



UNIVERSITETET I  
NORDLAND

HANDELSHØGSKOLEN I BODØ • HHB

---

# Fire-faktormodell:

En studie av de underliggende faktorene på Oslo børs

BE305E – Masteroppgave i Finansiering og Investering

Siviløkonom

**Bendik Rønning**

**Veileder:** Thomas Leirvik

Totalt antall sider: 116

18. Mai 2015

[www.uin.no](http://www.uin.no)



## Forord

Denne masterstudien utgjør den avsluttende delen av mastergradstudiet i økonomi og administrasjon ved Handelshøyskolen i Bodø ved Universitetet i Nordland. Oppgaven er et selvstendig prosjekt innenfor spesialiseringen finansiering og investering, og utgjør 30 studiepoeng.

Jeg har valgt å fordype meg i de underliggende faktorene som kan forklare hvorfor en aksje får en relativ høy eller lav avkastning på grunnlag av interesse for kapitalmarkeder og aksjehandel. Studien har vært svært lærerikt å fullføre, og har sørget for at jeg har fått et spennende, krevende og interessant siste semester i siviløkonom studiene.

Jeg vil rette en stor takk til veileder, associate professor Thomas Leirvik, ved Handelshøyskolen i Bodø for meget gode og konstruktive tilbakemeldinger gjennom prosessen før og under selve utarbeidelsen av oppgaven. Jeg ønsker også å rette en takk til min arbeidsgiver, DNB Bank ASA, som har hjulpet meg med tilganger til databaser og innhenting av datamateriale til oppgaven. Jeg vil også rette en spesiell takk til mine overordnede i DNB som har lagt til rette slik at jeg har fått fri til å jobbe med oppgaven og reiser til Bodø når det har vært behov. En stor takk rettes også til min far, mor og bror som har bidratt til gode råd, korrekturlesning og språklige innspill.

Til slutt vil jeg rette en spesiell takk til min kjære samboer, Yvonne, som til tross for egen helse har vært tålmodig, forståelsesfull, hjelpsom og støttende når det trengtes gjennom den krevende studieperioden.

Handelshøyskolen i Bodø

Mai, 2015

Bendik Rønning

## Sammendrag av studien

Denne studien belyser hvilke underliggende faktorer som påvirker aksjeavkastningen på Oslo børs ved hjelp av regresjonsanalyse og en egenkomponert fire-faktormodell.

Innledningsvis vil relevant teori relatert til hva som påvirker aksjeavkastning bli presentert. Litteraturstudien viser at det finnes mange ulike faktorer som kan benyttes til å forklare aksjeavkastning, men at flere faktorer er gjengangere. I denne studien vil en faktormodell bli konstruert med formål om å kunne forklare avkastningen på OSEBX best mulig.

Fire-faktormodellen i denne studien inkluderer en markedsfaktor, en størrelsesfaktor, en lønnsomhetsfaktor og en momentumfaktor. Fremgangsmåten for hvordan disse faktorene er beregnet vil bli gjennomgått senere i masteroppgaven.

Regresjonsanalysen viser at fire-faktormodellen forklarer avkastningen på OSEBX meget godt, med en  $R^2$  på 0,822. Dette blir underbygget av testene for forutsetningene til regresjonen. Testene konkluderes med at forutsetningene er tilfredsstillende.

Etter regresjonsanalysen kan man konkludere med at alle de fire faktorene er signifikante og relevante for å forklare avkastningen på OSEBX. Momentumfaktoren hadde en noe svak forklaringssevne, men er signifikant ved 5 % konfidensintervall.

Faktormodellens evne til å skape meravkastning ble belyst ved desilporteføljer, hvor porteføljen med størst eksponering mot fire-faktormodellen viste seg å ha høyest risikojustert avkastning. Dette er et signal om at modellen kan benyttes til å utvikle lønnsomme handelsstrategier som kan tas i bruk på OSEBX-indeksen.

# Innholdsfortegnelse

Forord.....	ii
Sammendrag av studien.....	iii
FIGUROVERSIKT.....	vii
FORMELOVERSIKT.....	viii
TABELLOVERSIKT.....	ix
1. Innledning.....	1
1.1 Formålet med oppgaven.....	3
1.1.1 Problemstilling.....	3
1.2 Aksjemarkedet.....	4
1.2.1 Historikk og utvikling for OSEBX.....	4
1.2.2 Kan aksjeavkastning forklares?.....	5
2. Teori.....	6
2.1 Hypotesen om at markeder er effisiente.....	6
2.1.1 Tre former for markedseffisiens.....	6
2.1.2 Grossman-Stiglitz paradokset.....	8
2.1.3 Modernisering av markedseffisienshypotesen.....	8
2.1.4 En tilpasningsdyktig markedshypotese.....	8
2.2 Anomalier.....	9
2.2.1 Fundamentale anomalier.....	9
2.2.2 Tekniske anomalier.....	10
2.2.3 Kalenderanomalier.....	10
2.3 Faktormodeller.....	11
2.3.1 Ulike variabler for faktormodellen.....	11
2.3.2 Kapitalverdimodellen (KVM).....	14
2.3.3 Fama-French tre-faktormodellen.....	19
2.3.4 Q-Faktormodellen.....	23
2.3.5 Arbitrasjepricingsteorien.....	27
2.4 Atferdsfinans.....	30
2.4.1 Nyttfunksjonen vs. prospektteori.....	30
2.4.2 Kan psykologi forklare aksjeavkastning?.....	33
2.4.3 Momentum-teori.....	36
3. Metode.....	39
3.1 Multipel regresjonsanalyse og minste kvadraters metode.....	39

3.1.1	Minste kvadraters metodes forutsetninger .....	41
3.1.2	Kovarians og korrelasjon .....	42
3.2	Hvorfor faktormodell? .....	44
3.3	Datainnsamling .....	45
3.3.1	Valg av data og analyseperiode .....	46
3.3.2	Databaser og andre kilder .....	46
3.3.3	Justeringer og transformering av inndata .....	47
3.3.4	Risikofri rente .....	49
3.4	Portefølje-evaluering .....	50
3.4.1	Sharpe-raten .....	51
3.4.2	Sortino-raten .....	51
3.4.3	Informasjons-raten .....	52
3.4.4	Jensens alfa .....	52
4.	Fler-faktormodellen .....	53
4.1	Valg av faktorer .....	53
4.1.1	Markedsfaktor .....	54
4.1.2	Størrelsesfaktor .....	55
4.1.3	Lønnsomhetsfaktor .....	56
4.1.4	Momentumsfaktor .....	57
4.2	Fire-faktormodell .....	58
5.	Resultater og analyse .....	59
5.1	Deskriptiv statistikkanalyse .....	59
5.2	Ekstremverdier .....	61
5.3	Regresjonsanalysen .....	64
5.3.1	Test av regresjonens forutsetninger .....	66
5.3.2	Oppsummering av regresjonens forutsetninger .....	77
5.4	Tilbakevirkende test av fire-faktormodellen .....	78
5.4.1	Rullerende forklaringsgrad .....	78
5.4.2	Fire-faktormodellens historiske alfa-verdier .....	80
5.4.3	Markedsfaktorens historiske utvikling .....	82
5.4.4	Størrelsesfaktorens historiske utvikling .....	84
5.4.5	Lønnsomhetsfaktorens historiske utvikling .....	86
5.4.6	Momentumsfaktorens historiske utvikling .....	89
5.5	Fire-faktormodellens prestasjonsmål .....	92

5.5.1 Risikjusterte prestasjonsmål .....	93
5.6 Transaksjonskostnader .....	94
6. Oppsummering og konklusjon.....	96
6.1 Begrensninger.....	99
6.2 Forslag til videre studier .....	99
7. Vedlegg .....	100
7.1 OSEBX-Vekter .....	100
7.2 Histogram og boks-plot før eliminering av ekstremverdier .....	101
7.3 Kontrakt fra Oslo børs for innhenting av historiske aksjekurser.....	103
Referanseliste.....	104
Bøker .....	104
Artikler .....	104

## FIGUROVERSIKT

<b>Figur 1.1:</b> Normalisert prisnivå for tre aksjeindekser.....	4
<b>Figur 2.1:</b> Tre former for markedseffisiens .....	7
<b>Figur 2.2:</b> Grossman-Stiglitz paradokset .....	8
<b>Figur 2.3:</b> Effisient front og kapitalmarkedslinjen.....	16
<b>Figur 2.4:</b> Verdipapirmarkedslinjen .....	16
<b>Figur 2.5:</b> En aksjes alfaverdi.....	17
<b>Figur 2.6:</b> Dekomponering av variansen .....	18
<b>Figur 2.7:</b> Meravkastningen til veldiversifisert portefølje mot enkelte aksjer i forhold til en aksje .....	29
<b>Figur 2.8:</b> Den tradisjonelle nyttefunksjonen.....	31
<b>Figur 2.9:</b> Nyttekurven i prospekt teorien .....	33
<b>Figur 2.10:</b> Montier Observerer at analytikere holder fast ved sine estimater. ....	34
<b>Figur 3.1:</b> Regresjonslinjen trekkes i beste lineære linje i forhold til residualene. ....	40
<b>Figur 3.2:</b> Plot av en logaritmisk funksjon. ....	48
<b>Figur 3.3:</b> Nominell ettårig 1-måneders NIBOR. ....	49
<b>Figur 3.4:</b> Tre porteføljer med ulik avkastning når risikoen økes.....	50
<b>Figur 5.1:</b> Spredningsdiagram-matrise av faktorene i fire-faktormodellen. ....	67
<b>Figur 5.2:</b> Spredningsdiagram for momentumfaktoren og OSEBX-RF.....	68
<b>Figur 5.3:</b> Histogram av OSEBX-RF og markedsfaktoren .....	69
<b>Figur 5.4:</b> Histogram av størrelse, lønnsomhet og momentumfaktoren .....	70
<b>Figur 5.5:</b> Spredningsdiagram for test av hetroskedastisitet .....	71
<b>Figur 5.6:</b> Spredningsdiagram for regresjonen kvadrert mot ustandardiserte forventede verdier .....	72
<b>Figur 5.7:</b> Ustandardiserte residualer i tidsperioden for å se etter tegn til autokorrelasjon.....	76
<b>Figur 5.8:</b> Den historiske justerte forklaringsgraden for månedlige regresjoner.....	78
<b>Figur 5.9:</b> Rullerende alfa-verdier basert på månedlige regresjonsanalyser av datamateriale .....	80
<b>Figur 5.10:</b> Justert P-verdi for OSEBX fra månedlige regresjoner .....	81
<b>Figur 5.11:</b> Gjennomsnittskoeffisient for markedsfaktoren fra månedlige regresjoner .....	82
<b>Figur 5.12:</b> Justert P-verdi for markedsfaktoren fra månedlige regresjoner .....	84
<b>Figur 5.13:</b> Gjennomsnittskoeffisient for størrelsesfaktoren fra månedlige regresjoner .....	85
<b>Figur 5.14:</b> Justert P-verdi for størrelsesfaktoren fra månedlige regresjoner .....	86
<b>Figur 5.15:</b> Gjennomsnittskoeffisient for lønnsomhetsfaktoren fra månedlige regresjoner .....	87
<b>Figur 5.16:</b> Justert P-verdi for lønnsomhetsfaktoren fra månedlige regresjoner .....	88
<b>Figur 5.17:</b> Gjennomsnittskoeffisient for momentumfaktoren fra månedlige regresjoner .....	89
<b>Figur 5.18:</b> Justert P-verdi for momentumfaktoren fra månedlige regresjoner .....	91
<b>Figur 5.19:</b> Månedsavkastning basert på desilporteføljer som prestasjonsmål .....	92

## FORMELOVERSIKT

<b>Formel 2.1:</b> Kapitalverdimodellen (KVM) .....	14
<b>Formel 2.2:</b> Beta-verdien .....	14
<b>Formel 2.3:</b> Regresjonsvarianten av kapitalverdimodellen .....	17
<b>Formel 2.4:</b> Fama-French tre-faktormodell .....	20
<b>Formel 2.5:</b> Regresjonsvarianten av Fama-French tre-faktormodell .....	20
<b>Formel 2.7:</b> Tobins Q.....	23
<b>Formel 2.8:</b> Q-faktormodellen .....	24
<b>Formel 2.9:</b> Arbitrasjemodell .....	27
<b>Formel 2.10:</b> Arbitrasjemodell på vektorform .....	27
<b>Formel 3.1:</b> Regresjonsligning.....	39
<b>Formel 3.2:</b> Minste kvadraters metode .....	39
<b>Formel 3.3:</b> Residualligningen.....	40
<b>Formel 3.4:</b> Estimatet til minste kvadraters metode .....	40
<b>Formel 3.5:</b> Forklaringsgraden ved regresjonsformat .....	40
<b>Formel 3.6:</b> Justert forklaringsgrad.....	41
<b>Formel 3.7:</b> Kovariansen .....	43
<b>Formel 3.8:</b> Korrelasjonskoeffisienten .....	43
<b>Formel 3.9:</b> Logaritmisk transformering .....	48
<b>Formel 3.10:</b> Sharpe-raten.....	51
<b>Formel 3.11:</b> Sortino-raten .....	51
<b>Formel 3.12:</b> Informasjons-raten .....	52
<b>Formel 3.13:</b> Jensens alfa.....	52
<b>Formel 4.1:</b> Beregning av markedsfaktoren .....	54
<b>Formel 4.2:</b> Beregning av størrelsesfaktoren.....	55
<b>Formel 4.3:</b> Beregning av lønnsomhetsfaktoren .....	56
<b>Formel 4.4:</b> Beregning av momentumsfaktoren .....	57
<b>Formel 4.5:</b> Fire-faktormodellen .....	58
<b>Formel 5.1:</b> Interkvartil variasjonsbredde og øvre/nedre kvartil .....	62
<b>Formel 5.2:</b> Fire-faktormodellen på regresjonsform .....	64
<b>Formel 4.4:</b> Beregning av momentumsfaktoren .....	57



## TABELLOVERSIKT

<b>Tabell 2.1:</b> Israel og Moskowitz testet momentum mot verdi over en 86-års periode .....	38
<b>Tabell 5.1:</b> Deskriptiv statistikk for alle faktorene i fire-faktormodellen.....	59
<b>Tabell 5.2:</b> Forskjellen mellom maksimum og minimumsverdier for observasjonene .....	60
<b>Tabell 5.3:</b> Skjevhet og kurtose for alle de ulike faktorene. ....	60
<b>Tabell 5.4:</b> Deskriptiv statistikk for alle faktorene ekskludert for ekstremobservasjoner .....	62
<b>Tabell 5.5:</b> Skjevhet og kurtose for alle faktorene etter ekskludering av ekstremobservasjoner .....	63
<b>Tabell 5.6:</b> Sammendrag og koeffisienter fra regresjonsanalysen.....	64
<b>Tabell 5.7:</b> Whites test .....	73
<b>Tabell 2.8:</b> Breush-Pagan test .....	73
<b>Tabell 5.9:</b> Korrelasjonsmatrise .....	74
<b>Tabell 5.10:</b> VIF-test .....	75
<b>Tabell 5.11:</b> Nøkkelverdier for justert forklaringsgrad fra månedlige historiske regresjonsanalyser.....	79
<b>Tabell 5.12:</b> Nøkkelverdier for alfa-verdiene fra månedlige historiske regresjonsanalyser. ....	81
<b>Tabell 5.13:</b> Nøkkelverdier for markedsfaktoren fra månedlige historiske regresjonsanalyser.....	83
<b>Tabell 5.14:</b> Nøkkelverdier for størrelsesfaktoren fra månedlige historiske regresjonsanalyser. ....	85
<b>Tabell 5.15:</b> Nøkkelverdier for lønnsomhetsfaktoren fra månedlige historiske regresjonsanalyser.....	88
<b>Tabell 5.16:</b> Nøkkelverdier for momentumsfaktoren fra månedlige historiske regresjonsanalyser. ....	90
<b>Tabell 5.17:</b> Prestasjonsmål for desilporteføljene. ....	93

## 1. Innledning

Denne masteroppgaven omhandler aksjeavkastning på Oslo børs og hvilke faktorer som kjennetegner selskaper som har relativ høy eller lav aksjeutvikling. Oppgaven konkluderer med at en markedsfaktor, en størrelsesfaktor, en lønnsomhetsfaktor og en momentumfaktor forklarer en stor del av variasjonen på Oslo børs. Dette blir belyst gjennom multippel regresjonsanalyse av en egenkomponert fire-faktormodell.

Hvilke egenskaper er det som gjør at en aksje vil øke eller falle i verdi? I denne oppgaven vil de faktorene som teorien tradisjonelt har tatt i bruk for å forklare aksjeavkastning, bli testet med en faktormodell på Oslo børs. Nye studier de siste få årene har vist at man ved hjelp av nye faktorer og metoder, bedre kan dekomponere en aksjes avkastning basert på ulike egenskaper hos aksjeselskapene. Studien vil derfor ved hjelp av en egenkomponert fler-faktormodell belyse hvilke faktorer som bidrar til relativ høy eller lav aksjeavkastning på Oslo børs.

Det er mange beslutningsvariabler som inngår i prosessen når en investor eller en forvalter skal velge hvilke aksjer de skal kjøpe eller selge. Noen investorer kan for eksempel være tilhengere av teorien om svak effisiens, og vil fokusere på fundamentale analyser i valg av aksjer til porteføljen, mens andre investorer med liten tro på hypotesen om effisiente markeder vil kunne ha fokus på tekniske analyser av tidligere kursbevegelser. Hypotesen om effisiente markeder vil dermed ha en stor effekt på hvilke variabler som spiller inn når en aksjekurs endres.

Denne oppgaven vil derfor belyse hva teorien om effisiente markeder er, hvilke former for effisiens som finnes, og hvilke avvik og former av teorien som eksisterer. Slike avvik fra normen, eller effisiens, kalles for anomalier. Et eksempel på en anomali kan for eksempel være at Reinganum (1983) viste at aksjer har en systematisk høyere avkastning i januar enn i andre måneder. Flere eksempler på anomalier vil bli gjennomgått grundigere senere i oppgaven. Anomaliene er et svært omdiskutert tema man med fordel bør ta stilling til når man konstruerer en finansiell modell, da anomaliene kan forklare den lave forklaringsgraden i tradisjonelle modeller. Denne masteroppgaven vil inkludere faktorer som kan forklare anomaliene i seg selv, og dermed maksimere forklaringsgraden til de uavhengige variablene i fler-faktormodellen.

Videre vil de ulike variablene og faktorene teorien tradisjonelt har inkludert i en faktormodell, som tar sikte på å estimere fremtidig aksjeavkastning, bli diskutert. De ulike variablene blir delt inn i faktorgrupper, som danner koeffisientene i en multippel regresjon. Valget av variabler avhenger av hvilket teoretisk rammeverk som ligger til grunn, og representerer ulike typer risiko og egenskaper ved de forskjellige aksjene.

Kapitalverdimodellen er en sentral og grunnleggende modell for hvordan finansmarkedene i dag fungerer. Det vil derfor være naturlig å inkludere denne modellen i denne oppgaven, for å belyse sammenhengen mellom risiko og forventet avkastning med kapitalmarkedslinjen og verdipapirmarkedslinjen. Oppgaven vil i tillegg utrede hvordan en aksjes alfaverdi kan være grunnlaget for tradisjonell verdiinvestering, og hvordan kapitalverdimodellen kan gjøres om til regresjonsform.

Denne oppgaven vil også trekke frem hovedelementene til Fama og French (1993) sin tre-faktormodell. Denne modellen er svært mye anvendt i finansmarkedet for å estimere fremtidig avkastning for en aksje ved å ta i bruk faktorvariabler som omhandler det underliggende selskapets størrelse og verdiprising. Oppgaven vil også se på enkelte problemer med modellen, og introdusere Q-faktormodellen - en helt ny modell som legger til nye faktorer for å inkludere anomaliene i markedet i modellen. Q-faktormodellen til Hou, Zue og Zhang (2014) er en modell som ved å inkludere flere ulike faktorer enn tre-faktormodellen kan vise til en høyere forklaringsgrad ved å anvende variabler som inkluderer anomaliene. Denne nye modellen har en innovativ tilnærming til anomaliene, og er svært relevant til temaet som gjennomgås i denne oppgaven.

Videre vil oppgaven belyse hovedelementene i arbitrasjeprikingsteorien, som sier at identiske kontantstrømmer med lik risiko skal prises likt. Ved å utnytte avvik fra dette kan en investor oppnå risikofri avkastning, ved å foreta såkalte arbitrasjehandler. Dette er relevant i denne studien da mange av forutsetningene i finansielle modeller bygger på at markedet vil korrigere eventuelle feilprisinger automatisk.

