 KOMMUNIKASJONSUNIVERS	40
3.3.3 TEORETISK DESIGN OG Q-UTVALG	41
3.3.4 P-UTVALG	44
3.3.5 Q-SORTERING	45
3.3.6 FAKTORANALYSE	47
3.3.7 FAKTORTOLKNING	50
3.4 ETISKE BETRAKTNINGER	51
3.5 RELABILITET OG VALIDITET I Q – METODISKE STUDIER	53
KAPITTEL 4 PRESENTASJON OG TOLKNING AV FAKTORENE	55
4.1 TOLKNING AV FAKTORENE	56
4.2 ANALYSE AV FAKTOR 1	58
4.2.1 OPPSUMMERING AV FAKTOR 1	62
4.3 ANALYSE AV FAKTOR 2	63
4.3.1 OPPSUMMERING AV FAKTOR 2	69
4.4 FELLESTREKK OG FORSKJELLER VED FAKTORENE	69
4.4.1 LIKHETER MELLOM FAKTORENE	70
4.4.2 FORSKJELLER MELLOM FAKTORENE	71
KAPITTEL 5 DISKUSJON	72

5.1 FAKTOR 1 – REGULERE OG DIFFERENSIERE	73
5.2 FAKTOR 2 – HUSKE OG FORSTÅ INNHOLD	77
5.4 OPPSUMMERING	81
KAPITTEL 6 AVSLUTNING	85
6.1 REFLEKSJONER RUNDT EGEN STUDIE	88
6.3 VEIEN VIDERE	89
6.4 TIL SLUTT	91
LITTERATUR	92
VEDLEGG	99

Oversikt over figurer og tabeller

Figur 1 Muijs & Reynolds modell	3
Figur 2 Muijs & Reynolds modell, oversatt og bearbeidet	12
Figur 3 Ball et. al. modell – undervisningskunnskap i matematikk	14
Figur 4 Rowland et. al. - Kunnskapskvartetten	16
Figur 5 Ma – Knowledge Package	18
Figur 6 McCloud modell – affektive sider	22
Figur 7 Sorteringsmatrise	46
Tabell 2.0 Beswick kategorier av læreres oppfatninger	24
Tabell 2.1 Pehkonen beskrivelse av tre nivåer av oppfatninger	27
Tabell 2.2 Beswick modell, oversatt og bearbeidet	32
Tabell 3.0 Q – design	42
Tabell 3.1 Fishers balanced block-design, første utkast	43
Tabell 3.2 Fishers balanced block-design, andre utkast	44
Tabell 3.3 Eigenvalue og forklarende varians – uroterte faktorer	48
Tabell 3.4 Korrelasjon mellom faktorene	48
Tabell 3.5 Faktorladninger	49
Tabell 4.0 Fishers balanced block-design til analyse og tolkning	57
Tabell 4.1 Faktor 1 – utsagn knyttet til hypotese 1	61
Tabell 4.2 Faktor 1 – utsagn knyttet til hypotese 2	62
Tabell 4.3 Faktor 1 – utsagn knyttet til hypotese 3	62
Tabell 4.4 Faktor 2 – utsagn knyttet til hypotese 2	66
Tabell 4.5 Faktor 2 – utsagn knyttet til hypotese 3	67
Tabell 4.6 Faktor 2 – utsagn knyttet til hypotese 1	69

Kapittel 1 Innledning

I Norge er det et stort fokus på å utdanne dyktige lærere innenfor matematikkfaget. Det er godt dokumentert at elevenes læringsutbytte kan ses i sammenheng med lærerens faglige og fagdidaktiske kompetanse (Kaarstein, Nilsen & Blömeke, 2015; Hattie 2009; Nordenbo, Larsen, Tiftikci, Wendt & Østergaard, 2008; Timperley, 2008). Dette innebærer at læreren blant annet må ha et bredt spekter av undervisnings- og veiledningsmetoder, og kunne benytte seg av sin egen faglige fordypning, samt kunnskap om matematikk som vitenskaps- og skolefag.

Den internasjonale studien Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS), presenterer data av høy kvalitet om elevers prestasjoner i fagene naturfag og matematikk. Studien inkluderer også faktorer som kan være med på å påvirke elevenes læringsutbytte, der læreres kunnskap og kompetanse blir trukket frem som et avgjørende aspekt. Analyser fra TIMMS 2015 indikerer at "...i faget matematikk er det...en positiv og signifikant sammenheng mellom lærerens undervisningskvalitet og prestasjonsforskjeller mellom klasser" (Bergheim, Kaarstein & Scherer, 2016:130). Videre er TIMMS designet slik at det kan vise prestasjoner over tid, noe som tilsier at det er et viktig grunnlag for å initiere endringer og reformer (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016).

Stortingsmelding 28 tar opp viktige aspekt ved et samfunn i rask utvikling (Meld. St. nr. 28, 2016). Kunnskap og kompetanse påpekes som forutsetninger for å finne løsninger på fremtidens samfunnsutfordringer. Dette skaper behov for nye læringsformer og ny kompetanse, et krav skolen må imøtekomme. Evalueringen av Kunnskapsløftet viser at dagens læreplaner inneholder for stor bredde av fagspesifikke mål (NOU2014:7). Et stort antall målformuleringer i faget vanskeliggjør prinsippet om forståelse, med den konsekvens at dybdelæring har måtte vike plass for overflatelæring.

Lærerens rolle fremheves også i regjeringens strategiplan – Lærerløftet, på lag for kunnskapsskolen (Kunnskapsdepartementet, 2014a). Solid fagkunnskap, bred pedagogisk og fagdidaktisk kompetanse trekkes frem som sentrale kjennetegn i god undervisning. Likeledes vil vedlikehold og videreutvikling av fagkunnskap, innsikt i vitenskapelige metoder, samt å forstå og ikke minst, ta i bruk relevant forskning være viktige aspekter ved læreryrket.

Når det gjelder fagkunnskap viser nyere forskning at læreres faglige fordypning har større effekt på elevers læring enn den formelle utdanningen. Det er derfor bekymringsfullt at Norge ligger rundt 40 prosentpoeng under det internasjonale gjennomsnittet i forhold til fagspesialisering i matematikk (Kaarstein, Nilsen & Blömeke, 2016).

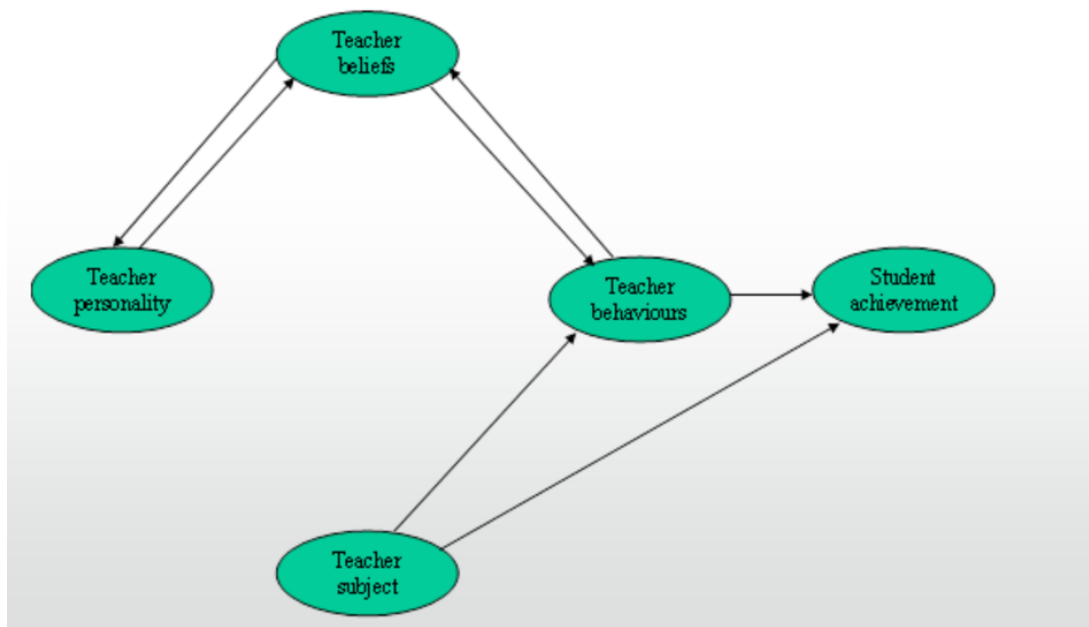
Denne masteroppgaven retter søkelys på læreren og matematikkfaget. Studiet bygger på et behov for en av større forståelse og innsikt i hvordan ulike faktorer kan være av betydning for undervisning og læring i matematikkfaget. Ønske om å gå i dybden på oppfatninger om matematikk som et vitenskapsfag og et skolefag er på bakgrunn av egne erfaringer, der kontinuerlig fordypning gjennom videreutdanning har ført til store endringer av egen undervisningspraksis.

Det fins mye forskning på læreres undervisningskunnskap og lærerens affektive sider, hovedsakelige på hvert sitt felt (Beswick, 2012; Liljedahl, 2008b). I søken etter aktuell litteratur og forskning, visste det seg at det var et relativt lite utvalg som ser på forholdet mellom disse. Satt inn i en norsk kontekst baserer mye av forskningen seg på sammenhengen mellom lærerens rolle og elevenes affektive sider, og ikke som en dialektisk relasjon mellom objektiv og subjektiv kunnskap.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Hva som kreves for å undervise i matematikk, oppfatninger om hva denne kunnskapen består av og hvordan det er best levert og best lært, varierer mye på tvers av forskning på området. Innenfor forskning er det enighet om to hovedområder; kunnskap om matematikk og kunnskap om undervisning og læring i matematikk (Shulman, 1986, Ernest, 1989b; Ball, Thames & Phelps, 2008; Liljedahl, 2008b). Kunnskap om matematikk gjelder blant annet matematiske begreper, bruk av matematiske teknikker, matematiske resonnement og bevis. Ball et. al. (2008) bruker begrepet *subject matter knowledge* som forteller hva læreren må inneha av kunnskap om matematikk som fag. *Pedagogical content knowledge* henviser til det fagdidaktiske, der læring og undervisning i matematikk står i fokus.

Nordenbo et. al. (2008) utførte i 2008 et review for Kunnskapsdepartementet der lærerkompetanse og elevers læring i førskole og skole var tema. Ved bruk av effektstudier undersøkte de hvilke dimensjoner ved læreres kompetanse som kunne ha effekt på elevers læring. Nordenbo et. al. (2008) baserte sine undersøkelser på den teoretiske modellen utarbeidet av Muijs & Reynolds (2002), se figur 1.



Figur 1, Muijs & Reynolds, (2002:34)

I følge Nordenbo et. al. (2008) rommer modellen en teori om hvordan lærerens undervisningshandlinger oppstår og iverksettes. Det interessante ved denne studien er at modellen antyder at undervisningskunnskap og oppfatninger er faktorer som direkte påvirker læreres undervisningshandlinger og praksis.

Lærerens undervisningskunnskap og lærerens affektive sider har i forskningsøyemed gjerne blitt sett på som to ulike perspektiv (Beswick, 2010). Kunnskap knyttes ofte til rene kognitive prosesser, og oppfattes som det motsatte av de affektive sidene som inkluderer holdninger, oppfatninger og følelser. I sin forskning har Beswick (2012) sammenlignet oppfatninger om matematikkens natur sett i lys av matematikk som disiplin og som skolefag. Hensikten var å se om lærere kunne ha forskjellig syn på det overnevnte, samt om dette kunne ha innflytelse på hvordan faget ble undervist.

Jacobsen & Kilpatrick (2015) presenterer imidlertid en hypotese som hevder at istedenfor å skille mellom undervisningskunnskap og de affektive sidene, må forskning se på hvilke affektive sider som utgjør "... a fundamental relation with teachers knowledge and instructional practice rather than opposite to either" (2015:402).

Diskusjonen om lærerens kunnskap må, i følge Liljedahl (2008b), ikke bare være begrenset til de objektive former undervisningskunnskap omhandler, læreres subjektive kunnskap er også viktig. En sentral del av den subjektive kunnskapen er *beliefs* (eng.), som jeg i denne oppgaven vil referere til som *oppfatninger*.

1.3 Problemstilling og forskningsspørsmål

Problemstillingen tar utgangspunkt i at det eksisterer en sammenheng mellom undervisningskunnskap og affektive sider hos matematikklærere, men at denne ofte kan oppleves som noe uklart i litteraturen. Studien søker å skape større innsikt i og forståelse for *hvordan* læreres refleksjoner og bevissthet rundt egen praksis kan ha stor innvirkning på elevenes læring. Med utgangspunkt i det beskrevne fremstilles problemstillingen på følgende måte;

Hvilken sammenheng er det mellom lærerens undervisningskunnskap og lærerens affektive sider i matematikkfaget, og hvordan vil denne sammenheng kunne påvirke undervisning og læring i faget?

Formålet med masteroppgaven er å undersøke, og lære mer om, hvilke faktorer som kan påvirke matematikkundervisningen. I tillegg rettes det søkelys på *hvorfor* dette er et område som er særdeles viktig, både i forhold til lærere, lærerutdannere og fremtidige lærere. På bakgrunn av problemstillingen er det utledet noen mer presise forskningsspørsmål på områder det ønskes en dypere innsikt i, og disse er som følger;

- ✓ Hva innebærer lærerens undervisningskunnskap, og hvordan kan denne påvirke lærerens affektive sider?
- ✓ Hvilke oppfatninger har lærere til matematikk, som natur og som undervisning og læring i faget?
- ✓ Hvilke oppfatninger har lærere til undervisningskunnskap?

Målet med første spørsmål er å se på de aspekt i lærerens kunnskap som antas å være en forutsetning for å kunne undervise i matematikkfaget. Her vil det som er definert som objektiv kunnskap belyses. Den spesialisert kunnskap i matematikk vies i denne oppgaven størst oppmerksomhet, da det definerer skillet mellom det "alle vet om matematikk" og det som er ansettes som unikt i forhold til lærere som underviser i matematikk.

Videre fokuseres det på de affektive sidene, som bygger på Jacobsen & Kilpatrick (2015) hypotese der det ses på hvilken affektive side det antas er mest avgjørende sett i relasjon med læreres undervisningskunnskap. Oppfatninger tilknyttet matematikken som helhet utgjør studiens andre spørsmål. Basert på antagelsen om at oppfatninger utgjør de grunnleggende tankene man har om matematikk (Thompson, 1994), vil dette være avgjørende i forhold til studiens problemstilling.

Studios siste spørsmål omhandler læreres oppfatning om hvilken kunnskap de vektlegger som nødvendig for å undervise i matematikkfaget, og vil i stor grad bli sett på i sammenheng mellom de øvrige forskningsspørsmålene.

1.4 Masteroppgavens oppbygging

Masteroppgaven består av seks kapitler. I kapittel 1 er det gjort rede for bakgrunnen for valg av oppgavens og prosjektets tema, studiets problemstilling, aktuell forskning på området og formålet med studien.

Kapittel 2 er teorikapittelet. Det teoretiske rammeverket for oppgaven blir her presentert, noe som også ligger til grunn for studiens forskningsdesign. Kapittelet tar for seg teorier knyttet til lærerens undervisningskunnskap, der det gjøres rede for hvilket kriterium forskning viser er nødvendig for å undervise i matematikkfaget. Videre ses det på forskning om læreres affektive sider i forhold til matematikk. Annen teori som er relevant for oppgavens funn vil også bli presentert her.

Kapittel 3 tar for seg metodologien, og gir en innføring i Q-metoden og dens fremgangsmåte. I forbindelse med redegjørelsen vil egen anvendelse av metoden forklares i forhold til gjennomføringen og innsamling av data. I metoddelen diskuteres også studiens reliabilitet og validitet, samt de etiske betraktningene som er av betydning i forhold til oppgavens problemstilling.

Kapittel 4 presenterer empirien i studien basert på faktoranalyse og faktorfortolkning i Q-metodologien. Analysen ble gjennomført med PQMethod, og det ble identifisert to faktorer med ulike oppfatninger knyttet til oppgavens problemstilling. Gjennom tolkning av resultatene vil det gis beskrivelse av hvilke syn som ligger til grunn for hver enkelt faktor, og som danner et felles meningsinnhold rundt temaet.

Kapittel 5 diskuterer funn sett i lys av teori og tidligere forskning presentert i kapittel 3, der læreres undervisningskunnskap ses i sammenheng med oppfatninger knyttet til matematikk som helhet.

Kapittel 6 gir en konklusjon av analysen på bakgrunn av problemstilling og de forskningsspørsmålene som ble stilt innledningsvis. Videre vil refleksjoner om egen rolle som forsker, samt refleksjoner rundt egen studie bli tatt opp. Avslutningsvis ses det på aspekter ved oppgaven som kan være interessant for videre forskning.

Kapittel 2 Teori

Dette kapitlet tar for seg det teoretiske rammeverket for oppgaven, og utgjør grunnlaget for analysen av datamaterialet. Med utgangspunkt i Muijs & Reynolds (2002) modell (figur 1) vil det først gjøres rede for kunnskapsbegrepet tilknyttet matematikk. Videre belyses teorier innenfor læreres undervisningskunnskap som kan ha betydning for læring og undervisning i matematikk. Det vil så bli redegjort for det teoretiske perspektiv knyttet til de affektive sidene, som omhandler lærerens oppfatninger i forhold til matematikk som natur og oppfatninger knyttet til læring og undervisning i matematikk. Det er også aktuelt å rette søkelys på lærerens oppfatning om undervisningskunnskap i matematikk, der nyere forskning ser på hva lærere anser som viktige elementer av kunnskap i faget.

Det jeg har skissert ovenfor danner det teoretiske forskningsdesignet for studien, som har til formål å etablere en forståelse for *hva* informantene mener matematikk *er*, samt å vise hvordan forholdet mellom lærerens undervisningskunnskap og oppfatninger kan påvirke undervisning og læring.

2.1 Matematisk kunnskap

One's conception of what mathematics is affects one's conception of how it should be presented. One's manner of presenting it is an indication of what one believes to be the most essential in it.. The issue, then, is not, "What is the best way to teach?" but "What is mathematics really all about?" (Hersh, 1986:13)

Filosofi knyttet til matematikk reflekterer og gjør rede for matematikkens natur, og en rekke perspektiver har opp gjennom tidene beskrevet hvilke filosofiske syn som har vært - og fremdeles er gjeldende den dag i dag (Ernest, 1989; Pehkonen, 2003). Ernest (2002) poengterer at dette er en del av epistemologiens oppgave, som har til hensikt å redegjøre for menneskelig kunnskap generelt. I tråd med hva Thom (1973) referert i Maasz &

Schloeglmann (2006:1) påpeker vil "In fact, whether one wishes it or not, all mathematical pedagogy, even if scarcely coherent, rests on a philosophy of mathematics".

Dette synet støttes av Thompson (1992), der hun argumentere for at det ikke finnes et universelt syn om læreres oppfatning i forhold til god matematikkundervisning. Det hun imidlertid påpeker er at all pedagogikk knyttet til matematikk, om enn usammenhengende, hviler på matematisk filosofi.

I et tradisjonelt syn er matematikken fremstilt som noe objektivt, absolutt og fast. Matematikken presenteres som et ferdig produkt, og beskriver et absoluttistisk syn som i følge Ernest (2002) kjennetegnes ved at matematikken, på bakgrunn av sin deduktive logiske struktur, blir sett på som den mest sikre av all kunnskap.

Som en motvekt til det tradisjonelle synet er vektlegger Ernest (2002) det sosiale aspektet i utvikling av matematisk kunnskap. Et fallibilistisk syn på matematikken defineres av Ernest (2002) som menneskelig og foranderlig. Uten å avvise matematikkens logiske struktur, ses matematikken på som et resultat av sosiale prosesser. Her er det menneskelige aspektet et viktig bidrag, der subjektiv kunnskap er inkludert i utvikling av kunnskap. Det fallibilistisk synet innebærer dermed hvordan matematikken praktiseres, skapes og brukes, som også inkluderer matematikkens historie og dens plass i kulturen (Ernest, 2002).

Med bakgrunn i Thom (referert i Maasz & Schloeglmann, 2006) vil de to filosofiske retningene om matematikken natur som beskrevet, kunne reflektere oppfatninger tilknyttet undervisning og læring i faget. Det poengteres imidlertid at det filosofiske synet på matematikkens natur og synet på undervisning og læring ikke nødvendigvis må ses på som rigid. Eksempelvis kan det være mulig fra et absoluttistisk perspektiv, å fremme det sosiale aspektet i forbindelse med at menneske kan oppdage matematikken gjennom et mangfold av midler og metoder, så fremst det bygger på sannheten om objektivitet. Likeledes vil en fallibilistisk tilnærming kunne hevde at selv om matematisk kunnskap er betinget som en sosial konstruksjon, vil muligheten for bruken av veletablerte tilnæringsmåter, prosedyrer og regler, så lenge det er akseptert av det matematiske samfunnet, kunne overføres til elevene (Ernest, 2002).

Kunnskapsbegrepet innenfor matematikk vil kunne deles inn i objektiv og subjektiv kunnskap. Der objektiv kunnskap handler om den generelle aksepterte strukturen innenfor fagområdet, vil et individs subjektive kunnskap vil være basert på dets erfaringer og innsikt, og være unikt i forhold til at den vanligvis bare befinner seg hos den enkelte (Pehkonen, 2003).

Beswick (2012) bemerker at oppfatninger ofte er tatt for å skille seg fra den objektive kunnskap. Derav vil oppfatninger om matematisk innhold og pedagogikk ofte forstås av å være inkludert i det Ball et. al. (2008) beskriver som matematisk kunnskap for undervisning (fagdidaktisk kunnskap). I samsvar med dette vil dermed oppfatninger bli referert til som konstruert i samme forstand som kunnskap. Videre trekker Beswick (2012) frem at oppfatninger kan bli forstått forskjellig i forhold til matematikk som disiplin og som et skolefag/undervisningsfag.

Forskjellene mellom det matematiske klasserommet og arbeidet matematikere gjør er av Ernest (1998), referert i Burton (2002:160), forstått i relasjon med (a) om kunnskap er opprettet eller eksisterende kunnskap er lært, (b) hvem som velger problemene som skal arbeides med, (c) tidsrammen over hvilke problemer det arbeides med, og (d) formålet med læring (for personlig oppnåelse eller å legge til offentlig kunnskap). Fra et konstruktivistisk synspunkt vil læring i følge Beswick (2012) være iboende kreativ fordi det resulterer i kunnskapsutvikling som er ny i sammenheng med den aktuelle læreren.

I typiske klasserom velges matematikkproblemer av læreren og kan løses innenfor et relativt kort tidsrom. Matematikeren har på sin side betydelig autonomi om problemene som de arbeider på, og jobber med et problem i lengre perioder med det formål å publisere et matematisk resultat. Fra et slikt perspektiv vil skillet mellom matematikk som disiplin og som undervisningsfag være stort. Knoll, Ernest & Morgan (2004), referert i Beswick (2012:128), argumentere imidlertid for at dette ikke nødvendigvis trenger å være tilfelle. I sin beskrivelse retter de oppmerksomheten mot den kreative prosessen der bruken av strategier (eksempelvis søken etter de gode eksempler og mot-eksempler, mønster og systemer for regler, begrunnelser og bevisførsel) matematikere bedriver, også vil kunne overføres til det matematiske klasserommet.

Begrepet kunnskap er sterkt knyttet til epistemologien, og omhandler blant annet oppfatninger hvordan gyldig kunnskap innhentes. Kunnskapsbegrepet er ikke entydig, da det kan omfatte oppfatninger om objektiv og subjektiv kunnskap, kunnskapens anvendelighet og ikke minst hva som regnes som kunnskap. Furinghetti & Pehkonen (2002) viser til Thompson (1992) tre dimensjoner der skillet mellom objektiv kunnskap fra subjektiv kunnskap beskrives som; 1) graden av intersubjektiv konsensus/enighet, 2) argumenter som er nødvendig for å gi aksept til henholdsvis oppfatninger og kunnskap og til sist, 3) kunnskap relatert til sannhet og sikkerhet med oppfatninger som har mer tvil og motsetninger.

Ernest (1989b) beskrivelse av hvordan objektiv og subjektiv kunnskap kan forstås omhandler matematikk som natur og som undervisning og læring i matematikk. Første moment viser til kunnskap om matematikks natur, og er i stor grad knyttet til objektiv kunnskap. Dette innbefatter kunnskap om matematikken som helhet, kunnskap om matematiske prosesser, kunnskap om å undervise i matematikk og kunnskap om organisering av undervisningen. Det andre moment omhandler i større grad lærerens subjektive kunnskap, og inkluderer synet på læring og undervisning i matematikk. Herunder ligger også oppfatningen om hvilke ulike lærings- og undervisningsmodeller som formidler matematikken på en best mulig måte, og hvordan disse gjør seg gjeldende i klasserommet.

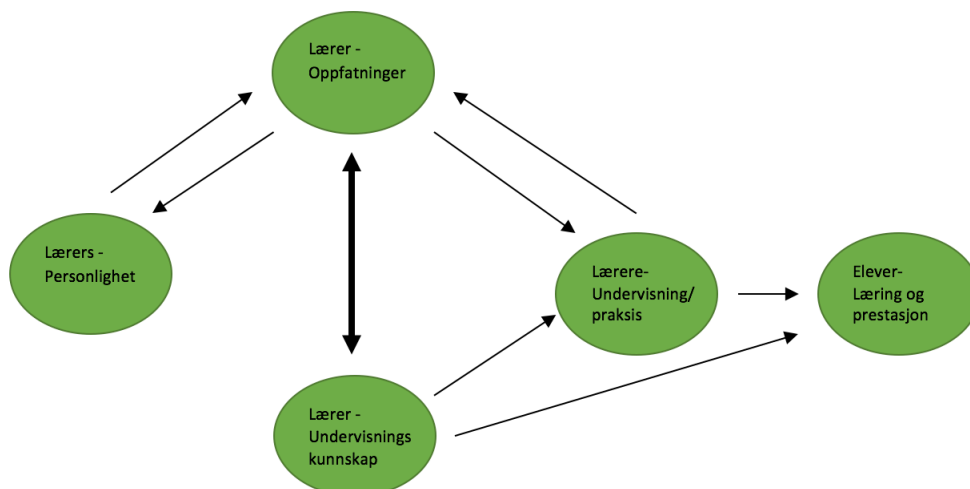
Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) er det mest brukte rammeverket når det kommer til lærerens objektive matematiske kunnskap, og er av Ball et. al. (2008:403) definert å omhandle "skills, habits, sensibility as well as knowledge". Selv om definisjonen synes å inkludere komponenter av lærerens subjektive kunnskap, viser forskning at den ikke inneholder spesifikke elementer knyttet til de affektive sidene (Jacobsen og Kilpatrick, 2015).

Jacobsen og Kilpatrick (2015) redegjør for en ytterligere klargjøring av sammenhengen mellom lærerens matematiske kunnskap (objektiv kunnskap) og de affektive sidene (subjektiv kunnskap), og de introduserer begrepet *productive disposition for teaching mathematics*.

Dette vil, ifølge Jacobsen og Kilpatrick (2015:402), innebære at "...mathematics teachers`mallable orientation towards – and concomitant beliefs, attitudes, and emotions about – their own professional growth, the subject of mathematics, and its teaching and learning that influences their own and their students`successful mathematical learning.

Koblingene mellom objektiv og subjektiv kunnskap er mange. Dette synet støttes av flere (Ernest, 1991, 2002; Thompson, 1992; Beswick 2010; Liljedahl 2008b), som argumenterer for at forskning, der objektiv og subjektiv kunnskap studeres, bør ses på som sirkler der begge bidrar til å fornye hverandre. Ifølge Pehkonen (2003) kan en på den ene siden studere matematikk (objektiv kunnskap), for dermed å utvide den subjektive kunnskapen. På den andre siden vil subjektiv kunnskap kunne berike den objektive kunnskapen, forutsatt at den på en eller annen måte presenteres, forsvares, debatteres og aksepteres. Dette poengteres også av Maasz & Schloeglmann (2006), som i sin artikkel viser til forskning sett i lys av sosialkonstruktivisme, ser det skapes et dialektisk forhold mellom de kognitive og de affektive sider ved matematisk kunnskap.

For å belyse sammenhengen mellom undervisningskunnskap (objektiv kunnskap) og oppfatninger (subjektiv kunnskap), samt se på hvordan denne kan påvirke undervisning og læring, er det valgt å bruke Muijs & Reynolds (2002) teoretiske modell (figur 1). Modellen er oversatt og tilpasset med bakgrunn i oppgavens empiri, problemstilling og forskningsspørsmål, se figur 2.