Videre vil atferdsfinans bli gjennomgått. Atferdsfinans er teorien om at aktørene i markedet kan handle irrasjonelt, og hvilke implikasjoner dette får for de tradisjonelle finansmodellene (Pompian, 2006). Atferdsfinans er et tema som bidrar til forståelse for hvorfor avvik kan forekomme, og er relevant når en vil belyse hva som kan føre til at en aksje får relativt høy eller lav avkastning i fremtiden. Denne oppgaven vil belyse kontrastene mellom

nytteteorien og prospektteorien henger sammen, og trekker frem studier som har vist hvordan enkelte hendelser i finans kan forklares med aktørenes atferd.

Dersom man studerer de ulike teoriene om hvordan aksjemarkedet henger sammen vil man kunne se at mange av teoriene er fundamentalt motstridende, og bygger på ulike forutsetninger. Et eksempel på dette er adferdsfinansens forutsetning om at psykologisk påvirkning fører til at aktørene i markedet handler irrasjonelt, i motsetning til de helt rasjonelle aktørene i effisiensteorien. Denne motsetningen i de fundamentale teoriene om hvordan markedet henger sammen skaper et behov for en ny pragmatisk teori som kan låne elementer fra ulike sider. Dersom man lykkes med å skape en modell som kan låne elementer fra ulike teorier kan man skape en modell som kan estimere fremtidig aksjeavkastning med høy forklaringsgrad (Bodie, Kane, & Marcus, 2014).

## **1.1 Formålet med oppgaven**

Formålet med masteroppgaven er å belyse hvilke faktorer som historisk sett påvirker avkastningen til aksjer på Oslo børs. Videre er formålet å konstruere en finansiell fler-faktormodell, som basert på aksjeegenskaper kan brukes til å gi prognoser, og vurdere hvilke aksjer som vil kunne få en relativ høy eller lav aksjeavkastning i fremtiden. De ulike faktorene som inkluderes i fler-faktormodellen er valgt ut fra et teoretisk grunnlag, som har vist seg å kunne forklare aksjeavkastning på amerikanske aksjemarkeder. Oppgaven vil dermed ta med seg elementer fra dette og teste ulike faktorer mot Oslo børs, for å belyse om de samme gjelder her. Modellen i masteroppgaven vil konstrueres basert på en egen programmert aksjeprisingsmodell i statistikkprogrammet R, med forklarende variabler fra teorien. Oppgaven vil være relevant da man ved å være klar over hva som kan forklare aksjeavkastning, har et bedre grunnlag for investering i kapitalmarkedet.

### **1.1.1 Problemstilling**

Hvilke sentrale faktorer har historisk sett vært viktig for å forklare aksjeavkastningen på Oslo børs?

## 1.2 Aksjemarkedet

Denne studien vil omhandle ulike mekanismer i aksjemarkedet, og om man ved hjelp av en finansiell fler-faktormodell kan forklare hvorfor enkelte aksjer har hatt høyere eller lavere avkastning enn andre. Mange av teoriene og studiene som trekkes frem i denne oppgaven er per i dag kun testet og anvendt på de amerikanske børsene, og det vil derfor være interessant om man vil se de samme resultatene dersom modellene overføres til Oslo børs. Oslo børs ble grunnlagt allerede i 1819, og er Norges eneste regulerte markeds plass for omsetning av aksjer, egenkapitalbevis og andre verdipapirer. På Oslo børs kan selskaper og privatpersoner kjøpe eller selge aksjer, som er en eierandel i det underliggende selskapet.

### 1.2.1 Historikk og utvikling for OSEBX

OSEBX-indeksen er hovedindeksen for Oslo Børs, og består av de 55 største børsnoterte selskapene. indeksen skal kunne representere alle noterte aksjer på Oslo Børs, og blir revidert to ganger hvert år. Selskapene som OSEBX-indeksen består av vektet etter selskapsstørrelse (Se vedlegg 7.1). Det største noterte selskapet på indeksen er olje- og gasselskapet Statoil, som per 31.12.2014 vektet 18,12 % av OSEBX. Etter Statoil følger DNB ASA og Telenor ASA, som vektet henholdsvis 12,79 % og 12,38 %.



**Figur 1.1:** Normalisert prisenivå for tre forskjellige aksjeindekser; OSEBX, NASDAQ og S&P 500

I figur 1.1 er OSEBX sammenlignet med den teknologi-tunge NASDAQ-indeksen og den brede S&P 500 indeksen, som består av 500 amerikanske aksjeselskaper.

### 1.2.2 Kan aksjeavkastning forklares?

Det finnes utallige eksperter og analytikere som har sin egen mening og strategi for hvordan man best mulig får avkastning på sine investerte midler i aksjemarkedet. Etter at en aksje har hatt en relativ høy eller lav avkastning kan man peke på ulike faktorer for å begrunne bevegelsene til aksjen, ofte uten å kunne bevise påstanden. Flere teorier har forsøkt å systematisk forklare hvorfor enkelte aksjer har hatt lav eller høy avkastning, men en fundamental konsensus for hvordan man estimerer fremtidig avkastning mangler.

Beslutningsvariablene som inngår i prosessen når en investor skal kjøpe eller selge en aksje er mange, og hver enkelt investor har sin egen oppfatning av hvilke variabler som er de viktigste. Ved å inkludere faktorene i en faktormodell kan man estimere hvordan den fremtidige avkastningen til en aksje blir. De ulike variablene kan settes sammen til faktorer, som kan vise om variablene samlet sett har en positiv eller negativ sammenheng med avkastning (Bodie, et. al, 2014).

Grunnlaget for studiet om fremtidig aksjeavkastning vil være om man ved hjelp av en finansiell modell systematisk kan identifisere egenskaper som gjør at en aksje vil gå opp eller ned i verdi. Dersom man lykkes med å lage en slik modell, vil man kunne bruke modellen til å forklare noe av variansen ved historiske prisene på ulike aksjer.

## 2. Teori

### 2.1 Hypotesen om at markeder er effisiente

Et marked der prisene alltid reflekterer all tilgjengelig informasjon, kalles for et "effisient marked" (Fama, 1970). I et slikt marked vil det ikke være mulig for en investor å oppnå en meravkastning i markedet, uten å påta seg større risiko. Hypotesen om et slikt effisient marked ble oppsummert av Fama (1970), etter flere år med økende aksept for hypotesen i finansmiljøet. I årene før Famas artikkel var hypotesen om ineffisiente markeder mer omfattende, men Fama sin konklusjon og bevis for effisiente markeder førte til at hypotesen om markedseffisiens ble ansett som en grunnleggende hypotese i markedsteorien.

Hypotesen innebærer at en investor ikke kan oppnå over gjennomsnittlig risikojustert avkastning over tid, da man som investor ikke kan utnytte informasjon som ikke allerede er kjent i markedet. Det eneste som påvirker prisen til en aksje er ny informasjon i markedet, med unntak av markedsimperfeksjoner og institusjonelle begrensninger (Dimson, 1988) som for eksempel skatt, eller kurtasje fra meglerhusene. Kursbevegelser kalles for "random walk", som forklares med at ingen investor vet hva som blir morgendagens nyheter, og kursbevegelsen vil da på et tidspunkt kunne forklares med et myntkast. Spesielt dersom den nye spekulative prisen er uavhengig av alle tidligere trekk eller begivenheter (Alexander, 1964).

Det er verdt å merke seg at markedseffisienshypotesen sier at en aksjepris kun reflekterer *tilgjengelig* informasjon. Man vil derfor ikke alltid kunne si at kursene var korrekte i et retroperspektiv. Dette fordi man i etterkant kan se at en kurs var for høy eller for lav. Markedseffisienshypotesen sier derimot at aksjeprisene vil korrigeres over tid dersom markedet er rasjonelt (Bodie, et. al, 2014).

#### 2.1.1 Tre former for markedseffisiens

Markedseffisiens deles vanligvis opp i tre ulike hovedgrupper: svak effisiens, semisterk effisiens, og sterk effisiens. De ulike gruppene skilles i form av hva som menes med uttrykket "all tilgjengelig informasjon" (Bodie, et. al, 2014).

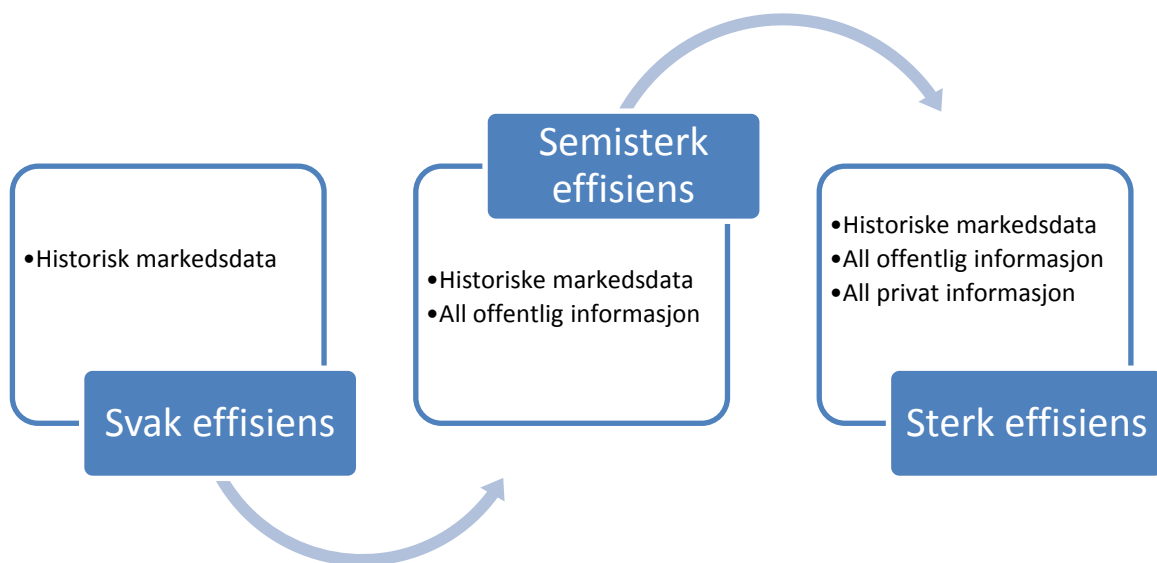
Hypotesen om svak effisiens argumenterer for at aksjepriser allerede reflekterer all informasjon som er tilgjengelig ved å analysere markeddata, slik som for eksempel de historiske prisene, handelsvolum og interesse for short salg (Bodie, et. al, 2014).

Ved svak effisiens er det derfor ikke mulig å oppnå meravkastning ved å ta i bruk trend og tekniske analyser, ettersom dette bygger på informasjon som allerede er tilgjengelig for alle. Hypotesen om svak effisiens sier at dersom det var en mulighet for å ta i bruk lett tilgjengelig historiske priser for å forutse videre utvikling i aksjen, ville alle investorer allerede ha oppfattet dette og reflektere det i aksjeprisene.

Hypotesen om semisterk effisiens sier at all offentlig tilgjengelig informasjon om et selskap allerede må være reflektert i aksjeprisen " (Bodie, et. al, 2014). Hypotesen sier at i tillegg til markedssdata, er også informasjon om regnskapstall, humankapital, patenter og annen informasjon knyttet til hva bedriften eier, som er kjent i markedet reflektert i aksjeprisen.

Ved semisterk effisiens vil derfor fundamentale analyser av selskapets underliggende verdier ikke ha noen større mening, ettersom man forventer at den offentlige informasjonen som analysene bygger på allerede er kjent i markedet.

Hypotesen om sterk effisiens sier at informasjon som innsidere i et selskap har, også er reflektert i aksjeprisen, i tillegg til markedssdata og fundamental informasjon om selskapet. Sterk effisiens innebærer dermed at all informasjon om et selskap er reflektert i aksjeprisen, både offentlig informasjon og innsideinformasjon (Bodie, et. al, 2014). Denne formen for effisiens anses for å være en ekstrem hypotese, og at finansielle institusjoner som for eksempel finanstilsynet hindrer sterk effisiens i markedet. I markeder med sterk effisiens vil selv ikke innsidere med unik informasjon kunne oppnå systematisk meravkastning.

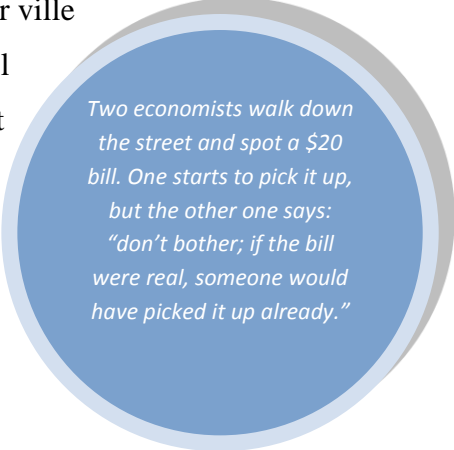


**Figur 2.1:** Tre former for markedseffisiens



### 2.1.2 Grossman-Stiglitz paradokset

Grossmann og Stiglitz (1980) argumenterte for at markedet ikke kunne være effektivt hvis ingen analyserte markedet, ettersom aksjekursene ikke lenger ville reflektere informasjonen som var tilgjengelig. Paradokset vil oppstå dersom investorer investerer passivt og det utvikles et skille mellom den fundamentale underliggende verdien i selskapet og hvordan selskapet prises av markedet. Dette vil kunne være et scenario i hypotesen om semistærk effektivitet, hvor fundamentale analyser ikke gir meravkastning ettersom investorer vil investere passivt.



*Two economists walk down the street and spot a \$20 bill. One starts to pick it up, but the other one says: "don't bother; if the bill were real, someone would have picked it up already."*

**Figur 2.2:** *Grossman-Stiglitz paradokset*

### 2.1.3 Modernisering av markedseffisienshypotesen

Etter Grossman-Stiglitz (1980) paradokset ble det rettet kritikk mot den konservative markedseffisienshypotesen. Fama (1991) lanserte derfor en oppdatert ny versjon av sin markedseffisienshypotese, hvor han så nærmere på hvilken lærdom man kan ta med seg fra den nye forskningen. En svakere og økonomisk mer fornuftig versjon av effisienshypotesen sier at prisene reflekterer informasjonen til det punktet hvor de marginale fordelene ved å handle på informasjon ikke overgår de marginale kostnadene (Fama, 1991). Dermed må kostnadene ved jobben det er å analysere og innhente informasjon være dekket for at dette skal være reflektert i aksjekursen.

Kritikken mot effisienshypotesen førte også til at det ble forsket på hvor mye effektivitet det fantes i markedet. Black (1986) tar utgangspunkt i hypotesen om at det finnes både informerte og uinformerte aktører i markedet, og at denne ulikheten sørger for at det foregår handel i markedet. De aktørene som har forstått informasjonen riktig vil tjene penger, mens de aktørene som analyserer informasjonen feil vil tape penger. På denne måten vil de uinformerte aktørene i markedet rette opp i eventuelle feilpriser og skape likvide markeder (Black, 1986).

### 2.1.4 En tilpasningsdyktig markedshypotese

Andrew Lo (2004) presenterte en ny tilpasningsdyktig versjon av hypotesen om effektive markeder. I denne artikkelen argumenterer Lo at heuristikker kan være med på å forklare enkelte irrasjonelle handlinger i markedet. Den tilpasningsdyktige markedshypotesen vil derfor bygge på prinsippene fra evolusjonen, og forandres etter at ulike studier kan avdekke anomalier fra teorien.

Lo (2004) argumenterer for at dersom aktørene i markedet anvender de samme mentale modellene vil dette føre til at muligheten for meravkastning blir oppdaget og korrigeres raskt, noe som vil føre til at markedet korrigeres tilbake til å være effisient. Hvilken grad av effisiens et marked bærer avhenger ifølge Lo (2004) av sammenhengen mellom antall aktører og antall muligheter for meravkastning.

Den tilpasningsdyktige markedshypotesen som Lo (2004) foreslår eksisterer ikke i form av en faktisk modell, da det er vanskelig å tallfeste enkelte av faktorene i teorien. Likevel er den relevant da den foreslår en hypotese som kan tilpasse seg erfaringer fra anomalistudiene og som kan inkludere elementer fra atferdsfinansien inn i en modell.

## **2.2 Anomalier**

Debatten om markedets effisiens har inspirert ulike studier av hvordan aksjemarkedet fungerer, og om markedene faktisk er effisiente. Mange studier peker på bevis som støtter opp under teorien om effisiente markeder, men også en rekke signifikante avvik fra aksjers forventede normalavkastning (Pompian, 2006). Ettersom disse avvikene ikke kan forklares ved å ta i bruk de kjente modellene kalles dette for anomalier, og er avvik fra normen. Dette studiet belyser ulike sammenhenger om hva som får en aksje til å ha relativ lav eller høy avkastning på Oslo børs, og teorien om slike anomalier vil derfor være en naturlig del av masteroppgaven. Det finnes tre hovedtyper anomalier:

### **2.2.1 Fundamentale anomalier**

Uregelmessigheter som oppstår når en aksjes avkastning er sett i lys av fundamentale analyse av aksjens verdi er kjent som en fundamental anomali (Pompian, 2006). Et eksempel på en slik anomali ble belyst av Fama og French (1992) da de utførte en studie av lave pris/bok selskaper mellom 1963 og 1990. I studien undersøkte de alle selskapene notert på New York Stock Exchange (NYSE), American Stock Exchange (AMEX) og NASDAQ. Aksjene ble delt opp i 10 ulike grupper av hvilken bok/pris de hadde. Studien (Fama og French, 1992) fant at de aksjene med lavest bok/pris fikk en meravkastning i forhold til de aksjene med høyest bok/pris multiplert med 21,4 % mot 8 %. De 10 ulike gruppene utgjorde 10 desilporteføljer som hver fikk dårligere avkastning enn den desilporteføljen som var rangert over. Fama og French rangerte også desilporteføljene etter beta, og fant at "verdiaksjene" hadde en lavere risiko enn "vekstaksjene". Detaljer rundt hvordan modellen fungerte blir gjennomgått senere i masteroppgaven.

Aksjer med lav pris/salg multiplene har også vist seg å kunne ha en meravkastning i forhold til markeder generelt, samt aksjer med høy pris/salg multiplene. O'Shaughnessy (2005) mener at pris/salg multiplene er en av de sterkeste egenskapene hos en aksje som vil ha relativ høy avkastning i fremtiden. I følge Pompian (2006) er lav pris/fortjeneste (Price/Earnings) en annen multiplene som har vist seg å ha en tendens til å ha en effekt på om aksjer kan ha en relativ høy avkastning. Det finnes også ifølge Pompian (2006) bevis for at en høy utbytteandel kan være en egenskap for aksjer som har en relativ høy avkastning i forhold til andre aksjer.

### **2.2.2 Tekniske anomalier**

En teknisk analyse av en aksje er en analyse hvor man bruker historiske kurser for å estimere hvordan aksjen beveger seg i fremtiden (Bodie, et. al, 2014). Ved å studere de tidligere kursene kan man ved å bruke tekniske verktøy, som for eksempel trend og bevegende gjennomsnitt, se hvor en aksje har teknisk "støtte" og "motstand". I følge Pompian (2006) kan teknisk analyse enkelte ganger avsløre inkonsistens med respekt til hypotesen om effisiente markeder. Disse avvikene fra normen kalles for en teknisk anomali, og dersom det finnes slike avvik kan det være egenskaper ved aksjer som kan utnyttes i en teknisk strategi.

### **2.2.3 Kalenderanomalier**

Kalenderanomalier er avvik fra normen der tid er en variabel som spiller inn. "Januareffekten" er en kjent kalenderanomali, hvor historiske tall har vist at mindre aksjer spesielt har hatt en unormal høy avkastning i januar måned. Enkelte studier har forsøkt å forklare denne anomalien med skattemessige motiver for denne tendensen. Likevel har "januareffekten" blitt et godt eksempel på en slik anomali ettersom effekten ikke har forsvunnet slik den vil når den blir kjent om vi skal følge arbitrasjeteorien. Reinganum (1983) er et eksempel hvor det er påvist at mindre selskaper som var notert på børsen ofte fikk en unormal høy aksjeavkastning de to første ukene i januar. Årsaken til at små selskaper ofte fikk en høyere avkastning enn store begrunnes av Reinganum (1983) med ulik volatilitet på grunn av ulikt handelsvolum. Dermed kan egenskaper som volum og volatilitet være mulige egenskaper hos aksjer som kan ha effekt på avkastningen.

## 2.3 Faktormodeller

En faktormodell tar sikte på å forklare hvilke faktorer som statistisk sett systematisk påvirker aksjeavkastningen til en aksje. Dersom vi tar kapitalverdimodellen som eksempel, ser vi at dette er en modell som tar i bruk én betafaktor, markedet, for å forklare de systematiske forholdene i avkastningen til en spesifikk aksje. Fler-faktormodeller på sin side tar i bruk flere ulike faktorer for å forklare den systematiske innvirkningen på aksjeavkastningen. Modellen ble tatt i bruk etter at en studie viste at en aksjekurs påvirkes av ulike økonomiske nyheter, noe som var bakgrunnen for behovet for å kunne dele den systematiske risikoen inn i flere faktorer enn kun markeds-beta (Chen, Roll, Ross, 1986). Ved å ta i bruk ulike faktorer for å forklare de systematiske ulikhetene i aksjeavkastning kan man belyse hvilke variabler som er sensitive for en enkelt aksje.

### 2.3.1 Ulike variabler for faktormodellen

Ettersom dette er et teoretisk grunnlag for masterstudien hvor en egenlaget aksjepriseringsmodell i statistikkprogrammet R vil forsøke å forklare hvilke egenskaper som fører til at en aksje vil ha relativ høy eller lav avkastning, vil dette avsnittet forklare hver enkelt gruppe av variabler som kan være relevante i en slik modell. De ulike gruppene av variabler vil være basert på teoriens hovedelementer, og vil være relevante i forhold til variabler som kan være med på å skille mellom aksjer basert på tidligere modeller

#### 2.3.1.1 Likviditetsvariabler

Liu (2006) viste ved hjelp av en to-faktormodell at ved å inkludere likviditetsvariabler og markedsfaktorer kan forbedre forklaringsgraden i forhold til Fama og French sin tre-faktor modell. Aksjer kan skilles ved å undersøke handelsvolumet verdipapiret har. Det vil være enklere for investorer å handle en aksje med høyt volum uten å påvirke aksjekursen, enn det vil være med en aksje med lavt volum. Det vil derfor kunne eksistere likviditetspremier som rasjonelle investorer vil ønske dersom det for eksempel kan være vanskelig å selge seg ut igjen av aksjen. Likvide verdipapirer selges altså med en premie, som tilsvarer opsjonen man har til å selge aksjen i fremtiden uten at prisen endres. Dersom investorer godtar en lavere avkastning for å investere i aksjer med høyt volum vil likviditet være en relevant faktorgruppe for en faktormodell. Eksempler på slike variabler kan være gjennomsnittlig handelsvolum over en periode, eller månedlig handelsvolum i forhold til markedsverdien. Liu (2006) viste at ved også å inkludere handelshastigheten som en variabel i likviditetsfaktoren vil modellen kunne relatere likviditet til flere anomalier, og dermed forbedre forklaringsgraden ytterligere.

### **2.3.1.2 Vekstvariabler**

I flere nye faktormodeller inkluderes ulike vekstvariabler, slik som for eksempel i q-faktormodellen til Hou, Xue og Zhang (2014) som blir forklart i detalj senere i denne oppgaven. Ulike aksjer kan være inne i ulike faser av vekst, og dette kan være viktige faktorer for den fremtidige aksjeavkastningen. Vekstvariabler kan benyttes for å skille selskaper med lav vekst i fra selskaper med høy vekst. Dersom et selskap har relativt høy vekst i forhold til andre konkurrenter i samme bransje vil det kunne ta tid for konkurrentene å ta igjen vekstselskapet. Dersom et selskap har relativt lav vekst i forhold til andre kan det være på grunn av behov for restruktureringer eller investeringer og dette kan ta tid å balansere. Slike vekstvariabler kan derfor være viktige egenskaper for aksjer med lav eller høy avkastning. Eksempler på slike variabler kan være avkastning på egenkapital, salgsomsetning, fortjeneste med vekstberegninger. I q-faktormodellen til Hou, Xue og Zhang (2014) inkluderes avkastning på egenkapitalen (ROE) som en av faktorene.

### **2.3.1.3 Sektorvariabler**

Aksjer på Oslo børs tilhører ulike sektorer, og dette kan påvirke hvordan investorer priser de ulike selskapene. Dersom tilhørighet til en sektor påvirker aksjeavkastningen vil det være naturlig å inkludere ulike sektorer som kontrollvariabler i modellen. Dummyvariabler vil bli tatt i bruk for å kunne inkludere regresjonskoeffisientene til de ulike sektorene. Eksempler på slike sektorvariabler kan være energi, IT, råvarer, transport eller helse.

### **2.3.1.4 Multippelvariabler**

Enkelte variabler kan være med på å skille mellom fundamentale forhold hos aksjer. Fama og French (1993) sin tre-faktormodell inkluderer for eksempel pris/bok i sin modell. Aksjer kan ha ulik relativ prising i forhold til de fundamentale regnskapstallene til selskapet. Investorene i markedet kan for eksempel ønske å prise selskaper ulikt selv om de har samme EBIT, omsetning eller verdi på egenkapitalen. Dersom en lav/høy PE (Price/Earnings) -multipel er en egenskap hos aksjer med relativt høy eller lav avkastning, vil slike variabler være naturlig å inkludere i faktormodellen. Slike multipelvariabler kan for eksempel være pris/fortjeneste, pris/bokverdi eller EBIT/EBITDA.

### ***2.3.1.5 Historiske prisvariabler***

Jegadeesh (1990) viste at det var mulig å kunne estimere fremtidig avkastning ved å inkludere historiske variabler i faktormodellene. Ved å observere de historiske aksjebevegelsene kan man forutse hvordan også de fremtidige bevegelsene blir. Dersom tidligere aksjebevegelser kan ha en innvirkning på fremtidig aksjeavkastning vil dette være variabler som det kan være interessant å inkludere i faktormodellen. Tidligere studier, som for eksempel Jegadeesh (1990), har vist at historiske bevegelser i aksjekursen kan ha systematisk påvirkning på fremtidige bevegelser, noe som er grunnlaget for teknisk analyse. Eksempler på slike historiske prisvariabler kan være kursbevegelser i for eksempel januar alene.

### ***2.3.1.6 Soliditetsvariabler***

De tradisjonelle modellene på hvordan man priser en aksje har alle til felles at risiko forbundet med investeringer er et sentralt tema. Soliditeten til de ulike selskapene vil dermed være en faktor av høy betydning. Aksjer på Oslo børs vil naturligvis kunne ha ulik risiko som investorer vil kunne ønske å prise ulikt. Soliditetsvariabler vil derfor være naturlig å inkludere i faktormodellen for å kunne se om det finnes systematiske ulikheter i hvordan dette prises. Eksempler på slike soliditetsvariabler kan være markeds-beta, standardavvik til tidligere aksjeavkastning, gjeldsgrad eller standardavvik i kontantstrømmen. Fama og French (1993) bruker for eksempel markeds-beta i sin tre-faktormodell.

### ***2.3.1.7 Momentumvariabler***

Carhart (1997) viste ved å studere fond og aksjeavkastning, at momentum var en viktig faktor. I studien viste han at ved å rangere desilporteføljer basert på momentum og markedsverdi, vil momentum aksjer gjøre det bedre enn andre. Det kan være ulike grader av momentum i aksjer, og dette vil kunne ha en innvirkning på om en aksje vil ha relativ høy eller lav avkastning i fremtiden. Dersom en aksje er inne i en periode med momentum i form av et godt marked, gode rater eller god konkurranse situasjon, kan dette være med på å øke fremtidig avkastning. Eksempler på slike variabler kan være bevegende gjennomsnittlig konvergens/divergens (MACD), relativ styrke indeks (RSI) eller bevegende gjennomsnitt (MA).

### 2.3.2 Kapitalverdimodellen (KVM)

Kapitalverdimodellen er en grunnleggende modell for pristeorien i finansmarkedet, og bygger videre på Harry Markowitz (1952) sitt arbeid med porteføljeteori og diversifisering. Selv om modellen bygger på teorier fra 50-tallet, er den fremdeles svært sentral i finansteorien. Modellen benyttes til å beregne kapitalkostnaden til en aksje eller en investering (Bøhren, Michalsen, 2010) ved å se på sammenhengen mellom risiko og forventet avkastning. Modellen uttrykkes med følgende fremstilling:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_M) - r_f] \quad (2.1)$$

$E(r_i)$  = Forventet avkastning på aksje  $i$ .  $r_f$  = Risikofri rente.  $E(r_M)$  = Forventet avkastning for markedsporteføljen.  $E(r_M) - r_f$  = Forventet avkastning på markedsporteføljen fratrukket den risikofrie renten (markedspremien). Dette forklarer hva en investor får betalt ved å holde markedsrisiko.  $\beta_i$  = Forventet endring i aksje(i) ved én prosent endring i markedsporteføljen. Dette kalles beta-koeffisienten, og er et tall som måler den systematiske risikoen. Beta kan fremstilles på denne måten:

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_m)}{\sigma_M^2} \quad (2.2)$$

Kapitalverdimodellen beskriver med andre ord en forventet markedsavkastning eller markedspris for en enkelt aksje relativt til den forventede usystematiske risikoen. Modellen forutsetter at alle investorer diversifiserer maksimalt for å bli kvitt all usystematisk risiko, og at investorene derfor er veldiversifiserte (Bøhren, et. al, 2010).

Under kapitalverdimodellen kan man kun øke forventet avkastning ved å øke eksponeringen mot systematisk risiko. Dersom en aksje og markedet har en kovarians lik null, får aksjen en betaverdi lik null og vil dermed også få forventet avkastning lik risikofri rente. Til tross for dette er det likevel ikke gitt at aksjen er risikofri, men at all risikoen som er forbundet med aksjen er usystematisk risiko. Kapitalverdimodellen gir dermed ikke økt forventet avkastning ved å bære usystematisk risiko.

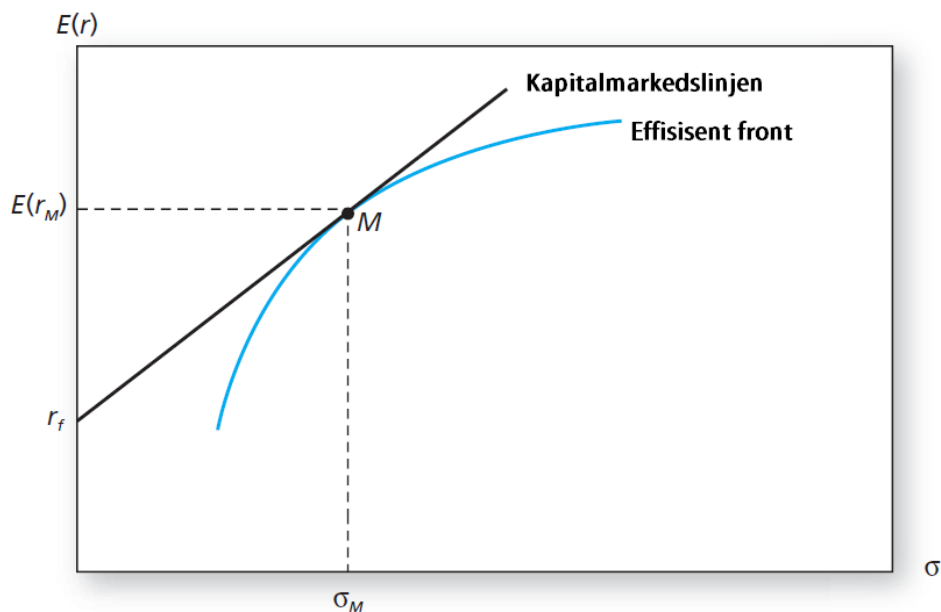
Forutsetningene kapitalverdimodellen bygger på er at den er begrenset til å gjelde for finansielle papirer som aksjer, obligasjoner og risikofrie lån. Videre går forutsetningene ut på at kapitalverdimodellen ikke kan brukes for investeringer i eiendom, private selskaper og humankapital (Bodie, et. al, 2014). Muligheten for å låne ut eller låne selv til en fast risikofri rente uavhengig av lånets størrelse må være til stede, og skatt og transaksjonskostnader foreligger ikke. En annen forutsetning er at alle aktører i markedet bruker like analysemetoder, og har like forventningsverdier med tanke på kovarians, varians og avkastning (Bodie, et. al, 2014). Til slutt antar modellen at alle investorer har planlagt for lik tidsperiode.

### **2.3.2.1 Kapitalmarkedslinjen**

For å kunne belyse den minst mulige variansen en portefølje av aktiva med risikoaktiva kan ha i forhold til avkastningskravet utviklet Markowitz (1952) en graf som viste nettopp dette. Grafen består av kapitalmarkedslinjen, som viser alle kombinasjoner av risikoavkastninger det er mulig å oppnå i et marked. Kapitalmarkedslinjens skjæringspunkt med  $E(r)$  finnes ved risikofri rente, og stigningsgraden uttrykkes ved hjelp av en Sharpe-rate. Denne raten blir brukt som et avkastningsmål, og viser meravkastning i forhold til den totale risikoen i porteføljen justert for risiko. Økningen i den forventede avkastningen blir målt i standardavvik og viser hvor mye avkastning man får ved å påta seg en enhet av risiko (Bodie, et. al, 2014). Det vil si at dersom kapitalmarkedslinjen er bratt vil investoren få høyere avkastning ved å påta seg mer risiko enn hvis linjen er slak.

Dersom man tar forutsetningene fra kapitalverdimodellen til grunn, vil alle aktører i markedet ha en portefølje hvor kapitalmarkedslinjen krysser linjen for effisient front. Dette punktet vil dermed være markedsporteføljen, og består av alle tilgjengelige verdipapir (Bodie, et. al, 2014). Kapitalmarkedslinjen viser hvilken risikopremie man kan forvente for en effisient portefølje, og er i forhold til standardavviket i porteføljen.

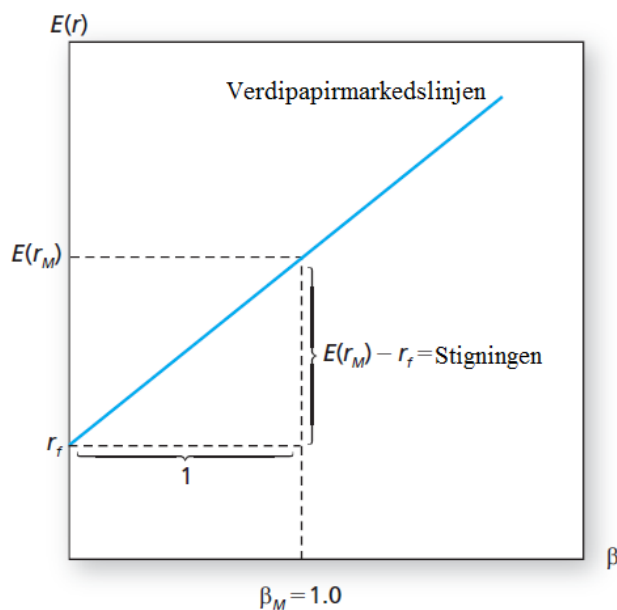




**Figur 2.3:** Effisient front og kapitalmarkedslinjen.

### 2.3.2.2 Verdipapirmarkedslinjen

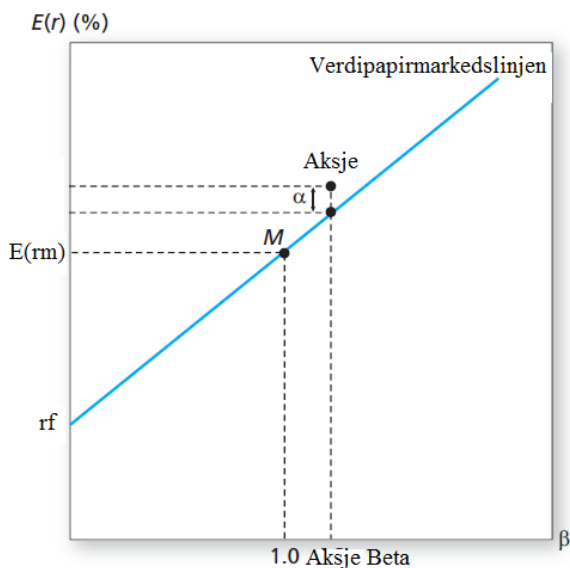
Verdipapirmarkedslinjen er en fremstilling av et enkelt aktivas risikopremie som en funksjon av det aktivumets beta-verdi. Med andre ord viser verdipapirmarkedslinjen individuell aktiva risiko-premie som en funksjon av aktiva risiko, i motsetning til kapitalmarkedslinjens portefølje (Bodie, et. al, 2014). Verdipapirmarkedslinjen blir dermed et mål som kan vise ut i fra risikoen på en investering målt i form av beta, hvilken avkastning som er nødvendig for å kompensere investorer for risikoen de må påta seg og tidsverdien av pengene.



**Figur 2.4:** Verdipapirmarkedslinjen

### 2.3.2.3 En aksjes alfa

Forskjellen mellom avkastningen som er forventet i verdipapirmarkedslinjen og den faktiske avkastningen til en aksje er en aksjes alfa ( $\alpha$ )-verdi (Bodie, et. al, 2014). I følge Bodie, et. al (2014) kan man si at aksjeanalyser handler om å avdekke aksjer med alfa ulik fra null. På denne måten kan man utnytte feilprisinger ved å øke vektningen i aksjer med positive alfaverdier, og minimere eksponeringen mot aksjer med negative alfaverdier. På den måten kan man si at alfaverdier ulike fra null er egenskaper som kan påvirke om en aksje vil få relativ høy eller lav aksjeavkastning i fremtiden. Som figur 3.3 viser, kan man finne en positiv alfa dersom en aksje befinner seg ovenfor verdipapirmarkedslinjen. En aksje vil ha negativ alfaverdi dersom aksjen befinner seg under verdipapirlinjen.



**Figur 2.5:** En aksjes alfaverdi

### 2.3.2.4 Regresjonsvariant av kapitalverdimodellen

Kapitalverdimodellen kan også skrives i regresjonsform, for å skape en variant som kan anvendes i programmeringen i statistikkprogramvaren R. Dersom man tar i bruk regresjonsvarianten av kapitalverdimodellen vil historiske observasjoner av et aktiva sammen med markedet over et intervall = N perioder vil man kunne definere kapitalverdimodellen slik:

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + \varepsilon_{it} \quad (2.3)$$

$R_{it}$  = Avkastning til enkeltaksjen i periode t,  $R_{Ft}$  = avkastning til risikofri rente i periode t,  $R_{Mt}$  = avkastningen til markedet i periode t,  $\varepsilon_{it}$  = feilleddet til regresjonslikningen med forutsetning at den er normalfordelt, uavhengig og har en forventning lik null (Bodie et. al. 2014). Ved å ta i bruk ordinær lineær regresjon kan man estimere en  $\alpha_i$  = alfa og en  $\beta_i$  = beta, som igjen kan brukes til å estimere graden av effisiens i et marked. Dersom alfaverdien er lik null og beta varierer proporsjonalt med forventet risikopremie vil markedet kunne sies å være effisient (Bodie, et. al, 2014).

Dersom man nå regner ut variansen i likningen, kan man dekomponere den totale risikoen ved å skille den systematiske og den usystematiske variansen. Ettersom alfa og beta har en varians lik null får vi denne sammenhengen:



**Figur 2.6:** Dekomponering av variansen

### 2.3.3 Fama-French tre-faktormodellen

Den dominerende tilnærmingen for å spesifisere faktorer som kandidater for relevante kilder til systematisk risiko, bruker karakteristikker som virker med empirisk grunnlag for vekter mot eksponeringen mot risiko (Bodie, et. al, 2014). Fama og French (1993) utviklet en modell som ved å ta i bruk tre ulike faktorer kunne estimere en porteføljes forventede avkastning, og denne har blitt til en dominerende modell i empirisk forskning og praktisk bruk. Tidligere i denne oppgaven ble fundamentale anomalier gjennomgått, hvor studiet til Fama og French ble et eksempel på slike fundamentale avvik fra effisiensteorien.

Fama og French er kjent for å være tilhengere av teorien om effisiente markeder, men med tre-faktormodellen identifiserer de ulike faktorer som kan påvirke den forventede avkastningen til en aksje eller en portefølje. Med modellen identifiserte de anomalier som kan utnyttes for å skape en meravkastning i forhold til markedet ved å plassere kapital for å utnytte anomaliene.

Den første faktoren i Fama og French (1993) sin faktormodell er markedsfaktoren. Dette er en faktor som vi kjenner fra kapitalverdimodellen, og beregnes ved å trekke den risikofrie renten fra den forventede avkastningen til markedsporteføljen. Denne faktoren vil derfor representere risikoen som følger med å investere utover den risikofrie renten.

Den andre faktoren i faktormodellen fra 1993 er beregnet ved differansen mellom avkastningen til en portefølje med eksponering mot aksjer i små selskaper og avkastningen til en portefølje med eksponering mot aksjer i store selskaper. Denne faktoren ble inkludert da Fama og French (1992) mente at størrelsen på selskaper kan være en faktor som kan påvirke forventet avkastning til en aksje. Modellen viste at små selskaper tenderer til å ha en høyere avkastning enn store. Dette forsvares i henhold til effisiensteorien med at det er større risiko knyttet til de små selskapene.