Figur 2. Teoretisk modell, oversatt og tilpasset fra Muijs & Reynolds, 2002:34

Lærerens matematiske epistemologi inkluderer dermed både objektiv og subjektiv kunnskap om matematikk og undervisning i matematikk (Leder, Pehkonen & Teorner, 2002). Der objektiv kunnskap viser til matematikk som natur/vitenskap, vil subjektiv kunnskap omhandle det hver enkelt lærer er i besittelse av – inkludert følelser, holdninger og oppfatninger til matematikk og matematikkundervisning (McCloud, 1992).

2.3 Undervisningskunnskap i matematikk

Shulman (1986) introduserte innholdsforståelse i matematikk inn i undervisningsforskningen, der han utviklet to hovedkategorier av kunnskap; fagkunnskap (subject matter knowledge) og fagdidaktisk kunnskap (pedagogical content knowledge). Shulmans forskning danner utgangspunkt for flere ulike teoretiske modeller som beskriver og analyserer hvordan lærerens kompetanse i matematikk kan utvikles (Valente & Enge, 2015). Læreres undervisningskunnskap kan i denne studien ikke sammenlignes med tidligere forskning på området. Formålet har ikke vært å måle lærerkunnskap med standardiserte måleinstrument brukt av blant annet Ball et. al. (2008) og Fauskanger & Mosvold (2010), men er å anse som et teoretisk bakteppe for den objektive kunnskap om *hva* som anses som nødvendig for å kunne undervise i matematikkfaget.

2.3.1 Fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap

Shulmans (1986) arbeid i forhold til innholdsforståelse danner utgangspunkt for Ball et. al. (2008) sin praksis-basert teori som beskriver hvilken kunnskap og kompetanse det er nødvendig å inneha for å undervise i matematikk. Matematisk forståelse struktureres i seks hovedelementer basert på begrepet *mathematical knowledge for teaching*, som i Norge er referert til som undervisningskunnskap i matematikk (Ball et. al., 2008; Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010; Valente, 2015). Grunnlaget bygger på Shulman (1986) to hovedkategorier og kan illustreres på følgende måte:



Figur 3, Fauskanger et. al., (2010), basert på Ball et al., 2008

Venstre side i modellen forteller om den matematikkfaglige kunnskapen en lærer må antas å besitte. I følge Ball et. al (2008) vil fagkunnskap (*Subject Matter Knowledge*) referere til mengden og organiseringen av kunnskap som til enhver tid befinner seg i lærerens hode. Lærer må en inneha en dypere kunnskap enn bare faktakunnskap og begreper, der forståelsen for strukturene i faget vil ha stor betydning. Det vil si at kunnskap ikke bare henviser til sannheten på et område, men også noe om hvorfor det er verdt å vite om det, og hvordan det kan relateres til andre områder i faget.

Et av aspektene på venstre side dreier seg om allmenn fagkunnskap, og viser til den matematiske kunnskapen og ferdigheten lærere bruker i andre sammenheng enn i undervisning. Et annet aspekt er matematisk horisontkunnskap, som betegner kunnskap om hvordan de ulike emnene er relatert til de ulike trinnene. Det vil si, uavhengig av trinn, kunnskap om hva det skal undervises i og hvordan de ulike emnene er relatert og utvikles videre.

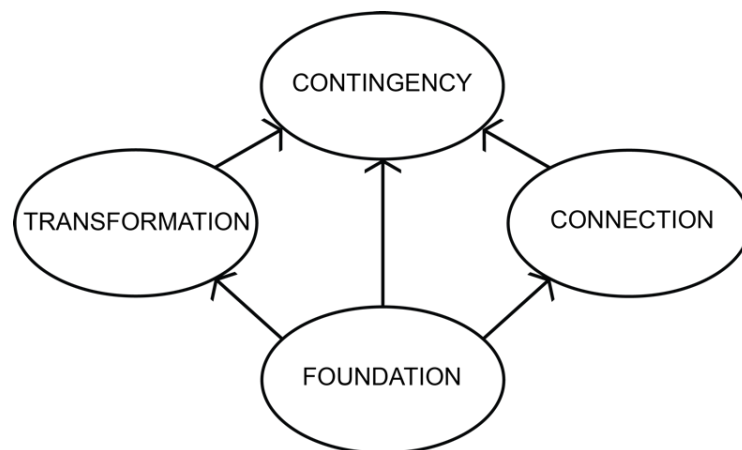
Det siste og største aspektet på venstre side viser til spesialisert fagkunnskap, der det fokuseres på matematiske forståelse og ferdighet som er unikt for å undervise. Her ligger kunnskapen i å kunne se mønster i elevers misoppfatninger, og å kunne presentere matematiske ideer gjennom gode eksempler for å understreke matematiske poeng. Læreren må også kunne vise ulike representasjoner og sammenhenger mellom emner/ideer, koble undervisning til tidligere undervisning og stille gode spørsmål i forhold til emnet (Ball et. al., 2008).

Fagdidaktisk kunnskap (*Pedagogical Content Knowledge*) handler om matematikkundervisningen, og Fauskanger et. al (2010:36) viser til at kunnskap om undervisning vil være det viktigste, "... men hele tiden med den matematikkfaglige kunnskap som utgangspunkt". Som modellen viser omhandler dette kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning og læreplankunnskap.

Ball et. al. (2008) viser i sin artikkel til kunnskap om faglig innhold og elever som ulike måter elevene kan tenke på. I tillegg innebærer det kunnskap om hva som kan være utfordrende for elevene, Videre kommer kunnskapen om å forstå læring i sammenheng med matematikk. Her vil introduksjon til et emne være essensiell, hvilke eksempler man presenterer, hvilke oppgaver man gir eleven og avgjørelsen om hvilke metoder og arbeidsformer som egner seg best i forhold til elevenes læringsutbytte. Kunnskap om faglig innhold og undervisning viser til kunnskapen som brukes i planlegging av undervisningen. Det inkluderer blant annet de mest underviste emnene, representasjonsformene, illustrasjonene, eksemplene, forklaringene og demonstrasjonene. Her må en også ha kunnskap om hva som gjør læring av et emnet lett eller vanskelig – og hva en som lærer skal gjøre for å reorganisere forståelsen til elevene. Det siste aspektet er læreplankunnskap som forteller om hvordan emnene i læreplan er relatert til hverandre. Dette er ifølge Ball et. al. (2008) også en del av undervisningskunnskapen.

En annen modell brukt i forbindelse med lærerkunnskap kommer fra Tim Rowland, Peter Huckstep og Anne Thwaites (2005), og har betegnelsen Kunnskapskvartetten (figur 2). Deres forskning tar også utgangspunkt i Shulmans arbeid, men der Ball et. al. (2008) har fokus på ulike aspekter i de spesifikke matematikkunnskapene til læreren, var Rowland et. al. (2005) mer opptatt av å identifisere lærerens kompetanse sett i forhold til situasjoner som kom til syne i undervisningen. Her kan en se på hvordan modellene betegner undervisningskompetanse i matematikk som "mathematical knowledge **in** teaching" (Rowland et. al., 2005) og "mathematical knowledge **for** teaching" (Ball et. al., 2008).

Innholdet i kunnskapskvartetten består av fire elementer som er av betydning for lærerens kunnskap. Disse er *foundation* (det grunnleggende), *transformation* (overføring/omdanning), *connections* (forbindelse/sammenheng) og *contingency* (eventualitet/spontanitet). Det er viktig at man i analysen av kunnskapskvartetten tenker at dette omfatter situasjoner i undervisningen gjort gjennom observasjon.



Figur 4, Rowland et. al (2005:260-263)

Foundation (det grunnleggende) handler om de matematiske og matematikdidaktiske kunnskaper som læreren har og som utgjør grunnlaget for undervisning. Her vil den teoretiske bakgrunnen og overbevisninger læreren har i og om matematikkfaget være av betydning. Som fremhevet av Rowland et. al. (2005:260) har dimensjonen "...led to a view that the other three units flow from...". I forhold til kunnskap om matematikk inkluderer Rowland et. al. (2005) begrepet *propositional*, som viser til læreres utdanning og deres erfaringsbakgrunn, som en nøkkelkomponent for deres utvikling av *foundation*.

Dimensjonen inneholder også viktige aspekter ved oppfatninger om matematikken, der tre faktorer er identifisert. Disse innebærer oppfatninger om matematikken i seg selv, og de ulike filosofiske retninger er knyttet til kunnskap om matematikk. Videre vil hensikten med matematikken være av betydning, herunder hvorfor bestemte emner bør studeres. Til slutt vil de betingelsene som ligger til grunn for læring være sentralt.

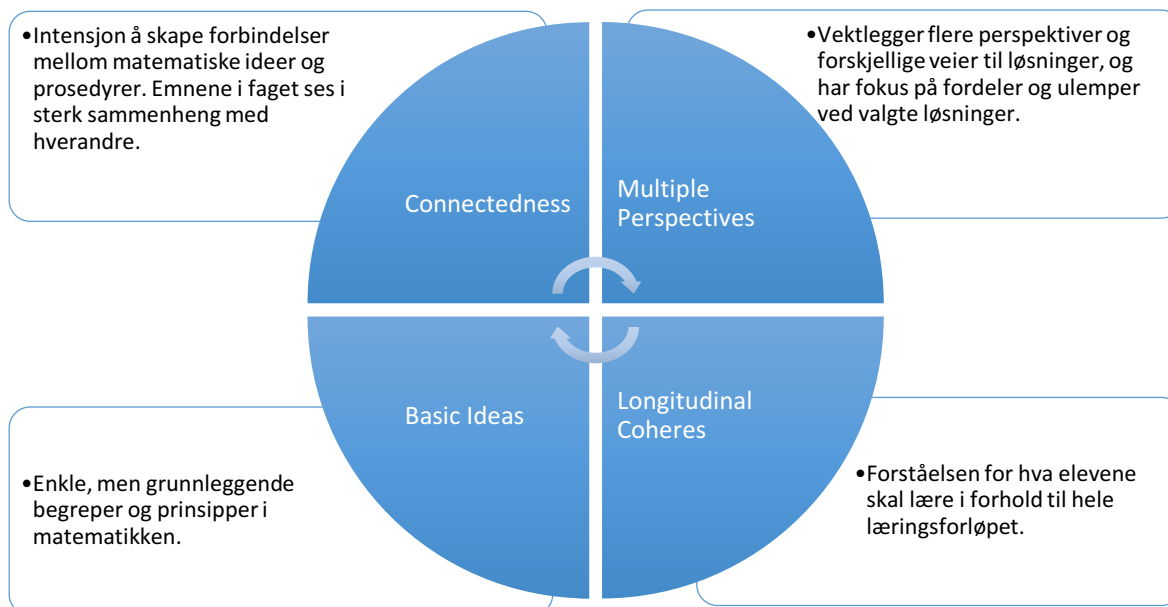
Transformation (omdanning) er å omforme kunnskapen læreren besitter til elevene i form av eksempler, forklaringer, demonstrasjoner og aktiviteter. Det vil innebære hvordan lærerens kunnskap kommer til syne i planlegging og gjennomføring av undervisning. Både Shulman (1986) og Ball et. al. (2008) indikerer viktigheten på å skille mellom det læreren kan for seg selv, og det å skulle hjelpe andre til å lære. Denne dimensjonen har fokus på handlinger rettet mot elevene basert på lærerens *foundation*.

Connection (sammenheng) omfatter kunnskap om hvordan helheten i matematikkfaget ivaretas. Å binde sammen visse valg og beslutninger som er gjort for de mer eller mindre adskilte delene av det matematiske forhold, eksempelvis læring av prosedyrer. Lærerens valg av tema eller oppgaver hører også til i denne dimensjonen, der lærerens bevissthet om kognitive krav og utfordringer ulike emner gir, er viktig.

Contingency (spontanitet) vil innebære å ta tak i spontant situasjoner og innspill fra elevene, uavhengig av hva som var planlagt. Lærerens evne til "å ta ting på sparket", og være åpen for elevens ideer selv om de ikke samsvarer med det læreren ønsker de skal komme frem til, er sentralt i denne dimensjon.

Den siste modellen som trekkes frem er basert på Ma (2010) sin forskning, der hun spesifikt har fokus på lærerens fagkunnskap. På lik linje med Ball et. al (2008) ser Ma (2010) på viktigheten av den spesialiserte fagkunnskapen læreren må besitte, og poengterer at læreren må ha en dypere forståelse i emnet det undervises i.

Teorien viser til det Ma (2010) definerer som kunnskapspakken (Knowledge package). Sett i lys av Ball et. al (2008) sin undervisningskompetanse i matematikk, vil kunnskapspakken (Knowledge package) ytterligere kunne utdype både den fagspesialiserte kunnskapen og den matematiske horisontkunnskapen. Det som kjennetegner Ma (2010) sin forskning bygger på fire grunnleggende prinsipper i matematikkundervisningen (figur 5).



Figur 5, basert på Ma (2010) "The Knowledge Package"

Tre begreper er sentral i forhold til figuren – *Breadth, Depth, Thoroughness*, og i følge Ma (2010) innebærer dette at;

...understanding a topic with depth as connecting it with more conceptually powerful idea of the subject Understanding a topic with breadth, on the other hand, is to connect it with those of similar or less conceptual power Depth and breadth, however, depend on thoroughness – the capability to "pass through" all parts of the field – to weave them together. Indeed, it is this thoroughness which glues knowledge of mathematics into a coherent whole. (Ma, 2010:121)

På lik linje med Ball et. al. (2008) vektlegges betydningen av den spesialiserte fagkunnskapen lærere må ha i matematikk. Med både en dybde- og breddeforståelse i matematikk argumenter Ma (2010) for at lærere på en bedre måte vil kunne formidle matematikken som helhet med tanke på undervisning og læring i matematikk.

The Knowledge Package inneholder flere aspekter som en som en lærer må ha kunnskap om. Dette innbefatter begrepskunnskap, der de grunnleggende ideene og prinsippene i et emnet danner fundamentet for forståelsen. Videre vil prosedyrekunnskap handle om matematiske fakta og prosedyrer som underbygger begrepsforståelsen, som igjen vil gjøre at elever kan løse oppgaver flytende og effektivt. Variert representasjonerformer og visuelle modeller skal være med på å synliggjøre konsepter og forbindelser mellom emner. Strategier har som mål å gi matematikken mening. Det siste aspektet er det matematiske språket, terminologi og påstander som er nødvendig for å kunne delta i diskusjoner om det aktuelle emnet.

2.3.2 Hva kjennetegner god undervisning og læring?

I tradisjonell forstand kan matematikk anses som et statisk, strukturert system bestående av fakta, prosedyrer og begreper. Hvis derimot matematikken blir oppfattet som noe som vokser frem på en dynamisk og undersøkende måte, ligger fokuset på de aktive prosessene man engasjeres i. Kunnskap og forståelse er begreper det har vært rettet fokus på i årtier, der diskusjonen om tradisjonelle og undersøkende metoder ofte tar utgangspunkt i Skemp (1976) beskrivelse av begrepene instrumentell- og relasjonell forståelse.

Instrumentell forståelse er ofte knyttet til en mer tradisjonell tilnærming. Instrumentell forståelse er av Skemp (1976) definert som anvendelse av matematiske regler uten å vite hvorfor man bruker reglene eller hva reglens betydning er. En instrumentell tilnærming vil dermed være memorering av fremgangsmåter, beskrevet av Skemp (1976:2) som "rules without reasons".

Relasjonell forståelse forbindes med undersøkende fremgangsmåter, der undervisningen kjennetegnes med at elevene lærer seg å resonnerer og løse problemer på en selvstendig måte (Nosrati & Wæge, 2015). Relasjonell forståelse innebærer at lærer ikke bare vet hva som skal gjøres, men også hvorfor. Aubrey (1997), referert i Muijs & Reynolds (2015:29), forskning konkluderte med at nyutdannede læreres mangel på fagspesialisert kunnskap i stor påvirket deres syn hvordan elevene lærer.

En instrumentell tilnærming er ofte å foretrekke av en rekke grunner. Skemp (1989:9) skisserer tre klare fordeler med instrumentell undervisning der; 1) prosedyrer er vanligvis enklere å forstå, regler kan være enklere å huske og hvis målet er et riktig svar – gir en instrumentell forståelse raskt gi resultat, 2) Rask belønning i form av riktig svar, og 3) fordi mindre kunnskap er involvert, vil en instrumentell tenking raskere oppnå riktig svar enn ved en relasjonell tenking.

Begrepskunnskap (*conceptual knowledge*) og prosedyrekunnskap (*procedural knowledge*) er Hiebert & Lefevre (1986) definisjoner av forståelse, og kan ses nært tilknyttet Skemps (1976) beskrivelse av instrumentell- og relasjonell forståelse. Begrepskunnskap er kunnskap er rik på relasjoner. Det er kunnskap linket sammen i et nettverk, der forbindelse er et nøkkelord. Utviklingen av begrepskunnskap skjer når det oppstår forbindelse mellom to typer informasjon; tidligere kunnskap blir linket sammen (*discovery learning*) og når ny kunnskap blir linket til gammel kunnskap (*understanding and meaningful learning*).

Prosedyekunnskap handler om det formelle matematiske språket og symbolrepresentasjonssystemet. Her vil det ligge kunnskap om de vanlige uttryksmåter i faget, eksempelvis bevisføringsmetoder og kunnskap om hva som er akseptable skrivemåter i matematikk. Det handler i tillegg om algoritmer, regler og fremgangsmåter for å utføre matematiske oppgaver (Hiebert & Lefevre, 1986). Nosrati & Wæge (2015) påpeker betydningen av å bygge opp begrepsmessige strukturer og å se sammenhengen mellom disse.

Schoenfeld (2014) teoretiske rammeverk er et resultat av forskning som fokuserer på begrepet *powerful mathematics classrooms*. Rammeverket består av fem dimensjoner hvor undervisningen står i fokus. Hver dimensjon er delt inn i tre nivåer som har til hensikt å beskrive læring i tråd med hva både Skemp (1976) og Hiebert & Lefevre (1986) definerer som optimalt.

Den første dimensjon viser til i hvilken grad matematikk er diskutert, fokusert og sammenhengende, samt i hvilken grad sammenhenger mellom prosedyrer, konsepter og kontekst (hvor det er hensiktsmessig) tas opp og forklares. Fokuset her er hvorvidt matematikken kan ses på som er sett isolert fakta og prosedyrer som skal memoreres og brukes, eller om undervisningen skal oppleves som sammenhengende og meningsfull der forståelse er det sentrale. Den andre dimensjon handler om kognitiv tenking. Dette innebærer i hvilken utstrekning elevene har mulighet til å utvikle forståelse i forhold til matematiske prosedyrer og begreper. Tilgang til det matematiske innholdet utgjør den tredje dimensjon, der muligheten for å delta i matematiske diskusjonene anses å være avgjørende for læring. Fjerde dimensjon viser til i hvor stor grad elevenes gis mulighet til å dele sine tanker og ideer, og i hvilken grad de blir anerkjent hos lærer. Den femte og siste dimensjon i rammeverket viser til vurdering, der det sentrale er hvordan lærer vurderer og gir tilbakemelding underveis i undervisningen (Schoenfeld, 2014).

På nivå 1 vil en instrumentell tilnærming være sterkt fremtredende, der ferdigheter fremstår som viktigere enn forståelse. Nivå 2 fokuserer i noe større grad på sammenhenger mellom ulike prosedyrer, og er i enkelte tilfeller knyttet opp mot praksis. Hovedvekten er imidlertid fremdeles rettet mot det instrumentelle. På nivå 3 fremstår undervisningen som relasjonell. Her vil det sentrale være å se sammenhenger mellom prosedyrer og begreper, og det vil være viktig å knytte disse opp mot virkeligheten (Schoenfeld, 2014).

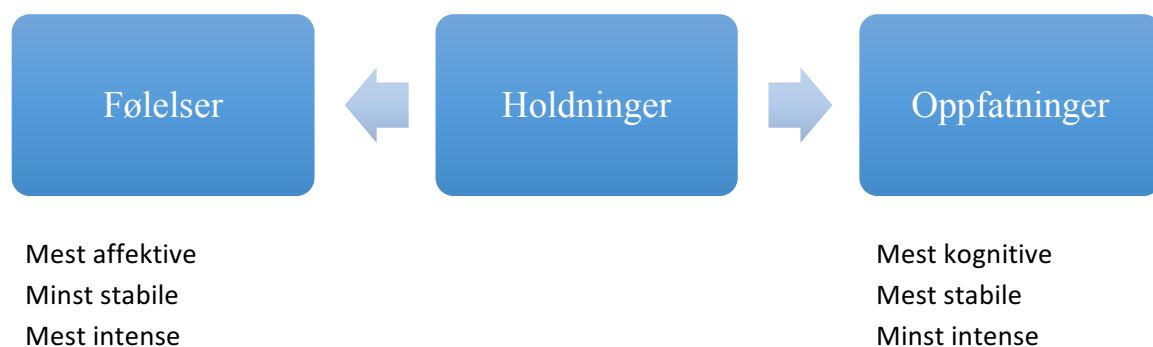
De teoretiske perspektivene viser at lærerens kunnskap har en sentral rolle i læring og undervisning av matematikk, og blir ansett som viktig for effektiv undervisning og vellykket læring (Skemp, 1976; Hiebert & Lefevre, 1986; Schoenfeld, 2015). Den mest betydningsfulle og varige læring skjer når eleven selv konstruerer kunnskap. Rollen til læreren er å hjelpe elevene til å bygge sin egen kunnskap gjennom motiverende og engasjerende aktiviteter som gir meningsfylte opplevelser. For å konstruere disse opplevelsen, må læreren ha en grundig forståelse av disiplinen de underviser i (Rowland et. al., 2005; Ball et. al, 2008; Ma, 2010; Fauskanger et. al., 2010).

De presenterte teoriene er ment på å underbygge aspekter ved den objektive kunnskapen som anses å være viktig for denne oppgaven. Ma (2010) fokuserer på viktigheten av lærerens fagkunnskap, modellen til Ball et. al. (2008) viser at aspektet der den spesialiserte fagkunnskapen har størst plass. Rowland et. al. (2005) modell viser at dimensjon foundation (det grunnleggende) som den eneste, har direkte bindeledd til de tre andre dimensjonene.

2.4 Affektive sider ved matematikk og matematikkundervisning

De affektive områdene knyttet til matematikk og matematikkundervisning blir vanligvis delt inn i oppfatninger (*beliefs*), holdninger (*attitudes*) og følelser (*emotions*) (McCloud, 1992). McCloud (1992) hevder at når lærere snakker om sine matematikkelever, vil elevenes entusiasme eller mangel av denne, være et like aktuelt samtaleemne som elevenes kognitive prestasjoner. De affektive områdene vil dermed være av stor betydning for læring og undervisning i matematikk.

Hannula (2006) har, med bakgrunn i McCloud sine kategorier lagd en modell (figur 4) som illustrerer disse. Her er de affektive områdene vurdert etter grad av affektive og kognitive innvirkninger, intensitet og stabilitet.



Figur 6, McLeod modell. Gjengitt i Hannula (2006:213)

Oppfatninger (*beliefs*) utgjør de grunnleggende forestillingene og tankene man har om matematikk som fag og om hvordan matematikk bør undervises og læres (Streitlien et. al. 2001). Her kan oppfatningen "*Matematikk er et sett med regler, prosedyrer og algoritmer*" påvirke hvordan en lærer gjennomfører undervisningen.

Fives, Lacatena & Gerard (2015:249) argumenterer for at læreres oppfatninger "may be at the forefront of teachers`work and as such serve as filters, frames and guides for teacher pratice including; engagement in professional learning experience, instructional planning, and classroom interactions". Dette indikerer at oppfatninger kan bli sett på som filter, rammer og veiviser for hva lærere oppfatter som viktige aspekter i forhold til undervisning og læring.

Følelser (*emotions*) befinner seg på den motsatte siden av det affektive området. Disse kan være knyttet til ei undervisningsøkt, som enten positiv eller negativ. McCloud (1992) hevder at følelser er mer affektive enn oppfatninger og holdninger, de er mer intens og mindre stabile og det kognitive aspektet spiller mindre rolle.

McClouds (1992) siste område omfatter holdninger (*attitudes*). Holdninger defineres som et sted mellom oppfatninger og følelser. Holdninger ses på som mer stabile enn følelser og mindre stabile enn oppfatninger. De er lettere å endre, og på lik linje med følelser kan holdninger være positive eller negative.

2.4.1 Matematikkrelaterte oppfatninger

Begrepet oppfatninger er ofte anvendt i litteraturen som beskrivelse av et individs forholdsvis stabile subjektive kunnskaper om et bestemt fenomen, ofte dannet ubevisst av individet selv. Dette er subjektiv kunnskap med en viss grad av overbevisning, uten nødvendigvis å ha et holdbart objektivt grunnlag (Pehkonen, 2003). Begrepene oppfatninger og forestilling brukes gjerne om hverandre, men av Pehkonen (2003) er forestilling definert som oppfatninger av høyere rang basert på tankeprosesser der premissene er bevisste.

Et av hovedaspektet i denne forskningsoppgaven er oppfatninger (*beliefs*). Pehkonen (2003) refererer til Green (1971) som ser på et individs oppfatningssystem som en samling eller blanding av bevisste og ubevisste oppfatninger, hypoteser eller ulike kombinasjoner av dette. Det vil si at det er individet som selv gjør vurderingene av hvor sannsynlig eller akseptabel den aktuelle oppfatninger er. Videre påpeker Pehkonen (2003) at sammenlignet med objektiv kunnskap vil oppfatninger alltid inneholde en følelsesmessig dimensjon, der

denne dimensjonen vil påvirke rollen og betydningen som hver enkelt oppfatning har i en persons oppfatningsstruktur.

Med utgangspunkt i arbeidet til Ernest (1989b) og Van Zoest, Jones & Thornton (1994) har Beswick (2012) systematisert sammenhengen mellom de tre område; matematikkens natur, undervisning og læring i matematikk (tabell 2.0). Første kolonne viser til oppfatninger om matematikkens natur som instrumentell, platonisk eller problemløsende. Den andre kolonnen gjelder oppfatninger om undervisning der fokuset er på matematikkens innhold, enten med en vektlegging av prestasjon, av forståelse eller på en elevfokustert tilnærming. Tredje kolonne og siste kolonne handler om læring, der oppfatninger kan være knyttet til ferdigheter, forståelse eller autonom utforskning av egen interesse.

Beliefs about the nature of mathematics (Ernest, 1989)	Beliefs about mathematics teaching (Van Zoest et al., 1994)	Beliefs about mathematics learning (Ernest, 1989)
Instrumentalist	Content focussed with an emphasis on performance	Skill mastery, passive reception of knowledge
Platonist	Content focussed with an emphasis on understanding	Active construction of understanding
Problem solving	Learner focussed	Autonomous exploration of own interest

Tabell 2.0 Categories of teachers beliefs (Beswick, 2012:130)

Oppfatninger i samme rad betraktes som teoretisk konsekvent, mens oppfatninger i samme kolonne av enkelte forskere er å betrakte som kontinuum. Som forfatterne på hvis arbeid Beswick (2012) skisserer, ligger imidlertid erkjennelsen om at det er usannsynlig at læreres oppfatninger passer inn i en enkelt kategori. Beswick (2012) argumenterer at oppfatninger er kontekstavhengig. Oppfatninger knyttet til spesifikke aspekter, eksempelvis en elevs interesse og ferdighet, i den spesielle konteksten læreren er vil også påvirkes av andre oppfatninger som er mest innflytelsesrike når det gjelder å forme sin praksis i den gitte sammenheng. Videre hevder Beswick (2012:130) at "It is possible...for a teacher with beliefs that fall into more than one category to teach consistently with one view in one context and the other in a different context".

Der Beswick (2012) ser på hvordan oppfatninger kan være kontekstavhengig, påpeker Pehkonen (2003) den inkonsistens en ofte kan se mellom læreres uttalte oppfatninger og undervisningspraksisen deres. Motsigelsene en kan støtte på er av Pehkonen (2003) forklart ved hjelp av Kaplans (1991) nivåmodell med begrepene dybdeoppfatning og overflateoppfatning. Læreres uttalte oppfatninger kan tolkes som deres bevisste overflateoppfatninger som de kan diskutere og gi uttrykk for, eksempelvis gjennom utsagn, påstander og/eller intervju. Dybdeoppfatninger på den andre side, er ofte ubevisste, og styrer den konkrete undervisningspraksis.

Det er mye forskning som støtter gapet en kan finne mellom læreres uttalte oppfatninger og deres undervisningspraksis. Buehl & Beck (2015) henviser blant annet til Jorgenson, Grootenboer, Niesche og Lerman (2010) beskrivelse av fire inkonsistente områder mellom læreres oppfatninger og deres undervisningspraksis. Disse områdene var identifisert som inkludering/betydningen av kultur, samarbeid mellom elever, sammenheng mellom emner i faget og varierte undervisningsmetoder. Til tross for implikasjoner om gapet som tidligere forskning viser, kommer Buehl & Beck (2015) med et alternativ, der sammenhengen mellom læreres oppfatninger og praksis kan forstås som gjensidig, men kompleks. Dette vil si at oppfatninger og undervisningspraksis gjensidig påvirker hverandre, der påvirkningen vil variere på tvers av individer og kontekster, så vel som hvilken oppfatning og praksis som vurderes.