Den tredje og siste faktoren Fama og French (1993) inkluderte i faktormodellen er differansen mellom avkastning på en portefølje med selskaper med høy bokført verdi relativt til markedsverdien som aksjen handles til, og en portefølje med selskaper med lav bokført verdi relativt til markedsprisen. Ved å gjøre denne beregningen og inkludere den i faktormodellen kan en investor identifisere om såkalte verdiselskaper kan være en faktor som kan påvirke forventet avkastning. Fama og French (1992) fant at verdiaksjer ofte hadde en høyere avkastning enn vekstaksjene, som igjen ble knyttet til at investorer ønsker kompensasjon for høyere risiko i verdiaksjene.

Med utgangspunkt i disse tre faktorene kan modellen uttrykkes på følgende måte:

$$E(R_i) - R_f = b_i[E(R_M) - R_f] + s_iE(SMB) + h_iE(HML) \quad (2.4)$$

Hvor  $E(R_M) - R_f$  = den forventede meravkastningen til porteføljen,  $E(SMB)$  = premien for selskapsstørrelsen hvor "SMB" står for "small minus big",  $E(HML)$  = premien for pris/bok forholdet hvor "HML" står for "high minus low". Videre utgjør  $b_i$ ,  $s_i$  og  $h_i$  stigningen i regresjonen som kan uttrykkes på følgende måte:

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

Ved å ta i bruk denne regresjonen kunne Fama og French (1993) estimere den forventede meravkastningen til en aksje basert på de tre faktorene, og tok dermed en forutsetning om at det kan være mulig å dele beta-verdien inn i flere faktorer for å belyse risikoen i et verdipapir. Fama og French (1993) rangerte aksjene som var notert på New York Stock Exchange, AMEX og NASDAQ børsene etter markedsverdi, og delte dem inn i to grupper. Aksjene ble delt etter hvor store de var, slik at de største selskapene fant seg i en gruppe, og de små i en annen.

Videre rangerte de aksjene etter bokført verdi i forhold til markedsverdien de ble handlet til i markedet, og delte de samme aksjene inn i tre ulike grupper basert på dette. De selskapene med lavest (30 %) pris/bok verdi ble plassert i en gruppe, de selskapene med middels (40 %) pris/bok verdi ble plassert i en annen, og de selskapene med høyest (30 %) pris/bok verdi ble plassert i en siste.

Kombinasjonen av verdifaktoren og størrelsesfaktoren ble satt sammen og seks ulike porteføljer ble konstruert. I følge Fama og French (1993) besto porteføljene av alle kombinasjoner av for eksempel små selskaper med lav pris/bok verdi, til store selskaper med høy pris/bok verdi. På denne måten kunne de sammenligne avkastningen til de ulike porteføljene for å belyse hvordan bevegelsene var i forhold hverandre.

SMB ble beregnet ved å beregne gjennomsnittlig avkastning for de små selskapene, fratrukket gjennomsnittlig avkastning for de store selskapene. HML faktoren ble beregnet ved å trekke fra gjennomsnittlig avkastning fra selskaper med lav pris/bok verdi fra gjennomsnittlig

avkastning for de selskapene med høy pris/bok verdi. Ved å beregne vektet avkastning for alle de seks porteføljene ble markedsavkastningen ( $r_m$ ) spesifisert.

På denne måten kunne Fama og French (1993) måle hvilken premie investorer får for å eksponere seg mot faktorene i modellen. Ved å eksponere seg mot faktorene i modellen vil en investor påta seg risiko, noe som en investor ifølge de tradisjonelle prisingsmodellene vil kreve en ekstra premie for.

Med utgangspunkt i teorien om effisiente markeder vil man kunne trekke noen antagelser om hvilke variabler som har størst risiko, og intuisjonen vil si at mindre selskaper med høy pris i forhold til bokført pris vil bære størst risiko. SMB og HML faktorene er ikke i seg selv åpenbare kandidater for relevante risikofaktorer, men Fama og French (1993) argumenterer for at disse to faktorene kan fungere som fellesfaktorer for andre enda ukjente fundamentale variabler (Bodie, et. al, 2014). Et eksempel på dette gir Fama og French (1993) når de viser til at selskaper med høy pris/bok verdi har større sannsynlighet for å få finansielle problemer, og at mindre selskaper kan være mer sensitiv til endringer i bransjen de befinner seg i.

Faktoren med størrelsen på selskapene ble inkludert i modellen for å spesifisere avkastningspremien en investor ønsker for eksponering mot små selskaper. Dersom denne faktoren er positiv vil det bety at mindre selskaper hadde en høyere avkastning enn de store selskapene. Dersom faktoren er negativ vil det bety at de store selskapene hadde høyere avkastning enn de små selskapene. På samme måte vil en positiv HML faktor bety at aksjer med høy pris/bok verdi hadde høyere avkastning enn aksjer med lav pris/bok, mens en negativ verdi for faktoren betyr at aksjer med høy pris/bok hadde en lavere avkastning enn aksjer med lav pris/bok verdi. Denne faktoren ble inkludert da Fama og French (1993) mente at slike multipler kunne ha en effekt på avkastningen til aksjer.

Tre-faktormodellen kan også benyttes for å se hvordan momentum i inntekter og avkastning kan belyse hvilken økonomisk tilstand selskapene befinner seg i. I følge Fama og French (1995) vil selskaper med lave inntekter og avkastningskrav ha en tendens til å ha høy pris/bok verdi og positivt fortegn for HML koeffisienten. Selskaper med høye inntekter har en tendens til å ha lav pris/bok verdi og negativt fortegn for HML koeffisienten.

#### ***2.3.3.1 Problemer med Fama og Frenchs tre-faktormodell***

Empiriske tilnærminger slik som modellen til Fama og French (1993) bygger på har et problem med at ingen av faktorene som er tatt i bruk i modellen kan identifisere hedging som en viktig kilde til usikkerhet (Bodie, et. al, 2014). Flere studier har vist at når man undersøker og tester slike teorier og modeller vil observatøren bruke store ressurser på å analysere kvantitative databaser, noe som kan føre til at de etterhvert oppdager tidligere tilfeldige mønstre som i realiteten ikke er annet enn tilfeldigheter.

Ett eksempel på et slikt studie ble forklart av Fischer Black (1993), som benevnte dette problemet for data snoing. Dersom slik manipulering av modellen er mulig vil det skade modellens troverdighet og reliabiliteten til forskningen vil minske. Black (1993) observerte at avkastningspremier slik som selskapsstørrelser har vist seg å være inkonsistent over tid. Ved enkelte tidsperioder varierte avkastningspremien med høye standardavvik, noe som ikke er ideelt for en slik modell.

Fama og French (1993) har imidlertid vist at selskapsstørrelse og pris/bok verdien har estimert gjennomsnittlig avkastning godt i flere ulike tidsperioder samt ulike markeder i flere deler av verden. Dette vil være et argument for at muligheten for data-snoing og manipulering er liten, men Black (1993) vil allikevel ha et valid argument spesielt med tanke på faktoren om selskapsstørrelser da han viste at det kan være problemer med lav forklaringsgrad ( $R^2$ ) av variansen for forventet avkastning med denne faktoren.

Validiteten til tre-faktormodellen avhenger ifølge Bodie, et. al (2014) av hvordan aktørene i markedet forholder seg til den rasjonelle tanken om at for eksempel selskapsstørrelse ikke har noen betydning i seg selv. Dersom investorer priser kontantstrømmer uavhengig av markedsprisen til selskaper vil ikke faktoren om selskapsstørrelse ha noen innvirkning på avkastningspremien.

### 2.3.4 Q-Faktormodellen

De siste 20 årene har flere ulike studier vist at tre-faktormodellen til Fama og French (1993) ikke gjør rede for flere ulike anomalier i prisingen av aktiva. Et eksempel på slike studier er Bernard og Thomas (1990) hvor forfatterne viste at aksjeprisene ikke reflekterer implikasjonene for nåværende fundamental fortjeneste i forhold til fremtidig fortjeneste. Videre viste de at aksjeprisene kunne få en random-walk effekt i lys av naive forventinger til kvartalstall fra investorer i markedet, og dermed skape en type kalenderanomali fra modellen.

I lys av tre-faktormodellens problemer med å fordøye anomaliene har Hou, Xue og Zhang (2014) konstruert en ny empirisk modell som forsøker å forklare den forventede avkastingen til en aksje. Modellen har fått stor oppmerksomhet da den ved hjelp av ny innovativ tilnærming har identifisert faktorer som fanger opp mange av anomaliene i Fama og French tre-faktormodellen. Behovet for en modell som kan inkludere anomaliene for å estimere fremtidig aksjeavkastning har vært stort, da slike anomalier skaper støy for utdata blant annet belyst av den lave forklaringsgraden av variansen til forventet aksjeavkastning ( $R^2$ ) ved hjelp av selskapsstørrelse og pris/bok verdien.

#### 2.3.4.1 Tobins Q

Modellen til Hou, et. al (2014) er inspirert av investerings-basert kapitalpris, og bygger på neoklassisk q-teori av investering. Den klassiske q-teorien kommer fra da Tobin (1958) utviklet en formel som i dag kalles for Tobins Q. Dette er en indikator som kan brukes til å se på forholdet mellom markedsverdien til et selskap, og hva det vil koste å gjenskaffe eiendelene på et gitt tidspunkt. Tobins Q er gitt ved følgende formel:

$$Tobins\ Q = \frac{Markedsverdi}{Gjenanskaffelseskost} \quad (2.7)$$

I følge Tobin vil denne formel 2.7 tendere mot 1, da markedsverdien på lang sikt vil bevege seg mot gjenanskaffelseskosten. Q-modellen har dette som utgangspunkt for de forklarende faktorene, men bruker en annen formel for å inkludere investering og gjenanskaffelseskosten i faktormodellen.



### 2.3.4.2 Q-modellens sammensetning

Q-modellen estimerer forventet avkastning for en aksje fratrukket den risikofrie renten basert på sensitiviteten til fire ulike faktorer. Disse fire faktorene forsøker å fange opp anomaliene som tre-faktormodellen til Fama og French (1993) ikke makter. De fire faktorene i modellen til Hou, et. at (2014) også kalt, for q-faktor modellen er:

1. Avkastningen til markedet fratrukket risikofri rente (MKT)
2. Forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med små selskaper og avkastning til en portefølje med store selskaper.
3. Forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med selskaper med lavt investeringsbehov og avkastningen til en portefølje med selskaper med høyt investeringsbehov.
4. Forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med selskaper høy fortjeneste av egenkapitalen (ROE) og en portefølje med selskaper med lav fortjeneste av egenkapitalen (ROE).

Q-faktor modellen erstatter dermed pris/bok faktoren i tre-faktormodellen til Fama og French (1993) med en faktor som omhandler investeringsbehovet til en aksje og en faktor som omhandler fortjenesten av egenkapitalen (Return on equity). Faktoren med forskjellen mellom avkastningen til porteføljen med små selskaper i forhold til porteføljen med store selskaper forblir i modellen. Q-faktor modellen kan dermed uttrykkes på følgende måte:

$$E[r^i] - r^f = \beta_{MKT}^i E[MKT] + \beta_{ME}^i E[r_{ME}] + \beta_{I/A}^i E\left[r_{\frac{I}{A}}\right] + \beta_{ROE}^i E[r_{ROE}] \quad (2.8)$$

hvor  $E[MKT]$ ,  $E[r_{ME}]$ ,  $E[r_{I/A}]$  og  $E[r_{ROE}]$  er forventede faktorpremier, og  $\beta_{MKT}^i$ ,  $\beta_{ME}^i$ ,  $\beta_{I/A}^i$ , og  $\beta_{ROE}^i$  er koeffisientene til sine respektive premier.

Investeringsfaktoren er inkludert etter logikken med at et selskap optimalt bør fortsette å investere helt til investeringskostnaden i dag er lik verdien av fremtidig investeringsfordeler diskontert til dagens pris ved å bruke aksjens forventede aksjeavkastning som diskonteringsrente. Gitt forutsetningen om at alt annet er likt vil aksjer med høy investering ha lavere diskonteringsrente enn aksjer med lav investering. I tillegg til dette vil aksjer med høy fortjeneste relativt til lav investering, ha høyere diskonteringsrente enn aksjer med lav fortjeneste.

Modellen ble testet på historiske data fra januar 1972 til desember 2012 på de amerikanske børsene. I følge Hou, et. al (2014) får størrelsesfaktoren en gjennomsnittlig avkastning på 0,31 % per måned, investeringsfaktoren får et snitt på 0,45 % per måned, og avkastningen på egenkapitalen (ROE) faktoren får en gjennomsnittlig avkastning på 0,58 % per måned. Investeringsfaktoren har en høy korrelasjon ( $=0,69$ ) med pris/bok verdien, og avkastning på egenkapital (ROE) faktoren har en høy korrelasjon ( $=0,50$ ) med momentumfaktoren til Carhart (1997).

For å evaluere hvordan modellen egnet seg til å forklare anomaliene som er identifisert gjennom ulike studier ble q-faktor modellen testet for omlag 80 variabler som dekket de fleste kjente anomaliene. Testen ble utført med desilporteføljer på New York Stock Exchange og beregnet verdivektet desilavkastninger.

Testen viste to store funn som er nyheter innenfor det teoretiske rammeverket i finansteorien. For det første viste testen til Hou, et. al (2014) at omtrent halvparten av anomaliene får en ubetydelig gjennomsnittlig avkastning for "høy-minus-lav" desilene på NYSE børsen med verdi vektete avkastninger. Bevisene i modellen tyder på at mange av påstandene i litteraturen om anomalier virker overvurdert, og dysser dermed ned viktigheten av feltet. Årsaken til denne overvurderingen er en for stor vekt på små selskaper (Hou, et. al, 2014).

Q-faktor modellen med en markedsfaktor, en størrelsesfaktor, en investeringsfaktor og en fortjenestefaktor er ifølge Hou, et. al (2014) bedre til å fange mange av de viktige anomaliene enn den tradisjonelle tre-faktormodellen til Fama og French (1993). I tillegg til dette viser det seg at mange tilsynelatende urelaterte anomalier kan se ut til å være diverse manifestasjoner av investering og lønnsomhetseffekter.

I lys av denne modellen kan man si at man kan bevege seg ett steg nærmere en konsensus på hvordan man på mest presis måte kan estimere forventet aksjeavkastning. Utfordringene med å forklare anomalier som empiriske mønstre hos forventede aksjeavkastning som de tradisjonelle modellene har vanskelig å fordøye, er en viktig utfordring for investorer og analytikere.

Ettersom den forventede aksjeavkastningen er en sentral innsatsfaktor i de fundamentale aksjepriseringsmodellene, vil en endring i hvordan forventet aksjeavkastning estimeres kunne forandre investeringstilnærmingen. Dette er derfor et viktig tema for hvilke egenskaper som er viktig for relativ høy eller lav avkastning for aksjer. Q-faktor modellen forklarer derimot ikke alle anomaliene (Hou, et. al, 2014) og det vil dermed fremdeles kunne være rom for forbedringer i de empiriske modellene.

### 2.3.5 Arbitrasjepricingsteorien

Ved risikofritt å utnytte feilprising av ulike aktiva for å oppnå avkastning og skape profitt, kalles for en arbitrasjehandel. Teorien om arbitrasjepricing ble utviklet av Ross (1976), og sier at kontantstrømmer med like sikkerhetsekvivalenter skal ha like stor verdi. I motsetning til kapitalverdimodellens eneste risikofaktor "beta", bruker arbitrasjeteorien gjerne flere faktorer for å beregne den systematiske risikoen til et aktiva. I tillegg til dette er det mulig å teste de ulike systematiske risikofaktorene i en arbitrasjepricingsteori i motsetning til betafaktoren i kapitalverdimodellen som ifølge Fama (1991) er vanskelig å teste.

Den forventede avkastningen i arbitrasjepricingsteorien vil variere med hvor eksponert eller sensitiv det konkrete aktiva er mot ulike risikofaktorer (Bodie, et. al, 2014). Forutsetningene i arbitrasjepricingsteorien er at aktørene i markeder alltid vil velge det aktiva med høyest forventet avkastning dersom de har lik systematisk risikoeksponering, og at markedet dermed vil justere de ulike aktiva til likevekt. Videre forutsetter arbitrasjepricingsteorien at det er tilstrekkelig utvalg av aktiva til å diversifisere bort den usystematiske risikoen (Bodie, et. al, 2014). Dersom de diversifiserte porteføljene har ulik beta-verdi må risikopremien bevege seg proporsjonalt med beta-verdien for å ha likevekt og unngå arbitrasjen.

Arbitrasjemodellen utfordrer dermed antagelsen fra kapitalverdimodellen om at alle aksjer har samme sensitivitet til hver enkelt risikofaktor som ligger inne i betaen (Bodie, et. al, 2014). En modell med flere risikofaktorer er mer kompleks, men vil ha en fordel med å kunne dele opp den systematiske risikoen i flere ulike faktorer (Bodie, et. al, 2014). Formelen for en generell arbitrasjemodell kan formuleres på følgende måte:

$$R_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k F_{kt} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.9)$$

$R_{it}$  = meravkastningen for portefølje  $i$  på tidspunktet  $t$ ,  $F_{kt}$  = faktoravkastning ved tidspunkt  $t$ , og  $\varepsilon_{it}$  = feilledet for portefølje  $i$  ved tidspunkt  $t$ . Dette kan omskrives, og vi får vektorformen:

$$R_t = \alpha + \beta F_t + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

$R_t$  = vektor for meravkastningen på tidspunkt  $t$ ,  $\alpha$  = vektor av skjæringspunktet,  $\beta$  = matrise for faktorkoeffisienter,  $F_t$  = vektor av faktoravkastning ved tidspunkt  $t$ ,  $\varepsilon_t$  = vektor av

feilleddene ved tidspunkt  $t$ . Man kan da se om modellen er riktig ved å se om vektoren av skjæringspunktet ikke er signifikant ulik null (Bodie, et. al, 2014). Videre kan man konstruere fler-faktorversjoner av arbitrasjeprisingsmodellen med flere ulike faktorer.

Ettersom arbitrasjeprisingsteorien forutsetter at velfungerende kapitalmarkeder ikke tillater vedvarende arbitrasjemuligheter, vil det være mulig å utnytte aktiva som ikke er priset til korrekt pris.

Ved å posisjonere kapital på en måte som vil få en meravkastning når prisene korrigeres til korrekt pris, vil man gjennom arbitrasjeteorien kunne skape en mulighet til å kjøpe aktiva som er priset for lavt og short selge aktiva som er priset for høyt.

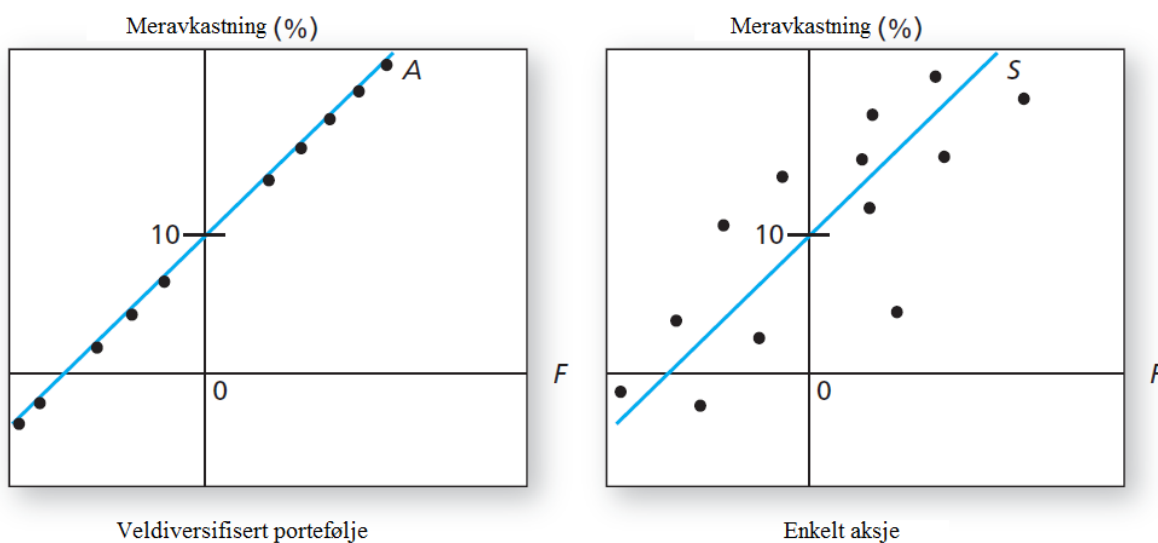
Teorien om at markedet er effisient vil dermed være en kontradikterende teori av arbitrasjeprisingsteorien, men likevel forutsetter arbitrasjeprisingsteorien at aktørene i markedet korrigerer feilprisede aktiva tilbake til likevektsprisen. Man kan dermed si at ved å utnytte arbitrasjeprising vil man bygge på grunnprinsippene fra effisiensteorien, og utnytte avvikene fra likevektsprisen.

Dersom man ved hjelp av å benytte arbitrasjeprisingsteorien kan få en risikofri meravkastning, vil man ved å identifisere egenskaper hos enkelte aksjer og verdipapir som fører til avvik fra korrekt pris og inkludere dette i en finansiell modell kunne øke forklaringsgraden til estimert fremtidig aksjeavkastning. Man kan i teorien bruke dette til å estimere fremtidig bevegelser i kursen, som allerede er noe av fundamentet til mye av høyfrekvens robothandel.

Ved å stille inn algoritmen til handelsroboter på en måte som utnytter arbitrasje kan man i teorien utnytte arbitrasje i for eksempel valutahandel ved å handle lynraskt og korrigere avviket fra likevektsprisen. Slike situasjoner kan eksempelvis oppstå dersom et aktiva er priset ulikt på to ulike markedsplasser eller børser.

Ettersom Ross (1976) bygger sin teori på at aktiva med identisk risikoprofil skal prises likt i forhold til kontantstrømmen, vil en investor ved å identifisere ulike risikofaktorer i en faktormodell kunne plassere kapital ved det relativt billigste aktiva, for så å vente til markedet korrigerer prisene. Man vil da oppnå en meravkastning relativt til det aktiva hvor prisingen ifølge teorien er for høy ved å identifisere risikofaktorene.

Som vi kan se i figur 2.7, vil aksjene i en veldiversifisert portefølje ligge på linjen hvor meravkastningen avhenger av eksponeringen mot risikofaktoren F. Dersom denne faktoren for eksempel indikerer makrovariabler i en regresjon vil man i en veldiversifisert portefølje kunne diversifisere bort faktoren, mens for enkelte aksjer vil faktoren påvirke meravkastningen (Bodie, et. al, 2014). En enkelt aksje er derimot ikke nødvendigvis veldiversifisert, og er dermed eksponert for usystematisk risiko. En enkelt aksje vil dermed ha en annen eksponering mot en enkelt faktor enn hva en veldiversifisert portefølje vil ha hvor meravkastningen avhenger kun av den systematiske faktoren.



**Figur 2.7:** Meravkastningen til veldiversifisert portefølje mot enkelte aksjer i forhold til en aksje

## 2.4 Atferdsfinans

Som en kritikk til hypotesen om effisiente markeder ble atferdsfinans et anerkjent fagfelt. Atferdsfinans satte spørsmålsteget ved antagelsen om at aktørene i markedet alltid handlet rasjonelt. Rasjonalitet er et interessant begrep fordi det ofte antas å representere et menneskelig adelsmerke. På den annen side er vi den eneste art som i mangt og mye er *irrasjonelle*. Kanskje er nettopp irrasjonaliteten menneskets fremste kjennetegn (Hessen, 2009).

Dersom en investor ikke alltid handler rasjonelt, vil det da kunne være andre egenskaper ved en aksje som påvirker følelsene til en investor, som igjen kan avgjøre om en aksjekurs vil stige eller falle i verdi? Ettersom investorer er mennesker med følelser og mulighet for å gjøre feil ønsker jeg å inkludere atferdsteorien som en naturlig del av dette studiet. Dette for å kunne belyse hvordan atferd kan være med på å påvirke en aksjekurs.

Atferdsteorien argumenterer for at psykologiske faktorer som følelser og selvtillit kan være med på å påvirke en aksjekurs, og ikke bare fundamentale forhold som for eksempel utbytte (Shiller, 1981). For å kunne inkludere psykologiske faktorer i finansielle modeller, ble atferdsfinans derfor introdusert til finansteorien på 80 og 90-tallet da Kahneman og Tversky (1979) fikk stor oppmerksomhet for sin forskning, som viste at det var avvik fra teorien om rasjonalitet og hvordan aktører faktisk handler. Atferdsfinans forsøker å tette dette gapet, ved å inkludere psykologiske faktorer i de finansielle modellene og dermed gjøre de mer virkelighetsnære.

Atferdsfinans kan deles inn i to ulike hoveddeler basert på hvilken psykologisk årsak som ligger bak et irrasjonelt valg. Slike valg kan enten oppstå som et resultat av prosesseringsfeil på den ene siden, eller beslutningsfeil på den andre siden. En prosesseringsfeil oppstår når en investor ikke makter å prosessere tilgjengelig informasjon, mens beslutningsfeil oppstår når en investor mistolker informasjonen (Bodie, et. al, 2014).

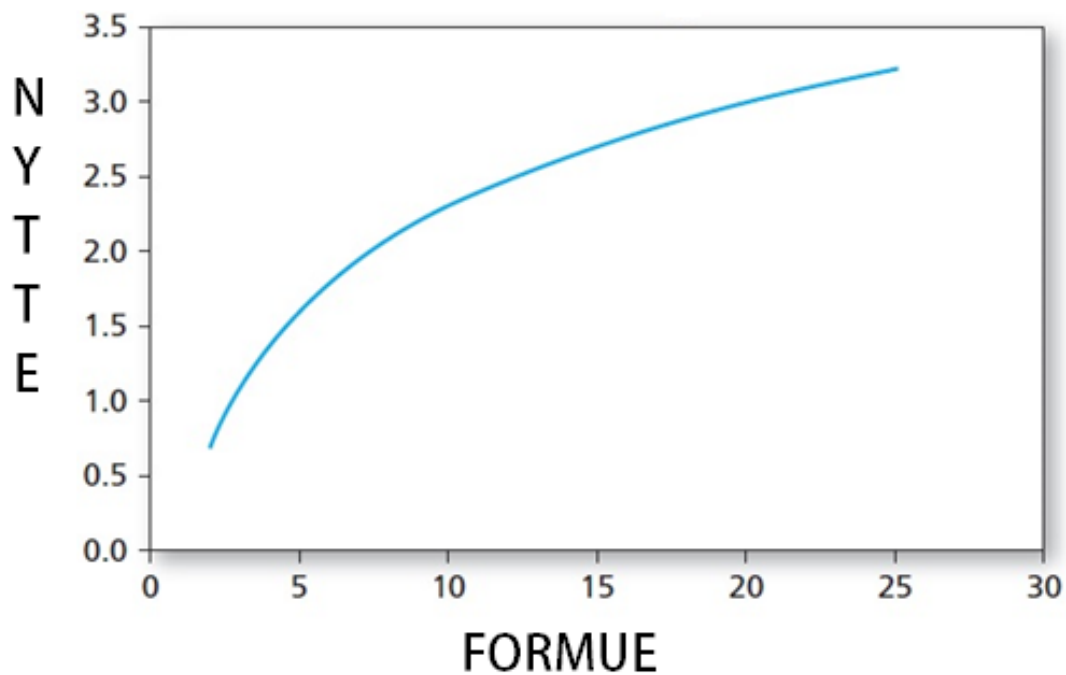
### 2.4.1 Nyttfunksjonen vs. prospektteori

Atferdsfinans beveger seg bort fra den tradisjonelle teorien om forventet nytte, hvor utgangspunktet er basert på at aktørene i markedet er rasjonelle i møte med usikkerhet. Den forventede nytteteorien er konsistent, og forutsetter at aktører alltid vil handle likt ut i fra nyttefunksjonen. Prospekt teorien på sin side er en kritikk til den tradisjonelle nytteteorien, og hevder å være en teori over hva aktørene faktisk gjør, og ikke hva aktørene bør gjøre (Tversky, Kahneman, 1982). Ettersom dette er et litterært studie om temaet aksjeavkastning er

det naturlig å belyse motsetningene fra den tradisjonelle nyttefunksjonen til den nyere prospektteorien da dette er utgangspunktet i atferdsfinans.

#### 2.4.1.1 Nytteteori

Teorien om forventet nytte er en gammel teori utviklet av Neumann og Morgenstern (1944), som forsøker å definere den rasjonelle atferden når et menneske blir stilt ovenfor usikkerhet. Selv om teorien er gammel, er den fortsatt relevant ettersom den er en grunnleggende for teorien om effisiente markeder. Nyttefunksjonen tar utgangspunkt i at aktørene i markedet er rasjonelle og handler på samme måte dersom de blir stilt ovenfor usikkerhet i beslutningsprosessen, og bruker dette for å beskrive preferansene til aktørene i markedet. Ved å gjøre dette kan funksjonen brukes til å sette tall på alle utfall av en beslutning, og rangere utfallene hvor høyest verdi vil avgjøre beslutningen for rasjonelle aktører (Bodie, et. al, 2014).



**Figur 2.8:** Den tradisjonelle nyttefunksjonen

Som nyttefunksjonen i figur 4.1 viser, ser vi at den tradisjonelle nyttefunksjonen gir høyere inntekt enn avtagende høyere nytte. Funksjonen viser at den samlede nytten øker raskere når en aktør har lav formue, men jevnes ut når formuen øker. Dette trekkes inn i finansielle modeller hvor man beregner sikkerhetsekvivalenter eller avkastningskrav.



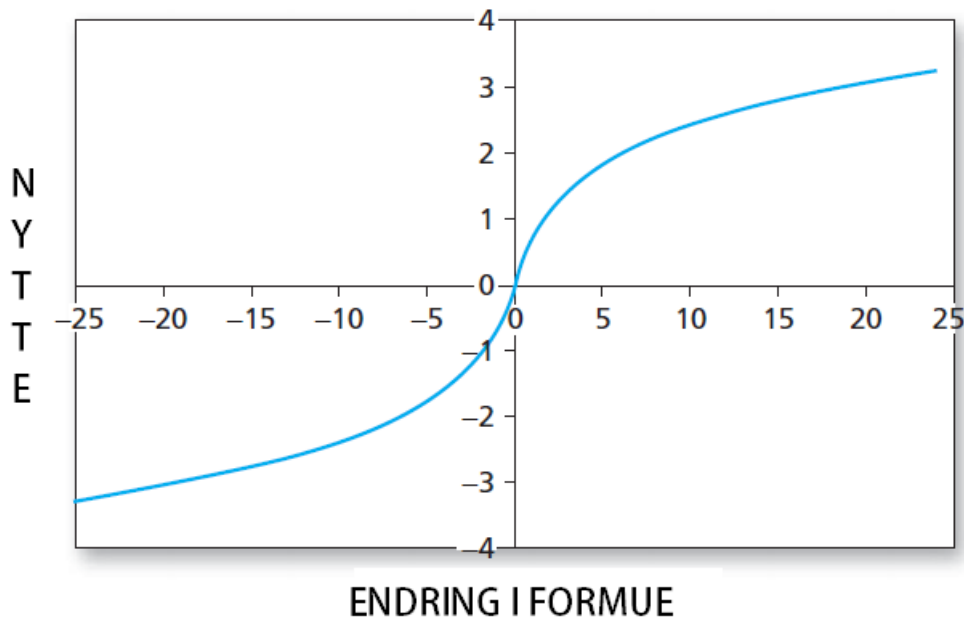
### 2.4.1.2 Prospektteori

En annen motsigende teori fikk på sin side oppblomstring etter at Allais (1953) og Ellsberg (1961) identifiserte problemer og motsigelser mot nyttefunksjonen som etterhvert førte til at Kahneman og Tversky (1979) utviklet prospektteori på 1970 og 80-tallet. Den nye prospekt teorien identifiserte flere tilfeller hvor aktørene i markedet handlet irrasjonelt når de ble stilt ovenfor økonomiske vurderinger. Tversky og Kahneman (1992) forklarte prospekt teorien med at prospekt teorien er en teori på hva mennesker faktisk gjør, og ikke hva folk bør gjøre (slik som antakelsen i nyttefunksjonen). Tversky og Kahneman (1982) argumenter for tre hovedpunkt ved observert atferd som fundamentet for prospekt teorien:

1. Mennesker søker risiko i tapsdomenet, og er risikoaverse i gevinstdomenet
2. Mennesker verdsetter aktiva avhengig av avkastning til et referansepunkt.
3. Mennesker opplever at tap smerter mer enn hva like stor gevinst gleder

Punkt 1 ble til etter at Tversky og Kahneman først observerte at de fleste menneskene vil velge å ha 80 % mulighet for å tape 5000, fremfor et valg med 100 % sikkerhet å tape 4000 ved et fritt valg, for så å observere at de fleste menneskene velger en sikker gevinst på 4000 fremfor en 80 % sannsynlighet for å vinne 5000. Observasjonen viser at man går fra å være risikosøkende til å bli risikoaverse, noe som bryter med forutsetningen i nytte teorien. Punkt 2 viser at aktører ofte overvurderer egne eiendeler, noe som Ackert, Church og Dwyer (2007) viste i sitt eksperiment da en gruppe studenter fikk 10 amerikanske dollar (USD) i kontanter og ble spurt om hvor mye de ville betale for en kopp kaffe. Svaret studentene ga var et gjennomsnitt på omlag 1,5 USD. Da en annen gruppe fikk utdelt en kopp kaffe, og ble spurt om hvor mye de ønsket å selge kaffekoppen for svarte studentene ca. 7 USG i gjennomsnitt. Med andre ord var følelsen av å gi opp godet sterkere enn følelsen av å motta godet. Punkt 3 kan ifølge Tversky og Kahneman (1992) forklares med at dersom en investor står ovenfor et aktiva som gir en gevinst på 100 000 USD med like stor sannsynlighet for et tap på 100 000 USD så vil ikke investoren delta med mindre gevinsten blir nesten dobbelt så høy som det mulige tapet.

Med disse tre punktene som utgangspunkt ble en ny nyttefunksjon utviklet som et alternativt motargument mot den tradisjonelle forventede nytten. Nyttefunksjonen i prospekt teorien (figur 2.9) definerer nyttefunksjon som endring i formuen, og ikke endring i inntekt slik som i den tradisjonelle nyttefunksjonen. Nyttefunksjon er konveks til venstre for utgangspunktet, noe som belyser at tap reduserer den samlede nytten mer enn hva en ny gevinst vil øke den (Bodie, et. al, 2014).



**Figur 2.9:** Nyttekurven i prospekt teorien

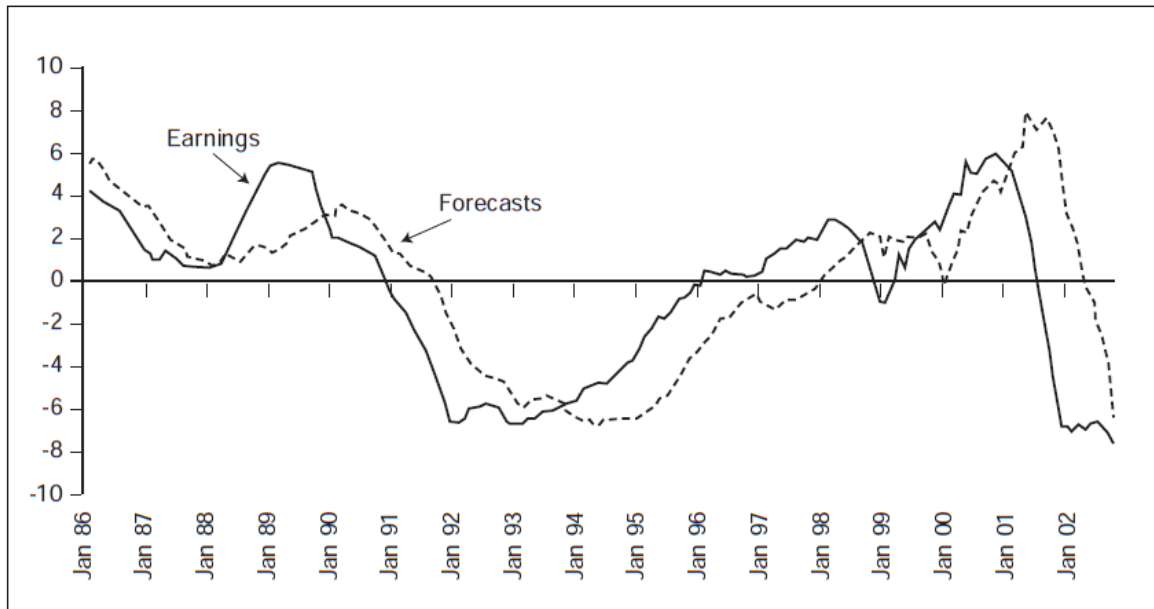
#### 2.4.2 Kan psykologi forklare aksjeavkastning?

Adferdsfinans er interessant ettersom det er en forklaring på hvorfor markeder kan være ineffisient ved å belyse de psykologiske aspektene som finnes i markedet. Det er relevant for dette studie, ettersom ulike studier kan vise til at enkelte egenskaper ved aksjer er spesielt viktige for om en investor vil kjøpe eller selge en aksje.

##### 2.4.2.1 Konservatisme

Montier (2002) viste ved hjelp av observasjoner (Figur 4.3) at aksjemarkedet har en tendens til å underreagere på ny fundamental informasjon (som for eksempel utbyttebetalinger, eller kvartalstall). For eksempel var det slik at i de 60 dagene etter en resultatrapport, fikk de aksjene med de største positive resultatoverraskelsene en meravkastning på ca. 2 %, selv om det var en 4-5 % meravkastning også i de 60 dagene før resultatfremleggelsen (Montier, 2002). Mennesker har en tendens til å holde seg fast til sine synspunkter eller estimer, og aktører i markedet har vanskelig for å bevege seg bort fra en posisjon i markedet når posisjonen først er tatt. Montier (2002) argumenterer videre at når bevegelsen fra aktørene

først kommer, kommer den veldig sakte, og kaller dette for konservativ bias. Figur 2.10 viser hvordan konservativisme hos analytikere fører til at de har hatt for stor tillit til sitt opprinnelige standpunkt og bare endrer det når de blir presentert for ufravikelig bevis på at det var feil (Montier, 2002).



**Figur 2.10:** Montier observerer at analytikere holder fast ved sine estimater.

Dette er klare bevis på at det finnes en konservativ bias i handlingene til aksjeanalytikere, men den observerte trenden kan også enkelt brukes hos individuelle investorer som har et kursmål for sine aksjer og holder fast på disse selv når de presenteres for ny informasjon. Videre kan man spekulere i om tidligere kursmål kan være en egenskap som kan være med på å påvirke en aksjes fremtidige avkastning.

#### 2.4.2.2 Overdreven selvtillit

Overdreven selvtillit eller overdreven selvsikkerhet er tendensen aktører i markedet kan ha til å overvurdere egne intuitive resonneringer, dømmekraft og kognitive egenskaper (Camerer, Lovallo, 1999). Det kan også være å ha en overdreven tro på framtidsutsikter og egen kontroll over dette. Konseptet om overdreven selvtillit kommer av flere psykologiske eksperimenter og undersøkelser hvor aktører har overvurdert egen evne til å estimere fremtiden, og presisjonen av informasjonen de har (Pompian, 2006). Dersom en investor har overdreven selvtillit kan investoren for eksempel estimere en 10 % gevinst eller tap, når historiske tall viser et standardavvik som er mer dramatisk. Investoren vil dermed undervurdere nedsiderisikoen.

Mennesket har også en tendens, ifølge Camerer og Lovallo (1999) til å være for sikker på sin egen dømmekraft, og kaller dette for sikkerhets over-selvtilit. Et eksempel på dette kan oppstå dersom en investor er kommet frem til at en aksje er en god investering, og blir overrasket eller skuffet dersom avkastningen ikke blir som ventet. En slik atferd kan føre til at investorene søker etter populære aksjer, og havner ofte i situasjoner hvor deres porteføljer ikke er veldiversifiserte (Pompian, 2006). Dette diskuteres nærmere i neste avsnitt.

#### **2.4.2.3 Tiltrekning mot vinnere og kjente markeder**

Investorer i markedet kan ha en tiltrekning mot trygghet, som de finner ved å posisjonere seg i kjente markeder. Dette kan ifølge Pompian (2006) føre til en overeksponering mot lokale hjemmemarkeder, og vil dermed føre til irrasjonelle handlinger. Fordeler som for eksempel informasjon og lokale kunnskaper fører til at investorer ofte ønsker å posisjonere seg mot hjemmemarkedet, og lar derfor følelsen av trygghet veie større enn risikoen ved å overeksponere seg mot et marked. Dersom informasjonsgevinstene en investor har, ved for eksempel lokal overvåkning, ikke veier opp for overeksponeringen vil dermed porteføljen bli udiversifisert. Investorer har i tillegg til dette ifølge French og Poterba (1991) vist seg å være for optimistiske på generell basis mot hjemmemarkeder i forhold til utenlandske markeder. Dette vil kunne føre til mindre grad av risikoaversjon for investorer på hjemmemarkedet, og økt risikoaversjon på utenlandske markeder.