Buehl & Beck (2015) viser også til kunnskap, selvbevissthet og selvrefleksjon som viktige begrep innenfor læreres oppfatninger. Deres påstand er at for å kunne handle på vegne av sine egne oppfatninger, må lærerne stille den nødvendige kunnskapen til rette. I noen tilfeller fant forskerne at praktiserende lærere ikke handlet på deres oppfatninger grunnet manglende kunnskap om innholdet (f.eks. matematikk). I andre tilfeller manglet lærerne de pedagogiske kunnskaper som vil kunne samsvare med oppfatningene deres. Selv om lærere holdt konstruktivistiske overbevisninger om undervisning, hindret mangelen på vitenskapelig innholdskunnskap, samt kunnskapen og ferdighetene til å gjennomføre konstruktivistiske praksiser i forhold til hvilken grad deres oppfatninger ble observert i praksis.

I den utstrekning lærerne er selvbevisste og engasjerer seg i selvrefleksjon, vil ifølge Buehl & Beck (2015) også være en faktor knyttet til sammenhengen mellom lærernes oppfatninger og praksis. Det vil si at mangel på selvbevissthet kan gi utslag i at lærere utøver praksis som ikke er i tråd med deres oppfatninger. Det er først når lærerne får mulighet til å diskutere/setter ord på slike uoverensstemmelser at oppfatninger og/eller undervisningspraksis kan endres.

Oppfatninger er, sett i lys av McLeod kategorier (figur 4), definert til å være de mest kognitive og stabile innenfor det affektive området. Det vil dermed antas at oppfatninger også er det området det er vanskeligst å endre. I den sammenheng kan Thompsons (1992) teoretisk rammeverk i forhold til endring av læreres oppfatninger være aktuell. Thompsons (1992) forskning identifiserte tre nivå i lærerendring der hvert nivå kjennetegnes av oppfatninger om hva matematikk er, hva det innebærer å lære matematikk, undervisningsmetoder i matematikk, lærer og elevers rolle, kriterier for elevers kunnskap samt kriterier for bedømmelse av riktighet når det gjelder matematisk resultat.

Pehkonen (2003) har i sin artikkel bearbeidet og utviklet en modell basert på Thompson (1992) tre nivå når det gjelder utvikling av læreres oppfatninger (tabell 2.1). Modellen er forstått som en kategorisering av oppfatninger holdt av lærere på ulike nivå, og er høyst aktuell i denne oppgaven, da den utgjør en del av kommunikasjonsuniverset.

	Hva er matematikk?	Hva innebærer innlæring av og undervisning i matematikk?	Hva er elevens og lærerens rolle?	Hva er kriteriene for å vurdere riktig svar?	Hva går problemløsning ut på?
N I V Å O	Bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner Matematisk kunnskap innebærer mekaniske og prosedyremessige ferdigheter.	Memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer. Undervisningssekvenser som angår temaer og ferdigheter spesifiseres i ei lærebok.	Læreren er den som beskriver veletablerte tilnæringsmåter. Elevene imiterer dette.	Læreren er autoritet ved vurdering av riktighet. Korrekte svar er målet for undervisningen.	Å komme frem til svar på "historieproblemer". Å hjelpe elevene til å bruke de riktige prosedyrene.

N I V Å 1	Regler styrer alt matematisk arbeid. Vurdering og forståelse av de begrepene og prinsippene som ligger til grunn for reglene.	En stadig større bevissthet om hvordan man bruker de representasjonene undervisningen inneholder. Bruk av manipulative grep i undervisningen.	Støtte for synet om at "matte er gøy". Stort sett samme nivå som 0. Læreren retter oppmerksomheten mot logikken bak reglene. Elevene får en viss forståelse.	Autoriteten år det gjelder om et bestemt svar er riktig eller ikke ligger fremdeles hos eksperten (læreren).	Oppfattes som en spesiell ingrediens i fagplanen. Læres bort "for seg". Problemene har ingen forbindelse med de matematiske temaene som studeres.
N I V Å 2	Forståelse av matematikk som et komplekst system av flere begreper, prosedyrer og representasjoner med relasjoner seg imellom.	Undervisning for forståelse. Forståelse skapes ut fra et engasjement i den prosessen som bruken av matematikk innebærer.	Læreren styrer elevenes tenking på en matematisk produktiv måte. Læreren lytter til elevenes ideer. Elevene får gi uttrykk for ideene sine.	Å drive med og jobbe med matematikk er målet med undervisningen. Det er elevene som selv kontrollerer svarene sine.	Problemløsning oppfattes som en undervisningsmetode. Undervisning via problemløsning.

Tabell 2.1 Pehkonen beskrivelse av Thompson tre nivåer

Modellen kan ses i nær sammenheng med det Ernest (1989b) beskriver som instrumentelle, platoniske eller problemløsende oppfatninger av matematikkens natur. Videre kan den ses i lys av hva Van Zoest et. al. (1994) viser til som oppfatninger knyttet til undervisning.

Modellen beskriver også oppfatninger tilknyttet lærerens og elevens rolle, noe som kan kobles til Ernest (1989b) kategorisering av oppfatninger om læring (se tabell 2.0).

Muijs & Reynolds (2015) knytter læring til begrepene *connections*, *transmission* og *discovery*. *Connection* innebærer oppfatninger som involverer sammenhenger og forklaringer, i tillegg til å kunne velge effektive fremgangsmåter for å løse et matematisk problem eller utføre en matematisk beregning. Denne tilnærmingen vil også oppmuntre elever til å koble matematiske utfordringer til realistiske problem.

Begrepet *transmission* viser til oppfatninger der det viktigste er at elever først, gjennom standardiserte tilnærmingsmåter og rutiner lærer seg aritmetiske ferdigheter som er ansett som effektive. Disse ferdighetene danner da grunnlaget for videre arbeid med oppgaver av mer problemløsende art. Det som kjennetegner begge disse oppfatningene er på hvilken

måte oppgavene blir løst, og om metodene blir ansett som effektive. Til forskjell vil oppfatningen knyttet til *discovery*, der alle metoder anses som akseptable så lenge det foreligger et svar, ikke være knyttet til kravet om metoden er effektive eller ikke. Her vil elevene være de som skal finne metoder via omfattende bruk av praktiske erfaringer (Muijs & Reynolds, 2002). I likhet med de tre nivåene (Thompson, 1992) vil dette kunne si noe om synet informantene har til matematikk.

Oppfatning som begrep bruke ofte på en uklar måte i litteraturen. Pehkonen (2003) påpeker at *hvordan* oppfatninger beskrives og defineres, er av stor betydning. Slik oppfatning er brukt i denne sammenheng, viser det til informantenes subjektive oppfatninger knyttet til matematikk som helhet. Det er de bevisste *forestillingerne* informantene gir uttrykk for det ønskes å gå nærmere inn på. Sammen med læreres undervisningskunnskap vil dette kunne belyse viktig aspekt i forhold til læring og undervisning i matematikk.

2.4.2 Strukturene i oppfatningssystemet

Strukturen i et kunnskapssystem og i et oppfatningssystem har noen essensielle forskjeller. I et kunnskapssystem er målet å få frem en indre logikk, som er et grunnleggende krav til kunnskap. Et oppfatningssystem viser til individets forsøk på å være logisk basert på egne logikkregler og egne aksiomer (Pehkonen, 2003).

Basert på forskningen til Green (1971) trekker Thompson (1992) frem tre dimensjoner som beskriver oppfatningssystemet. Den første dimensjon defineres som en kvasilogisk struktur. Thompson begrunner dette med at et individs oppfatninger struktureres i primæroppfatninger og sekundæroppfatninger. Det vil si at en primær oppfatning eksempelvis kan være at *læreren er den som viser og beskriver etablerte tilnæringsmåter i matematikk*, som igjen utleder til en sekundær oppfatning om at *læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla*.

Den andre dimensjon viser til oppfatningenes psykologiske betydning. En oppfatnings psykologisk styrke vil således være graden av overbevisning de innehar hos individet, og graden vil variere fra oppfatning til oppfatning. Det vil videre påpekes at jo sterkere psykologisk styrke en oppfatning har, jo vanskeligere vil den være gjenstand for endring

(Pehkonen, 2003). Dette illustrerer han med at oppfatninger knyttet til god matematikkundervisning har vært så dypt rotfestet at overflatiske endringer (eksempelvis nye fagplaner, undervisningsmaterialer og andre ytre betingelser) ikke har kunne påvirke læreres oppfatninger. Videre vil endrede betingelser kunne tolkes inn i allerede eksisterende oppfatninger en lærer måtte inneha.

Den tredje dimensjon viser til at oppfatninger ikke nødvendigvis trenger å ha forbindelse med hverandre, men at de derimot kan være løst sammenkoblet. Green (1971) referert i Pehkonen (2003:161) uttrykker at; "Ingen har en oppfatning som er uavhengig av alle andre oppfatninger. Oppfatninger forekommer alltid sammen i aggregater eller grupper". Klyngestrukturen kan bidra til at oppfatninger i et individs oppfatningssystem er med på å forklare selvmotsigende oppfatninger om et fenomen. Eksempelvis vil en oppfatning om at løsningen på en matematikkoppgave enten er riktig eller gal, kunne være en selvmotsigelse til oppfatningen av at en ikke nødvendigvis trenger å få rett svar så lenge konseptet i matematikken forstås. Begge oppfatningene tilhører forskjellige klyngestrukturer, og det vil antageligvis oppstå en forstyrrelse når disse to opptrer sammen.

2.4.3 Lærers oppfatning av matematikkens natur

Oppfatninger, som nevnt tidligere, defineres som våre mest grunnleggende forestillinger og tanker (Streitlien et al. 2001). Begrepet oppfatninger har imidlertid vist seg å være vanskelig å definere, da de oppleves som en form av "taus kunnskap" som trer frem i enhver undervisnings- og innlæringsituasjon (Pehkonen, 2003). Polanyi (2000) definerer taus kunnskap som en del av vår erfaringsbakgrunn som vanskelig lar seg uttale. Den fungerer som en innsikt vi ubevisst bruker for å forstå handlinger og situasjoner. Pehkonen (2003) hevder videre at disse gjerne opptrer som en skjult faktor i klasserommet, som igjen styrer kvaliteten på matematikkundervisningen og matematikkinnlæringen.

Ernest (1989b) definerer oppfatninger om matematikkens natur inn i tre ulike retninger; problemløsende, platonisk og instrumentell. Det problemløsende synet innebærer at matematikk blir sett på som en prosess, hvor spørsmål blir stilt og kunnskap utvikles. Matematikk fremstår dermed ikke som et ferdig produkt, da resultatet gjenstår til bearbeidelse. Et platonisk syn vil være å se på matematikken som et formelt system, der den

utgjør en samlet kunnskapsenhet og er relativt statisk. Forståelse av det matematiske innholdet er essensielt, og her vil oppmerksomheten rettes mot logikken bak reglene. Den siste retningen/synet ser på matematikken som en nyttig, men et ikke-relatert sett av fakta, regler og ferdigheter. Matematikk innebærer da mekaniske og prosedyremessige tilnærming, som sammenlignet med en verktøykasse er hensiktsmessig å bruke.

2.4.4 Lærerens oppfatning om undervisning og læring i matematikk

Oppfatninger om undervisning og læring er av Ernest (1989b:11) definert som læreres mentale modeller, og påpeker at; "The importance of these models is the powerful impact they have on the way in which mathematics is taught in the classroom". Dette innebærer at oppfatninger vil være et sentralt aspekt i forhold til hvordan det matematiske klasserom er utformet. Videre hevder han at innflytelsen av disse modellene blant annet inkluderer hvordan valg av matematiske oppgaver, behandling av elevers misoppfatninger og aksept for elevers egne ideer, gjøres med hensyn til etablerte teorier og forskning på området. Ernest (1989b) argumenterer for at det kan være hensiktsmessig å klassifisere disse forestillingene, da de utgjør et sett med ideer som påvirker lærerens undervisningspraksis (eller som læreren modellerer sin adferd etter).

Van Zoest et. al. (1994) skisserer tre viktige aspekter i forhold til oppfatninger om undervisning i matematikk. Første aspekt omhandler oppfatninger knyttet til instrumentell tilnærming, der det å beherske innhold og mestre ferdigheter er det sentrale. Andre aspekt viser til en oppfatning om at målet er å skape forståelse av det matematiske innholdet. Tredje og siste aspekt har som mål med undervisningen at elevene involveres i matematiske prosesser, og utvikler seg som problemløsere (Fauskanger, 2016).

Ulike syn på hvordan matematikk kan bli undervist i forhold til lærerens oppfatninger er også identifisert av Kuhs & Ball (1986). De trekker frem fire karakteriske perspektiver når det gjelder undervisningsformer, definert som; *elevfokusert*, *innholdsfokusert med vekt på forståelse*, *innholdsfokusert med vekt på prestasjon* og *klasseromsfokusert*.

Et elevfokuset syn vil si at det er elevens aktive involvering som er det sentrale. Læreren rolle vil blant annet være å legge til rette undervisningen ved å stille interessante spørsmål og skape situasjoner for undersøkende aktiviteter. I det innholdsfokuserte synet med vekt på forståelse vil det matematiske innholdet være det sentrale, samtidig som elevenes forståelse vektlegges. I følge Kuhs & Ball (1986) vil skillet i de to synene på undervisning være at det elevfokuserte tar utgangspunkt i elevenes tanker og ideer, mens det er den matematiske strukturen som danner grunnlaget i det innholdsfokuserte.

Det matematiske innholdet vil også være det sentrale i et innholdsfokusert syn med vekt på prestasjon. Kuhs & Ball (1986) identifiserte her læreren undervisning som instrumentell, der etablert regler og rutiner i matematikk overføres til elevene. Elevene vil være passive mottakere av kunnskap og løse oppgaver ved bruk av modeller presentert av lærer. I det siste perspektivet på hvordan matematikk kan undervises er organiseringen av *selve* undervisningen i fokus. I følge Kuhs & Ball (1986) vil denne tilnærmingen nødvendigvis ikke være knyttet opp til et spesifikt emne, ei heller hva som er nødvendig kunnskap for lærere i matematikk. Derimot vil kunnskap om læreplanverket være av stor betydning. Effektive lærer vil fra et slikt perspektiv være de som er flinke til å forklare, tildele oppgaver og tilrettelegge omgivelsene slik at klasserommet innbyr til et godt læringsmiljø (Kuhs & Ball, 1986).

Kuhs & Ball (1986) undervisningsformer kan ses i sammenheng med det Skemp (1976) kategoriserer som instrumentell og relasjonell forståelse i matematikk. Der en relasjonell forståelse handler om å vite *hva* og *hvorfor*, vil en instrumentell forståelse beskrive en anvendelse av matematiske regler og prosedyrer uten å vite *hvorfor* dette fungerer. Det er imidlertid ikke noe definitivt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse, og Skemp (1989) fremhever at i sin egen kontekst kan regler og prosedyrer være enklere å forstå. Dette synet støttes av Beswick (2012), som poengterer at læreres oppfatninger er kontekstavhengig. En lærers oppfatninger kan dermed relatertes til flere av kategoriene, og det kan være flere forhold som spiller inn og veier tyngre i undervisningen av matematikk.

Nært tilknyttet oppfatninger om undervisning ligger oppfatninger om læring. Ernest (1989b:10) skiller mellom tre aspekt der; A) læring som passiv mottakelse av kunnskap viser til et instrumentalistisk syn, B) et platonisk syn på læring bli sett på som aktiv konstruksjon av forståelse, og C) læring blir sett på som selvstendig utforsking. Dette kan ses i sammenheng med Thompson (1992) nivåer beskrevet i tabell 3.1, der nivå 0 henstiller til en instrumentalistisk tilnærming, nivå 1 beveger seg inn i et platonisk syn og nivå 2 viser til en problemløsende tilnærming.

2.4.5 Lærers oppfatning av undervisningskunnskap

Fives & Buehl (2008) retter søkelys mot læreres oppfatning av undervisningskunnskap, og utvider med dette feltet som omhandler læreres epistemologi. Der forskning hovedsakelig har vært tilknyttet oppfatninger om matematikkens natur, undervisning og læring i matematikk, er det få studier som fokuserte på læreres oppfatning av undervisningskunnskap. På bakgrunn av dette foreslår Fives & Buehl (2008) at læreres oppfatning om *hva* de trenger å vite også bør inkluderes i læreres personlig epistemologi.

Mosvold & Fauskanger (2013) støtter dette synet. De hevder at læreres oppfatninger kan knyttes til spesifikke områder, der undervisningskunnskap i matematikk utgjør en del av denne. Med utgangspunkt i Van Zoest (1994) modell tilføyde Mosvold & Fauskanger (2013:55) et fjerde element (figur 2.2), der læreres oppfatning om undervisningskunnskap er inkludert.

Oppfatninger om matematikk (Ernest, 1989)	Oppfatninger om matematikkundervisning (Van Zoest et al., 1994)	Oppfatninger om læring av matematikk (Ernest, 1989)	Oppfatninger om undervisningskunnskap i matematikk (Fives & Buehl, 2008, 2014)
Instrumentalistisk	Innholdsfokusert, med vektlegging på prestasjon	Mestre ferdigheter, passiv mottagelse av kunnskap	Huske innhold
Platonisk	Innholdsfokusert, med vektlegging av forståelse	Aktiv konstruksjon av forståelse	Forstå innhold
Problemløsende	Elevfokusert	Selvstendig utforsking	Regulere og differensiere

Tabell 2.2 Beswick modell, oversatt og bearbeidet av Mosvold & Fauskanger (2013:55)

Oppfatninger kan, som nevnt tidligere, fungere både som filter, rammer og veiviser (Fives & Buehl, 2014). Som filter kan oppfatninger være påvirket av hvordan informasjon og erfaringer tolkes og forstås hos den enkelte lærer. Eksempelvis kan en lærer bli presentert for spesialisert undervisningskunnskap, der denne kunnskapskomponenten ikke blir oppfattet som viktig i forhold til egen praksis. Det antas da at det ikke vil bli jobbet for å tilegne seg denne kunnskapen (Fauskanger, 2016). Oppfatninger som ramme er tilknyttet valg når undervisning planlegges, og i følge Fauskanger (2016) kan dette være knyttet til valg av oppgaver som anses som gode og meningsfulle for elevene. Er målet med undervisningen at elevene skal mestre innhold, vil det være utfordrende å bli presentert for ideer til undervisningen som fremmer selvstendig utforskning. Siste moment viser til at oppfatninger styrer læreres handlinger, der en oppfatning om læring som selvstendig utforskning vil gjøre at læreren planlegger slik at utforskning er mulig.

Kapittel 3 Forskningsdesign og metode

The surprising empirical fact F appears and is detected. But if hypothesis H were approximately true, then the appearance of F would follow as a matter of course. Hence, there is reason to believe that H provides a plausible explanation of F's appearance (and that this explanation may be worthy further investigation).

(Haig, 2008, sitert i Watts & Stenner, 2012:39)

Kapittel 3 beskriver denne oppgavens forskningsdesign og valg av metode. Her vil det bli redegjort for hvilke valg og vurderinger som er tatt i forskningsprosessen. Først begrunnes valget av metodisk tilnærming, for så å presentere metoden for datainnsamling. Kapitlet redegjør også for etiske betraktninger, samt vurdering av forskningens validitet og reliabilitet.

3.1 Forskningsdesign

Forskningsdesignet utgjør den overordnede planen i en undersøkelse. Med utgangspunkt i det filosofiske perspektivet går veien via forskningsstiler til metoder for datainnsamling. Forskningsdesignet inneholder "alt" som knytter seg til en undersøkelse. *Hva* som skal undersøkes, *hvem* som skal undersøkes og *hvordan* undersøkelsen skal gjennomføres er sentrale elementer i et forskningsdesign (Johannesen, Tufte & Christoffersen. 2016).

Avgjørelsen om forskningsdesign tar utgangspunkt i en problemstilling. I denne masteroppgaven er subjektivitet et sentralt aspekt, og muligheten for å kunne studere subjektivitet knyttet til et tema, har for meg vært avgjørende i valg av forskningsmetode. Temaet i oppgaven er knyttet til matematikklærere og de subjektive oppfatningene de har i forhold til matematikk som helhet. Fokuset har ikke vært å finne ut *hvor mange* ulike oppfatninger en gruppe lærere er i besittelse av, noe som kjennetegner kvantitativ

forskning, men heller *hvordan* ulike syn kan ha betydning for læring og undervisning i matematikk.

Med ønske om å studere subjektivitet, samt gå i dybden og få en større forståelse for et fenomen ble en Q-metodisk tilnærming valgt. Formålet med Q-metodologi er ønsket om å avdekke og forstå den enkeltes subjektive erfaring av et gitt tema. Metodens filosofi og fremgangsmåte legger grunnlaget for å forske på subjektivitet på en systematisk og vitenskapelig måte (Thorsen & Allgood, 2010).

Størksen (2012) poengterer at Q-metoden forener elementer fra kvalitativ og kvantitativ forskning, og kan være brobygger mellom forskning og praksis. Thorsen & Allgood (2010) fremhever abduksjonsprinsippet, og at det i Q-metodologien handler om å oppdage (nye) meningsmønstre basert på informantenes subjektive ståsted. I all hovedsak vil en Q-metodologi sies å være kvalitativ med fenomenologiske trekk, der det søkes å finne essensen på tvers av individuelle erfaringer. Thorsen & Allgood (2010) forklarer med dette metodens egnethet til å studere tanker, holdninger, forståelse og erfaringer fra den enkeltes utgangspunkt, slik at personlige referanser og nyanser kommer til syne.

En studie basert på Q-metodologi er bygd opp etter en fast struktur bestående av fem trinn. I første trinn klargjøres "*concourse*"¹, som ifølge Thorsen & Allgood (2010) utgjør den totale flyten av meninger og utsagn om et tema. Neste trinn er å utvikle et "*Q-sample*"² som er ensbetydende med påstander og utsagn representativt for kommunikasjonsuniverset. Tredje trinn består av utvelgelse av informantene i undersøkelse, og er referert til som "*P-set*"³. I fjerde trinn sorterer P-utvalget, etter en gitt instruksjonsbetingelse, Q-utvalget i en sorteringsmatrise. Siste trinn består av analyse og tolkning av resultatene (Thorsen & Allgood, 2010).

¹ Heretter referert til som kommunikasjonsunivers

² Heretter kalt Q-utvalg

³ Heretter kalt P-utvalg

I og med at mine undersøkelser er gjort på egen arbeidsplass, knyttes det både fordeler og ulemper i forhold til å forske i eget miljø. Thagaard (2009) poengterer at tilknytning til miljøet det forskes på både kan være en styrke og by på utfordringer.

Nærhet til enhetsleder, lærere og skolen har sannsynligvis vært en styrke, da rekruttering av informantene er opplevd med positivitet og imøtekommelse. Forskning i eget miljø vil også på den ene side kunne gi større forståelse for informantenes syn i forhold til tema. På den andre side kan det være en utfordring at jeg som forsker overser nyanser som ikke er i samsvar med egne erfaringer.

Konsekvenser, fordeler og ulemper er blitt grundig vurdert. Blant annet er forutinntatthet og forkunnskaper om skole og miljø tatt med som underliggende aspekt i forhold til å gi et reelt og mest mulig riktig bilde i analysen. Her er det viktig at jeg skiller mellom rollen som kollega og forsker, på lik linje som om forskningen var gjort på skoler jeg ikke har noe tilknytning til.

3.2 Valg av metode

Q-metodologi har sine røtter i psykologien, og bygger på tradisjonene innenfor både konstruktivisme og konstruksjonisme. Der konstruktivismen vektlegger de individuelle, personlige og psykologiske aspekt når det gjelder meningsskaping, vil konstruksjonisme fremheve det sosiale og sosiologiske aspekt når en skal danne en mening (Watts & Stenner, 2012). Metoden ble utviklet av William Stephenson i 1935 som en motpol til datidens naturvitenskapelige tradisjon. Stephenson argumenterte for at disse metodene reduserte menneskers tanker, følelser og adferd til objektive målinger, der det særegne ved enkeltmenneske ikke kom til uttrykk (Thorsen & Allgood, 2010). Videre fremheves det at;

Q-methodology is a useful tool for conducting research in the constructionist tradition. It allows the main or majority viewpoints to be identified relative to a subject matter and for these knowledge structures to be rendered empirically observable. (Watts & Stenner, 2012:46)

Der kvantitative metoder undersøker korrelasjon mellom tester og variabler for å finne normaliserte og tilnærmet objektive sannheter, vil det i Q-metoden være korrelasjon mellom deltakernes helhetlige syn som danner grunnlaget for analysen. Q-metoden anses derfor å være delvis kvantitativ, men dens hovedtyngde vil oppfattes som en kvalitativ forskningsmetode (Thorsen & Allgood, 2010).

Kvalitative metoder hører vanligvis til den hermeneutiske tradisjon, og ifølge Postholm (2010:23) representerer kvalitativ forskning " ...et ståsted som innebærer at kunnskap og forståelse blir skapt i sosial interaksjon". Hermeneutikk vil dermed representere en fortolkningsbasert tilnærming, der et kvalitativt design vil gi mulighet for å studere et fenomen i dybden.

Kvalitativ forskning er ofte induktiv. Teorien utvikles fra data, basert på et prinsipp om at empirisk forskning defineres som eksplorerende. I motsetning til deduktiv, hvor teori testes i forhold til data, vil en induktiv tilnærming teste hypoteser som er avledet fra teori og/eller ta utgangspunkt i hypoteser (Thagaard, 2009).

Mellom induktive og deduktive tilnærminger finner vi abduksjon, som har sitt tyngdepunkt mellom empiribasert fortolkning og etablerte teorier. Thagaard (2011) poengterer at forskningen preges av et samspill mellom induktiv og deduktiv tilnærming, der analyse av data har en sentral plass i forhold til å utvikle idéer. Abduksjon knyttes også til forskerens forforståelse og teoretiske forankring med hensyn til hvordan data kan forstås.

3.3 Q-metodisk forskningsprosess

I forhold til utdanningsforskning er Q-metoden en noe mer ukjent metodikk, men dens egnethet for vitenskapelig forskning på subjektivitet har vært et hovedargument for at jeg ønsker å benytte meg av metoden. Gjennom Q-metoden ønsker jeg å finne svar på problemstillingen gjennom abduksjon og det skapende, fremfor det bekreftende eller forklarende.

Tre sentrale begrep i Q-metoden er *kommunikasjonsunivers*, *subjektivitet* og *operant subjektivitet*. Stephenson (Wolf, 2010) mente at subjektivitet er atferd, med begrunnelse i at den ikke kan observeres av andre. Den er en indre erfaring, sett fra en persons eget ståsted. Videre hevdet Stephenson at subjektivitet er en del av et kommunikasjonsunivers opplevd som en persons egne erfaringer, og at slike erfaringer oppstår kontinuerlig – inkludert i et Q-eksperiment (Wolf, 2010). *Operant subjektivitet* henviser til modus eller vane ved subjektiv atferd. I Q-metodologi studeres atferdsmodusen innenfor et emnet, og er det subjektive motstykke til den objektive og observerte atferd (Wolf, 2010).

Kommunikasjonsuniverset referer til mulig kommunikasjon rundt et tema. I Thorsen & Allgood (2010:18) innebærer dette “... *samlingen av all stimuli, språklig eller på annen måte, der individer kan uttrykke preferanser*”. Her vil blant annet holdninger, oppfatninger, verdier, meninger være uttrykk for subjektivitet.

Et kommunikasjonsunivers er prinsipielt uendelig, sett i lys av subjektivitet. Stephenson (Wolf, 2010) argumenterer likevel for at subjektivitet er reduserbart til utsagnspopulasjoner av kommunikasjon.

Reduserbarhet er en særlig utfordrende forestilling, gitt at det uendelig er omfanget av kommunikasjonsunivers og subjektivitet. Hvert begrep er analytisk tydelig, men fullt ut gjensidig implisert i det andre. Subjektivitet som er redusert til kommunikasjonsunivers gjør kommunikasjonsuniverset levende. Kommunikasjonsunivers kondenserer subjektivitet på samme måte som en kald vindusflate kondenserer fuktighet, og subjektivitet er liv pustet inn i kommunikasjonsuniverset. (Wolf, 2010:33)

Shinebourne (2009) fremhever også at Q-metoden er ansett som spesielt egnet for å forske på utvalg og mangfold av subjektive erfaringer, perspektiver og oppfatninger. Samtidig vil metoden;

...facilitates the identification of similarities, the construction of broad categories of the phenomenon being investigated and the exploration of patterns and relationships within and between these categories. (Shinebourne, 2009:94)

En Q-metodologisk tilnærming vil gi meg mulighet til å undersøke forskjeller og likheter i en populasjon, her matematikklærere. Watts & Stenner (2012) hevder at Q-metoden, gjennom sin abduktive (*abduction*) tilnærming, gir mulighet for påvisning av overraskende empiriske fakta, som andre metoder kanskje ikke ville oppdage. En abduktiv tilnærming har som mål å oppdage og gi ny innsikt, og er designet for å generere teori.