De historiske prisene og kvartalstallene kan også skape ulik atferd fra investorer basert på om aksjene blir ansett som taper- eller vinneraksjer. Barber og Odean (2008) viste at selskaper og aksjer som fikk stor omtale i mediene lettere ble kjøpt av investorer enn aksjer som var lite omtalt. Dette i seg selv er ingen stor overraskelse da det er naturlig at økt oppmerksomhet gir økt volum, men forskningen (Barber, et. al, 2008) viste også at investorer har en tendens til å ha økt eksponering mot aksjer som er omtalt i mediene relativt til de aksjene som får lite omtale.

Tapsaversjon kan føre til at investorer selger vinneraksjer for tidlig, i frykt for at deres profitt vil forsvinne om de ikke selger (Pompian, 2006), men andre studier har vist at investorer også har en tendens til å holde sin posisjon i taperaksjer for lenge (Shefrin, Statman, 1985). Slik atferd kan føre til at historiske data som kursbevegelser og volum kan være egenskaper som kan påvirke om en aksje vil ha høy eller lav avkastning også i fremtiden. Dette er et interessant tema for oppgaven da man kan utnytte dette for å skape en egen fordel i porteføljen.

### 2.4.3 Momentum-teori

Momentum har en lang og spesiell historikk, og ideen til momentum investering begynte allerede med Isaac Newtons lov om bevegelse. Et objekt i en gitt bevegelse vil tendere til å forbli i den samme bevegelsen. Selv om Newton neppe tenkte på finans da han lanserte denne teorien, kan noen av de samme prinsippene overføres til investering og kapitalmarkeder. Ifølge Antononacci (2014) tapte Newton en formue på børsen i 1718 til 1721 etter å ha investert i South Sea Company, som overvurderte inntektsmulighetene i den britiske koloniseringen av Sør-Amerika. Newton skal i ettertid ha uttalt «Jeg kan kalkulere bevegelsene til stjerner, men ikke galskapen i mennesket».

#### 2.4.3.1 Momentum-anomalien

På generell basis kan man si at positivt momentum oppstår når prisen til et verdipapir på tidspunkt  $p_t$  er høyere enn prisen på tidspunkt  $p_{t-1}$ . Man kan dermed også si at negativt momentum oppstår når prisen på tidspunkt  $p_t$  er lavere enn på tidspunkt  $p_{t-1}$ . Det finnes mange måter å beregne momentum og implementere dette i en modell, men en vanlig måte er avkastningen det siste året fratrukket avkastningen den siste måneden.

De fleste akademikere er i dag enige om at man kan tjene på å utnytte momentum, men årsaken til at dette er det større tvil om. Dersom vi får en bedre forståelse om hvordan og hvorfor momentum fungerer kan vi få en bedre innsikt i hvordan markedet fungerer generelt (Antonacci, 2014). Da Schwert (1993) undersøkte ulike markedsanomalier tilknyttet meravkastning, viste han at momentum var den eneste anomalien som ikke forsvant, reverserte seg, eller ble svakere når de ble oppdaget. Faktorene og anomaliene som var inkludert i denne studien var verdi, størrelse, kalender effekter og momentum.

Fama og French (2008) kalte momentum for hoved anomalien i nyere tid. De viste at aksjer med lav avkastning det siste året har en tendens til å ha lav avkastning de påfølgende månedene, mens aksjer med høy avkastning det siste året har en tendens til å ha høy fremtidig avkastning. Momentum har også vist seg å være robust over tid, noe Geczy og Samonov (2012) viste ved å teste momentum tilbake i tid. De viste at momentum var en effektiv strategi på amerikanske aksjer helt tilbake til 1801.

Siden det gjentatte ganger er vist at enkelte anomalier forsvinner når de blir belyst, er det derfor naturlig å vurdere om også momentum vil forsvinne eller miste effekt i fremtiden. Dersom flere investorer benytter seg av en momentumstrategi i kapitalmarkedet vil effekten av anomalien reduseres over tid. Som nevnt tidligere har studien til Geczy og Samonov

(2012) likevel vist at anomalien har eksistert i mange år, noe som brukes til å argumentere for at den også vil fungere i fremtiden.

Jegadeesh og Titman (1993) viste at ved å kjøpe aksjer som hadde gjort det bra den siste tiden og selge aksjer som hadde gjort det dårlig kan man få en meravkastning ved å holde strategien over 3 til 12 måneder. Dette underbygger poengene fra atferdsteorien, hvor tendenser har blitt påvist at investorer har en tiltrekning mot vinneraksjer.

Det spennende med dette studiet var at årsakene til at vinneraksjer gjør det bedre enn taperaksjer ble forklart med mønstre i kursbevegelsene rundt resultatfremleggelsene, og ikke med systematisk risiko eller forsinkede aksjeprisbevegelser. Jegadeesh og Titman (1993) viste dermed at investorer kan ha en tendens til å overreagere på ny informasjon som omhandler et verdipapir.

En lignende studie er De Bondt og Thaler (1985) hvor forfatterne viste at over en 3- til 5-års periode vil man få høyere avkastning ved å eie aksjer som hadde gjort det dårlig i tiden før enn aksjer som hadde god avkastning. Det vil derimot være mulig å forklare dette med den systematiske risikoen i porteføljene. I tillegg til dette viste det seg at de aksjene som hadde hatt dårlig avkastning kun gjorde det bedre enn de aksjene som hadde god avkastning i januar, og dermed vil det kunne diskuteres om funnene i dette studiet kan forklares med overreaksjoner.

#### ***2.4.3.2 Hvorfor fungerer momentum?***

Det finnes to hovedargumenter for hvorfor momentum fungerer. Det første argumentet er en rasjonell forklaring på at høy momentumsgevinst skyldes kompensasjonen investorene får ved å ta større risiko. Det andre argumentet belager seg på at investorer har en systematisk irrasjonell atferd som kan oppdages på forhånd ved hjelp av momentum. Noen mener også at det er mulig å beskrive momentum som en kombinasjon av både rasjonelle og irrasjonelle faktorer (Antonacci, 2014). Momentum kan derfor være en egnet faktor i en faktormodell, da man kan argumentere for at den inkluderer elementer fra atferdsteorien.

#### ***2.4.3.3 Momentum foran verdi-faktoren?***

Israel og Moskowitz (2013) viste at ved å belyse verdiaksjene med sofistikerte faktorer og metoder at en verdi-faktor med pris over bok ikke kunne forklare avkastningen for 40 % av selskapene notert på NYSE. I studien fant de at disse aksjene var de samme som var store nok til at de store institusjonelle fondene kunne investere i dem. Bare de minste selskapene i

studien viste en signifikant verdi-faktor, noe som åpner for diskusjon om virkelig verdi-faktoren fra Fama og French (1992) er relevant i en fler-faktormodell.

Et annet argument for dette ble belyst av Kothari, Shanken og Sloan (1995) da de forsøkte å kopiere studien til Fama og French (1992) og fant at det kunne argumenteres for at det fantes utvalgs-bias i studien. De fant ved å bruke en annen datakilde at det ikke fantes et signifikant positivt forhold mellom pris/bok og gjennomsnittlig avkastning. Studien til Kothari et al. (1995) har fått liten oppmerksomhet, og kan skyldes at Fama og French er svært respekterte i finansmiljøet.

Israel og Moskowitz (2013) viste også at en momentum-faktor er tilstede og stabil i alle desilporteføljene, og ikke bare de 40 % største selskapene. Momentum hadde i tillegg et signifikant positivt forhold til gjennomsnittlig avkastning gjennom alle 20-års delperioder. Alfa-verdiene i studien varierte fra 8.9 % til 10,3 % per år over alle delperiodene før transaksjonskostnadene var trukket fra.

Faktor	Gjennomsnittlig årlig avkastning	Standardavvik	Sharpe-ratio
Verdi	12,40 %	26,5	0,47
Momentum	13,60 %	21,8	0,62

*Tabell 2.1: Israel og Moskowitz (2013) tester momentum mot verdi over en periode på 86 år.*

Som tabell 2.1 viser kan momentum-faktoren være en svært relevant faktor å inkludere i en faktormodell. Selv om det også finnes gode resultater for verdi-faktoren kan disse resultatene belyse at det finnes rom for andre faktorer som kan erstatte verdi-faktoren. Fama og French (2014) poengterte dette da de erstattet verdi som en risikofaktor med en kombinasjon av lønnsomhet (resultat over bok-verdien) og investerings intensitet (årlig vekst i totale eiendeler).

### 3. Metode

I dette kapittelet vil de ulike metodene som er anvendt i undersøkelsen bli presentert.

Metodene som blir gjennomgått, er fremgangsmåten for innsamling av data, og har fungert som hjelpemidler til å belyse oppgavens problemstilling. Forskningsmetode kan forklares med alle metoder og teknikker som er tatt i bruk for å utføre forskningen. Det er en måte å systematisk løse en problemstilling (Kothari, 2004). For å finne et svar på problemstillingen i denne masteroppgaven er det brukt store mengder data. En kvantitativ tilnærming er dermed utgangspunktet for metoden og analysen som er anvendt.

#### 3.1 Multippel regresjonsanalyse og minste kvadraters metode

For å beskrive forholdet mellom en eller flere forklarende variabler og en forklart variabel kan regresjonsanalyse anvendes. I denne oppgaven vil flere ulike faktorer forsøke å forklare avkastningen på Oslo børs. Dermed vil multippel regresjonsanalyse bli benyttet for å estimere koeffisientene i fler-faktormodellen, der den forklarte variabelen blir avkastningen på Oslo børs og de forklarende variablene blir de faktorene som benyttes i modellen. Formel 3.1 kan da uttrykke sammenhengen mellom variablene.

$$y_t = \alpha_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t \quad (3.1)$$

Der  $y_t$  = avhengig variabel som forklares ved konstanten =  $\alpha_0$  og forholdet mellom koeffisienten =  $\beta_i$  og de forklarende variablene =  $x_{ti}$ . Den stokatiske variasjonen i  $y_t$  som ikke kan forklares ved  $x_{ti}$  er representert ved feilleddet  $u_t$ . Denne formen for regresjon er en klassisk lineær regresjon, og er utgangspunktet for de estimerte parameterne.  $u_i^2$

Det finnes ulike metoder for å estimere koeffisientene i regresjonen. Den mest populære metoden for å estimere parameterne i en lineær regresjons kalles for minste kvadraters metode (Chincarini & Kim, 2006), og baser seg på å minimere summen av kvadratene av residualene på følgende måte:

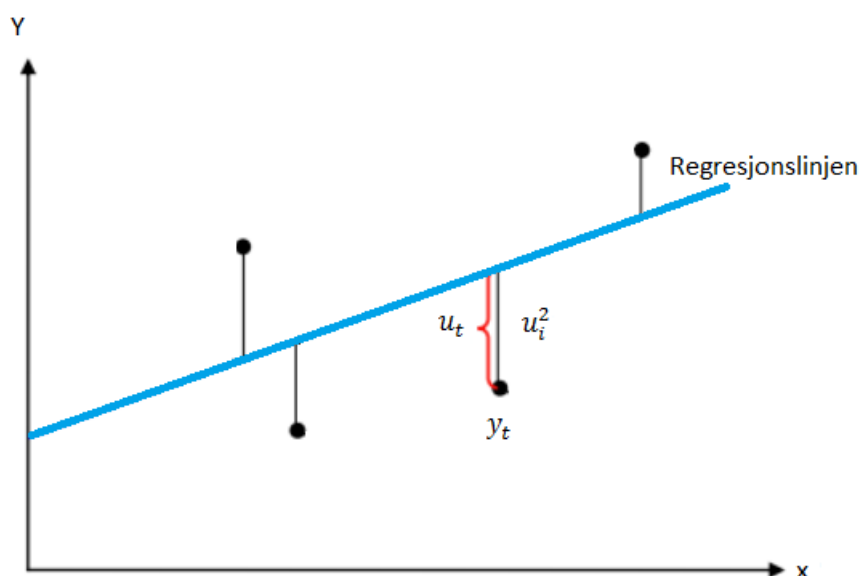
$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^N (y_i - \beta_{x_i})^2 \quad (3.2)$$

Hvor man tar i bruk kvadrerte differanser for å unngå at de positive og negative avvikene fra regresjonslinjen skal nullstille hverandre. På denne måten vil regresjonslikningen sørge for at summen av de kvadrerte feilleddene blir minimert. Residualen kan uttrykkes på følgende måte:



$$\hat{u}_i = y_i - \hat{\beta} x_i \quad (3.3)$$

Dermed blir residualen forskjellen mellom de estimerte verdiene i regresjonen, og de faktiske observerte variablene. Dette kan illustreres ved å plote inn de faktiske observasjonene ved regresjonslinjen. Denne linjen vil tilpasse seg til best mulig tilstand, for å minimere summen av feilleddene.



**Figur 3.1:** Regresjonslinjen trekkes i beste lineære linje i forhold til residualene.

Svaret på minimeringen av residualene vil dermed definere estimatet fra minste kvadraters metode til følgende ligning:

$$\hat{\beta} = \left( \sum_{i=1}^n x_i x_i \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^N x_i y_i \right) \quad (3.4)$$

Forklaringsgraden er en verdi som beskriver hvor mye av variasjonen i en avhengig variabel som kan forklares med de uavhengige variablene. Forklaringsgraden ( $R^2$ ) er et tall mellom 0 og 1, hvor 0 betyr at ingen variasjon i den avhengige variabelen kan forklares med de uavhengige, og 1 betyr at all variasjonen i den avhengige variabelen kan forklares av de uavhengige variablene.  $R^2$  kan uttrykkes på følgende måte:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \hat{u}_i^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.5)$$

Hvor  $\bar{y}$  er gjennomsnittet til  $y$ .

Dersom alt annet er likt, vil forklaringsgraden øke i takt med antall forklarende variabler. Forklaringsgraden kan derimot bli overvurdert dersom det er for mange variabler. Som en løsning på dette problemet kan man bruke  $\bar{R}^2$  (Chincarini & Kim, 2006) som uttrykkes på følgende måte:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\frac{1}{N-K-1} \sum_{i=1}^N \hat{u}_i^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.6)$$

### 3.1.1 Minste kvadraters metodes forutsetninger

Det finnes en rekke viktige forutsetninger i minste kvadraters metode som må være til stede for å få et godt estimat i regresjonen. Dersom forutsetningene brytes, vil ikke lenger regresjonslinjen være beste lineære estimat.

Minste kvadraters metode forutsetter at det ikke finnes autokorrelasjon i feilleddene.

Kovariansen mellom feilleddene må derfor være lik null over en lengre tidsperiode. Ved korrelerte feilledd vil autokorrelasjon eksistere. Estimaten vil kunne ha høy forklaringsgrad, men variansen ikke være minimerende. En Durbin-Watson test kan benyttes for en test av modellens autokorrelasjon. En slik test vil kunne indikere autokorrelasjonen gitt av en verdi mellom 0 og 4, hvor verdien 2 indikerer ingen autokorrelasjon. Verdier mot 4 indikerer negativ autokorrelasjon, mens verdier mot 0 indikerer positiv autokorrelasjon. En positiv autokorrelasjon vil bety at en positiv feil i en gitt observasjon vil øke sannsynligheten for at den neste feilobservasjonen også er positiv. En negativ autokorrelasjon betyr at en positiv feil i en gitt observasjon vil øke sannsynligheten for en negativ feil i neste observasjon.

En annen forutsetning er at forventet verdi til feilleddet er lik null. Med andre ord skal det ikke finnes systematiske sammenhenger mellom den avhengige variabelen og faktorer som ikke er inkludert i modellen.

Videre forutsetter minste kvadraters metode at alle de forklarende variablene i regresjonen ikke er stokastiske. Med andre ord kan ikke variablene betegnes som hendelser som inntreffer med kjente hyppigheter eller sannsynligheter (Chincarini & Kim, 2006).

Feilleddene i regresjonen bør være normalfordelte for å oppnå gode estimater i regresjonen. Dersom denne forutsetningen ikke er tilstede vil inferensen få en grad av ugyldighet. En mulig løsning for å oppnå normalfordelte feilledd er å øke mengden i datautvalget. For å teste normaliteten i regresjonen kan en Bera-Jarque test benyttes. Denne testen belager seg på at normalfordelingen kan defineres av forventningsverdi og varians, og måler skjevheten og tykkheten i halene.

Det forutsettes også at residualene er homoskedastiske. Dette vil si at variansen til feilleddet er konstant, og ikke uendelig stort. Motsetningen til dette (heteroskedastisitet) kan oppdages ved å teste med Whites test. Ved å benytte heteroskedastiske data vil man få estimatører som ikke minimerer variansen, selv om de kan ha høy grad av forklaringsgrad. Dermed er det viktig for forskningen at dette er hensyntatt, for å unngå å trekke konklusjoner på ukorrekt standardavvik (Chincarini & Kim, 2006). For å unngå dette problemet kan være å ta i bruk logaritmeform på talldata, eller korrigere standardavviksestimatene for heteroskedastisitet.

En siste forutsetning for en god minste kvadraters metode er at det ikke eksisterer multikollinearitet mellom de forklarende variablene. Dersom noen av de forklarende variablene korrelerer med hverandre vil konsekvensene blir at koeffisientene i regresjonen ikke er til å stole på. Koeffisientene vil kunne forandres drastisk ved å legge til eller fjerne en av de forklarende variablene som er multikollineare som ofte fører til lave t-verdier.

Det finnes ingen enkelt måte å oppdage multikollinearitet (Chincarini & Kim, 2006), men kan assosieres med høy  $\bar{R}^2$  sammen med lave t-verdier. Man kan også sammenlikne korrelasjonskoeffisienten mellom to variabler i forhold til  $R^2$  til regresjonen. Dersom korrelasjonskoeffisienten ( $\rho$ ) er større enn forklaringsgraden ( $R^2$ ) kan dette være et tegn på multikollinearitet.

Det er vanskelig å unngå all korrelasjon mellom forklarende variabler i en regresjon som skal forklare aksjeavkastning (Chincarini & Kim, 2006), men dersom korrelasjonen holder seg på et akseptabelt minimumsnivå vil ikke regresjonen nødvendigvis bli negativt påvirket.

### 3.1.2 Kovarians og korrelasjon

For å kunne måle en lineær sammenheng mellom to variabler, kan kovariansen tas i bruk.

Kovariansen måler hvordan variablene i gjennomsnitt beveger seg i samme retning. Dersom kovariansen er positiv, betyr det at de to variablene beveger seg i samme retning, noe som igjen betyr at en negativ kovarians betyr at variablene beveger seg i motsatt retning. Dersom

kovariansen er null, betyr det at det ikke finnes noen sammenheng mellom variablene.

Kovariansen kan uttrykkes på følgende måte:

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N - 1)} \quad (3.7)$$

Der  $\sigma_{x,y}$  = kovariansen mellom x og y,  $x_i$  og  $y_i$  = observasjonene av de to variablene,  $\bar{x}$  og  $\bar{y}$  = gjennomsnittet til de to variablene, og N = antall observasjoner.

En fundamental svakhet med kovariansen som et mål på sammenhenger er at den skalerer med standardavviket til variablene (Brooks, 2014). På denne måten vil kovariansen bli tidoblet dersom man multipliserer alle verdiene til variablene med 10, uten at variablene vil ha større sammenheng før reskaleringen. Korrelasjon kan derfor benyttes for å tvinge frem en intervallverdi mellom -1 og 1. En korrelasjon på -1, 0 og 1 vil bety henholdsvis perfekt negativ, ingen, - og perfekt positiv korrelasjon. Korrelasjonskoeffisienten kan beregnes på følgende måte:

$$\rho_{x,y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N - 1)\sigma_x\sigma_y} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x\sigma_y} \quad (3.8)$$

Der  $\rho_{x,y}$  = korrelasjonskoeffisienten,  $\sigma_x$  og  $\sigma_y$  = standardavviket til henholdsvis x og y,  $x_i$  og  $y_i$  = observasjonene av de to variablene,  $\bar{x}$  og  $\bar{y}$  = gjennomsnittet til de to variablene, og N = antall observasjoner.

Selv om kovariansen og korrelasjon er en enkel måte å måle sammenhenger mellom ulike variabler, er de to målene svært begrenset med tanke på at de er lineære, og og ikke kan gi et fullstendig overblikk over den komplette sammenhengen (Brooks, 2014). Det er derfor viktig å inkludere andre metoder for å analysere sammenhengen mellom ulike variabler.

Kovariansen og korrelasjon kan for eksempel brukes i test for multikollinearitet sammen med et residual-plot.

### 3.2 Hvorfor faktormodell?

Den mest populære metoden i de akademiske miljøene for å forklare aksjeavkastning er å benytte fler-faktormodeller. Når faktorene i fler-faktor modellen er bestemt og analysert, kan vi beregne hvor mye hver enkelt faktor bidrar til å forklare den historiske avkastningen. Faktoreksponeringen til en aksje kan forklares med den sist observerte verdien til faktoren til aksjen.

Dersom for eksempel faktoren vi ønsker å beregne faktoreksponeringen til er egenkapitalavkastningen, er en aksjes faktoreksponering mot denne faktoren aksjens siste observerte verdi av egenkapitalavkastning. Faktorpremie på sin side kan forklares som den premien markedet ønsker for å påta seg risikoen som faktoren representerer. En slik metode brukes når faktoren man ønsker å måle ikke er direkte observerbar (Chincarini & Kim, 2006). Ved slike tilfeller kan faktoreksponeringen estimeres ut i fra forholdet mellom avkastningen og faktorpremiene.

Som det ble belyst i denne oppgavens teori-del, er det ikke alltid kapitalverdimodellen som forklarer aksjeavkastning på best mulig måte. Som et svar på dette har flere studier tatt i bruk fler-faktormodeller som metode for å forklare avkastningen, og på denne måte beregne en alfaverdi. Den forventede aksjeavkastningen som en fler-faktormodell estimerer blir et produkt av en aksjes eksponering til de ulike faktorene som er benyttet i modellen.

Ettersom faktoreksponeringen bestemmes ut i fra historiske tall, vil ikke den estimerte fremtidige avkastning alltid være riktig, og forholdet mellom avkastning, eksponering og premie vil med høy sannsynlighet forandres i fremtiden (Chincarini & Kim, 2006). Det vil derfor ofte være nødvendig å beregne faktorpremiene i tillegg.

### 3.3 Datainnsamling

For å kunne utføre en kvantitativ forskningsanalyse kreves det ofte store mengder tall og datamateriell. Dette er også naturlig for denne studien, da fremgangsmåten for å kunne belyse oppgavens problemstilling er av en kvantitativ karakter. Daglige aksjekurser, utbytter, antall utestående aksjer, handelsvolum, emisjoner, aksje-splitter (og reverser), egenkapital og resultater er bare noe av det som har blitt innhentet for alle de 232 selskapene som har vært notert på OSEBX siden 1996.

Da denne studien ønsker å forklare avkastningen ved den norske børsen, i stedet for en amerikansk indeks, betyr det at innhenting av data blir vanskeligere. Det finnes en rekke gode offentlig tilgjengelige databaser for innhenting av datamateriale for amerikanske aksjer og indekser (For eksempel Yahoo Finance). Selv om disse databasene også inneholder informasjon om de norske aksjene, må man måtte benytte mer sofistikerte databaser for å innhente historiske tall og kurser for norske selskaper lenger tilbake enn 5 år. Dette gjelder spesielt mindre selskaper og spesifikk informasjon, som for eksempel handelsomsetning eller historisk egenkapital. Oslo børs sine hjemmesider kan bare tilby å laste ned data 5 år tilbake i tid, og eldre historikk må bestilles. Det er også utfordrende å til en hver tid vite hvilke selskaper som er notert på OSEBX-indeksen. Dette kun børsmeldes 2 ganger i året, og selskaper som har gått ut av indeksen enten på grunn av oppkjøp eller konkurs ved en tidligere dato, ikke vil bli oppgitt før tidspunktet meldingen sendes ut. Spesielt ressurskrevende datamaterialet å innhente er regnskapstall, da det ikke finnes noen offentlig database i Norge for dette tilbake i tid (mer enn 5 år) med unntak av børsmeldingene direkte fra selskapene. Dersom man vil innhente kvartalsmessige tall på denne måten tilbake til 1996 for alle de 232 selskapene som har vært notert på indeksen i perioden blir dette rundt 14 000 kvartalspresentasjoner, noe som selvsagt blir et svært krevende arbeid sammenhengende med ressursene som er tilgjengelig for denne oppgaven. Dette gjør at andre metoder og databaser er blitt benyttet for å innhente datamaterialet for denne oppgaven.

For å kunne gi et innblikk i hvordan prosessen med datainnsamling har vært, vil de ulike metodene nå bli gjennomgått. Dette gjøres for lettere å kunne validere faktormodellen, samtidig som at tester av faktormodellen vil bli enklere å gjennomføre. Det er viktig å være tydelig på hvilke type data som er bakgrunnen for funnene i tidligere studier, slik at man kan sammenligne resultatene på tvers av de fundamentale sammenhengene. Man vil da også bedre kunne observere styrker og svakheter med ulike studier, noe som kan overføres inn i denne oppgaven.

### 3.3.1 Valg av data og analyseperiode

Hovedelementet for analysen i denne oppgaven er OSEBX-indeksen. Denne indeksen er valgt på bakgrunn av min egen interesse for Oslo børs, og for å kunne undersøke om teorier som er nøyte testet på amerikanske børser også vil gjelde på samme måte for selskapene på Oslo Børs. Når det kommer til analyseperiode er tidsperioden 1996-2014 valgt. Denne perioden er valgt for å ha nok historikk til å kunne gjøre en grundig analyse, samtidig som perioden representerer en tid som er relevant i forhold til dagens situasjon på Oslo børs. En mindre indeks vil lettere bli påvirket av hjemlandets situasjon, og bankkrisen fra 1988-1993 førte til store svingninger på indeksen. Ettertiden av denne krisen var også preget av volatile priser og ustabil finansielt miljø, noe som kan føre til ekstremverdier i datamaterialet. Januar 1996 virker som et godt startpunkt for analysen ettersom stabil vekst hadde begynt å tilta, samtidig som perioden inkluderer finansielle kriser som IT-boblen rundt år 2000 og finanskrisen i 2008. En annen årsak til at 1996 benyttes som startpunkt for analysen er at databasen for selskapsspesifikk informasjon er mangelfull før denne perioden, og inkludering av tidligere tidsperioder vil redusere modellens validitet og reliabilitet.

### 3.3.2 Databaser og andre kilder

Datamaterialet som er benyttet for å kunne belyse denne oppgavens problemstilling er hentet fra ulike databaser. Utfordringene med å til en hver tid identifisere aksjene som var notert på OSEBX-indeksen tilbake i tid sammen med mangel på detaljert informasjon som for eksempel endring av utestående aksjer og historiske dividender gjorde at dette ble bestilt direkte fra Oslo børs (Se vedlegg 7.3 for kontrakt med Oslo børs). Tallene som ble tilsendt inkluderte historiske daglige aksjekurser, handelsvolum, dividender, antall aksjer, markedsverdi (MCAP), inngangsdato og dato for avlisting. Kursene ble deretter justert etter de nødvendige grepene for å kunne gi et realistisk bilde av en reell avkastning en eier av de ulike aksjene ville ha hatt ved å investere i verdipapirene.

Historiske regnskapstall som for eksempel egenkapital og resultat for å kunne beregne avkastningen på egenkapitalen var som tidligere nevnt vanskeligere å oppdrive. Databasene til min arbeidsgiver DNB og DNB Markets ble derfor benyttet for innhenting av dette. Dermed ble kvartalsmessige tall på alle selskapenes egenkapital og resultater samlet inn, slik at avkastning på egenkapitalen kunne beregnes med kvartalsmessige observasjoner.

Databasen og meglersystemet ProBroker ble også benyttet for å validere tallene som ble tilsendt fra Oslo Børs med stikkprøver for å sikre inndataenes kvalitet. Regnskapstallene ble kvalitetssikret med stikkprøver mot databaser som Bisnode Online, og enkelte selskapers kvartalsrapporter og årsrapporter tilbake i tid.

### 3.3.3 Justeringer og transformering av inndata

Dersom man skal benytte multippel regresjon for å kunne forklare en variabel, forutsetter man at tallene som tas i bruk er normalisert (Brooks, 2014). På denne måten kan man sammenligne endringer i aksjekurser og analysere hvordan de ulike selskapene utviklere seg på børsen i forhold til det man ønsker å undersøke. Det vil derfor være nødvendig med justeringer av rå-datamaterialet som er innhentet slik at det er klart til å brukes i en analyse.

Ettersom enkelte av verdiene som ble hentet fra databasene ikke kunne plottes direkte inn i modellen og regresjonen, var enkelte justeringer nødvendig. Et eksempel på dette er at de daglige aksjekursene ble justert for dividender, og historiske valutakurser ble innhentet for å kunne gjøre om utbytter i utenlandsk valuta til norske kroner.

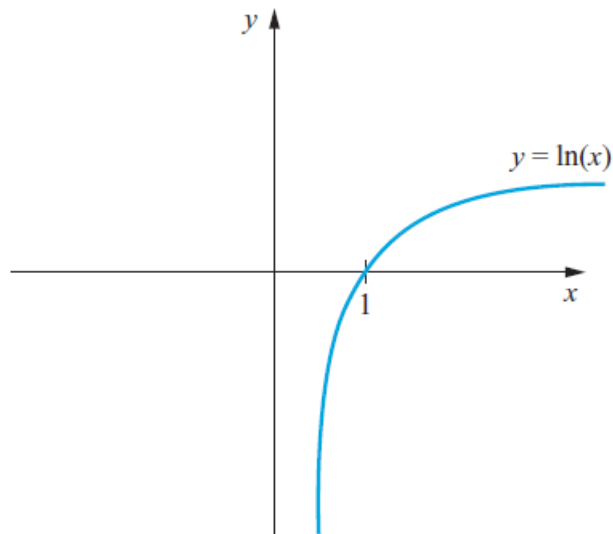
Ettersom OSEBX-indeksen er verdijustert må alle de enkelte aksjekursene justeres etter dette. Dersom denne justeringen ikke foretas vil konsekvensene bli at de selskapsesifikke egenskapene til de største selskapene bli lagt for stor vekt på i faktormodellen. De historiske vektene som publiseres av Oslo børs hver sjette måned er benyttet for å korrigere for verdivektingen på indeksen.

I tillegg til dette kan faktorene også måtte transformeres for normalfordeling eller ekstremverdier. Mer om dette finnes i analysedelen.

#### 3.3.3.1 Kontinuerlig forrentet avkastning (Logaritmisk avkastning)

Logaritmer ble oppfunnet for å forenkle kompliserte kalkulasjoner, siden eksponentene kunne bli lagt til og trukket fra, som er enklere enn å multiplisere eller dividere de originale tallene. Selv om denne fordelen har forsvunnet med datamaskinens inntekt, har logaritmisk avkastning fremdeles en viktig betydning innenfor analyse av store mengder data (Brooks, 2014). Omgjøring til logaritmisk avkastning er en metode som er benyttet i faktormodellen i denne oppgaven, for å utnytte fordelene dette gir. Figur 3.2 vises et plot av hvordan en logaritmisk funksjon beveger seg.





**Figur 3.2:** Plot av en logaritmisk funksjon

Det finnes tre hovedårsaker til at logaritmisk avkastning er nyttig. For det første kan omgjøring til logaritmisk avkastning føre til at positiv skjevhet i distribusjonen blir trukket mot en mer normal distribusjon. Logaritmisk tilnærming gjør også at man kan omformere et ikke-lineært forhold mellom variabler til et lineært forhold. Til slutt kan logaritmer omforme data slik at variansen blir mer konstant, og dermed bidra til å dempe problemet med heteroskedasitet (Brooks, 2014). På denne måten kan man ved en enkel omgjøring av data bidra til å minimere tre ulike problemer med statistisk regresjon. Omgjøringen til logaritmisk avkastning uttrykkes på følgende måte:

$$r_i = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (3.9)$$

Der  $r_i$  = logaritmisk avkastning,  $p_t$  = pris ved tidspunkt t, og ln = logaritmen.

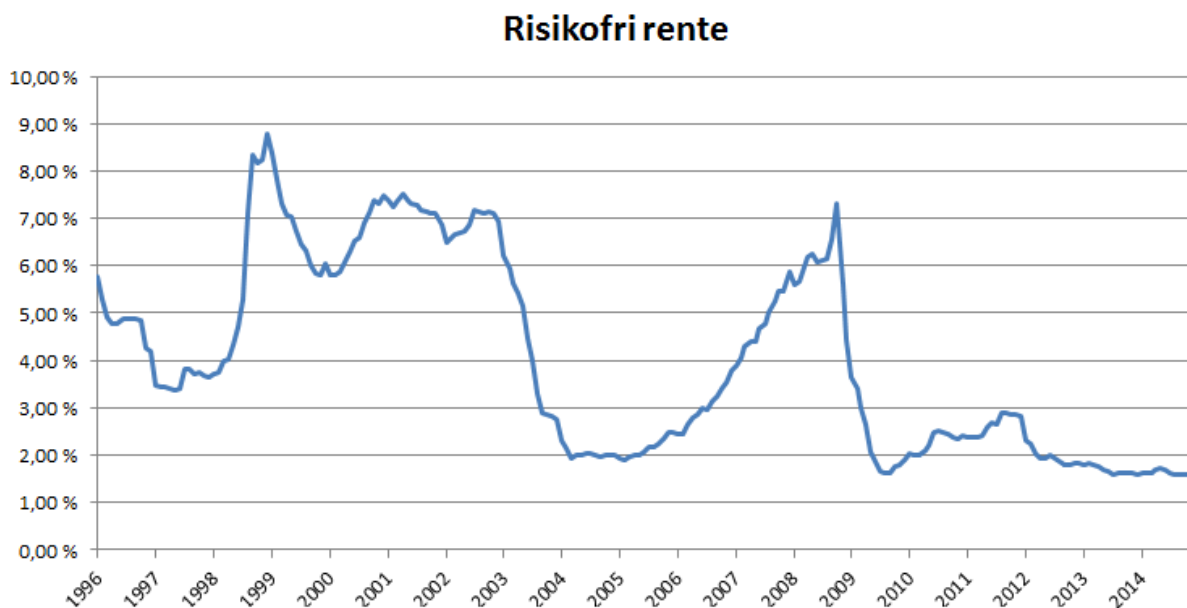
Kane og Meade (1998) fant at den nye modellen viste at man med fordel kan bruke relativ rangerte regnskapsrater for å få høyere forklaringsgrad. Dette løser noen av problemene med lav forklaringsgrad i for eksempel tre-faktormodellen til Fama og French (1993), og var et viktig bidrag for å bedre de forklarende variablene i en aksjeprisingsmodell.

I stedet for å bruke u-transformerte, log-transformerte og kvadratrots transformerte ratioer, ble variablene rank-transformerte som førte til at variablene i den gitte tidsperioden får en uniform distribusjon. Ved å gjøre denne operasjonen viste Kane og Meade (1996) at modellene får bedre evner til å estimere forventet aksjeavkastning.

### 3.3.4 Risikofri rente

Den risikofrie renten i markedet er et viktig element i en hver faktormodell. En risikofri rente kan defineres som den høyeste renten man kan få i et marked uten å påta seg noen som helst form for risiko (Bodie, et. al, 2014). Man kan dermed si at risikofri rente er den avkastningen en investor får dersom han eller henne ikke har eksponering mot risikofylte aktiva. Dersom faktormodellen som konstrueres ikke utnytter seg av arbitrasjehandel og på den måten skaper en risikofri avkastning, vil en eventuell forventet avkastning i modellen måtte overstige risikofri rente dersom den skal kunne oppnå en meravkastning. Faktormodellen som benyttes i denne oppgaven benytter historiske risikofrie renter hentet fra Norges bank til 9. desember 2013, og fra Oslo børs fra denne datoen og frem til 2014.

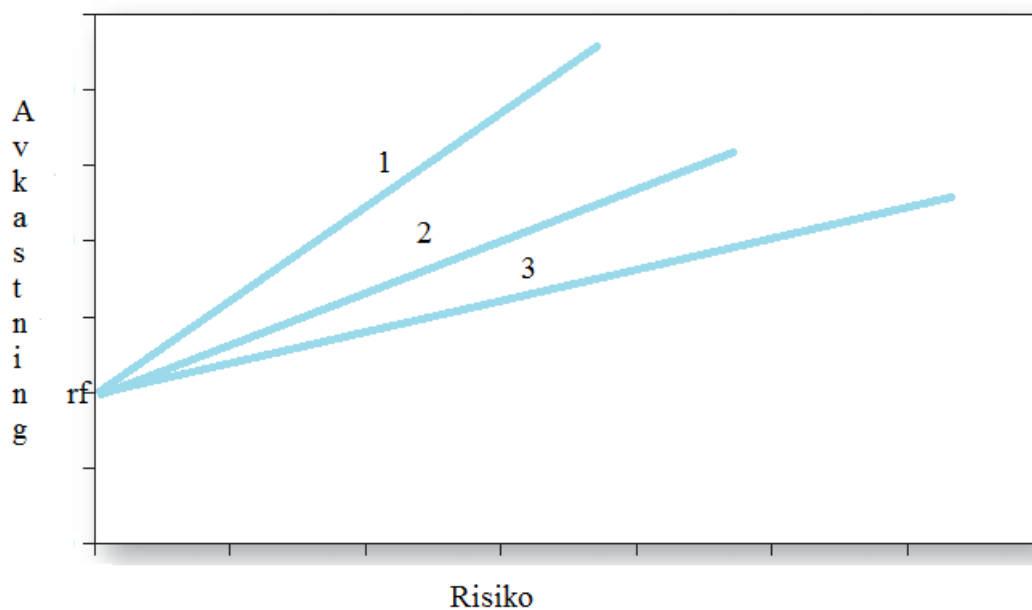
I denne oppgaven er NIBOR (Norwegian Inter Bank Offered Rate) benyttet som risikofri rente. NIBOR er en fellesbetegnelse for alle norske pengemarkedsrenter, som igjen kan deles inn i ulike løpetider. I denne oppgaven er daglig, 1-måneders og 3-måneders NIBOR benyttes som risikofri rente, da observasjonene av aksjekursene er gjort med daglig hyppighet, og for eksempel momentum er gjort med månedlig hyppighet.



**Figur 3.3:** Nominell ettårig 1-måneders NIBOR. Som figuren viser er rentenivået historisk lavt mot slutten av tidsperioden etter rentekuttene etter finanskrisen i 2008.

### 3.4 Portefølje-evaluering

Det at en portefølje har en høy historisk avkastning, er ikke i seg selv et godt argument for å kunne si at det er en god portefølje. Avkastningen til porteføljen må ses i sammenheng med den underliggende risikoen. Det at en portefølje har hatt høy historisk avkastning i forhold til andre porteføljer vil i følge effisiensteorien være et resultat av økt risikoeksponering. Ved å ta i bruk standardiserte måleverktøy kan man evaluere hvor godt en portefølje presterer i forhold til teoretiske avkastningskrav og risikoeksponering (Chincarini & Kim, 2006). Med en slik metode kan vi på en mer strukturert måte sammenligne ulike porteføljers prestasjoner med hverandre, og se hvilke porteføljer som har en relativ høy eller lav avkastning.



**Figur 3.4:** Tre porteføljer med ulik avkastning når risikoen økes.

Figur 3.4 viser at det er en sammenheng mellom avkastning og risiko, og at de to bør veies opp mot hverandre. Dersom man ser på avkastningen isolert til portefølje 1, 2 og 3, vil man si at de har prestert henholdsvis best, middels og dårligst. Når man derimot trekker inn risikoeksponeringen til de tre porteføljene, ser man at det er størst usikkerhet hos de porteføljene man har hatt høyest risiko. Det er derfor behov for risikojustert avkastning for å kunne rangere porteføljene.

I denne studien vil resultatene fra fler-faktormodellen bli presentert av desilporteføljer. Det vil derfor være behov for standardiserte prestasjonsmål for å kunne belyse hvordan porteføljene presterer. De ulike metodene som er blitt benyttet som prestasjonsmål vil nå bli

presentert. Felles for de ulike metodene for prestasjonsevaluering er at de justerer avkastningen for underliggende risiko.

### 3.4.1 Sharpe-raten

Da William Sharpe (1964) var med på å utvikle kapitalverdimodellen, hadde han behov for et standardisert mål på risikojustert avkastning. Sharpe raten er et tall som måler porteføljens meravkastning per enhet av risiko. Sharpe-raten er gitt ved:

$$S = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (3.10)$$

Der  $S$  = Sharpe-raten,  $E(r_p)$  = porteføljens forventede avkastning,  $r_f$  = risikofri rente,  $\sigma_p$  = standardavviket til meravkastningen. Desto høyere Sharpe-raten er, desto bedre har porteføljen prestert sammenlignet med de andre porteføljene på en risikojustert basis. Dersom man skal bruke et slikt mål på risikojustert avkastning, tar man en forutsetning om at det er en systematisk sammenheng mellom porteføljen og sharpe-raten.