I forhold til problemstillingen vil Q-metoden handle om subjektiv kunnskapsutvikling til lærere i undervisning og læring. Avdekking av subjektive ståsted blant en gruppe matematikklærere, vil kunne si noe om hvilke faktorer som er med på å påvirke læring og undervisning i matematikkfaget. Forskerens abduktive rolle har, ifølge Stephenson (Wolf, 2010), et særegent karakteristiske trekk på hvordan Stephenson så på subjektivitet. På den måten vil Q-metodologi hjelpe forskeren til å forstå individets oppfatninger av en situasjon, hendelse eller tema.

Q-metodologi er basert på to premisser for subjektivitet. Først, ens subjektivitet er kommunikabel, som vil si at den har påvirkning på andre. For det andre vil subjektivitet utløper fra *self-reference*, altså egen erfaring. Det som er viktig i Q-metoden, er ens følelser og meninger i motsetning til andres oppfatninger (Amin, 2000). Dette støttes av Størksen (2012:567) som sier at "... målet er å oppdage subjektive ståsteder, ikke måle personer ut fra forskerdefinerte fenomener og etablerte tester".

Q-metodologi er bygget opp med en fast struktur, og består av fem trinn. Jeg vil i det følgende gjøre rede for hvordan et Q-metoden er gjennomført på bakgrunn i problemstilling og temaområdet.

3.3.1 Valg av tema

Utgangspunkt for all forskning, inkludert Q-metodologi, er interessen for et tema. Wolf (2010) antyder at et Q-studie kan, gjennom sitt karakteristiske særpreg, presentere noe tvetydighet knyttet til emner av interesse. I tillegg til forskerens hovedemnet, vil det også i Q-metoden ligge en interesse for subjektivitet. Hovedemnet kan forstås som et speil hvor Q-metodologi finner ny eller avdekket kunnskap i menneskers forståelser av et tema, og potensialer og muligheter kommer til syne ut fra dette (Wolf, 2010).

Masteroppgaven omfatter tre hovedelementer innenfor valgt tema; matematikkens natur, læring i matematikk er og undervisning i matematikk. Det har vært et ønske om å få større forståelse hvordan hovedelementene kan ha betydning for læring og undervisning i matematikkfaget, samtidig som det gir en mulighet til å fordype seg i et emnet som har vært av interesse i mange år.

3.3.2 Kommunikasjonsunivers

Concourse theory er et viktig element innenfor Q-metodologi. Kommunikasjonsuniverset refererer til den totale flyten av kommunikasjon omkring et aktuelt tema der kommunikasjon har en subjektiv forankring. Til dette knytter det seg et uendelig antall subjektive utsagn, og det vil i forskningsøyemed være umulig å få en fullstendig oversikt over hele kommunikasjonsuniverset. Det vil imidlertid være opp til forskeren å skaffe et godt overblikk i forhold til ulike teoretiske ståsted, forskning og litteratur på området (Størksen, 2012).

Kvalsund & Allgood (2010:49) påpeker at når det er "*... kommunikasjon i en bestemt setting som er selve temaet som studeres, er det viktig å få tak i hva diskursen er eller hva de ulike måtene å uttrykke dette temaet på består i...*". Eksempler på subjektive utsagn utveksles kontinuerlig, i både uformelle og formelle situasjoner, og viser den subjektive selvforståelsen omkring et gitt tema.

Kommunikasjonsuniverset i denne oppgaven vil være aspekter knyttet til læreres oppfatninger av hva matematikk er, og hvordan disse kan knyttes til undervisningskunnskap. Oppfatninger om læring og undervisning er også et sentralt aspekt. De teoretiske modeller presentert i kapittel 2, tidligere forskning på området, og egne erfaringer innenfor området er definert inn i kommunikasjonsuniverset, noe som igjen danner grunnlaget for utarbeidelse av Q-utvalget.

3.3.3 Teoretisk design og Q-utvalg

Med utgangspunkt i kommunikasjonsuniverset blir et Q-utvalg skapt. Q-utvalget består av et sett med utsagn deltakerne sorterer i en matrise. I henhold til Brown (Ellingsen, 2010) er utvelgelsen av utsagn det mest tidskrevende og vanskeligste i forhold til en Q-studie. Dette synet støttes av Donner (2001), som imidlertid poengterer at et Q-utvalg ikke nødvendigvis må dekke alle mulige undergrupper av perspektiver. Donner (2001) presiserer at man bør ha i minne det som er hensikten med et Q-utvalg, og at det som er av interesse er de underliggende kriteriene og perspektivene mennesker har for å ta standpunkt til et tema eller et problem.

Et Q-utvalg vil dermed inneholde utsagn som er representativt for kommunikasjonsuniverset, men i et mindre antall. Det ble her sendt ut et spørreskjema via Forms til matematikklærere i grunnskolen som omhandlet kommunikasjonsuniverset, og som igjen ble omformet til utsagn med tanke på Q-utvalget (vedlegg 1). Å definere antall utsagn i et Q-studie vil være avhengig av tema og informantene, som en tommelfingerregel bør det være flere utsagn enn det er informanter – et antall mellom så få som 20 til så mange som 80 er innenfor det som anses som optimalt (Watts & Stenner, 2012).

Kvalsund & Allgood (2010) påpeker at det er viktig med et balansert Q-utvalg, og ved å bruke et design for å tenke helhetlig og teoretisk vil en kunne balansere ulike perspektiver og synspunkter innenfor det aktuelle temaet. Balanserte utsagn kan forstås som et teoretisk design i forhold til det en tror opererer logisk i en kommunikasjon rundt et valgt tema.

” Fishers-block-design” er ofte brukt i Q-metodologi, og er utviklet som hjelpemiddel for systematisk å velge ut utsagn som på en balansert måte sikrer at tema i kommunikasjonsuniverset blir ivaretatt (Thorsen & Allgood 2010; Størksen 2012; Watts & Stenner 2012). Figur 3.0 viser hvordan bruk av Fisher balanserte blokkdesign er knyttet til prosjektet. Jeg har definert tre effekter i kommunikasjonsuniverset med tilhørende nivåer det ønskes å gå i dybden på.

Effekt	Nivå			Celler
	Instrumentalistisk	Platonisk	Problemløsende	
A Matematikk er	d) Huske innhold	e) Forstå innhold	f) Regulere og differensiere	3
B Læring i matematikk er	g) Passiv mottakelse av kunnskap	h) Aktiv konstruksjon av forståelse	i) Selvstendig utforskning	3
C Undervisning i matematikk er	j) Innholdsfokusert med fokus på prestasjon	k) Innholdsfokusert med fokus på forståelse	l) Elevfokusert	3

Tabell 3.0 Q-design, basert på Fishers Balanced Block Design

Dette teoretiske designet viser de effekter og nivåene som er representativt for kommunikasjonsuniverset, og er beskrevet i kapittel 2. Effektene er valgt på bakgrunn av problemstilling, forskningsspørsmål, teori og forskning på området. Nivåene instrumentalistisk, platonisk og problemløsende er knyttet til effektene, og fungerer som overordnet begrep for alle nivåene. Første effekt er knyttet til matematikk som natur, andre effekt omhandler læring i matematikk og siste effekt sier noe om undervisning i matematikk.

I forhold til utforming av et godt Q-utvalg knytter det seg enkelte prinsipper som kan være retningsgivende (Watts & Stenner, 2012). For det første bør man velge utsagn med *ulik* mening. Utsagn som er tilnærmet like er forvirrende for informantene og kan være vanskelig å ta stilling til i sorteringer. For det andre bør en unngå utsagn som man *forventer* at

informantene vil være enig eller uenig i. Det tredje prinsippet er å prøve å holde utsagnene i samme stil i forhold til enkeltsetninger eller enkeltord. Det anbefales i tillegg, ifølge Watts & Stenner (2012), å utføre en pilotstudie av valgte Q-utsagn, som ytterligere kan være på å gjøre undersøkelsen klar og forståelig.

Med utgangspunkt i Fishers balanced-block design (tabell 3.1), favner designen det teoretiske rammeverk for Q-utvalget og danner en struktur for å balansere utvalget (Kvalsund & Allgood, 2010).

Instrumentell	Platonisk	Problemløsende	Utsagn som ikke er knyttet spesifikt til et nivå		
Ad 3 utsagn	Ae 3 utsagn	Af 3 utsagn	Ad/Ae 5 utsagn	Ad/Ae/Af 4 utsagn	
Bg 4 utsagn	Bh 4 utsagn	Bi 4 utsagn	Bg/Bh 3 utsagn	Bg/Bh/Bi 4 utsagn	
Cj 3 utsagn	Ck 3 utsagn	Cl 3 utsagn	Cj/Ck 5 utsagn	Ck/Cl 3 utsagn	Cj/Ck/Cl 2 utsagn

Tabell 3.1, første utkast av effekter og nivåer med 58 utsagn

Utarbeidelsen av Q-utvalget har vært den største utfordringen, spesielt å klassifisere utsagnene i forhold til de ulike nivåene. På grunn av tidsaspektet var det ikke anledning til å utføre en pilotstudie som anbefalt (Watts & Stenner, 2012), og som tabell 3.1 viser var det flere utsagn det var vanskelig å klassifisere, da de kan knyttes til flere nivåer (instrumentell, platonisk og problemløsende) på sine respektive effekter (A, B, og C). Her ble det valgt å balansere Q-utvalget slik at antall utsagn var likt på hver effekt, med den konsekvens at fire utsagn ble utelatt (tabell 3.2). I kapittel 4 – analysen – vil begrunnelsen av utelatte utsagn bli nærmere diskutert.

Instrumentell	Platonisk	Problemløsende	Utsagn som ikke er knyttet spesifikt til et nivå		
Ad 3 utsagn	Ae 3 utsagn	Af 3 utsagn	Ad/Ae 3 utsagn	Ae/Af 3 utsagn	Ad/Ae/Af 3 utsagn
Bg 3 utsagn	Bh 3 utsagn	Bi 3 utsagn	Bg/Bh 3 utsagn	Bh/Bi 3 utsagn	Bg/Bh/Bi 3 utsagn
Cj 3 utsagn	Ck 3 utsagn	Cl 3 utsagn	Cj/Ck 3 utsagn	Ck/Cl 3 utsagn	Cj/Ck/Cl 3 utsagn

Tabell 3.2, Fisher balanced-blokk design av effekter og nivåer med 54 utsagn

3.3.4 P-utvalg

I Q-metodologi utgjør antall informanter P-utvalget, som er representativt for kulturen hvor kommunikasjonsuniverset er hentet fra, og som kan bidra til ulike subjektive syn gjennom en Q-sortering (Thorsen & Allgood, 2010). Antall informanter vil i Q-metodologien være av mindre betydning da målet verken er å fastslå årsak eller utbredelse av fenomener, men skal gi forskeren en innsikt og forståelse av subjektivitet innenfor et bestemt tema.

The exact constitution of the participant group must also be considered. In some contexts, it may be sensible to strategically sample participants, especially if they seem likely to express a particularly interesting or pivotal viewpoint... In keeping to smaller numbers, therefore, an emphasis on quality is maintained, pattern and consistency can still be detected within the data, and the prospects of publication are also increased. (Watts & Stenner, 2005:79)

Siden Q-metodologi ikke har som siktemål å finne sannheter eller bevis som kan generaliseres, men derimot har som hensikt å finne ulike og like syn innenfor et bestemt tema, er studiens fokus og problemstilling styrende for hvem som skal være informanter.

I utgangspunktet var det fortrinnsvis lærere som underviser i matematikk på barnetrinnet (1. – 7. trinn) som ble forespurt om å delta i studien, og informasjonsskriv (vedlegg 2) ble sendt til skolene i nærområdet via rektor/enhetsleder. Responsen på studiet var meget lav, noe som kan skyldes tidsaspektet og at det er mange forespørsler om å delta i forskjellige

undersøkelser. Jeg måtte dermed rekruttere informanter fra egen arbeidsplass, noe som innebar at utvalget representerer både barnetrinn og ungdomstrinn.

P-utvalget i min oppgave er består av seks lærere som jobber i grunnskolen, og som underviser i matematikkfaget. Det er relativ god variasjon i forhold til alder, kjønn, erfaring og matematikkfaglig kompetanse. Utvalget jobber på samme skole, og er en del av mine kollegaer. De dilemmaene/utfordringene det innebærer å forske på egen arbeidsplass vil bli nærmere omtalt under punkt 3.4 Ethiske betraktninger.

3.3.5 Q-sortering

Q-sortering er en prosess der informantene sorterer og rangerer alle utsagn i en fast matrise ut fra de gitte instruksjonsbetingelsene. Matrisen kalles ofte *forced distribution* (tvungen fordeling), og den har likt antall ruter som kort. Matrisen har færre felt på ytterpunktene og flere felt til rådighet i midtsonen av verdiene, og defineres som en kvasinormal fordeling (Størksen, 2012).

I denne studien ble det valgt en "*flattered/platykurtic*" matrise, der den symmetriske fordeling er fra -5 til +5 (figur 4.4). I følge Watts & Stenner (2012) vil denne være mest hensiktsmessig når informantene utgjør en relativt homogen gruppe, der det kan antas at de har ekspertkunnskap om det aktuelle temaet. De sier videre at ; "...distributon of this type clearly offers greater opportunity to make fine-grained discriminatoins at the extremes of the distribution (where feelings run high), a strategy that allows us to maximize the advantages of our participants excellent topic knowledge" (Watts & Stenner, 2012:80).

I følge Wolf (2010) vil en ferdig Q-sortering gi et rikt og helhetlig bilde. Rikt fordi sammensettingen av utsagn inneholder mye informasjon, samtidig som det skildrer en person sitt ståsted, syn og subjektive sinnstilstand gjennom sorteringsprosessen. Videre kan en hevde at den viser et empirisk bilde, på bakgrunn av informantens tidligere erfaringer (Thorsen & Allgood, 2010; Watts & Stenner, 2012).

3.3.6 Faktoranalyse

Siste steg i en Q-metode består av analyse og tolkning av informantenes Q-sortering. Faktoranalysen ble analysert med programmet PQMethod, der korrelasjon og Q-faktoranalyse benyttes. Her blir alle individuelle Q-sorteringene plottet inn i programmet og analysert ved personsentrert faktoranalyse (Størksen, 2012; Watts & Stenner, 2012; Schmolck 2014). I analysen vil målet være å finne de sorteringene som korrelerer høyt med hverandre, det vil si de av P-utvalget som sorterer Q-utvalget på samme måte (Kvalsund & Allgood, 2010).

Analysen i Q-metoden blir ofte referert til som den vitenskapelige basen, og utgjør en teknisk og objektiv prosedyre. Alle Q-sorteringene går gjennom en korrelasjonsmatrise, som representerer nivåer av (u)likheter mellom hver individuell sortering. Korrelasjonsmatrisen blir deretter faktoranalysert. Informanter som har sortert på lignende måter havner på samme faktor, noe som vil si at de deler samme syn om tema, også kalt faktorladning. Faktorladningen angis for hver Q-sortering, og er et resultat for i hvilken grad hver Q-sortering er tilknyttet hver faktor (van Exel & de Graaf, 2005).

Det ble gjennom PQMethod 2.35 (Schmolck, 2014) foretatt en Q-analyse som innebærer fem steg. I første steg (*STATES*) ble alle utsagn notert i riktig rekkefølge. Sorteringsmatrisen (*QENTER*) ble konstruert i andre steg og de ulike Q-sorteringene ble skrevet inn i programmet.

I tredje steg ble det valgt QPCA (*Principal Components Factor Analysis*). Denne vil automatisk utlede korrelasjonen, og deretter utføre en innledende faktoranalyse som tydeliggjør sammenhengen mellom Q-sorteringene. Dette vil gi råmaterialet for den videre faktorrotasjonen. En av fordelene ved QPCA er at denne gir *eigenvalue* og *forklarende*

varians for hver faktor, noe som er avgjørende i forhold til utvelgelse av faktorer. Statistisk sett vil *eigenvalue* indikerer hvor mange faktorer en skal velge til videre faktorrotasjon, der *eigenvalue* > 1 er likt antall rotasjoner.

Valget om hvor mange faktorer en skal ha med i den videre analysen er knyttet til en faktors *eigenvalue*. *Eigenvalue* indikere faktorens statistiske styrke og forklarende kraft, og blir i de fleste tilfeller blir foretrukket når det gjelder valg av antall faktorer (Watts & Stenner, 2012).

	Urotert Faktor 1	Urotert Faktor 2	Urotert Faktor 3	Urotert Faktor 4	Urotert Faktor 5	Urotert Faktor 6
Eigenvalue	4.0547	0.6459	0.5078	0.3392	0.2487	0.2037
Forklart varians	68	11	8	6	4	3

Tabell 3.3 *Eigenvalue* og forklart varians (%) til de seks urotert faktorene

Som tabell 3.3 viser er det en urotert faktor med en *eigenvalue* over 1. Det gir statistisk indikasjon på å velge rotasjon av en faktor. Tabellen viser i tillegg at den forklarende variansen er 68%, noe som antyder at det innenfor denne faktoren ligger det et hovedsyn. Det er viktig å poengtere at det i faktoranalysen ikke bare er de statistiske argumentene som er avgjørende i valg av faktorløsning. Forskerens rolle vil også være avgjørende i denne prosessen, da det kan ligge syn som er av interesse også i de faktorene som ikke rent statistisk fremtrer som signifikante (Watts & Stenner, 2012).

Korrelasjon mellom faktorene er presentert i tabell 3.4, og viser korrelasjon mellom faktormatrisene til faktorene. Faktorkorrelasjon er relativ høy, og dette indikerer at det er flere likheter mellom faktorene. Dette vil bli ytterligere utdypet i kapittel 5 - diskusjonskapittelet.

	1	2
1	1.0000	0.6406
2	0.6406	1.0000

Tabell 3.4: Korrelasjon mellom faktorene

Videre ble det i steg fire utført QVARIMAX for faktorrotasjon. QVARIMAX klargjør strukturen mellom de valgte faktorene ved å maksimere variansen mellom hver enkelt faktor. En faktorladning kan variere fra -1 (som viser til grad av uenighet) til 1 (som viser til grad av enighet). Denne er basert på statistiske kriterier, og vil ifølge Van Exel & de Graaf (2005) gi klarhet i hva den enkelte faktorløsning representerer. Faktorløsningen velges på bakgrunn av et "simple-structure" prinsipp, der en velger nok faktorer som er meningsbærende og/eller kan forklare et tema. Watts & Stenner (2012) anbefaler at forskeren velger ei faktorløsning som har minst to informanter som lader og definerer faktoren.

Q-sortering	Faktor 1	Faktor 2
1. Tall	0.7630X	0.4502
2. Geometri	0.6420X	0.4401
3. Måling	0.7435X	0.4966
4. Algebra	0.9020X	0.1572
5. Statistikk	0.4288	0.7884X
6. Funksjoner	0.2341	0.9010X

Tabell 3.5: Faktorladninger med X markerer sorteringer som definerer faktoren

Tabell 3.5 viser en oversikt over en tofaktorløsning, der Q-sorteringene som definerer faktorene er merket med X. Faktor 1 er definert av fire Q-sorteringer og faktor 2 består av to Q-sorteringer. Navn på personene som eier sorteringen er anonymisert med fiktive navn. Faktoroppsettet er satt opp slik at faktor 1 representerer Q-sorteringene 1-4, og faktor 2 utgjør Q-sortering 5 og 6. Alle Q-sorteringene i tabellen er markert med X, som viser at alle som har sortert korrelerer signifikant med en av faktorene. I tillegg viser den forklarende variansen for begge faktorene 79%, noe som av Watts & Stenner (2012) defineres som meget bra.

På lik linje med Q-sorteringen, vil faktorbildet tilsvarende være en modell eller et mønster som representerer det teoretiske gjennomsnittsmønsteret av de sorteringene som definerer faktoren (Kvalsund & Allgood, 2010). I en fortolkningskontekst, basert på en abduktiv tilnærming, leter forskeren etter mulige forklaringer på hvorfor informantene har sortert kortene slik det er gjort (Størksen, 2012). For ytterligere utdyping i forhold til informantenes

sortering, anbefaler van Exel & de Graaf (2005) eventuelle oppfølgingsintervjuer – spesielt med tanke på de med høy faktorladning innenfor en faktor.

3.3.7 Faktortolkning

I faktorfortolkningen søkes det å finne underliggende subjektive syn som er fremtredende for hver enkelt faktor. Utgangspunktet i tolkningen er den gjennomsnittlige plasseringen av utsagn hos de som definerer faktoren. Tolkningen for faktorene er fokusert omkring faktorens *factor array* (faktoroppstilling), som gjennom faktorrotasjon viser til normalskår (Z-skår) på en faktor omgjort fra den opprinnelige rangeringen fra sorteringen (vedlegg 9). Faktoroppstillingen er et vektet gjennomsnitt av alle sorteringen som ligger i faktoren, og er som oftest mellom to og fire (Thorsen & Allgood, 2010). Det er dermed ikke de individuelle sorteringene som blir tolket, men faktoren i sin helhet (Brown, 1993).

Q-metoden har få retningslinjer for hvordan resultatene skal tolkes. Brown (1993) poengterer at det er naturlig å beskrive faktorene ut fra likheter og ulikheter, noe som gir mulighet for å danne seg et bilde av meningsinnholdet for hver faktor. Gjennom faktoranalysen blir "*distinguishing statements*" fremtredende, og gir indikasjoner på utsagn plassert signifikant forskjellig i hver faktor. Videre vil "*consensus statements*" også være av interesse, da de forteller forskeren om utsagn plassert likt i hver faktor.

Tolkningsarbeidet blir gjennomført på bakgrunn av abduksjonsprinsippet. Forskeren danner seg hypoteser basert på de subjektive synspunktene som ligger til grunn i faktorene, og får dermed mulighet til å oppdage nye elementer og trekke inn ny teori.

For å få et holistisk bilde av faktorene er det i masteroppgaven valgt å bruke "Crib sheet" i tolkningsarbeidet (vedlegg 10). Dette er en metodisk fremgangsmåte utarbeidet av Simon Watts (Watts & Stenner, 2012), som går ut på å se på hver faktor og faktoren sitt forhold til utsagnene. Metoden gir mulighet for å sette fokus på flere aspekt ved de enkelt faktorer utover ytterpunktene i faktormatrisen, og det sentrale er hvordan faktoren har plassert utsagnene i forhold til de andre faktorene.

I følge Watts & Stenner (2012:153) vil valgte utsagn ikke nødvendigvis være forskjellig statistisk sett, og poengtere at "... that is actually of no consequence at all, provided you don't claim otherwise and as long your interest in the items remains tied to their meaning, significance and function within the factor 1 array".

"Crib sheet" fungere også som en sikkerhetsparaply; en metode for å sikre at det åpenbare ikke går tapt eller blir oversett. Metoden åpner dermed opp for at forskeren kan, gjennom nyansene, finne nyttig informasjon og gjøre nye oppdagelser (Watts & Stenner, 2012).

3.4 Etiske betraktninger

Etiske prinsipper, retningslinjer og regler er viktig innenfor all forskning. Etikken handler om forholdet mennesker i mellom, og all virksomhet som kan få konsekvenser for andre, må bedømmes ut fra etiske standarder. Masteroppgaven baserer seg på datainnsamling i form av Q – sortering gjort av P – utvalget, der personopplysninger og opplysninger sak lagres elektronisk. Dette er meldepliktig, og på bakgrunn av dette ble det sendt søknad til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste, som igjen er blitt godkjent (vedlegg 3).

Med tanke på Q-metoden, der subjektivitet og oppfatning hver enkelt deltaker representerer skal tolkes og drøftes, må forskeren være ekstra påpasselig med at anonymitet sikres. Det vil derfor være viktig at forskeren benytter fiktive navn, og unnlater å beskrive forhold som kan bidra til gjenkjenning av informantene (Thagaard, 2009).

Anonymitet i denne studien hvor informantene kjenner hverandre, vil kunne medføre andre utfordringer sett i forhold til studier hvor det ikke foreligger relasjoner mellom informantene. Dette er hensyntatt og alle informantene er i undersøkelsen tillagt fiktive navn. Det er i tillegg gjort et bevisst valg i å utelate kjønn, alder og erfaring, slik at informantene ikke skal kunne identifiseres.

Etiske problemstillinger er høyst aktuelt når forskning direkte berører mennesker, og det er en nødvendighet å gjøre etiske refleksjoner rundt eget studiet, uavhengig av hvilken metode en bruker. Q-metodologi innebærer i flere etiske aspekter som er viktig å reflektere rundt. Dette gjelder så vel selve studien, utformingen og resultatene, som å ivareta de som deltar. I Q-metodologi er muligheten for å studere subjektivitet i dybden essensiell. Dette innebærer at en må være ekstra oppmerksom på at informantene kan gi opplysninger de opplever som sensitive i gitte situasjoner. Informantene i studien har valgt sin egen kode som knytter dem til sine sorteringer og skjema, og som dermed styrker anonymiteten i P-utvalget.

Et like viktig aspekt som ses i sammenheng med ivaretagelse av informantene, er å ikke utsette informantene for risiko og vondt, samt å opptre respektfullt (Thagaard, 2009). I denne studien vil deltagelse ikke utgjøre noen risiko for informantene. Det vil derimot være vesentlig at forskeren opptre respektfullt ovenfor de ulike oppfatninger som kommer frem. Her vil det i størst mulig grad være å ivareta informantene slik at de unngår å føle seg krenket, uthengt og/eller irettesatt. Dette vil være spesielt viktig når resultatene fremstilles og drøftes.

Thagaard (2009) påpeker at det kan være motsetninger til det overnevnte. Dette på bakgrunn av prinsippet om at forskning skal føre til goder eller utvikling til det bedre. Der forskningen blir sett på som en positiv utvikling, innebærer det samtidig at den skal være koblet til forskningens formål og rettferdiggjørelse av studien. Fokuset denne studien har på undervisningskunnskap og oppfatninger knyttet til fenomenet matematikk, kan bidra med (nye) tanker og refleksjoner. Til tross for at funn kan bidra til informasjon som fører til utvikling innenfor fenomenet, kan det ikke utelukkes at enkelte måler sine oppfatninger opp mot de andre i gruppen. Et annet viktig aspekt er informantens rett til selvbestemmelse og autonomi (Johannessen et. al. 2016). Vedlegg 2 viser hvordan jeg har utformet informasjonsskriv, som hver enkelt informant har mottatt og returnert underskrevet.

Allgood & Kvalsund (2010) anbefaler at man redegjør for hvordan forskeren kan påvirke subjektivitet og resultater i en Q-studie. I utvelgelse av Q-utsagn står forskeren ansvarlig for valgene. Forskerens subjektivitet vil dermed, på bakgrunn av personlig erfaring og/eller teoretisk forankring, kunne påvirke resultatet. Subjektivitet til både forskeren og informanten står i et dynamisk forhold til hverandre, og det vil ikke bare være informantens subjektivitet som blir synliggjort gjennom en Q-sortering, forskerens subjektivitet vil også implisitt ligge nedfelt i valg av utsagn. Det vil være vesentlig at rollen forskeren har forklares, samt hvordan og hvor forskerens subjektivitet har innvirkning på forskningsprosessen. Allgood & Kvalsund (2010:42) påpeker at "... det gjenspeiler at sannheten er kontekstuell og lokal heller enn storslått og universell".

3.5 Relabilitet og validitet i Q – metodiske studier

Innenfor all forskning er kvalitetssikring et vesentlig aspekt, noe som skal sikre at resultatene ikke er blitt til ved tilfeldigheter. I Q-metodologi, som er basert på fenomenologisk-hermeneutisk tilnærming, vil forskeren bli betraktet som det viktigste instrumentet for å sikre kvalitet (Postholm, 2010).

God kvalitet på forskning måles som oftest gjennom reliabilitet (pålitelighet), validitet (troverdighet) og generalisering (overførbarhet). Reliabilitet er knyttet til pålitelighet omkring funnene i undersøkelsen, og vil kunne forsterkes ved gjentatte målinger som gir samme resultat. Dette prinsippet er viktig også innen Q-metodologi, noe som viser seg ved at gjentatte sorteringer under samme betingelser gir samme resultat i faktoranalysen. I følge Brown (1980) vil reliabiliteten i Q-metoden være estimert til et gjennomsnitt på 0.80. Dette indikerer at det ved andre gangs sortering er en relativ høy mulighet av forventet resultat av samme deltager. Faktoranalysen viser reliabilitetskoeffisienten, og i dette studiet er reliabiliteten henholdsvis 0.941 for faktor 1 og 0.889 for faktor 2 (vedlegg 13).

Med et lite P-utvalg vil reliabiliteten svekkes, noe som er tilfellet i denne studien. Imidlertid påpeker Watts & Stenner (2012) at det vil være ved "...the emergence of similar factors. ...when similar Q studies are carried out with identical and closely related groups of participants" kravet om reliabilitet ligger. Det mest sentrale reliabilitetsaspektet vil dermed

kunne være faktorskårene i studien. Watts & Stenner (2012) fremhever videre at det er gjennom fokuset på korrelasjon av informantenes subjektive oppfatninger av et fenomen, det subjektive og kvalitative aspektet ivaretas – samtidig som faktoranalysen representerer objektiviteten i undersøkelsen. Basert på en holistisk tankegang, der det er gjennom korrelasjon av deltagernes subjektive oppfatninger av et fenomen som er det sentrale, vil undersøkelsens pålitelighet dermed ses på som ivaretatt.

Da målet med Q-metodologiske studier er å studere ulike subjektive oppfatninger som et operant emne, vil ikke andelen av hvor mange som følger dem være av interesse (Van Exel & de Graaf, 2005). Det vil derfor ikke være et mål i seg selv å generalisere resultater fra denne studien. Imidlertid vil perspektivet om Q-metoden som et eksplorerende studie, der intensjonen er å skape en dypere forståelse rundt emnet, være av interesse med hensyn til videre forskning.

Validitet bygger på prinsippet om gyldighet, og det påpekes at det i kvalitative undersøkelser først og fremst handler hvorvidt forskningen svarer på studiens problemstilling, samt i hvilken grad forskerens funn reflekterer formålet med studien og representerer virkeligheten (Johannesen et. al., 2016). I Q-metoden måles den subjektive oppfatningen av et fenomen, og dette blir operant i form av Q-sorteringsmønsteret. I denne undersøkelsen er fenomenet hvordan læreres oppfatning av matematikk kan ha betydning for læring og undervisning i faget, og det er deltagernes opplevelse/erfaringer det ønskes å få et bilde av. Det blir dermed problematisk å skulle vurdere gyldigheten til deltagerne subjektivitet, da det ikke er knyttet riktig eller gale svar til en slik Q-sortering (Kvalsund & Allgood, 2010).

På grunn av Q-metodologiens fokus på subjektivitet vil konseptet om validitet ha liten status, siden det ikke finnes eksterne kriterier for vurdering av subjektive oppfatninger (Watts & Stenner, 2012). Det vil imidlertid være mulig å se på validitet i forhold til utvelgelse av utsagn, og om disse representerer kommunikasjonsuniverset på en systematisk og helhetlig måte. I dette studiet ble Q-utvalget redusert fra 58 utsagn til 54 utsagn med hensyn til å få et balansert utvalg. Dette ble gjort i etterkant av sortering, noe som vil bli tatt nærmere opp i kapittel 4.

Q-metoden hevder å kunne fange perspektiver av subjektive ståsted gjennom informantenes Q-sorteringer, med utsagn (Q-utvalg) som er representativt for kommunikasjonsuniverset innenfor et aktuelt tema. Et balansert blokkdesign (*Fishers-block-design*) der effektområdene er nøye valgt ut på bakgrunn av teori, vil kunne styrke forskningens gyldighet (Watts & Stenner, 2012). Videre argumenterer Watts & Stenner (2012) at Q-metodologi vil kunne avsløre en serie av delte ståsted og perspektiver i forhold til *valgt tema*, der den enkeltes subjektivitet bare kan komme fra den enkelte og dermed også må ses på som pålitelig og gyldig.

Kapittel 4 Presentasjon og tolkning av faktorene

Kapittelet gjør rede for tolkningen av to faktorene empirien resulterte i. Det ses på hvilket meningsmønster som trer frem hos hver enkelt faktor. Tolkningen er basert på gjennomsnittsmønsteret for hver faktor som det fremgår av vedlegg 8, samt på bakgrunn av fremgangsmåten "Crib Sheet" (vedlegg 10). Først gis det en kort presentasjon av det teoretiske designet for analyse og tolkning. Deretter redegjøres det for de to faktorene, hvem som definerer den enkelte faktor og hvordan det gjennom "Crib Sheet" er gitt en beskrivelse for de oppfatningene hver faktor kan inneha. Etter presentasjon av faktorene er det lagt inn et avsnitt som tar for seg konsensusutsagn (*consensus statements*) og fremtredende utsagn (*distinguishing statements*), som viser til likheter og forskjeller mellom faktorene.

De funn som fremkommer i denne studien når det gjelder læreres undervisningskunnskap vil i hovedsak bli sett i lys av forskning basert på Shulman (1986) arbeid. Teoretiske perspektiver i forhold til lærerens affektive sider tar utgangspunkt i McCloud (1992), Streitlien et. al. (2001) og Pehkonen (2003) definisjoner og beskrivelser av oppfatninger.

4.1 Tolkning av faktorene

Q-sorteringen viser en modell eller et mønster av informantenes subjektive oppfatning av et tema, og slik vil faktorbildet også representere modellen som utgjør gjennomsnittsmønsteret av de sorteringene som definerer faktoren (Kvalsund & Allgood, 2010). Gjennom tolkning av faktorene vil en kunne få forståelse for hvilket syn som ligger til grunn for hver enkelt faktor, og som danner et felles meningsinnhold rundt temaet. Det teoretiske designet (tabell 4.0) danner utgangspunkt for tolkningen av faktor 1 og faktor 2. Effektene A, B og C utgjør fundamentet, for så videre bli analysert i forhold til nivåene; instrumentell, platonisk og problemløsende.

Effekt	Nivå		
	Instrumentalistisk	Platonisk	Problemløsende
A Matematikk er	d) Huske innhold	e) Forstå innhold	f) Regulere og differensiere
B Læring i matematikk er	g) Passiv mottakelse av kunnskap	h) Aktiv konstruksjon av forståelse	i) Selvstendig utforskning
C Undervisning i matematikk er	j) Innholdsfokusert med fokus på prestasjon	k) Innholdsfokusert med fokus på forståelse	l) Elevfokusert

Tabell 4.0: Fishers block-design til analyse og tolkning

Videre vil Pehkonens (2003) beskrivelse og oversikt over lærerens oppfatninger (tabell 2.1) være sentralt i tolkingen av faktorenes oppfatninger. Her vil den teoretiske modellen være et redskap til klassifisering av faktor 1 og faktor 2 i forhold til modellens nivåer.

Ved bruk av "Crib Sheet" som fremgangsmåte i tolkningsarbeidet blir forskeren tvungen til å sette fokus på flere aspekter ved de enkelte faktorer. Utsagnene vil først og fremst bli plassert i kategoriene; høyest (+5), lavest (-5), høyere enn i annen faktor og lavere enn i annen faktor. Her vil også eventuelle demografisk variabler være gjenstand for analyse (Watts & Stenner, 2012). P-utvalget her er en homogen gruppe som har sitt virke i samme skoleorganisasjon, så demografiske forhold er dermed ikke hensyntatt i tolkingen.

Først i vil de høyst rangerte utsagnene på pluss- (+5) og minussiden (-5) for begge faktorene analyseres, for så å skape en mulig hypotese knyttet til effektene; **A** Matematikk er, **B** Læring i matematikk er, **C** Undervisning i matematikk er. Videre vil effektene bli sett på i sammenheng med nivåene; instrumentell, platonisk og problemløsende. Videre vil det rettes søkelys mot fremtredende (*distinguishing*) utsagn for faktor 1 og faktor 2. Disse vil kunne være med på å verifisere hypotesene dannet på grunnlag av "Crib Sheet".

Som nevnt i kapittel 3, ble fire utsagn utelatt for å få et balansert Q-utvalg. Begrunnelsen for valgte utsagn er gjort etter nøye overveielser i forhold til utsagnets faktorskår, samt hvordan de kan knyttes til tilnærmede like utsagn innenfor egen effekt. De fire utsagnene vurderes til ikke å ha større betydning for den videre tolkningen.

4.2 Analyse av faktor 1

Fire informanter har en signifikant faktorladning på faktor 1: Tall (0.7630), Geometri (0.6420), Måling (0.7345) og Algebra (0.9020). Tall i parentes er faktorladningen til informantene. *Eigenvalue* på faktor 1 er 2.35, og forklarer 39.17 % av variansen i studien (vedlegg 13). Denne faktoren har sitt virke hovedsakelig på barnetrinnet, med en informant som jobber både på barne- og ungdomstrinn. I forhold til matematikkfaglig kompetanse hos informantene strekker den seg fra 30 studiepoeng til en mastergrad i matematikdidaktikk.

I henhold til fremgangsmåten ble utsagnene høyest psykologisk signifikant for faktor 1 gjennomgått. Dette gjelder utsagn både på den positive og negative siden i matrisen.

UTSAGN RANGERT PÅ +5

4	Matematikk er utforskning og eksperimentering
53	Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking
26	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder

Faktor 1 sin sortering av de høyeste rangerte utsagnene favner alle de tre effektene. Utsagn 4 "Matematikk er utforskning og eksperimentering" (Af) viser at faktor 1 ser på matematikkens natur som en dynamisk menneskelig oppfinnelse. Her er matematikken et uoppdaget felt, der det er stor aksept for elevenes egne tilnærminger til faget. Matematikk som natur og som fag blir sett på som praktisk og problemløsende. Forståelse er et nøkkelbegrep, der matematikk blir sett på som et komplekst system som inkluderer at begreper, prosedyrer og representasjoner står i sterk relasjon med hverandre.

Faktor 1 rangering av utsagn 26; "Læring i matematikk starter allerede før førskolealder" (Bi) viser enighet at læring av matematikk starter tidlig, og faktoren antar at elevene allerede har et begrepsapparat før de begynner på skolen. Matematikk er dermed ikke noe ukjent elevene møter i skolen, det er et fenomen de allerede har kjennskap til.

I forhold til undervisning i matematikk viser utsagn 53; "Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking" (Ci) at faktor 1 setter elevene i fokus, og at selvstendig utforskning er høyt verdsatt. Mulighetene elevene har til å bli utfordret på en slik måte som danner forståelse vil for faktor 1 være av stor betydning.

På motsatt side av sorteringsmatrisen, utsagn rangert på -5 for faktor 1 er;

UTSAGN RANGERT PÅ -5

21	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer
48	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen
5	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget

Utsagnene faktor 1 relaterer seg minst med favner også alle tre effektene. Plasseringen til utsagn 21; "Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer" (Bg) og utsagn 48; "Læreboka er et viktig redskap i undervisningen" (Cj/Ck) forteller at faktor 1 ikke assosierer seg med den tradisjonelle oppfatningen om læring og undervisning i matematikk.

Matematikk ses ikke på som et abstrakt puggefag. Utsagn 5; "For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget" (Ad/Ae/Af) rangering kan knyttes til faktor 1 sine forventninger til egne elever, der naturlig anlegg ikke knyttes spesifikt til forståelse og mestring i matematikkfaget.

Etter tolkning av utsagn rangert høyest og lavest for faktor 1 begynte et mønster å tre fram, og det ble dannet et bilde av faktoren. På bakgrunn av dette ble det dannet mulige hypoteser som kan beskrive faktor 1 oppfatninger sett i lys av de respektive effektene A, B og C;

A - Hypotese 1 **Faktor 1 har et problemløsende syn på matematikkens natur**

B – Hypotese 2 **Faktor 1 ser på læring som selvstendig utforskning**

C – Hypotese 3 **Faktor 1 har et elevfokusert syn på undervisning i matematikk**

Hypotese 1 – problemløsende

Hypotese 1 ble med i den videre analysen da jeg tok for meg utsagn 1 – 19, som er knyttet til effekt A. Veien videre var å ta for seg resterende utsagn for å se om noen av disse kunne støtte opp om mine antagelser. Jeg startet på utsagn knyttet til effekt A (Matematikk er), der utsagn rangert mellom -4 og +4 ble tatt med i den videre analysen. Her vil de utsagn rangert høyere eller lavere enn faktor 2 vies spesiell oppmerksomhet i forhold til fremgangsmåten "Crib Sheet".

Allerede i utsagn 1; "Matematikk er å finne riktig svar på et problem" som faktor 1 har rangert på +1 i sorteringsmatrisen, vil en kunne stille spørsmål om faktoren oppfatning om matematikkens natur. Her vil utsagnet være i dårlig samsvar med det problemløsende synet en kan anta faktor 1 har. Imidlertid vil utsagn 3; "Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt" (-1), kunne indikere at det ikke er et fasitsvar faktor 1 relaterer til i utsagn 1. Det å finne riktig svar på et problem oppfattes dermed ikke som en motsetning til synet på matematikkens natur som problemløsende.

Likeledes kan utsagn 2; "Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse" som er innenfor kategorien problemløsende og rangert på +1, rokke ved hypotesen. Det er imidlertid viktig å poengtere at utsagnet befinner seg på den positive siden av matrisen, til tross for at det befinner seg nær nullpunktet.

Utsagn 7; "Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes" (-3), samt utsagn 13; "Matematikk er tall, symboler og formler" (-1), kan være med å stadfeste hypotese 1. Etter en gjennomgang av alle utsagnene fant jeg flere utsagn som kan bekrefte hypotese 1, presentert i tabell 4.1.

Hypotese 1: Faktor 1 har et problemløsende syn på matematikkens natur

Nr.	Utsagn	Plassering
11	Matematikk er sammenhenger og forklaringer	+2
10	Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner	0
16	Matematikk er hovedsakelig et abstrakt fag	-4

Tabell 4.1: Oversikt over utsagn som kan bekrefter hypotese 1.

Basert på tabellen kan faktor 1 styrke sin tilnærming til den problemløsende oppfatningen av matematikkens natur.

Hypotese 2 – selvstendig utforskning

Oppfatninger om læring er knyttet til utsagnene 20 – 38. Utsagn 20; "Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement" (+4) viser at faktor 1 beveger seg inn på det platoniske synet på læring. Her rettes oppmerksomheten mot logikken bak "reglene", og læringen vil gi en viss forståelse for faget. En kan anta at begrepene forklare og resonnement for faktor 1 ses på som problemløsende, selv om den indikerer konstruksjon av allerede etablerte tilnæringsmåter. En mulig forklaring kan være at begrepet resonnement er hyppig brukt i læreplaner, og anses som en viktig egenskap/ferdighet i opplæringen.

Det er imidlertid flere utsagn som kan støtte opp om læring som problemløsende. Både utsagn 31; "Læring skapes når man får utforske og undersøke" (+4) og utsagn 36; "Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla" (-4) kan vise til en oppfatning som tenderer mot selvstendig utforskning.

Utsagn 25; "Læring i matematikk avhenger av en god lærer" er av faktor 1 rangert på 0. Noe som er verdt å merke seg er at en av informantene hadde følgende kommentar til sin rangering; "Mulig denne ikke kom på riktig plass for jeg mener læreren er viktig for læring i matematikk." Dette kan representere informantens syn på viktigheten mellom lærerens undervisningskunnskap og synet på læring som selvstendig utforskning, samt vise at læreres oppfatning av undervisningskunnskap spiller en sentral rolle for elevenes læring.

Tabell 4.2 viser utsagn som er relevant sett i lys av faktor 1 oppfatning av undervisning i matematikk, og kan dermed anses å bekrefte hypotese 2.

Hypotese 2: Faktor 1 ser på læring i matematikk som selvstendig utforsking

Nr.	Utsagn	Plassering
30	Å lære matematikk består av prøving og feiling	+2
33	Læring i matematikk skjer når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder	+2
35	For å lære matematikk må man pugge	-2

Tabell 4.2: Oversikt over utsagn som kan bekrefte hypotese 2

Hypotese 3 – elevfokusert

Utsagnene 39 – 58 er knyttet til oppfatninger om undervisning i matematikk. Utsagn 47; "Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer" (+3) fremhever at faktor 1 verdsetter den individuell og personlige prosessen av matematisk kunnskap hos den som lærer. Det vil også i utsagn 40; "Læreren er den som viser og beskriver etablerte tilnæringsmåter" (-3) ligge antagelser om at det er elevene som er i fokus.

I tillegg vil utsagn 54; "Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder" (+2), samt utsagn 56; "Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar" være styrkende i forhold til faktorens elevfokuserte tilnærming.

Hypotese 3: Faktor 1 har et elevfokusert syn på undervisning i matematikk

Nr.	Utsagn	Plassering
49	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre	+4
52	Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen	+4
39	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle	-3

Tabell 4.3: Oversikt over utsagn som kan bekrefte hypotese 3

4.2.1 Oppsummering av faktor 1

Gjennomsnittsmønsteret for faktor 1 viser at de innenfor de tre effektene har rangert utsagn av høy psykologisk signifikant både på pluss (+5) og minussiden (-5). Som vedlegg 8 viser har effektene tilnærmet lik vektning i sorteringsmatrisen på begge sider av nullpunktet.

Det som karakteriserer faktor 1 er deres tilnærming mot det problemløsende, både innenfor matematikken som natur, og som læring og undervisning i matematikk. Enighet om at matematikk er noe uoppdaget, som læres best gjennom utforskning og eksperimentering er sentralt for denne faktoren. Læring blir sett på som noe elevene selv skaper gjennom selvstendig utforskning, og i samarbeid med andre. Kommunikasjon er dermed et aspekt som er viktig for faktoren. Faktor 1 uttrykker videre skepsis til de mer tradisjonelle tilnærminger til faget, der læring først og fremst er basert på individuelt arbeid, repetisjon og pugging. Likeledes vil synet på undervisning som lærerstyrt, der elevene er passive mottagere av kunnskap, ikke være forenelig med det faktor 1 karakteriserer som viktig.

4.3 Analyse av faktor 2

To informanter har en signifikant faktorladning på faktor 2, Statistikk (0.7884) og Funksjoner (0.9010). Faktor 2 har en eigenvalue på 1.43, og utgjør 23.84 % av den forklarende varians (vedlegg 13). Faktor 2 har undervisning hovedsakelig på ungdomstrinnet, og formell matematikkfaglig kompetanse ligger på 30 studiepoeng.

Det ble utført samme fremgangsmåte for faktor 2 som for faktor 1. Først ble utsagnene med høyest psykologisk signifikant analysert, og for faktor 2 er dette;

UTSAGN RANGERT PÅ +5

25	Læring i matematikk er avhengig av en god lærer
34	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser
49	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre

For faktor 2 er effekt B og C representert. To utsagn er knyttet til læringsdimensjonen, og kan antas er av stor betydning for faktor 2. Videre har faktoren et utsagn tilknyttet effekt C, som omhandler undervisning i matematikk. Utsagn 25; "Læring i matematikk er avhengig av en god lærer" (Bg/Bh/Bi) viser til at læreren har en sentral rolle i forhold til læring. Også utsagn 34; "Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser" (Bg/Bh) retter fokus mot klasserommet som en læringsarena, der læreren som tilrettelegger for et godt læringsmiljø er et viktig aspekt. Dette kan ses i nær sammenheng med utsagn 49; "Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre" (Ci), som vektlegger en undervisningsform der elevene både kan arbeide individuelt, diskutere løsninger med hverandre og reflektere over oppgaver i plenum.

På motsatt side av sorteringsmatrisen, utsagn rangert på -5 for faktor 2 er;

UTSAGN RANGERT PÅ -5

15	Matematikk er vanskelig
39	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle
5	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget

Utsagnene faktor 2 relaterer seg minst med favner effekten A og C. Plasseringen til utsagn 5; "For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget" (Ad/Ae/Af) vil som for faktor 1 ikke være av større betydning, sett i lys av forståelse og mestring. Utsagn 15; "Matematikk er vanskelig" (Ad/Ae/Af) viser at faktor 2 har høy uenighet om matematikk som noe uoverkommelig, noe som kan relateres til læreres undervisningskunnskap. Det antas at det er en sterk sammenheng mellom faktor 2 sin oppfatning om hva matematikk er og rollen læreren har som formidler av relevant matematisk informasjon. Plassering av utsagn 39; "Undervisningen må være styrt og felles for alle" (Cj) er tilknyttet effekt C, og kan vise at faktor 2 vektlegger individuelle og tilrettelagte aktiviteter. Dette i samsvar med utsagn 49, som har høy psykologisk signifikant på den positive siden.

Etter tolkning av utsagn rangert høyest og lavest ble det dannet et førsteinntrykk av faktor 2. På bakgrunn av dette ble det dannet mulige hypoteser som kan beskrive faktor 2 oppfatninger sett i lys av de respektive effektene B og C;

B – Hypotese 1 **Faktor 2 ser på læring som aktiv konstruksjon av forståelse**

C – Hypotese 2 **Faktor 2 har et innholdsfokusert syn, med fokus på forståelse**

For faktor 2 ble det valgt å starte på utsagn knyttet til effekt B (Læring er) på grunnlag av høy psykologisk signifikant på plussiden. Videre ble utsagn tilknyttet effekt C (Undervisning er) gjennomgått, for til sist å se på utsagn som kan gi et bilde av faktor 2 sin oppfatning på effekt A (Matematikk er).

Som med faktor 1 ble hypotesene med i den videre analysen da jeg tok for meg utsagn knyttet til effekt B og C. Jeg startet på utsagn knyttet til effekt B (utsagn 20 – 38) og C (utsagn 39 – 58), der utsagn rangert mellom -4 og +4 ble tatt med i den videre analysen. Utsagn rangert høyere eller lavere enn faktor 1 vies spesiell oppmerksomhet i forhold til fremgangsmåten "Crib Sheet".

Hypotese 1 – læring som aktiv konstruksjon av forståelse

I utsagn 28; "Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok" (+3) vises det på den ene siden, delvis støtte i antagelsen om faktor 2 sin oppfatning om læring som aktiv konstruksjon av forståelse. På den andre siden kan det imidlertid gi antagelser om at læring blir sett på som mestring av ferdigheter, der "å jobbe hardt nok" kobles til det prosedyremessige i faget. Imidlertid vil det i utsagn 21; "Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer" (-1) kunne tenkes at faktor 2 er opptatt av forståelsesaspektet innenfor matematikk, og tenker at for å oppnå forståelse må elevene yte.

Forståelse ligger som et grunnlag for faktor 2, og utsagn 31; "Læring skapes når man får utforske og undersøke" (+4) viser også at faktoren har et delvis problemløsende syn på læring. Utsagn 36; "Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla" (-2), er

definert på nivåene instrumentell/platonisk, og indikerer at læringsaspektet for faktor 2 beveger seg mot det problemløsende.

Videre kan utsagn 26; "Læring i matematikk starter allerede før førskolealder" (0), kan være med å stadfeste hypotese 2 på bakgrunn av at læring er noe som aktiv blir konstruert når elevene begynner på skolen. Dette vil også utsagn 32; "Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter" (0) kunne bekrefte. Etter en gjennomgang ble det funnet ytterligere tre utsagn som kan bekrefte hypotese 1, presentert i tabell 4.4.

Hypotese 1: Faktor 2 ser på læring som aktiv konstruksjon av forståelse

Nr.	Utsagn	Plassering
29	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort	+2
33	Læring skapes når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder	+2
38	Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort	- 2

Tabell 4.4: Oversikt over utsagn som kan bekrefter hypotese 1.

Hypotese 2 – innholdsfokusert syn med vekt på forståelse

Utsagnene 39 – 58 er knyttet til oppfatninger om undervisning i matematikk. Utsagn 58; "For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant" (+4) fremhever viktigheten av læreren sin rolle. Det vil også i utsagn 57; "Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk" (+1) ligge implikasjoner om at det er læreren som er kilden til kunnskap, og som fra sitt ståsted definerer hva og hvordan kunnskapen gjøres tilgjengelig for elevene. Dette støttes i utsagn 40; "Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter" (+1).

Utsagn 48; "Læreboka er en viktig del er undervisninger" (0) er for faktor 2 plassert i den nøytrale delen av matrisen. Det er likevel interessant å se at utsagnet er rangert adskillig høyere enn for faktor 1, og med det utgjør et distinguishing utsagn.

Det vil i utsagn 51; "Det er bra å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før" (+4), ligge antagelser om et elevfokusert syn. Dette kan en også anta i forhold til utsagn 54; "Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder" (+4) som viser en

klar tendering mot et elevfokusert tilnærming. Samtidig er utsagn 54 plassert i begge kategoriene Ck/Cl, og som på bakgrunn av utsagn 48, 57 og 40 antas å ha størst betydning innenfor det innholdsfokuserte synet på læring. Også i utsagn 51 vil det ligge implikasjoner om læres rolle som en viktig faktor i forhold til læring.

Utsagn som er definert i hypotese 2 kan vise en kombinasjon av et innholdsfokusert syn med vekt på forståelse, og et elevfokusert syn på læring. Det vil imidlertid være fokuset på lærerens rolle som kan bekrefte hypotese 2. Dette vises også i utsagn presentert i tabell 4.5, der både utsagn 46 og utsagn 55 er definert i kategorien Ck.

Hypotese 2: Faktor 2 innholdsfokusert med vekt på forståelse

Nr.	Utsagn	Plassering
46	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevens (praktiske) erfaringer	+2
55	En trenger nødvendigvis ikke å få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikk	+1
41	Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære regler og rutiner utenat	-2

Tabell 4.5: Oversikt over utsagn som kan bekrefte hypotese 3

Faktor 2 – oppfatninger om matematikkens natur

For faktor 2 er det i forhold til oppfatninger av matematikkens natur kun fire utsagn som er plassert på den positive siden av matrisen. Høyest rangert på +3 er utsagn 17; "Matematikk er et interessant og utfordrende fag" (Ae/Af). Videre er utsagn 11; "Matematikk er sammenhenger og forklaringer" (Af) rangert på +2. Utsagn 8; "Matematikk er et praktisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer" (Ae/Af), samt utsagn 9; "Matematikk er viktig å lære" (Ad/Af/Ae) er begge rangert på +1.

Det vil for faktor 2 ikke være noen klare indikasjoner for oppfatninger om matematikkens natur, sett i lys av sorteringer gjort på positiv side av matrisen. Som nevnt tidligere antas det at det er en sterk sammenheng mellom faktor 2 sin oppfatning om hva matematikk er og rollen læreren har som formidler av relevant matematisk informasjon. Det ble dermed valgt å se på utsagn tilknyttet den negative siden i matrisen, for å se om det kunne dannes en

hypotese i forhold til effekt A for faktor 2. Her vil også utsagn rangert på -5 bli hensyntatt, for å gi et mest rettfærdig og reelt bilde av faktoren.

Som tidligere nevnt vil utsagn 5; "For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget" (-5) og utsagn 15: "Matematikk er vanskelig" (-5) vise høy psykologisk signifikant på sorteringsmatrisen negative side. Begge utsagnene er tilknyttet alle de tre effektene, og vil dermed ikke kunne vise et tydelig mønster for synet på matematikkens natur.

Utsagn 17; "Matematikk er et utfordrende og interessant fag" (Ae/Af) er rangert på +3, og sett i sammenheng med utsagn 3; "Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt" (Ad) rangering på -3, vil imidlertid tilsa at et instrumentelt syn på matematikkens natur ikke være forenelig med faktor 2 oppfatning.

I forhold til oppfatninger på motsatt side av det instrumentelle, vil utsagn 11; "Matematikk er sammenhenger og forklaringer" (+2) sett i sammenheng med utsagn 17 indikere et problemløsende syn. Her ligger også analysen av utsagn 6; "Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom" (-2) og utsagn 2; "Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse" (-1) som visert til et platonisk syn, være oppfatninger som faktor 2 ikke kjenner seg igjen i. Imidlertid vil utsagn 4; "Matematikk er utforskning og eksperimentering" rangering på 0, ikke kunne støtte opp om antagelsen om at faktor 2 har et problemløsende syn på matematikkens natur.

A – HYPOTESE 3: Faktor 2 har ingen tydelige indikasjoner på spesifikke oppfatninger om matematikkens natur.

Det er på bakgrunn av faktoranalysen vanskelig å lage klar hypotese for faktor 2 innenfor effekt A. Det som er tydelig er at faktor 2 ikke har rangert mange utsagn gjeldende effekt A på den positive siden i sorteringsmatrisen, og en kan anta at faktor 2 ikke anser oppfatninger om matematikkens natur som betydningsfull i forhold til deres virke som matematikklærere. Det analysen tegner, er et bilde av at utsagn rangert på nivå Ae og Af er de utsagn faktor 2 identifiserer seg sterkest med. Dette kan bekreftes i tabell 4.6, som viser en kombinasjon innenfor nevnte nivåene for effekt A;

Hypotese 3: Faktor 2

Nr.	Utsagn	Plassering
8	Matematikk er et praktisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer (Ae/Af)	+1
9	Matematikk er viktig å lære (Ad/Ae/Af)	+1
10	Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner (Ad/Ae)	0
13	Matematikk er tall, symboler og formler (Ad/Ae)	0
7	Matematikk er fakta som må løses og huskes	-2

Tabell 4.6: Oversikt over utsagn som kan bekrefte hypotese 3

4.3.1 Oppsummering av faktor 2

Gjennomsnittsmønsteret for faktor 2 viser at det er innenfor effektene B og C er rangert utsagn av høy psykologisk signifikant på pluss (+5). Høy psykologisk signifikant er på minussiden (-5) har en overvekt knyttet til effekt A, og som vedlegg 8 viser har effektene B og C tilnærmet lik vektning i sorteringsmatrisen på den positive siden av nullpunktet.

Karakterisk for faktor 2 er deres fokus på lærerens rolle sett i forhold til undervisning og læring i matematikk. Sorteringen til faktor 2 viser enighet om at læring skjer best i strukturerte situasjoner, og kan vise til at læreren anses som avgjørende for at læring skal kunne finne sted. Dette vil igjen få betydning for undervisningen, da dette kan indikerer at læreren fungerer som "eksperten" og at det er læreren som først og fremst viser og beskriver etablerte tilnæringsmåter til faget. Det vil også kunne henviser til matematikkundervisning basert på kunnskap om hva som er effektive klasserom.

Kommunikasjon er også et viktig element for faktor 2, der samtale mellom lærer og elev ses på som en forutsetning for læring. Også fokuset på samarbeid er sentralt for faktor 2 og viser at elevenes mulighet for å diskutere ulike løsninger med hverandre er sentralt. Faktor 2 viser også til en skepsis mot den mer tradisjonelle tilnærmingen til faget, og uttrykker at forståelse utgjør et viktig aspekt.

I forhold til effekt A er det som tidligere nevnt, vanskelig få et bilde som tydelig viser orienteringen mot hva matematikkens natur er. Sorteringene til faktor 2 indikerer imidlertid at de ikke identifiserer seg med en instrumentell orientering (1, 3, 7). I forhold til et problemløsende syn stiller faktor 2 seg i den nøytrale delen av matrisen, med unntak av utsagn 11. Også med hensyn til en platonisk tilnærming viser faktor 2 er utsagnene rangert mot midten i sorteringsmatrisen.

4.4 Fellestrekk og forskjeller ved faktorene

Det er en rekke utsagn som skiller faktor 1 og faktor 2, og disse er presentert i vedlegg 11. I forhold til valgte fremgangsmåte (Crib Sheet) vil disse ikke være avgjørende for hvordan tolkningen gjøres. Om en tar utgangspunkt i distinguishing utsagn kan disse lett overskygge viktig informasjon "Crib Sheet" søker å finne. Det kan i etterkant allikevel være nyttig å gjennomgå disse utsagnene, for å se om de kan være med på å verifisere noen av hypotesene en har dannet. Det må imidlertid påpekes at dette ikke trenger å gjelde alle utsagnene, noe som igjen ikke vil tilsi at tolkningene gjort er mangelfulle.

Det er ingen overraskelse at det er mange likhetstrekk mellom faktor 1 og faktor 2 (vedlegg 12), da de utgjør en homogen gruppe og i tillegg arbeider ved samme skole. Det er rimelig å anta at de i ulike kontekster har jobbet og diskutert en del rundt effektene A, B og C som denne studien omhandler.

4.4.1 Likheter mellom faktorene

Rapporten fra faktoranalysen lister opp tilsammen 37 konsensusutsagn, der 24 av disse viser forskjell på en eller mindre. I forhold til denne undersøkelsen er det valgt å se på utsagn faktorene har rangert likt, og som kan vitne om et felles hovedsyn til oppfatningen om matematikkens natur, og undervisning og læring i matematikk.

Det er tydelig at faktorene gir faget høy status, noe som kan bekreftes av utsagn 17; "Matematikk er et interessant og utfordrende fag" (+3) og utsagn 9; "Matematikk er viktig å lære" (+1). Faktorene gir også tydelige signaler om at matematikk i relativ stor grad

oppfattes som et komplekst system (utsagn 11), der en praktisk og problemløsende tilnærming er å foretrekke i forhold til mekaniske og prosedyremessige ferdigheter (utsagn 19 og 16).

Utsagn 52; " Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen" (+4) viser seg å ha høy psykologisk signifikans for begge faktorene. Dette tyder på at faktorene har fokus på hver enkelt elev og at forståelse for faget er høyt verdsatt. Det vil i tillegg kunne indikere at det er i samtale med elevene, vurdering av egen undervisning gjøres.

Det er en rekke konsensusutsagn plassert nært midten av sorteringsmatrisen. Mulige årsaker til dette er at utsagnene har fremstått som tvetydige eller at det generelt er en enighet blant faktorene om å stille seg nøytral og/eller ambivalent til disse. Når det gjelder utsagn 57; "Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk" (+1), er det interessant at dette utsagnets plassering er tett opp til 0 i sorteringsmatrisen. Mulig forbinder faktorene utsagnet med en tradisjonell oppfatning på undervisning, noe som ikke vil kunne relateres til det hovedsyn som er fremtredende i effekt A og B. Dette vil være bli ytterligere diskutert i kapittel 5.

Likeledes vil utsagn 55; "En trenger nødvendigvis ikke få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikk" (+1) kunne antas å ville ha en høyere rangering, men er plassert på en relativt, nøytral svakt enig plassering. Dette kan tyde på at innholdet i utsagnet er sterkere representert i andre utsagn, eller at lærerne stiller seg nøytrale eller ambivalente til dette. Et annet eksempel finnes i utsagn 12; "Matematikk er nødvendig" (0). Det kan være at utsagnet favner om for mange aspekt, og opptrer tvetydig til å oppnå en høy psykologisk signifikant hos informantene.

4.4.2 Forskjeller mellom faktorene

Vedlegg 11 viser at utsagn 4; " Matematikk er utfordring og eksperimentering" utgjøre en signifikant forskjell mellom faktor 1 og faktor 2, samtidig som de kan være med på å stadfeste hypotesen 1 for faktor 1. Ut fra analysen er det slik at tolkningen viser et problemløsende syn på matematikkens natur for faktor 1. Dette trenger ikke bety at faktor 2 ikke har det, men at det kommer klart tydeligere frem hos faktor 1. Utsagn 26; "Læring i

matematikk starter allerede før førskolealder” viser også en signifikant forskjell mellom faktorene.

Ser man videre på utsagn 34; ”Læring i matematikk skjer best i strukturerte omgivelser” og utsagn 40; ”Læreren er den som viser og beskriver veletablerte fremgangsmåter”, kan utsagnene stadfeste noen av hypotesene dannet for faktor 2. På lik linje viser tolkninger her at faktor 2 har det mest fremtredende synet for gjeldende utsagn. Utsagn 48; ”Læreboka er et viktig redskap i undervisning” viser at faktorene står langt fra hverandre, til tross for faktor 2 rangering på 0.

Kapittel 5 Diskusjon

I dette kapitlet drøftes funn i lys av teori presentert i kapittel 2 med den hensikt å belyse hvordan matematikklæreres objektive og subjektive oppfatninger kan ha på innvirkning på undervisning og læring i faget. Kapitlet redegjør for to ulike aspekter, der oppfatninger til matematikken som helhet blir trukket frem. Gjennom faktoranalyse og faktorfortolkning ble det avdekket to faktorer med ulike subjektive syn i forhold til tema og problemstilling. Faktorfortolkningen viser at det er flere grunnleggende forskjeller i oppfatninger til de to faktorene, samtidig som faktorene også uttrykker enighet på noen områder.

Hovedfunnene viser at det er klare forskjeller mellom faktorene sett i forhold til *hvilken* betydning effektene vil kunne ha, noe som kommer klart frem i gjennomsnittssorteringen for faktorene (vedlegg 8). Forskning peker på at uansett hvilken oppfatning lærere innehar om matematikkens natur, vil det i større eller mindre grad kunne påvirke undervisning og læring i faget (Thompson, 1992; Pehkonen, 2003; Ernest, 1989b, 2002). Dette er forsøkt belyst gjennom effekt B og C som omhandler oppfatninger om læring og undervisning. Gjennomsnittssorteringen for faktor 1, som tidligere nevnt, viser en relativ lik vektlegging av effektene B og C. For faktor 2 vil sorteringen ha en liten overvekt på effekt C.

Det er viktig å poengtere abduksjonsprinsippet Q-metoden fremhever, der det gis rom for å trekke inn ny teori for å forklare eventuelle fenomener som blir oppdaget. Teori som er blitt presentert tidligere, men som ikke brukes direkte i diskusjonsdelen vil imidlertid være et viktig aspekt i forhold til kommunikasjonsuniverset og utforming av Q-utvalget.

5.1 Faktor 1 – regulere og differensiere

Analysen viser at faktor 1 har noen grunnleggende oppfatninger tilknyttet matematikkens natur. Dette kan begrunnes i faktorens gjennomsnittssortering som viser en jevn fordeling av utsagnene, samt de høye faktorskårene som omhandler effekt A.

Det er tydelig funn som viser at faktor 1 sine oppfatninger om matematikkens natur ikke er forenelig med et instrumentelt syn, beskrevet av Ernest (1989b). Faktor 1 ser ikke på matematikken som et sett med verktøy som er klar til bruk, basert på fakta, regler og prosedyrer. Tvert imot kommer det frem at matematikk ses på som utfordring og eksperimentering, og indikerer en relativ tydelig tilnærming mot det Ernest (1989) definerer som problemløsende. Matematikken blir dermed ikke oppfattet som et ferdig produkt, da resultatene er åpne for bearbeidelse gjennom handlinger/tilnæringsmåter hvor kunnskap kan utvikles og spørsmål stilles. I tråd med et konstruktivistisk syn, vil matematikken for faktor 1 representerer en prosess, som kan konkretiseres eksempelvis gjennom problemløsning (Pehkonen, 2003). Basert på et syn preget av fallibilistisk filosofi åpnes det opp for muligheter til å tenke nye løsninger og hypoteser, se på forbedringer eller avvisninger av disse, der utviklingen av matematikken i tillegg beskrives som en sosial konstruksjon (Ernest, 2002).

At matematikk for faktor 1 oppfattes som sammenhenger og forklaringer støtter opp antagelsen om et problemløsende syn. I samsvar med det Skemp (1976) definerer som relasjonell forståelse, er det for faktor 1 et viktig aspekt å forstå ikke bare *hvorfor*, men også *hvordan* matematikkens komplekse system består av begrepsmessige strukturer i sterke relasjoner til hverandre. En forståelse av matematikken som relasjoner kan også vise til Hiebert & Lefevre (1986) begreper *conceptual knowledge* og *procedural knowledge*. Det at kunnskap er linket sammen i et nettverk, samsvare i stor grad med hvordan faktor 1 ser på oppfatninger om matematikkens natur. Dette kan være med å befeste faktor 1 problemløsende innfallsvinkel.

Det kan imidlertid være utsagn som indikerer at faktor 1 kan antas å identifisere seg mot et platonisk syn. Eksempelvis vil oppfatninger om at matematikk er prosesser, generalisering og forståelse kunne henlede til at det matematikkens innhold som er i fokus. Her kan det argumenteres med at oppfatninger kan være kontekstavhengig, noe som stemmer overens med tidligere forskning om *hva* matematikk er. Blant annet Beswick (2012) trekker frem at det er usannsynlig at de oppfatninger lærere har kan relateres til kun en enkelt kategori, og anerkjennelse om at oppfatninger er kontekstavhengig passer god med funnene for faktor 1. Det kan også indikere at det kan være vanskelig å skille oppfatninger sett i forhold til matematikken som disiplin, og matematikk som skolefag. Faktor 1 vil dermed ikke oppleve noen konflikter i utsagnet med oppfatningen om at matematikk er utforskning og eksperimentering.

Funn tilknyttet oppfatninger om matematikkens natur kan videre antas å ha en sterk tilkobling til det Rowland et. al. (2005) beskriver som *foundation*. Nøkkelkomponentene i den teoretiske bakgrunnen er kunnskap om, og forståelse av matematikk i seg selv, samt kunnskap om områder fra aktuell litteratur og forskning. Komponenter knyttet til oppfatninger, er relatert til filosofiske syn med hensyn til kunnskap om matematikkens natur, formålet med matematisk utdanning og oppfatninger om hvordan elevene best lærer matematikk. Det overnevnte danner dermed grunnlaget for pedagogiske valg og strategier på en fundamental måte, og det oppfattes at faktor 1 har et bevisst og reflektert syn både i forhold til egne teoretiske og filosofiske ståsted.

Funnene kan også relateres til den delen av undervisningskunnskap beskrevet som fagkunnskap av Ball et. al. (2008) og Ma (2010). Den spesialiserte fagkunnskapen som kjennetegnes av matematisk forståelse og de ferdigheter som er unikt for å undervise, anses som grunnleggende, og for faktor 1 tyder det på at egen forståelse og begrepskunnskapen danner en bærebjelke for undervisning og læring i matematikk. Sett i sammenheng med Rowlands (2005) dimensjon *foundation* vil kunnskap om *hva* som er unikt i forhold til det å være matematikklærer være et viktig aspekt, noe også funnene for faktor 1 kan bekrefte.

Funnene viser at faktor 1 setter elevene i fokus, og dette kan i sterk grad kobles til faktorens oppfatninger om matematikkens natur som problemløsende. At undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking er sentralt i det Kuhs & Ball (1986) beskriver som et elevfokuset syn. I følge Kuhs & Ball (1986) vil et elevfokuset perspektiv involvere problemløsning som den primære læringsmodusen. Lærere må dermed være i stand til å se undervisning og læring ved hjelp av varierte metoder og tilnærminger. Det vil også inkludere kunnskap om det unike matematiske språket, symbolbruk og terminologi. Elevenes rolle som designer av matematiske ideer er et viktig aspekt for faktor 1, og vektlegging av dialog kan vise betydningen av å bruke samtale for å kunne få tak i elevenes tanker og ideer. Læreren vil dermed være den som oppmuntrer til matematisk tenking, og inntar en rolle som lyttende til elevenes ideer.

Elevenes aktive og personlige rolle som sentralt i forhold til læring understreker faktor 1 elevfokuset tilnærming. At elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder viser at faktor 1 også vektlegger undervisning for forståelse. I tråd med Van Zoest (1994) fokuserer disse elementene på lærerens tilretteleggingsrolle, og at elevene er aktive aktører i egen læring. I motsetning til et innholdsfokusert perspektiv, der elevene er passive mottakere av kunnskap og imiterer lærerens fremgangsmåter, stemmer funnene godt overens med hva Pehkonen (2003) beskriver som nivå 2 i tabell 3.1.

Undervisning er videre sentrert rundt elevenes aktive involvering, der faktor 1 synes et viktig aspekt er å gi elevene muligheter til å diskutere ulike løsninger med hverandre. Her kan en dominerende oppfatning for faktor 1 være at undervisning skal kunne utfordre elevene til å finne egne løsningsmetoder. Koblet til det Schoenfeld (2014) beskriver som kognitiv tenking, er det muligheten for å skape forståelse, der læreren fungerer som en støtte, som er mest fremtredende for faktoren.

For faktor 1 viser betydningen av at læring i matematikk starter allerede før førskolealder et sentralt perspektiv i tråd med faktorens matematikkfilosofiske ståsted. Læring i matematikk blir ikke sett på som et abstrakt fag elevene møter i skolen, der læring ses på som overføring av kunnskap. Derimot viser det at elevene allerede har et begrepsapparat og bruker matematikk i ulike kontekster. Dette kan ses i sammenheng med faktorens vektlegging av at

læring best skjer gjennom praktiske aktiviteter, og er sterkt knyttet til perspektivet Van Zoest et. al. (1994) fremhever som elevfokusert. Det tenkes at lærerne i faktor 1 ser det formålstjenlig å knytte undervisningen opp mot den "virkelige" verden, ofte i sammenheng med elevenes egne (praktiske) erfaringer.

Faktor 1 sine oppfatninger om læring handler i stor grad om elevenes involvering, der læring skapes når man får utforske og undersøke. I tråd med det Ernest (1989b) definerer som selvstendig utforskning, vil de mentale modeller som er fremtredende for faktor 1 vise at de ser på læring i et undersøkelsesperspektiv. Læring innebærer dermed en konseptuell forståelse, beriket med en problemløsende tilnærming, der det gjennom dialog og samarbeid åpnes opp for et læringsmiljø hvor elevene skaper sine egne spørsmål og metoder. I stedet for å se på matematikken som et sett av isolerte fakta og prosedyrer som skal øves, pugges, memoreres og brukes, må elevene få mulighet til å oppleve matematikken som sammenhengende og meningsfull.

Funn knyttet til oppfatninger om undervisning og læring kan relateres til det Ball et. al. (2008) definerer som fagdidaktisk kunnskap. I tillegg til å forstå omfanget av matematiske relasjoner og strukturer som kan ha betydning for læring, kan det virke som om faktor 1 knytter sitt syn på matematikkens natur (grunnleggende filosofisk syn) til de "klassiske" problemstillinger en ofte møter i faget. Faktor 1 vil også kunne se det matematiske innholdet i en skolekontekst, og ut fra dette konstruere verdifull undervisning for elevene.

Faktor 1 vil kunne forstås å befinne seg mellom en *connectionist* og *discovery*-orientert tilnærming beskrevet av Muijs & Reynolds (2015). Funnene i faktor 1 samsvarer også i stor grad til det Schoenfeld (2014) henviser til som dimensjon 1. I hvilken grad matematikken er diskutert, fokusert og sammenhengende, samt hvilken grad lærere ser forbindelsene mellom prosedyrer, prosesser og begreper vil farge deres syn på *hva* matematikk er. Her vil analysen indikere at faktor 1 befinner seg i det som er definert i den høye skårdelen av dimensjonen.

5.2 Faktor 2 – huske og forstå innhold

Funn indikerer at faktor 2 gir matematikkfaget høy status, og at det oppleves som et interessant og utfordrende fag. Det påpekes videre at matematikk er viktig å lære, og at det ikke oppleves som et vanskelig fag for faktoren. Ved å vektlegge betydningen av at for å videreformidle matematikk må den gjøres interessant, retter faktor 2 søkelyset på lærerens rolle. Hovedtendenser for faktor 2 er at læreren innehar en sentral og viktig rolle i forhold til oppfatninger tilknyttet undervisning og læring. Individuell veiledning og samtale som en viktig del av undervisningen, samt vektleggingen av å finne ut hva elevene kan, vil tilsvarende antyde at undervisningsaspektet er av stor betydning for faktor 2. Det kan tyde på at en dominerende oppfatning for faktoren er å se på læreren i en "ekspertrolle", noe som innebærer et innholdsfokusert perspektiv på undervisning og læring.

At læreren er den som viser og beskriver veletablert tilnæringsmåter, ses på i sammenheng med det Pehkonen (2003) beskriver som nivå 0 i tabell 3.1. Funn antyder også kobling til det Kuhs & Ball (1986) referer til som innholdsfokusert, med vektlegging på prestasjon, der det matematiske innholdet vil danne utgangspunkt for undervisningen. Oppfatninger om undervisningen innebærer at matematikkens grunnstein er bygd opp av regler, der målet er å finne svar basert på disse reglene. Videre viser funn at fokuset er å hjelpe elevene til å mestre matematikken og at læreboka mulig ses på som et viktig redskap. Hvordan matematikken løses antyder lærerens autoritet i forhold til riktighet, og stemmer overens med hva Skemp (1976) definerer med en instrumentell forståelse.

Det vil i utgangspunktet være adekvat å beskrive faktor 2 oppfatninger i forhold til undervisning som instrumentell. Imidlertid vil oppfatningen om at elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder, markere at faktor 2 også fremhever forståelsesaspektet. Dette kan tyde på at faktor 2 beveger seg mot en platonisk tilnærming, beskrevet av Ernest (1989b). Forståelse for faktor 2 vil dermed innebære at lærer retter oppmerksomheten mot logikken bak reglene slik elevene får en viss forståelse i faget (Pehkonen, 2003).

Et interessant funn er at faktor 2 også anerkjenner elevens rolle som meningsfull. At elevene må få mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre er i høy grad forenelig med en elevfokusert tilnærming (Van Zoest et. al.1994). Likeledes vil vektleggingen av at undervisningen bør ta utgangspunkt i elevene (praktiske) erfaringer, være i tråd med Kuhs & Ball (1986) elevfokuserte syn.

Faktor 2 sine oppfatninger kan tilsynelatende stå i motsetning til hva Skemp (1976) har beskrevet som instrumentell eller relasjonell forståelse, men det er viktig å ha med at dette ikke vil kunne si om undervisningen er god og/eller dårlig. Det er tenkelig at faktor 2 innehar både en instrumentell og relasjonell orientering i forhold til undervisning, der augmentasjon om at begge tilnærmingene kan anvendes i undervisning, er å finne hos Reason (2003). Hun drøfter forståelseskategoriene i relasjon til hverandre, og antagelsen er at det eksisterer noen nødvendige ferdigheter elevene må beherske for å kunne forstå noe relasjonelt, og vice versa, at en relasjonell forståelse vil kunne utvikle ferdigheter i et bredere spekter/perspektiv. Dette vil kunne gjenspeile variasjonene av funnene for faktor 2, og dermed kunne legitimere at oppfatninger om undervisning ikke kan ses på som enten instrumentell eller relasjonell. I tillegg vil det være viktig å tenke på at oppfatninger om undervisning kan være kontekstavhengig, noe Beswick (2012) kan bekrefte.

Funn viser at læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser, samt at læring er avhengig av en god lærer, stemmer godt overens med funnene gjort når det gjelder oppfatninger om undervisning. For faktor 2 er lærerens rolle igjen fremtredende, og det vil her være aktuelt å trekke paralleller til Kuhs & Ball (1986) klasseromsfokuserte perspektiv. Lærers evne til å tilrettelegge, forklare og tildele oppgaver, slik at det innbys til et godt læringsmiljø er det sentrale. Til tross for at tilnærmingen ikke spesifikt trenger å knyttes til et enkelt fag, er det tydelig at faktor 2 fokus på et strukturert læringsmiljø oppfattes som viktig. Det vil imidlertid ikke antyde at kunnskap om matematikk er irrelevant, men at faktor 2 heller retter oppmerksomhet mot det som kan karakteriseres som god undervisning uavhengig av egen fagkunnskap. Fra dette perspektivet vil dermed spørsmålet om hvilken kunnskap om matematikk som er nødvendig, ikke tillegges større vekt.

Funn tilknyttet oppfatninger som gjelder læring i matematikk involverer også her et elevperspektiv, som i følge Ernest (1989b) passer med et problemløsende syn. At læring skjer når elevene får skape sine egne spørsmål og metoder vitner om at faktor 2 vektlegger selvstendig utforskning i noen grad. Imidlertid vil oppfatningen av at alle elever kan lære matematikk om de jobber hardt nok, forstås å være i delvis motsetning til en problemløsende orientering. I likhet med oppfatninger knyttet til undervisning, viser funn at faktor 2 heller ikke kan identifiseres i forhold til en enkel tilnærming når det gjelder læring.

Funn i faktor 2 vil kunne forstås i mellom nivåene 1 og 2 i den kognitive dimensjon til Schoenfeld (2014). På skår 2 vil undervisningen være mer rettet mot det problemløsende, men med klare retningslinjer fra lærer hvordan oppgaver kan løses. For faktor 2 kan det tenkes at det også, når elevene opplever undervisningssekvenser som vanskelig, vil være mest hensiktsmessig å gi steg-for-steg forklaringer for hvordan noe kan løses. Det antas at disse funnene også vil være gjeldene i dimensjon 4.

Til tross for flere oppfatninger i samsvar med en *transmission-orientert* innfallsvinkel, inneholder funn for faktor 2 trekk som er forenelig med en *connectionist-orientering*. Lærere med dette perspektiv tror at de fleste elever er i stand til å lære matematikk, gitt effektiv undervisning, og at læring blant annet er basert på dialog mellom lærer og elev. Det antas derfor at faktor 2 beveger seg mot det Muijs & Reynolds (2015) beskriver som en *connectionist-orientert* tilnærming.

Funn knyttet til matematikkens natur viser at et instrumentelt syn ikke vil være forenelig med faktor 2 orientering, ei heller vil det problemløsende synet kunne sies å være fremtredende. Samtidig vil det være vanskelig å identifisere oppfatningene som platonisk, da utsagn knyttet til kategorien ikke er av høy psykologisk signifikans. Det som er interessant å merke seg, er at gjennomsnittssorteringen viser at utsagn knyttet til effekt A ikke er av like stor betydning som for faktor 1. Av totalt 18 utsagn var det i sortering for faktor 2 kun fire som kunne relateres til oppfatninger om matematikkens natur.

Oppfatninger om matematikkens natur for faktor 2 oppfattes dermed å være mer tvetydig, da sortering ikke viser noe klart bilde/mønster om hva matematikk er. I tråd med Polanyi (2000) kan dette knyttes til begrepet "taus kunnskap", og betegner den kunnskap som er en del av erfaringsbakgrunnen som vanskelig lar seg uttale. Det kan også tenkes at oppfatninger faktor 2 har om matematikkens natur, ikke tillegges særlig betydning, noe som kan tilsa at dette utgjør dybdeoppfatninger som er mer eller mindre ubevisste (Pehkonen, 2003). Det vil imidlertid ikke si at faktor 2 mangler oppfatninger om matematikkens natur. Som Ernest (1989b; 2002) påpeker vil alle ha et grunnleggende syn om matematikken som helhet, til tross for at de ikke er blitt formulert som en filosofi av enkelte lærere. Dette stemmer godt overens med hva Buehl & Beck (2015) poengterer når det gjelder selvbevissthet og selvrefleksjon. For at et grunnleggende syn skal kunne komme til overflaten, kreves det at lærere får muligheter til å diskutere *hva* matematikk er.

Pehkonen (2003) trekker frem oppfatningsbegrepet i praktisk betydning, der synet på matematikk kan fungere som en praktisk indikator i situasjoner som ikke er direkte observerbare. Her vil oppfatninger formidlet av eksempelvis lærere, kunne gi gode oppfatninger om han eller hennes erfaringer fra matematikkundervisning og matematikklæring. Dette vil igjen kunne gi en god indikasjon på den undervisningen han eller hun har fått eller stått for. I følge Pehkonen (2003) vil oppfatninger om matematikkens natur, kunne fungere som indikatorer på læreres universitets- og høgskolestudier, deres yrkesmessige og/eller profesjonelle oppfatninger og videreutdanning.

Sett i lys av faktor 2 sin formelle undervisningskompetanse i matematikk kan dette være en medfølgende årsak til den relativt store forskjellen i sortering av utsagn tilknyttet effekt A. Et annet aspekt kan i dette henseende også være om det er "ny" eller "gammel" kompetanse læreren er i besittelse av, i hvilken grad lærere har vært del av en videreutdanning, og ikke minst hvorvidt erfarne læreres oppfatninger og undervisningsmetoder kan fungerer som motstand eller tregetskraft ved endring (Pehkonen, 2003). Det kan i tillegg vise seg at faktor 2 har konstruert oppfatninger om skolematematikken som noe adskilt fra matematikk som disiplin, og det er dette som rettferdiggjør oppfatninger i overensstemmelse med en problemløsende orientering (Beswick, 2012).

Funnene for faktor 2 sett i helhet antyder en platonisk tilnærming i forhold til undervisning og læring. Om dette også gjelder i forhold til matematikkens natur, er som nevnt tidligere, litt mer uklart. Hvis en skal kunne trekke noen slutninger, vil det være basert på Beswick (2012) se tabell 3.0, der oppfatninger i samme rad kan ses på som teoretiske konsekvent. Maas (2009, i Hundeland, 2010) hypotese om at lærere underviser slik de selv har blitt undervist vil også kunne støtte opp antagelsene om faktor 2 har en mer tradisjonell tilnærming til faget.

5.4 Oppsummering

På bakgrunn av den teoretisk designet (tabell 3.0) er funnene drøftet i forhold til effektene A – matematikkens natur, B – læring i matematikk og C – undervisning i matematikk. Gjennom nivåene instrumentell, platonisk og problemløsende er det forsøkt å vise et bilde av hvilke oppfatninger som er mest fremtredende hos faktorene, og hvordan disse vil kunne ha innvirkning på undervisning og læring i matematikkfaget. Analyse og tolkning av funn viser at oppfattelse av matematikkens natur preger hvordan faktorene velger å **presentere** matematikken for elevene (Thompson, 1994; Hersh, 1986). Tilsvarende vil måten de selv har opplevd matematikken som elev og student, reflekterer hvilke oppfatninger de har på undervisning og læring (Maas, 2009, referert i Hundeland, 2010).

Til tross for ulik beskrivelse kan det virke som om begge faktorene deler noen av de samme grunnleggende tankene om matematikkfaget. Samtidig viser analysen at det er en del ulike oppfatninger det er verdt å se nærmere på. En av hovedforskjellen mellom faktorene ligger i hvilke oppfatninger de har om *hva* matematikkens natur er, og som gjenspeiler et elementært grunnsyn. Der faktor 1 oppfatninger viser en relativ klar indikasjon mot det problemløsende, er det for faktor 2 vanskeligere å knytte oppfatningene til en spesifikk kategori. Som presentert i kapittel 2 hevder flere forskere at all matematikk bygger på et filosofisk grunnsyn (Thom, 1973; Thompson, 1992; Ernest, 1989b, 2002; Pehkonen, 2003). I følge Ernest (1989b; 2002) vil en lærers oppfatningssystem inneholde flere ulike synspunkter tilknyttet matematikken som helhet, der disse synspunktene er det som danner grunnlaget for matematikkfilosofien.

Den teoretiske bakgrunnen og de overbevisninger lærere besitter, vil i følge Rowland (2005) være av stor betydning. Essensen ligger i det Rowland et. al (2005) definerer som *foundation*, og som resultatene viser er den i større grad mer fremtredende i faktor 1 enn i faktor 2. Det kan dermed virke som om faktor 1 har et mer bevisst forhold til det Ernest (1989; 2002) kaller et filosofisk grunnsyn.

For begge faktorene er det enighet at fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap er å anse som viktige aspektene i virke som matematikklærere. Ma (2010) sin betydning av begrepene *breadth, depth og thoroughness* viser til at lærerens fagkunnskap også vil vise bredden på elevenes læringsmuligheter, noe som også vil kunne peke på forskjellene i oppfatningene til faktor 1 og faktor 2. Det er i tillegg verdt å nevne at den spesialisert fagkunnskapen er trukket inn som et grunnleggende element når det kommer til undervisning og læring i matematikkfaget. Det er i tråd med det både Ball et. al (2008) og Ma (2010) karakterisere som nødvendig for å kunne undervise i matematikk. Også Swars (2015) vektlegger betydningen av at lærere må inneha dypere forståelse for å kunne utvikle læringsmiljø som fremmer klasseromsdiskurser og konseptuell forståelse i matematikk.

Funn som omhandler oppfatninger om undervisning og læring viser i større grad et klarere mønster for faktor 2, enn tilfelle var for effekt A. For faktor 2 er det tydelig at den fagdidaktiske kunnskapen er viet størst oppmerksomhet, mens fagkunnskapen oppleves som mer diffus. For faktor 1 representerer sorteringen et mer konsist syn, da gjennomsnittssorteringen inkluderer alle tre effektene. I sammenheng med læreres undervisningskunnskap, kan det være betimelig å anta at faktor 1 har en større bevissthet i forhold til egen fagkunnskap, og at denne danner grunnlaget for den fagdidaktiske kunnskapen (Ball et. al., 2008; Ma, 2012; Fauskanger et. al., 2010).

I forhold til oppfatninger om undervisningskunnskap kan resultatene tyde på at faktor 2 sin tilnærming befinner seg mellom det instrumentelle og det platoniske (Mosvold & Fauskanger; 2013). En oppfatning som kombinerer elementer av både å huske og forstå det matematiske innholdet, er det som er mest fremtredende for faktor 2. For faktor 1 er det regulering og differensiering som utmerker seg i forhold til oppfatninger om undervisningskunnskap.

For begge faktorene er det tydelig at matematikk, dog i ulik grad av enighet, først og fremst oppleves som et praktisk fag. Interessant er at det at matematikken ikke blir ansett som vanskelig, ei heller som abstrakt. Noe av det som kjennetegner matematikkfaget egenart er nettopp at det består av abstraksjoner og generaliseringer, og ses på som et sentralt aspekt i oppbyggingen av faget (Streitlien et. al., 2001). Det kan tenkes at både faktor 1 og faktor 2 hovedsakelig tenker på *hvordan* undervisningen og læring er knyttet til utsagnet, ikke nødvendigvis om det beskriver matematikkens natur. Dette kan være en naturlig forklaring da P-utvalget ikke vet hvor de forskjellige utsagnene hører "hjemme" i forhold til effektene. Her vil også Beswick (2012) sitt perspektiv på skillet mellom matematikk som disiplin/vitenskapsfag eller som et skolefag kunne være av betydning.

Begrepet *vanskelig* kan forstås ut ifra egne opplevelser og erfaringer, og dermed ikke være relatert til hvordan elevene kan oppleve matematikken. Det vil være betimelig å tro det er lærerperspektivet som er gjeldende her, eller som ovenfor – i forhold til *hvordan* faget er undervist og lært. Her kan graden av vanskeligheter kanskje lettere defineres til undervisning og læring, en at matematikken som helhet er vanskelig.

Resultatene viser at det at for faktor 2 er *egenskaper* ved lærer som trekkes frem som viktig for undervisning og læring. I tråd med andre studier (Hundeland, 2010) er ikke dette uvanlig med hensyn til skolesystemet lærere er en del av, der mangel på tid og pensumpress avhenger av effektive lærere. En annen medfølgende årsak kan være at faktor 2 hovedsakelig har sitt virke på ungdomstrinnet, der det kan antas at pensumpresset oppleves sterkere enn på barnetrinnet. Til tross for en tilsynelatende nøytral oppfatning om læreren som sentral fra et læringsperspektiv, får funn frem at faktor 1 ser på lærere som viktig i forhold til rollen som tilrettelegger og igangsetter av situasjoner for å stimulere elevens tenking, samt å legge til rette for en undersøkende matematikkundervisning.

Tradisjonell undervisning preges gjerne av at læreren viser og gjennomgår ulike og veletablerte tilnæringsmåter på tavla, før elevene arbeider med oppgaver, som igjen ofte er spesifisert i ei lærebok. En instrumentell tilnærming kan ha som mål å skape en forståelse, og blir gjerne brukt fordi lærere mener at det gir best læring. Selv om forståelse er et mål,

kan imidlertid tradisjonell undervisning føre til at elevene kun memorerer fremgangsmåter (Pehkonen, 2003).

I motsetning til den tradisjonelle undervisningen vil en tilnærming mot den undersøkende matematikkundervisning kunne beskrive faktor 1 (Nosrati & Wæge, 2015). Dette innebærer at undervisningen tilrettelegges slik at elevene opplever og utvikler kompetanse gjennom utforskning, problemløsning og resonnering. En undersøkende matematikkundervisning er rik på relasjoner som gjennom både begrepskunnskap og prosedyrekunnskap omfavner essensen i faget (Skemp, 1976; Hiebert & Lefevre, 1986; Schoenfeld, 2015).

Kapittel 6 Avslutning

Masteroppgaven har undersøkt forholdet mellom læreres undervisningskunnskap og oppfatninger knyttet til matematikkens natur, undervisning og læring i faget. Formålet var å bringe innsikt i, og forståelse for at dette er aspekter som er svært sentrale med tanke på elevenes læringsutbytte. Problemstillingen for tar for seg hvilken sammenheng er det mellom lærerens undervisningskunnskap og lærerens affektive sider i matematikkfaget, og hvordan denne sammenhengen vil kunne påvirke undervisning og læring i faget? Gjennom Q – metodologi har dette vært en unik måte å studere subjektivitet i forhold til valgt tema, der funn har gitt økt forståelse om hvordan denne sammenhengen i stor grad kan påvirke læreres virke i klasserommet.

Denne studien har rettet søkelys på de objektive forutsetninger som ligger til grunn for å kunne undervise i matematikkfaget. I denne studien trekkes begrepet *foundation* frem som særdeles viktig, da funn viser en relativt stor forskjell mellom faktor 1 og faktor 2 knyttet til undersøkelsens effekt A. Oppfatninger tilknyttet effekt B og C er i større grad definert som subjektiv kunnskap, og funn indikerer at hvordan lærere klarer å omdanne dette grunnlaget i forhold til undervisning og læring, kan være av stor betydning.

Faktor 1 har en større andel av fagspesialisering enn faktor 2, noe som kan ha innvirkning på resultatene. Læreres fagspesialisering viser seg å ha sammenheng med faglig og fagdidaktisk trygghet, der trygge lærere viser seg mer utholdende og anstrenger seg mer i forhold til undervisningsmessige utfordringer, kan stemme overens med funn i denne studien (Kaarstein et. al., 2016). Dette med tanke på at en instrumentell tilnærming til faget oppleves ”enklere/lettere”, enn en relasjonell orientering. Resultatene indikerer dermed at den *spesialiserte fagkunnskapen* i stor grad vil kunne påvirke oppfatningene lærere har til matematikkens som helhet, der *breadth, depth and thoroughness* er et avgjørende aspekt.

Påvirkningskraften lærerens undervisningskunnskap har til allerede eksisterende oppfatninger viser seg å kunne være grunnleggende, og vice versa, oppfatninger kan utløse et behov for ytterligere å utvide egen kunnskap om matematikken. Ikke minst vil bevissthet om egen kunnskap, og hvordan lærerne anser denne kunnskapen som gyldig, vise seg å være avgjørende for oppfatninger om undervisning og læring. Da er det bekymringsfullt at PISA undersøkelsen fra 2012 viser at Norge skiller seg ut sammenlignet med de øvrige nordiske landene når det gjelder etter- og videreutdanning. Matematikklærere er her de som i minst grad deltar i etterutdanning med relevans for matematikkfaget (Mullis et. al., 2012, referert i Olsen, 2013).

Gjennom kategorisering av oppfatninger om undervisning og læring, får funn frem at P - utvalget på lang vei beveger seg bort fra det instrumentelle synet og mot en tilnærming der utforskning, eksperimentering og forståelse er viktige elementer. Det er imidlertid indikasjoner på at undervisningspraksisen fremdeles er rotfestet i mer tradisjonelle undervisningsformer, da begge faktorene har flere oppfatninger som er forenelig med et platonisk syn på undervisning og læring. Hypotesen om at undervisningen ofte bærer preg av hvordan lærere selv er blitt undervist, kan være en medfølgende årsak til disse funnene (Hundeland, 2010). På den andre side viser funn at lærerne i denne studien er bevisst et forbedringspotensial av egen praksis, der vektleggingen mot det problemløsende aspektet virker å være av stor betydning.

Flere studier (Olsen, 2013; Nosrati & Wæge, 2015) viser at en tradisjonell tilnærming fremdeles er fremtredende i Norge. Undervisningen fremstår som ensidig med vekt på klasseromsaktiviteter der lærer styrer samtalen. Forskningen peker på at dette i større grad gjelder matematikkundervisningen, der individuelt arbeid har større plass enn aktiviteter som krever samarbeid og utfordrer elevenes kognitive tenkning (Schoenfeld, 2015).

Det som legges i begrepet god undervisning og læring viser seg å kunne oppleves å være forskjellig i forhold til lærestoffets art, der det i visse sammenhenger vektlegges en instrumentell tilnærming og i andre kontekster vil være den relasjonelle forståelsen som er innfallsvinkel (Streitlien et. al., 2001). Det essensielle er at forskning viser bred enighet at

lærere selv må inneha en relasjonell forståelse for matematikken som helhet for å kunne undervise relasjonelt. Samtidig kan det også innebære en instrumentell tilnærming, der et sett med grunnleggende ferdigheter ses i sammenheng med *hvorfor* det er slik.

I tråd med hva Skemp (1976) påpeker vil en kombinasjon ikke kunne definere undervisningen som enten dårlig, god eller bedre, men heller bli sett på som utfordringer matematikklærere hele tiden står ovenfor. Hovedpoenget er at oppfatninger om undervisning og læring oppfattes koherent og dialektisk, der det ene i stor grad påvirker det andre – basert på læreres mer eller mindre bevisste matematiske filosofi.

Resultatene i denne studien viser at oppfatninger om *hva matematikk er*, vil kunne påvirke hvordan læreren fremstiller/formidler faget for elevene. Med hensyn til matematikkens natur og hensikt, vil læreres oppfatning kunne være av fundamental betydning i forhold til undervisningen og læring. Læreres undervisningskunnskap i matematikk, sammen med deres oppfatninger om hva denne innebærer, viser at en klar sammenheng mellom oppfatninger knyttet til matematikken som helhet.

6.1 Refleksjoner rundt egen studie

Begrunnelsen for valg av tema ble innledningsvis presentert, og interessen for å få frem de subjektive oppfatningene til lærere gjennomsyrrer hele oppgaven. Dette gjenspeiler i stor grad eget perspektiv på problemstillingen, noe jeg mener er viktig å få frem for mottaker.

Som alltid i en forskningsprosess, vil vurderinger om konsekvenser av forskningen bli gjort i forhold til de relasjoner man får eller har til informantene sine (Thagaard, 2009).

Informantene i dette studiet er mine kollegaer, noe som tilsier en nærhet også i forhold til min rolle som forsker. Jeg har forsøkt å skille rollen som kollega og forsker, med bevisstheten om at intensjonen med oppgaven ikke har vært å lete etter feil eller mangler ved informantenes kompetanse, men tvert imot å få dypere innsikt i hvordan subjektive oppfatninger utgjør en viktig del av undervisningspraksisen. Dette mener jeg er oppnådd, da mine forkunnskaper og forutinntatthet i stor grad er lagt til side for å gi et mest mulig riktig og rettferdig bilde av faktorene.

I Q – metodologien er det anerkjent at forskerens subjektivitet påvirker studien (Thorsen & Allgood, 2013). Mine egne oppfatninger, synspunkter og erfaringer vil alltid ha innvirkning på forskningsprosessen, da temaet ble valgt på bakgrunn av interesse og at jeg selv er en del av kommunikasjonsuniverset. Videre vil utarbeidelse av Q-utvalget involverer egen subjektivitet, uavhengig om dette har bakgrunn i teori og/eller egne erfaringer. Selv om jeg ikke var tilstede under selve sorteringen, representerer valgene av utsagn i høy grad mine tanker om temaet. Når det gjelder faktoranalysen er den basert på en ren kvantitativ prosess, og vil følgelig ikke gi rom for subjektive vurderingen. Faktorfortolkningen vil derimot inkludere subjektive vurderinger, selv om standardiserte prosedyrer ble fulgt. Resultatene vil dermed kunne sies å være et samspill mellom P-utvalgets og egen subjektivitet.

Basert på egen kunnskap om Q-metoden da arbeidet med masteroppgaven startet, har det vært tatt flere valg underveis i prosessen mot et ferdig resultat. Det vil derfor være både nyttig og lærerikt å gjøre noen refleksjoner i etterkant over hva som kunne vært gjort annerledes. Valg av problemstilling, definering og avgrensing av kommunikasjonsuniverset utgjør rammefaktorene for selve undersøkelsen, og har resultert i valget av eksisterende Q-utvalg. En pilotundersøkelse ville nok ha vært med på å klargjøre utsagn som i etterkant har vist seg å kunne oppleves noe tvetydig, og ville mulig gitt et mer balansert utvalgt. Et større P-utvalg ville også helt klart vært å foretrekke, selv om Q-metoden ikke legger noen begrensninger i antall informanter som deltar. På grunn av tidsaspektet ble det ikke foretatt noen postintervju med P-utvalget, noe som kunne ha gjort tolkningsarbeidet enklere og bidratt med ytterligere klargjøringer ved de oppfatningene som er mest fremtredende.

Valg av Q-metoden har sine fordeler, men også sine ulemper. Med tanke på å få frem subjektivitet anser jeg metoden som unik på sitt felt, da den får frem mønstre i subjektive preferanser som kan være vanskelig å uttrykke eksempelvis i intervju eller en spørreundersøkelse. Kravet om prioritering i sorteringsprosessen impliserer at informantene må tenke nøye gjennom hvordan utsagnene rangeres, og sikrer at forskjellige meninger blir uttrykt, noe også denne undersøkelsen viser. Q-metoden anvender kvalitativ metode i forhold til faktoranalysen, noe som kan være med på å styrke studiens reliabilitet.

Da Q-sorteringen ikke åpner opp for oppfatninger utover de som allerede eksisterer i Q-utvalget kan dette anses som en ulempe ved metoden. I tillegg er det heller ikke mulig å analysere/vite hvordan den enkelte tolker en gitt påstand, noe som kan føre til at forståelsen til informantene ikke kommer klart frem. Dette er prøvd unngått ved kommentararket som var lagt ved sorteringsinstruksen.

Det er flere faktorer som er med på å påvirke læreres oppfatninger som denne studien ikke har tatt stilling til. Blant annet er erfaringsbakgrunnen til informantene utelatt av etiske hensyn, men det vil helt klart ha betydning da informantenes sorteringer i høy grad baserer seg på dette. Påvirkninger fra kollegaer er et annet aspekt som ikke spesifikt er hensynstatt i forhold til utarbeidelse av Q-utvalget. Aspekter som tidspress, fokus på å dekke læreplanmål og elevtall er heller ikke faktorer denne studien har hatt som formål å rette søkelys på.

6.3 Veien videre

I arbeidet med masteroppgaven er det oppdaget flere områder det kan være verd å se nærmere på. Det foreligger mye forskning på læreres undervisningskunnskap, som gir gode indikasjoner på hva en som lærer i matematikk må kunne. Det er heller ingen tvil om at oppfatninger er et område forskere viser stor interesse for. Funnene i denne forskningsoppgaven har vist at det vil være av stor faglig interesse å studere sammenhengen mellom læreres undervisningskunnskap i matematikk og oppfatninger.

Med tanke på at oppfatningene kan fungere som filter, rammer og veiviser for hva matematikklærere mener er viktig, vil dette kunne ha stor betydning med tanke på grunnutdanning og ikke minst - videreutdanning i faget. Masteroppgaven har gitt meg som forsker flere svar, men jeg sitter også igjen med noen spørsmål; Er oppfatninger om undervisningskunnskap et felt som blir løftet frem i lærerutdanninger? Er fagkunnskapen (den spesialiserte fagkunnskapen og horisontkunnskap) like godt drøftet som den fagdidaktiske kunnskapen? Og ikke minst, hvordan er lærerutdannere sin kompetanse på området?

Skjerpede krav om fagspesialisering i realfagene viser at undervisningskunnskapen er et område det satses på. Det reiser imidlertid et spørsmål om hvorfor kravet kun gjelder for lærere som underviser på ungdomstrinnet, der kravet om 60 studiepoeng i fagene matematikk, norsk og naturfag ikke gjelder barnetrinnet. Resultatene fra denne undersøkelsen viser at alle elevene vil kunne ha et større læringsutbytte når de har lærere med stor grad av faglig og fagdidaktisk trygghet, uavhengig om undervisningen foregår på barne- eller ungdomstrinn.

Høsten 2017 markerte regjeringen sitt mål om en attraktiv lærerutdanning med høy kvalitet, der modellen inkluderer en mastergrad for alle som starter på en lærerutdanning. Det kunne vært interessant å gjøre en tilsvarende undersøkelse med denne gruppen av studenter, både i forkant og etterkant av studieforløpet, for å se hvordan aspektene omkring oppfatninger eventuelt har endret seg med hensyn til større fagspesialisering. Et annet perspektiv kan være å undersøke eventuelle kjønnsforskjeller. Ikke minst ville det ha vært interessant med et forskningsprosjekt som inkluderer flere nivå i et utdanningsforløp. Dette gjelder i høy grad komponentene i lærerutdanningen (matematiske institutter, universitet/høgskoler og praksisskoler), da studenters oppfatninger påvirkes sterkere av den "tause" kunnskapen enn av den direkte undervisningen som foregår (Pehkonen, 2003).

Innledningsvis ble aspektet ved skolens imøtekommelse av et samfunn i rask utvikling tatt opp, der endringene i betydelig grad vil inkludere oppfatninger lærere har til matematikk – og vil det antas – også øvrige skolefag. Et endringsperspektiv er derfor nødvendig, noe jeg mener denne oppgaven kan bidra med. Funn som løftes frem i diskusjonskapittelet kan være med på å løfte frem nettopp dette. Fremfor alt vil resultatene vise til betydningen av egen refleksjon og bevissthet rundt de aspekt og områder studien tar opp.

6.4 Til slutt

Arbeidet med denne masteroppgaven har vært en utrolig reise gjennom et spennende felt. Samtidig har det vært utfordrende, og ikke alltid like lett å skulle tolke oppfatninger til en profesjon jeg anser har et genuint samfunnsmandat i forhold til fremtiden. Dette er forsøkt gjort med den dypeste respekt for det arbeidet lærere utfører. Det levner ingen tvil om at jeg, som en del av profesjon, i høy grad selv har reflektert over egne oppfatninger med tanke på mitt filosofiske ståsted og hvordan denne påvirker undervisning og læring. Som Pehkonen (2003) beskriver holder det ikke å snakke om endringsteorier, det er også høyst nødvendig å reflekter over den og bruke den som forbilde. Avslutningsvis ønsker jeg å sitere Shulman (1986:14), som med få ord kan oppsummere essensen i denne studien;

”Those who can, do. Those who understand, teach”

Litteratur

- Allgood, E. & Kvalsund, R. (2010). Q-metodologi, rådgivningsfeltet, delt subjektivitet og personer i relasjoner. I A. A. Thorsen & E. Allgood (Red.). *Q-metodologi. En velegnet måte å utforske subjektivitet*. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag.
- Amin, Z. (2000). Q methodology--a journey into the subjectivity of human mind. *Singapore medical journal*, 41(8), 410-414.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.). *Vi kan lykkes i realfag*. (22-43). Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra <http://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/timss-2015/>
- Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen, T. (2016). TIMMS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.). *Vi kan lykkes i realfag*. (11-21). Oslo: Univesitetsforlaget. Hentet fra <http://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/timss-2015/>
- Bergem, O. K., Nilsen, T. & Scherer, R. (2016). Undervisningskvalitet i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.). *Vi kan lykkes i realfag*. (120-134). Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra <http://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/timss-2015/>
- Beswick, K. (2007). Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational studies in mathematics*, 65(1), 95-120.
- Beswick, K. (2010). *Knowledge/beliefs and their relationship to emotion*. Paper presentert på Current state of research on mathematical beliefs XVI: Proceedings of the MAVI-16 conference.
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 127-147.
- Brown, S. R. (1993). A primer on Q methodology. *Operant subjectivity*, 16(3/4), 91-138.
- Buehl, M. M. & Beck, J. S. (2015). The relationship between teachers' beliefs and teachers' practices. *International handbook of research on teachers' beliefs*, 66-84.
- Burton, L. (2002). Recognising Commonalities and Reconciling Differences in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 50(2), 157-175.
- Donner, J. C. (2001). Using Q-sorts in participatory processes: An introduction to the methodology. *Social Development Papers*, 36, 24-49.

- Ellingsen, I. T. (2010). Erfaringer fra ungdommers deltakelse i Q-studie: Utarbeidelse av utsagn og gjennomføring av Q-sortering med ungdom under barnevernets omsorg. I A. A. Thorsen & E. Allgood (Red.). *Q-metodologi. En velegnet måte å utforske subjektivitet*. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag.
- Enge, O. & Valente, A. (2010). Utvikling av matematikklærerkompetansen hos studenter i allmennlærerutdanning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), 61-77.
- Ernest, P. (1989a). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. Hentet 20.09.17 fra <http://webdoc.sub.gwdg.de/edoc/e/pome/impact.htm>
- Ernest, P. (1989b). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, 15(1), 13-33.
- Ernest, P. (1998). The culture of the mathematics classroom and the relations between personal and public knowledge: an epistemological perspective'. I F. Seeger, J. Voigt & U. Waschesco (Red.). *The Culture of the Mathematics Classroom* (245-268). Cambridge: Cambridge University Press.
- Ernest, P. (2002). *The Philosophy of Mathematics Education*. Hoboken: Taylor and Francis.
- Fauskanger, J. (2015). *Å måle og registrere matematikklæreres undervisningskunnskap : En studie av hvordan det er mulig å måle og studere matematikklæreres undervisningskunnskap, og mulige begrensninger og styrker ved måter en måler og studerer kunnskap på* (Doktorgradavhandling). Universitet i Stavanger.
- Fauskanger, J. (2016). Matematikklæreres oppfatninger om ingrediensene i god matematikkundervisning. *Acta didactica Norge [elektronisk ressurs]*, 10(3), 18-18.
- Fauskanger, J. (2017). Kunnskap nødvendig for effektiv matematikkundervisning - slik lærere selv ser det. *Norsk pedagogisk tidsskrift*(01), 45-56.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk : tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og lærernes opplevelser av undersøkelsen.
- Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2010). *Hva må læreren kunne?* Hentet 14.09.16 fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/35c_t2010-4.pdf
- Fauskanger, J., Mosvold, R. & Kristensen, M. S. (2016). *Født sånn, eller blitt sånn? Matematikklæreres oppfatninger om evnen til å undervise*. Hentet 31.05.17 fra <https://www.journals.uio.no/index.php/adno/article/view/2251/2425>
- Fives, H. & Buehl, M. M. (2008). What Do Teachers Believe? Developing a Framework for Examining Beliefs about Teachers' Knowledge and Ability. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 134-176. doi: 10.1016/j.cedpsych.2008.01.001

- Fives, H. & Buehl, M. M. (2014). Exploring differences in practicing teachers' valuing of pedagogical knowledge based on teaching ability beliefs. *Journal of Teacher Education*, 0022487114541813.
- Fives, H., Lacatena, N. & Gerard, L. (2015). Teachers' beliefs about teaching (and learning). *International handbook of research on teachers' beliefs*, 249-265.
- Fuglseth, K. & Skogen, K. (2006). *Masteroppgaven i pedagogikk og spesialpedagogikk, Design og metoder*. Oslo: Cappelen Akademiske Forlag.
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. I G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Tøerner (Red.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (39-57). Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publisher.
- Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematical thinking and learning. I J. Maass & W. Schloeglmann (Red.). *New mathematics education research and practice* (209-232). Rotterdam: Sense Publishers.
- Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers : maximizing impact on learning*. London: Routledge.
- Hersh, R. (1979). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics*, 31(1), 31-50. doi: 10.1016/0001-8708(79)90018-5
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hundeland, P. S. (2010). *Matematikklærerens kompetanse : en studie om hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning* (23). Universitetet i Agder, Fakultet for teknologi og realfag, Kristiansand.
- Hundeland, P. S., Erfjord, I., Grevholm, B. & Breiteig, T. (2007). Teachers and researchers inquiring into mathematics teaching and learning: the case of linear functions (299-310).
- Jacobson, E. & Kilpatrick, J. (2015). Understanding teacher affect, knowledge, and instruction over time: an agenda for research on productive disposition for teaching mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(5), 401-406.
- Jahr, E., Grønmo, L. S., Skogen, K. & Wistedt, I. (2014). *Matematikktalenter i skolen - Hva med dem?* Oslo: Cappelen Damm AS.
- Johannessen, A. & Tufte, P. A. (2002). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abtakt.

- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt forlag AS.
- Kuhs, T. M. & Ball, D. L. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. *East Lansing: Michigan State University, Center on Teacher Education*.
- Kunnskapsdepartementet. (2014a). *Lærerløftet: På lag med kunnskapsskolen*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Kunnskapsdepartementet. (2014b). *Skjerper opptakskravene til lærerutdanningene*. Hentet 02.10.16 fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/Skjerper-opptakskravene-til-larerutdanningene/id2001847/>
- Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehage og grunnopplæringen (2015-2019)*. Oslo. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf
- Kunnskapsdepartementet. (2017). Lærerløftet. På lag med kunnskapsskolen. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/innsikt/larerloftet/id2008159/>
- Kvalsund, R. & Allgood, E. (2010). Kommunikasjon som subjektivitet i en skoleorganisasjon. I A. A. Thorsen & E. Allgood (Red.). *Q-metodologi. En velegnet måte å utforske subjektivitet*. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag.
- Kaarstein, H., Nilsen, T. & Blömeke, S. (2016). Lærerkompetanse. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.). *Vi kan lykkes i realfag*. (97-116). Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra <http://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/timss-2015/>
- Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner, G. (2002). *Beliefs : a hidden variable in mathematics education?* (v. 31). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Liljedahl, P. (2008a). Teachers' insights into the relationship between beliefs and practice. I J. Maass & W. Schloeglmann (Red.). *Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results* (33-44). Rotterdam: Sense Publisher.
- Liljedahl, P. (2008b). *Teachers' beliefs as teachers' knowledge* (2008). Hentet 09.10.16 fra <http://unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/ALL/Papers/LILJED.pdf>
- Ma, L. (2010). *Knowing and Teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New York: Routledge, Taylor & Francis.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (575-596). New York: Macmillan.

- Meld. St. nr. 28. (2016). *Fag - Fordypning - Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2013). Teachers' beliefs about mathematical knowledge for teaching definitions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(2-3), 43-61.
- Muijs, D. & Reynolds, D. (2015). Teachers' Beliefs and Behaviors: What Really Matters? *Journal of Classroom Interaction*, 50(1), 25-40.
- Maass, J. & Schlöglmann, W. (2006). *New mathematics education research and practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Maass, K. (2011). How can teachers' beliefs affect their professional development? *ZDM*, 43(4), 573-586.
- Nordenbo, S. E. (2008). *Lærerkompetanser og elevers læring i førskole og skole læring i førskole og skole : Et systematisk review utført for Kunnskapsdepartementet, Oslo*. København: Dansk Clearinghouse for Uddannelsesforskning, Danmarks Pædagogiske Universitetsskole.
- Nostrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet 10.04.2017 fra <http://www.matematikkenteret.no/content/4879/Sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk>
- NOU 2014:7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole. Et kunnskapsgrunnlag*. Oslo. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/nou/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf>
- NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanse*. Oslo. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/nou/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf>
- NOU 2016:14. (2016). *Mer å hente. Bedre læring for elever med stort læringspotensial*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/15542e6ffc5f4159ac5e47b91db91bc0/nou/pdfs/nou201620160014000dddpdfs.pdf>
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of educational research*, 62(3), 307-332.
- Pehkonen, E. (2003). Læreres og elevers oppfatninger som en skjult faktor I matematikkundervisningen. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (154-181). Bergen: Fagbokforlaget.

- Polanyi, M. (2000). *Den tause dimensjon. En introduksjon til taus kunnskap*. Oslo: Spartacus Forlag.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Reason, M. (2003). Relational, Instrumental and Creative Understanding. *Mathematics Teaching*, 184, 5-7.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Schmolck, P. (2014). *PQMethod (Version 2.35)*. Hentet 23.01.2017 fra <http://schmolck.userweb.mwn.de/qmethod/downpqmac.htm>
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404-412.
- Shinebourne, P. (2009). Using Q-method in qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods*, 8(1), 93-97.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77, 20-26.
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.
- Streitlien, Å., Wiik, L. & Brekke, G. (2001). *Tanker om matematikkfaget hos elever og lærere*. [Oslo]: Læringscenteret.
- Størksen, I. (2012). *Hva er Q-metodologi, og hvordan kan den brukes i psykologien?* Hentet 26.08.16 fra http://www.psykologtidsskriftet.no/index.php?seks_id=263758&a=3
- Swars, S. L. (2015). A Mixed Methods Study of Teach for America Teachers' Mathematical Beliefs, Knowledge, and Classroom Teaching Practices during a Reform-Based University Mathematics Methods Course. *SRATE Journal*, 24(2), 25-39.
- Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode*. (3. utgave). Bergen: Fagbokforlaget.

- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Thorsen, A. A. & Allgood, E. (2010). *Q-metodologi En velegnet måte å utforske subjektivitet*. Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Timperley, H. (2008). *Teacher professional learning and development*. Hentet 04.11.16 fra <https://www.eduweb.vic.gov.au/edulibrary/public/region/eastern/leadconfreadingtimperley.pdf>
- Tufte, P. A. (2011). Kvantitativ metode. I K. Fangen & A.-M. Sellerberg (Red.). *Mange ulike metoder*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The Knowledge Quartet as an Organising Framework for Developing and Deepening Teachers' Mathematical Knowledge. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.). *Mathematical Knowledge in Teaching* (195-212). London and New York: Springer.
- Valente, A. (2015). *Matematikklærerkompetanse*. Hentet 09.10.16 fra <http://www.matematikkcenteret.no/multimedia/3010/Valenta-Matematikklærerkompetanse.pdf>
- Valente, A. & Enge, O. (2015). *Profesjonskunnskap for matematikklærerutdannere*. Hentet 08.10.16 fra https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/BedreSkole/BS_4_2015/UTD-BS0415-WEB_Valenta_Enge_oppslag.pdf
- Van Exel, J. & De Graaf, G. (2005). Q methodology: A sneak preview. Hentet fra https://www.researchgate.net/profile/Gjalt_Graaf/publication/228574836_Q_Methodology_A_Sneak_Preview/links/02bfe50f946fc9978b000000.pdf
- Van Zoest, L. R., Jones, G. A. & Thornton, C. A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by pre-service teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal*, 6(1), 37-55.
- Watts, S. & Stenner, P. (2005). Doing Q methodology: theory, method and interpretation. *Qualitative research in psychology*, 2(1), 67-91.
- Watts, S. & Stenner, P. (2012). *Doing Q Methodological Research. Theory, Method and Interpretation*. London: SAGE Publications Ltd.
- Wolf, A. (2010). Subjektivitet i Q-metodologi. I A. A. Thorsen & E. Allgood (Red.). *Q-metodologi. En velegnet måte å utforske subjektivitet*. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag.

Vedlegg

Liste over vedlegg

Vedlegg 1 – Forundersøkelse ved bruk av Forms

Vedlegg 2 – Informasjon og invitasjon om deltagelse i en masterstudie

Vedlegg 3 – Godkjenning fra NSD

Vedlegg 4 – Veiledning til sortering av utsagn

Vedlegg 5 – Kommentarark

Vedlegg 6 – Q-utvalg

Vedlegg 7 – Q-utvalg med kombinasjoner

Vedlegg 8 – Gjennomsnittssortering faktor 1 og faktor 2

Vedlegg 9 – Factor arrays for faktor 1 og faktor 2

Vedlegg 10 – Crib Sheet for faktor 1 og faktor 2

Vedlegg 11 – Distinguishing statements

Vedlegg 12 – Consensus statements

Vedlegg 13 - Faktorkarakteristikk

Forundersøkelse ved bruk av Forms

1. Kjønn *

- Mann
 Kvinne

2. Underviser hovedsakelig på: *

- Barnetrinn
 Ungdomstrinn
 Videregående trinn

3. Min matematikk kompetanse (formell), skill gjerne mellom matematikk og matematikdidaktikk: *

Skriv inn svaret

4. Matematikk er *

Skriv inn svaret

5. Læring i matematikk er *

Skriv inn svaret

6. Undervisning i matematikk er *

Skriv inn svaret

Informasjon og invitasjon om deltakelse i en mastergradstudie

“Den gode lærer”

Bakgrunn og formål

Jeg er student ved Nord universitet, og holder nå på med min avsluttende masteroppgave innenfor emnet tilpasset opplæring – med spesialisering innenfor matematikdidaktikk. Jeg ønsker å foreta en studie for å undersøke *hvilke faktorer som kan påvirke undervisningen til matematikklærere?*

I Norge er det et stort fokus på å utdanne dyktige lærere innenfor matematikkfaget. Det er godt dokumentert at elevenes læringsutbytte kan ses i sammenheng med lærerens faglige og fagdidaktiske kompetanse (Hattie 2009; Nordenbo et. al. 2008; Timperley 2008). Dette innebærer at læreren må ha et bredt spekter av undervisnings- og veiledningsmetoder, og benytte seg av sin egen faglige fordypning og kunnskap.

Læreren er ofte den som blir trukket frem når det er snakk om kvalitet i skolen. Den positive innflytelsen på elevenes læringsutbytte er i stor grad avhengig av lærerens kunnskap i og om matematikk – men hva er innholdet i denne kunnskapen? Videre ønsker jeg å undersøke om læreres oppfatninger om faget er med på å påvirke matematikkundervisningen, og se på en mulig sammenheng mellom undervisningskunnskap og oppfatninger.

Tittelen “Den gode lærer” er ikke et forsøk på å finne “superlæreren”, men heller et forsøk på å beskrive hvilke egenskaper og områder som kan ha betydning for elevenes læringsutbytte, motivasjon og holdninger i faget.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Undersøkelsen innebærer at du får utdelt x antall utsagn knyttet til temaene:

- Matematikk er ...
- Læring i matematikk er ...
- Undervisning i matematikk er ...

Disse utsagnene rangeres i en ferdig oppsatt matrise/sorteringsskjema ut fra en skala fordelt mellom helt enig/helt uenig i forhold til *dine* oppfatninger av temaene. Det vil si at jeg er interessert i din *subjektivitet*, og at det ikke er noen rette eller gale svar.

Undersøkelsen er planlagt gjennomført i perioden april/mai 2017, og vil ta omkring 30-45 minutter. Dette inkluderer sortering av utsagn, samt eventuelle oppfølgingsspørsmål i forhold til sorteringen. Jeg vil være tilstede under gjennomførelsen, slik at jeg er tilgjengelig for spørsmål du lurer på.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt, studien vil bli anonymisert og ingen enkeltpersoner vil kunne gjenkjennes i den ferdige masteroppgaven. De som har tilgang til innsamlede opplysninger vil kun være student og veileder. Ved avslutning av mastergradsoppgave, som er planlagt 15.11.2017, vil alt av datamateriale bli slettet.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Linda Sjøveian Jensen på tlf. **41400393** eller epost: **linda.sjoveian@gmail.com**.

Veileder for prosjektet er Trond Lekang, tlf. 75517725, epost: trond.lekang@nord.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Med vennlig hilsen

Linda Sjøveian Jensen

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien” Den gode lærer”, og er villig til å delta

(Signert av prosjektdeltaker, dato)



Trond Lekang
Logopedi, spesialpedagogikk, tilpasset opplæring Nord Universitet
Postboks 1490
8049 BODØ

Vår dato: 28.03.2017

Vår ref: 53224 / 3 / KH

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 23.02.2017. Meldingen gjelder prosjektet:

<i>53224</i>	<i>Den gode lærer. En kvalitativ studie om læreres undervisningskunnskap og de affektive sider ved matematikk og matematikkundervisning</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>Nord universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Trond Lekang</i>
<i>Student</i>	<i>Linda Sjøveian Jensen</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 15.11.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Kjersti Haugstvedt

Kontaktperson: Kjersti Haugstvedt tlf: 55 58 29 53

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Veiledning til sortering av utsagn

Takk for at du deltar i denne studien. Denne veiledningen vil ta deg gjennom undersøkelsen steg for steg. Vennligst les hvert steg før du starter.

Steg 1

Les gjennom alle utsagn og sorter dem i tre tilnærmende like bunker på bakgrunn av:

Som matematikklærer; i hvilken grad vil du rangere følgende utsagn fra helt enig til helt uenig i forhold til din oppfatning av

1) matematikk som fag

2) læring i matematikk

3) undervisning i matematikkfaget

Steg 1

Les alle 58 kort for å få et overblikk over utsagnene. Del kortene inn i tre tilnærmede like bunker der:

Gruppe A er utsagnene du er enig i (legges til høyre)

Gruppe B er utsagn du er uenig i (legges til venstre)

Gruppe C er utsagn du er usikker på og/eller ikke har sterke formeninger om (legges i midten).

Neste steg er å distribuere gruppene med utsagn mer detaljert, ved å sortere dem i forhold til en gitt verdi mellom -5 til +5.

Steg 2

Begynn med gruppe A, velg tre kort fra denne og plasser de lengst til høyre i kolonnen +5. Disse tre kortene er likestilte, og det har ingen betydning hvilke kort du plasserer øverst eller nederst.

Steg 3

I bunken til venstre, gruppe B, velger du tilsvarende tre kort og plasserer disse på -5. Disse tre kortene er likestilte, og det har ingen betydning hvilke kort du plasserer øverst eller nederst.

Steg 4

Gå tilbake til kortene i gruppe A og velg fire utsagn som plasseres på +4. Disse fire kortene er likestilte, og det har ingen betydning hvilke kort du plasserer øverst eller nederst.

Steg 5

Gjenta steg 4 med gruppe B, og plasser fire utsagn under -4.

Steg 6

Hvis du har flere kort igjen i gruppe A og B, gjenta prosessen til alle kortene er sortert. Det gjør ingenting om du ikke fyller ut en hel kolonne.

Steg 7

Gruppe C er utsagn viser mindre nyanser i forhold til dine oppfatninger, og alle kortene plasseres ut til du ikke har flere kort igjen. Ta deg god tid til å sortere de siste utsagnene, og vær oppmerksom på at åtte av utsagnene skal plasseres under 0.

Steg 8

Når du har plassert alle kortene i sorteringsmatrisen, se godt over din distribusjon og flytt gjerne på kortene til du er fornøyd med at dette representerer ditt syn.

Steg 9

I siste steg noterer du ned din sortering på vedlagte sorteringsmatrise. Benytt kommentararket hvis det er utsagn du ønsker å kommentere og som kan være hjelpelig med å klargjøre dine synspunkt.

Både sorteringsmatrisen og kommentararket gir du en kode som bare du kjenner. Dette gir deg anledning til å utpeke hvilken ark som var dine, hvis du skulle ønske å trekke deg fra studien ved et senere tidspunkt.

Lykke til, og tusen takk for hjelpen!

Vennlig hilsen

Linda Sjøveian Jensen

Kommentarark

Utsagn nr.:	Kommentar:

Q – utvalg

Matematikk er

Matematikk er å finne riktig svar på et problem	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse	
Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt	Matematikk er utforskning og eksperimentering	
For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom	
Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes	Matematikk er et praktisk og systematisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer	Matematikk er viktig å lære
Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner	Matematikk er sammenhenger og forklaringer	Matematikk er nødvendig
Matematikk er tall, symboler og formler	Matematikk er regning i dagliglivet	Matematikk er vanskelig
Matematikk er hovedsakelig et abstrakt fag	Matematikk er et interessant og utfordrende fag	Matematikk er et verktøy som kan være morsomt å bruke

Matematikk og læring

Matematikk er læring av tall, symboler og formler	Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer
Matematikk læres best når en jobber alene	Matematikk læres best i samarbeid med andre	Matematikk tar lang tid å lære
Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort	Læring av matematikk er avhengig av en god lærer
Læring er å automatisere regler og rutiner	Å lære matematikk består av prøving og feiling	Læring av matematikk starter allerede før skolealder
Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla	Læring skapes når man får utforske og undersøke	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaringer
For å lære matematikk må man pugge	Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok
Læring i matematikk skjer best i strukturerte omgivelser	Læring i matematikk skjer når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder	

Matematikk og undervisning

Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevens (praktiske) erfaringer	Undervisningen må oppmuntre elevenes til kreativitet og nytenking
Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter	Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer	Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder
Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære regler og rutiner utenat	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen	En trenger nødvendigvis ikke å få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikken
Elevene løse oppgaver individuelt	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre	Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar
I matematikktimene må man skrive	Undervisningen bør inneholde leker og spill	Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk
Læreren bør undervise matematikk fra begynnelsen, og anta at elevene ikke kan noe fra før	Det er bra å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før	For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant
Undervisningssekvenser som angår tema og ferdigheter spesifiseres i en lærebok	Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen	

Q-utvalg med kombinasjoner

(utsagn merket rødt er utelatt i analysen)

Nr.	Effekt/nivå komb.	Utsagn
1	Ad	Matematikk er å finne riktig svar på et problem
2	Ae	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse
3	Ad	Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt
4	Af	Matematikk er utforskning og eksperimentering
5	Ad/Af/Ae	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget
6	Ae	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom
7	Ad	Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes
8	Ae/Af	Matematikk er et praktisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer
9	Ad/Af/Ae	Matematikk er viktig å lære
10	Ad/Ae	Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner
11	Af	Matematikk er sammenhenger og forklaringer
12	Ad/Af/Ae	Matematikk er nødvendig
13	Ad/Ae	Matematikk er tall, symboler og formler
14	Ae/Af	Matematikk er regning i dagliglivet
15	Ad/Ae/Af	Matematikk er vanskelig
16	Ad/Ae	Matematikk er hovedsakelig et abstrakt fag
17	Af/Ae	Matematikk er et interessant og utfordrende fag
18	Ae	Matematikk er et verktøy som kan være vanskelig å bruke
19	Bg/Bh	Matematikk er læring av tall, symboler og formler
20	Bh	Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement
21	Bg	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer
22	Bg/Bh	Matematikk læres best når en jobber alene
23	Bh/Bi	Matematikk læres best i samarbeid med andre
24	Utelatt	Matematikk tar lang tid å lære
25	Bg/Bh/Bi	Læring i matematikk avhenger av en god lærer
26	Bi	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder
27	Bh/Bi	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaring
28	Bg/Bh/Bi	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok

29	Bh	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort
30	Bh	Å lære matematikk består av prøving og feiling
31	Bi	Læring skapes når man får utforske og undersøke
32	Bh/Bi	Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter
33	Bi	Læring i matematikk skjer når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder
34	Bg/Bh	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser
35	Bg	For å lære matematikk må man pugge
36	Bg/Bh	Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla
37	Utelatt	Læring er å automatisere regler og rutiner
38	Bg	Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort
39	Cj	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle
40	Cj	Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter
41	Cj	Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære regler og rutiner utenat
42	Cj/Ck	Elevene løser oppgaver individuelt
43	Cj/Ck/Cl	I matematikktimene må man skrive
44	Utelatt	Læreren bør undervise matematikk fra begynnelsen, og anta at elevene ikke kan noe fra før
45	Utelatt	Undervisningssekvenser som angår tema og ferdigheter spesifiseres i ei lærebok
46	Ck	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevens (praktiske) erfaringer
47	Ck	Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer
48	Cj/Ck	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen
49	Cl	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre
50	Ck/Cl	Undervisningen bør inneholde leker og spill
51	Ck/Cl	Det er brå å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før
52	Ck/Cl	Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen
53	Cl	Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking
54	Cl	Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder
55	Ck	En trenger nødvendigvis ikke å få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikk
56	Cj/Ck	Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar
57	Cj/Ck/Cl	Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk
58	Cj/Ck/Cl	For å viderefremme matematikk må den gjøres interessant

Gjennomsnittssortering for faktor 1

-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
5	36	44	22	28	58	55	18	8	31	4
48	41	40	34	51	11	9	33	23	49	53
21	15	39	42	13	12	57	11	17	20	26
	16	7	35	19	29	2	32	47	52	
		37	56	23	25	46	54	50		
			45	3	6	1	30			
				38	10	27				
					43					

Gjennomsnittssortering for faktor 2

-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
5	3	42	7	21	26	57	29	20	54	34
15	16	45	24	14	12	47	46	31	52	25
39	22	37	27	35	32	55	23	28	58	49
	44	43	6	2	18	40	11	53	51	
		56	36	19	4	30	50	17		
			38	1	10	9	33			
				41	13	8				
					48					

"Factor arrays" for faktor 1 og faktor 2

NR.	UTSAGN	F 1	F 2	DIFF
1	Matematikk er å finne riktig svar på et problem	1	-1	2
2	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse	1	-1	2
3	Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt	-1	-4	3
4	Matematikk er utforskning og eksperimentering	5	0	5
5	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget	-5	-5	0
6	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom	0	-2	2
7	Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes	-3	-2	1
8	Matematikk er et praktisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer	3	1	2
9	Matematikk er viktig å lære	1	1	0
10	Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner	0	0	0
11	Matematikk er sammenhenger og forklaringer	2	2	0
12	Matematikk er nødvendig	0	0	0
13	Matematikk er tall, symboler og formler	-1	0	1
14	Matematikk er regning i dagliglivet	0	-1	1
15	Matematikk er vanskelig	-4	-5	1
16	Matematikk er hovedsakelig et abstrakt fag	-4	-4	0
17	Matematikk er et interessant og utfordrende fag	3	3	0
18	Matematikk er et verktøy som kan være morsomt å bruke	2	0	2
19	Matematikk er læring av tall, symboler og formler	-1	-1	0
20	Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement	4	3	1
21	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer	-5	-1	4
22	Matematikk læres best når en jobber alene	-2	-4	2
23	Matematikk læres best i samarbeid med andre	3	2	1
24	Matematikk tar lang tid å lære	-1	-2	1
25	Læring i matematikk avhenger av en god lærer	0	5	5
26	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder	5	0	5
27	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaring	1	-2	3
28	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok	-1	3	4
29	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort	0	2	2
30	Å lære matematikk består av prøving og feiling	2	1	1

31	Læring skapes når man får utforske og undersøke	4	3	1
32	Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter	2	0	2
33	Læring i matematikk skjer når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder	2	2	0
34	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser	-2	5	7
35	For å lære matematikk må man pugge	-2	-1	1
36	Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla	-4	-2	2
37	Læring er å automatisere regler og rutiner	-3	-3	0
38	Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort	-1	-2	1
39	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle	-3	-5	2
40	Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter	-3	1	4
41	Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære regler og rutiner utenat	-4	-2	2
42	Elevene løser oppgaver individuelt	-2	-3	1
43	I matematikktimene må man skrive	0	-4	4
44	Læreren bør undervise matematikk fra begynnelsen, og anta at elevene ikke kan noe fra før	-3	-4	1
45	Undervisningssekvenser som angår tema og ferdigheter spesifiseres i ei lærebok	-2	-3	1
46	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevens (praktiske) erfaringer	1	2	1
47	Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer	3	1	2
48	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen	-5	0	5
49	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre	4	5	1
50	Undervisningen bør inneholde leker og spill	3	2	1
51	Det er bra å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før	-1	4	5
52	Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen	4	4	0
53	Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking	5	3	2
54	Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder	2	4	2
55	En trenger nødvendigvis ikke å få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikk	1	1	0
56	Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar	-2	-4	2
57	Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk	1	1	0
58	For å viderefremme matematikk må den gjøres interessant	0	4	4

Crib Sheet – faktor 1**UTSAGN RANGERT PÅ +5**

4	Matematikk er utforskning og eksperimentering
53	Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking
26	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder

UTSAGN RANGERT PÅ -5

21	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer
48	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen
5	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget

UTSAGN RANGERT HØYERE I FAKTORMATRISSE 1 ENN I ANDRE FAKTORMATRISSE

20	Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement +4
31	Læring skapes når man får utforske og undersøke +4
8	Matematikk er et praktisk og systematisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer +3
23	Matematikk læres best i samarbeid med andre +3
47	Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer +3
50	Undervisningen bør inneholde leker og spill +3
18	Matematikk er et verktøy det kan være morsomt å bruke +2
30	Å lære matematikk består av prøving og feiling +2
32	Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter +2
1	Matematikk er å finne riktig svar på et problem +1
2	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse +1
27	Læring er å automatisere regler og rutiner +1
6	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom 0
14	Matematikk er regning i dagliglivet 0
43	I matematikktimene må man skrive 0

UTSAGN RANGERT LAVERE I FAKTORMATRISSE 1 ENN I ANDRE FAKTORMATRISER

58	For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant 0
43	I matematikktimene må man skrive 0
25	Læring i matematikk avhenger av en god lærer 0
29	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort 0
13	Matematikk er tall, symboler og formler -1
28	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok -1
51	Det er bra å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før -1
36	For å lære matematikk må man pugge -2
34	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser -2
7	Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes -3

40	Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter -3
36	Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla -4

Crib Sheet – faktor 2

UTSAGN RANGERT PÅ +5

25	Læring i matematikk er avhengig av en god lærer
34	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser
49	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre

UTSAGN RANGERT PÅ -5

15	Matematikk er vanskelig
39	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle
5	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget

UTSAGN RANGERT HØYERE I FAKTORMATRISER 2 ENN I ANDRE FAKTORMATRISER

51	Det er bra å finne ut hva elevene kan og ikke undervise i det de allerede kan fra før +4
54	Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder +4
58	For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant +4
28	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok +3
29	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort +2
46	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevenes (praktiske) erfaringer +2
40	Læreren er den som viser og beskriver veletablerte tilnæringsmåter +1
13	Matematikk er tall, symboler og formler 0
48	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen 0

UTSAGN RANGERT LAVERE I FAKTORMATRISER 2 ENN I ANDRE FAKTORMATRISER

4	Matematikk er utforskning og eksperimentering 0
18	Matematikk er et verktøy som kan være morsomt å bruke 0
26	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder 0
1	Matematikk er å finne svar på et problem -1
2	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse -1
14	Matematikk er regning i dagliglivet -1
6	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom -2
27	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaring -2
38	Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort -2
42	Elevene løser oppgaver individuelt -3
43	I matematikktimene må man skrive -4
56	Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar -4

Distinguishing statements

Utsagn som er signifikant sortert ulikt på 0.05 nivå ($p < .05$)

Utsagn merket * indikerer signifikans på 0.01 nivå ($p < .01$)

NR.	UTSAGN
4*	Matematikk er utforskning og eksperimentering
26*	Læring i matematikk starter allerede før førskolealder
18	Matematikk er et verktøy det kan være morsomt å bruke
54*	Elevene bør oppmuntres til å finne sine egne løsninger og metoder
2	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse
1	Matematikk er å finne riktig svar på et problem
27	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaringer
58	For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant
25*	Læring i matematikk avhenger av en god lærer
43	I matematikktimene må man skrive
28*	Alle kan lære matematikk om de jobber hardt nok
51	Det er bra å finne ut hva elevene allerede kan og ikke undervise i det de kan fra før
22	Matematikk læres best når en jobber alene
34*	Læring i matematikk skjer best i strukturert omgivelser
40*	Læreren er den som viser og beskriver veletablert tilnæringsmåter
41	Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære seg regler og rutiner
48*	Læreboka er et viktig redskap i undervisningen
21*	Læring er memorering av fakta, regler, formler og prosedyrer

Consensus statements

Utsagn som ikke er sortert signifikant ulikt mellom faktor 1 og faktor 2. Utgjør ikke hovedforskjellene mellom faktorene.

Utsagnene er ikke signifikante på 0.01 nivå. Utsagn merket * er ikke signifikante på 0.05 nivå.

NR.	UTSAGN
1	Matematikk er å finne riktig svar på et problem
2	Matematikk er prosesser, generalisering og forståelse
3*	Løsningen på en matematikkoppgave er enten riktig eller galt
5*	For å mestre matematikk må man ha naturlig anlegg for faget
6*	Matematikk er et verktøy som kan brukes til å se verden gjennom
7*	Matematikk er fakta og prosedyrer som må løses og huskes
8*	Matematikk er et praktisk hjelpemiddel for å løse reelle problemer
9*	Matematikk er viktig å lære
10*	Matematikk er bruk av aritmetiske ferdigheter i hverdagslige situasjoner
11*	Matematikk er sammenhenger og forklaringer
12*	Matematikk er nødvendig
13*	Matematikk er tall, symboler og formler
14*	Matematikk er regning i dagliglivet
15*	Matematikk er vanskelig
16*	Matematikk er hovedsakelig et abstrakt fag
17*	Matematikk er et interessant og utfordrende fag
18	Matematikk er et verktøy som kan være vanskelig å bruke
19*	Matematikk er læring av tall, symboler og formler
20*	Læring i matematikk innebærer at eleven kan forklare et resonnement
22	Matematikk læres best når en jobber alene
23*	Matematikk læres best i samarbeid med andre
24*	Matematikk tar lang tid å lære
27	Læring i matematikk utvikles gradvis med erfaring
29*	Elevene forklarer feil han eller hun har gjort
30*	Å lære matematikk består av prøving og feiling

31*	Læring skapes når man får utforske og undersøke
32*	Matematikk læres best gjennom praktiske aktiviteter
33*	Læring i matematikk skjer når elevene skaper sine egne spørsmål og metoder
35*	For å lære matematikk må man pugge
36*	Læring oppstår når læreren gjennomgår nytt stoff på tavla
37*	Læring er å automatisere regler og rutiner
38*	Læring er når læreren forklarer feil elevene har gjort
39*	Undervisningen må være styrt av lærer og felles for alle
41	Det er viktig å legge vekt på at elevene skal lære regler og rutiner utenat
42*	Elevene løser oppgaver individuelt
43	I matematikktimene må man skrive
44*	Læreren bør undervise matematikk fra begynnelsen, og anta at elevene ikke kan noe fra før
45*	Undervisningssekvenser som angår tema og ferdigheter spesifiseres i ei lærebok
46*	Undervisningen bør ta utgangspunkt i elevens (praktiske) erfaringer
47*	Det er viktig at læreren lytter til elevenes ideer
49*	Gi elevene mulighet å diskutere ulike løsninger med hverandre
50*	Undervisningen bør inneholde leker og spill
52*	Individuell veiledning og samtale er en viktig del av undervisningen
53*	Undervisningen må oppmuntre elevene til kreativitet og nytenking
54	Elevene bør oppmuntres til å finne egne løsninger og metoder
55*	En trenger nødvendigvis ikke å få rett svar så lenge en forstår konseptet i matematikk
56*	Målet med undervisningen er å komme frem til riktig svar
57*	Læreren er avgjørende for undervisningen i matematikk
58	For å videreformidle matematikk må den gjøres interessant

Faktorkarakteristikk

	Factor 1	Factor 2
No. of Defining Variables	4	2
Average Rel. Coef.	0.800	0.800
Composite Reliability	0.941	0.889
S.E. of Factor Z-Scores	0.243	0.333

Utregning av egenvalue og forklarende varians**Faktor 1**

Tall	0.7630×0.7630	0.58
Geometri	0.6420×0.6420	0.41
Måling	0.7435×0.7435	0.55
Algebra	0.920×0.920	0.81

Eigenvalue for faktor 1 er 2.35

$(0.58+0.41+0.55+0.81)$

Forklarende varians for faktor 1 er 39.17 = 39.17 %

$100(\text{Eigenvalue}/\text{antall personer i studien})$

Faktor 2

Statistikk	0.7884×0.7884	0.62
Geometri	0.9010×0.9010	0.81

Eigenvalue for faktor 2 er 1.43

$(0.62+0.81)$

Forklarende varians for faktor 2 er 23.84 = 23.84 %

$100(\text{Eigenvalue}/\text{antall personer i studien})$