### 3.4.2 Sortino-raten

Et alternativ til Sharpe-raten er Sortino-raten, som differensierer mellom positiv og negativ volatilitet. For at ikke porteføljer ikke skal straffes for positiv volatilitet, slik som ofte kan oppstå ved å ta i bruk Sharpe-raten, blir kun den negative volatiliteten inkludert i beregningen.

$$P = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_{NEG}} \quad (3.11)$$

Der  $P$  = Sortino-raten,  $E(r_p)$  = porteføljens forventede avkastning,  $r_f$  = risikofri rente,  $\sigma_{NEG}$  = standardavviket til de negative avkastningene til porteføljen. På denne måten vil porteføljen ikke bli straffet for å ha positive avkastninger i et risikojustert avkastningsmål.

### 3.4.3 Informasjons-raten

For å måle avkastning til en portefølje mot et gitt referansenivå, kan man bruke informasjonsraten. Med denne metoden kan man ved å se på en porteføljes meravkastning i forhold til den relative volatiliteten (tracking error) som ligger bak, rangere ulike portefølgers avkastning risikojustert. Informasjons-raten er gitt ved følgende formel:

$$IR = \frac{\hat{\alpha}^B}{\hat{\omega}} \quad (3.12)$$

Der  $IR$  = informasjons-raten,  $\hat{\alpha}^B$  = den estimerte alfaverdien fra regresjonen av porteføljes meravkastning og referanseindeksens avkastning,  $\hat{\omega}$  = estimatet på residual standardavviket til regresjonen. Porteføljenes prestasjon blir på denne måten målt mot en referanseindeks, og porteføljes skalerende risiko blir tatt høyde for. En høy informasjons-rate er ønskelig, og porteføljene som måles rangeres etter denne verdien. Likevel kan også en høy informasjons-rate oppstå som en følge av høy beta-verdi for porteføljen i forhold til premien markedet krever (Bodie et. al, 2014)).

### 3.4.4 Jensens alfa

Som forklart i forbindelse med denne oppgavens belysning av kapitalverdimodellen, kan en aksjes alfa verdi beregnes ved å se på forskjellen mellom avkastningen som er forventet i verdipapirmarkedslinjen og den faktiske avkastningen til en aksje (Bodie, et. al, 2014).

Dermed vil en positiv alfa verdi vise til en risikojustert meravkastning, som igjen betyr at dette er en metode som kan brukes for å evaluere en porteføljes prestasjon. Jensens alfa kan uttrykkes med følgende formel:

$$\alpha = R - [r_f + \beta(r_m - r_f)] \quad (3.13)$$

Der  $\alpha$  = alfa verdien,  $R$  = porteføljes avkastning,  $r_m$  = markedets avkastning, og  $r_f$  = risikofri rente.

## 4. Fler-faktormodellen

I dette kapitlet vil modellen som er tatt i bruk for å kunne belyse oppgavens problemstilling bli presentert. Modellen vil forklare avkastningen på Oslo børs med fire ulike forklarende variabler valgt ut i fra det teoretiske rammeverket i oppgaven. Hensikten med modellen vil være å undersøke hvilke egenskaper som er viktig for at selskaper på Oslo børs skal få en relativ høy eller lav avkastning i fremtiden, og måle hvor godt de faktorene som inngår i modellen kan forklare den historiske avkastningen på OSEBX. Dersom modellen kan vise til at det finnes en statistisk signifikant sammenheng mellom faktorene og avkastningen på Oslo børs, kan modellen i praksis brukes til å skape en meravkastning uten å påta seg mer usystematisk risiko gitt enkelte forutsetninger som er gjennomgått i denne oppgavens metodekapittel.

Datamateriale som er brukt for å estimere koeffisientene i oppgaven består av store mengder kvantitative tallmateriale fra historiske priser og regnskapstall hos selskaper notert på Oslo børs. Tallene er korrigert for emisjoner, oppkjøp, fusjoner, dividende, endring av antall aksjer, avlistninger og nye noteringer som ble gjennomgått i kapitlet om datainnsamling.

For å analysere modellen vil multippel regresjon bli benyttet som metode for å kunne evaluere hvor godt modellen kan forklare avkastningen på Oslo børs.

### 4.1 Valg av faktorer

Det første steget mot å lage en god kvantitativ aksjeprisindeksmodell, er å velge de ulike faktorene som ser ut til å påvirke aksjeavkastning (Chincarini & Kim, 2006).

Litteraturstudiet og det teoretiske rammeverket vil danne grunnlaget for vurderingen av de ulike faktorene som inngår i denne masteroppgavens fler-faktormodell. Ettersom oppgavens problemstilling er av en selkapsspesifikk karakter vil ikke elementer som for eksempel oljepris, inflasjon, valutakurser eller industriproduksjon bli vurdert som faktorer. Dette for å kunne besvare hvilke egenskaper hos enkeltaksjer som systematisk gjør at aksjer på Oslo børs har relativ høy eller lav avkastning.

Teoridelen av denne oppgaven belyste at det eksisterer en rekke ulike faktorer som kan brukes i fler-faktor modeller. Teorien er ikke like samstemt om hvilke faktorer som er de beste, men enkelte faktorer blir ofte benyttet med god forklaringsgrad i ulike modeller. I vurderingen til hvilke faktorer som skal inngå i denne oppgavens fler-faktormodell er det tatt høyde for hvilke faktorer som tidligere studier har vist har en god forklaringsgrad, i tillegg til faktorer som kan være med på å inkludere noen av anomaliene fra atferdsfinansien.

I det teoretiske rammeverket ble det også belyst at anomalier ofte forsvinner eller endres når de oppdages. Dette er tatt høyde for i valget av faktorer og modellen tar derfor sikte på å inkludere moderne faktorer, sammen med klassiske faktorer som har vist seg å ha en høy forklaringsgrad over tid. Formålet med dette er å skape en modell som inkluderer aktuelle anomalier, og som vil kunne fortsette å gjøre dette over tid. Dersom man lykkes med å skape en slik modell, kan dette brukes til å utvikle en investeringsstrategi for fremtiden som er direkte rettet mot det norske aksjemarkedet.

De faktorene som inngår i modellen vil nå bli presentert.

#### 4.1.1 Markedsfaktor

Den faktoren som er mest brukt i det akademiske miljøet for å kunne forklare aksjeavkastning er markedsfaktoren (Chincarini & Kim, 2006). Faktoren er mest kjent fra Harry Markowitz (1952) sitt arbeid, men har vært sentral i finansverden i mange år også før den ble inkludert i kapitalverdimodellen. Markedsfaktoren blir inkludert i faktormodellen ettersom den har vist seg å kunne forklare aksjeavkastning på et stabilt nivå over lengre tid. Dette gjenspeiles i bruken av faktoren i det akademiske miljøet, hvor faktoren har vært flittig brukt fra de klassiske modellene, til mer moderne som for eksempel q-faktormodellen til Hou et. al (2014).

Ettersom OSEBX er hovedindeksen for Oslo børs, må man se utenfor Norge for å finne en markedsportefølje som kan brukes til å beregne den forventede avkastningen til markedsporteføljen. Dette må gjøres for å tilfredsstille forutsetningen i regresjonsanalyse, når dette brukes som metode. S&P 500 indeksen er derfor benyttet for å beregne denne faktoren, da S&P 500 er en meget bred indeks som representerer verdens aksjemarkeder godt. Selv om Oslo børs er mer avhengig av oljeprisen og energimarkedet enn S&P 500, kan man likevel trekke flere likhetstegn mellom de to indeksene.

Markedsfaktoren er med i modellen ettersom Oslo børs i seg selv ikke er utelukket fra makroøkonomien ellers i verden. Utviklingen spesielt i vesten er viktig for utviklingen på Oslo børs. Markedsfaktoren beregnes ved å subtrahere den risikofrie renten ( $R_f$ ) fra den forventede avkastningen til en markedsportefølje  $E(R_M)$  på følgende måte:

$$E(R_M) - R_f \tag{4.1}$$

#### 4.1.2 Størrelsesfaktor

En annen faktor som tidligere har vist å kunne forklare aksjeavkastning godt, er størrelsen på det fundamentale aksjeselskapet bak selve verdipapiret. Selve størrelsen på de ulike aksjene er en av de enkleste og mest fundamentale forskjellen på selskaper, og det er derfor naturlig at ulik størrelse vil kunne påvirke hvordan aksjekursene vil bevege seg. Størrelsen på selskapet kan sammenlignes med ulike multipler, men markedsverdien (antall utestående aksjer multiplisert med sist omsatt aksjekurs) er den mest vanlige (Chincarini & Kim, 2006). Man kan argumentere for at store selskaper kan få en lav markedsverdi på grunn av liten tillit i markedet, mens relativt små selskaper kan få en høy markedsverdi på grunn av høy tillit. Med effisiensteorien i bakhold kan man likevel argumentere for at dette er bakt inn i faktoren, og at dette vil føre til at markedsverdien likevel vil være en god variabel for størrelsesfaktoren.

En størrelsesfaktor er en fundamental verdifaktor. En fundamental faktor beskriver selskapets finansielle tilstand, mens en fundamental verdifaktor er en faktor som isolert sett måler om et selskap er relativt dyrt eller billig i forhold til andre (Chincarini & Kim, 2006). Størrelsen på selskapet kan ikke i seg selv brukes til relativ prising, men vil kunne normaliseres ved for eksempel å dele markedsverdien på resultat eller bokført verdi.

Fama og French (1993) inkluderte størrelsesfaktoren SMB i sin kjente tre-faktormodell. De viste at dersom man tok avkastningen til en portefølje med små selskaper og trakk fra avkastningen til en portefølje med store selskaper, ville de små selskapene tendere mot å ha en høyere aksjeavkastning over tid. Som tilhengere av effisiensteorien argumenterer Fama og French at dette kommer av at investorer krever en høyere avkastning for de små selskapene på grunn av høyere risiko. Man kan også argumentere for at det finnes en informasjonspremie for små selskaper, da de store selskapene ofte får bedre dekning av meglerhusene i Norge. Mange meglerhus har ikke en gang tatt opp dekning på mange av de mindre selskapene som er notert på OSEBX. En naturlig konsekvens av dette vil også være at de store selskapene oftere blir omtalt i media, noe som nevnt tidligere i følge Bareber et, al. (2008) kan føre til økt eksponering hos de store selskapene.

Med bakgrunn i dette vil det derfor være naturlig å inkludere en størrelsesfaktor i modellen, og valget faller på forskjellen i avkastning mellom en portefølje med små selskaper minus en portefølje med store selskaper.

$$\text{Størrelsesfaktor} = \text{SMB} = R_{SMÅ} - R_{STORE} \quad (4.2)$$



### 4.1.3 Lønnsomhetsfaktor

For å kunne inkludere lønnsomheten til de ulike selskapene, vil forskjellen i avkastning mellom en portefølje med positiv endring i avkastningen på egenkapitalen og en portefølje med negativ endring i avkastning på egenkapitalen være en av faktorene i modellen. Å skape avkastning på eiernes innskutte egenkapital er en av de mest sentrale oppgavene til en bedrift, og investorenes vektlegging av dette bør ikke undervurderes.

Avkastningen på egenkapitalen er en faktor som bygger videre på Hou et. al (2014) sin q-faktormodell, der investeringsbehov var en av faktorene som kan forklare aksjeavkastning. Lønnsomheten på egenkapitalen og investeringsbehovet i et selskap har en naturlig sammenheng, da en negativ endring i egenkapitalavkastningen vil kunne føre til økt investeringsbehov. En økning i investeringsbehovet vil igjen kunne føre til for eksempel økt fare for emisjoner.

Årsaken til at Tobins-Q ikke er benyttet som variabel kommer av at dette forutsetter at gjenanskaffelseskosten er riktig beregnet. Det er selvsagt svært komplisert å beregne gjenanskaffelseskostnaden for selskaper på Oslo børs, og en slik faktor ville derfor ha vært svært sensitiv mot observatørens antagelser.

En positiv endring kontra en negativ endring på avkastningen bygger også videre på elementer fra atferdsfinansien. Jegadeesh et, al. (1993) viste at vinneraksjer tenderer mot å gjøre det bedre enn taperaksjer også i fremtiden. Selv om studiet til Jegadeesh et, al. (1993) baserte seg på aksjekurser, og ikke fundamentale underliggende lønnsomhetsfaktorer vil det være interessant å undersøke om også dette kan brukes til å forklare aksjeavkastning.

Avkastning på egenkapitalen er en fundamental driftlønnsomhets-faktor, og vil bli inkludert i modellen på følgende måte, med  $\Delta$  som notasjon for endring og ROE (Return on Equity) som notasjon for avkastning på egenkapital:

$$Lønnsomhetsfaktor = PMN = R_{POSITIV\Delta ROE} - R_{NEGATIV\Delta ROE} \quad (4.3)$$

#### 4.1.4 Momentumsfaktor

Som teknisk faktor vil momentum være den siste faktoren som inkluderes i fler-faktormodellen. En av fordelene med å inkludere en teknisk faktor i en faktormodell er at de til en hver tid oppdaterer seg selv (Chincarini & Kim, 2006). Dette medfører at de egner seg godt som stabil faktor over tid, samtidig som tekniske faktorer er mer dynamisk enn de fundamentale faktorene som man kun kan oppdatere ved fremleggelsen av kvartalstallene.

Som nevnt tidligere kan man argumentere for at momentum kan erstatte verdi-faktoren i tre-faktormodellen til Fama og French (1993). Israel og Moskowitz (2013) viste at en momentumfaktor er tilstede og stabil i alle desilporteføljene til Fama og French, og ikke bare de 40% største selskapene slik som HML faktoren. Momentum hadde i tillegg et signifikant positivt forhold til gjennomsnittlig avkastning gjennom alle 20-års delperioder.

Hovedargumentet for at momentum bør inkluderes i en faktormodell er at investorer har en systematisk irrasjonell atferd som kan oppdages på forhånd ved hjelp av momentum. Dette baserer seg på elementer fra atferdsfinansien. Noen mener også at det er mulig å beskrive momentum som en kombinasjon av både rasjonelle og irrasjonelle faktorer (Antonacci, 2014), da momentum også kan forklares med at momentumsgvinst skyldes kompensasjonen investorene får ved å ta på seg større risiko.

Momentum inkluderes i faktormodellen etter teorien om at aksjer som har hatt positiv utvikling den siste måneden vil tendere i samme retning. Dette blir gjort som et bindeledd mellom den klassiske effisiensteorien, og moderne atferdsteori. Momentum-anomalien har også vist seg å være den eneste anomalien som ikke forsvant da den ble oppdaget (Antonacci, 2014).

Selve momentumet vil på grunn av hyppige utskiftninger på OSEBX indeksen være beregnet ut i fra månedlige kurser (årlig momentum gjør at antall observasjoner blir for lav). Faktoren blir beregnet på følgende måte:

$$\text{Momentumsfaktor} = MMN = R_{\text{MENTUMPOSITIV}} - R_{\text{MOMENTUMNEGATIV}} \quad (4.4)$$

Der  $R_{\text{MENTUMPOSITIV}}$  = avkastningen til en portefølje med positivt månedlig momentum, og  $R_{\text{MOMENTUMNEGATIV}}$  = avkastningen til en portefølje med negativt månedlig momentum.

## 4.2 Fire-faktormodell

Etter å ha valgt ut de ulike faktorene i modellen, kan fire-faktorsmodellen nå uttrykkes på følgende måte på regresjonsform:

$$r_{OSEBX} - R_f = \alpha + \beta_1(rm - R_f) + s_2(SMB) + p_3(PMN) + m_4(MMN) + \varepsilon_i \quad (4.5)$$

Der  $r_{OSEBX}$  = avkastningen på OSEBX-indeksen,  $R_f$  = den risikofrie renten, = konstantleddet til regresjonen,  $SMB$  = konstantleddet til størrelsesfaktoren,  $PMN$  = koeffisienten til lønnsomhetsfaktoren,  $MMN$  = koeffisienten til momentumfaktoren, og  $\varepsilon_i$  = feilleddet i regresjonen.  $\beta_1, s_2, p_3, m_4$  er stigningsverdiene for henholdsvis markedsfaktoren, størrelsesfaktoren, lønnsomhetsfaktoren og momentumfaktoren.

Modellen inkluderer dermed en markedsfaktor, som er den mest klassiske av faktorene. Denne faktoren er kjent fra kapitalverdimodellen, og er sentral i de fleste nye faktormodeller som sikter mot å forklare en aksje eller indeks sin avkastning. Modellen inkluderer også en størrelsesfaktor, som etter tre-faktormodellen til Fama og French (1993) har vært en gjenganger i de mest kjente modellene. Størrelsesfaktoren dekker anomalien om at de små selskapene tenderer til å ha en høyere avkastning enn store, noe tilhengere av markedseffisiensteorien vil argumentere er resultat av en økt risikopremie. Modellen inkluderer også en lønnsomhetsfaktor, som med å ta i bruk endring i avkastningen på egenkapitalen hos enkeltselskapene tar sikte på å inkludere investeringsbehov samt fundamental momentum fra atferdsfinans. Til slutt inkluderer modellen en momentumfaktor som tar sikte på å inkludere elementer fra atferdsfinans ved å se hvordan en portefølje med aksjer som har hatt høy aksjeavkastning gjør det sammenlignet med en portefølje med aksjer som har hatt negativt momentum.

Som en oppsummering av modellen kan vi si at modellen inkluderer en markedsfaktor, en fundamental verdifaktor, en fundamental drifts-lønnsomhetsfaktor, og en teknisk faktor. Disse faktorene er representert ved henholdsvis S&P 500 fratrukket risikofri rente, størrelse, endring i avkastning på egenkapitalen, og momentum.

## 5. Resultater og analyse

I denne delen av oppgaven vil de empiriske resultatene for fire-faktormodellen bli presentert.

Innledningsvis vil deskriptiv statistikk for de ulike faktorene bli beregnet. Videre vil den samme statistikken beregnes etter at ekstremverdiene er ekskludert, for å kunne belyse endringene. Faktorene ekskludert for ekstremverdiene vil være grunnlaget for regresjonsanalysen av fire-faktormodellen, som også vil bli presentert i denne delen av masteroppgaven.

Videre vil analysen testes for de ulike forutsetningene under regresjonsanalyse for å teste fire-faktormodellens validitet og reliabilitet. Modellen vil også testes tilbake i tid med månedlige historiske regresjoner for å kunne belyse OSEBX-indeksens påvirkning på modellen. For å kunne belyse fire-faktormodellens prestasjonsevne vil dette testes med ulike prestasjonsmål og ved desilporteføljer.

### 5.1 Deskriptiv statistikkanalyse

For lettere å kunne identifisere ekstremverdier for de ulike faktorene, og for å kunne bygge videre på enkel statistikk, er det gjennomført en deskriptiv statistikkanalyse av datamaterialet. Alle de fire faktorene inkluderes i analysen med daglige observasjoner, i tillegg til meravkastningen til OSEBX indeksen. I denne enkle analysen beregnes gjennomsnittsverdi, standard avvik, minimum og maksimumsverdi. Tallmaterialet som analysen bygger på er daglige observasjoner av de ulike faktorenes avkastning.

Statistikk	OSEBX-RF	Rm-Rf	SMB	PMN	MMN
Gjennomsnitt	0,02 %	0,02 %	-0,13 %	0,14 %	-0,04 %
Standard avvik	1,45 %	1,24 %	1,53 %	1,36 %	1,10 %
Minimum	-10,49 %	-9,49 %	-11,34 %	-15,20 %	-14,25 %
Maksimum	10,12 %	10,94 %	10,45 %	11,01 %	10,73 %
Antall observasjoner	4793	4793	4793	4793	4793

*Tabell 5.1: Deskriptiv statistikk med gjennomsnitt, standardavvik, minimums og maksimumsverdier for alle faktorene i modellen.*

Gjennomsnittet for faktorene er positiv for OSEBX fratrukket risikofri rente (0,02 %), markedsfaktoren (0,02 %), og lønnsomhetsfaktoren (0,14 %). Størrelsesfaktoren (-0,13 %) og momentumsfaktoren (-0,04 %) er begge negative. Det er verdt å merke seg at OSEBX og markedsfaktoren er like, noe som er et godt tegn for at referanseindeksen som er valgt kan være et godt sammenligningsgrunnlag dersom andre forutsetninger også er tilstede.

Som tabell 5.1 viser er standardavviket høyest for SMB faktoren (1,53 %), med PMN (1,36 %) som nest høyest av de forklarende faktorene. Det minste standardavviket finner vi i momentumfaktoren MMN (1,10 %), med markedsfaktoren Rm-Rf (1,24 %) som nest minst. Standardavviket vil gi en pekepinn på hvor stor variasjon det er i datamaterialet, noe som påvirker hvordan analysen av tallene bør gjennomføres (Brooks, 2014). Som tallene viser er det noe høyere standardavvik for OSEBX enn for markedsfaktoren, som kan tyde på at den norske indeksen er noe mer volatil enn S&P 500.

Minimumsverdien for de ulike faktorene ble alle satt under finanskrisen sensommeren 2008, og ligger mellom 9,49 % (markedsfaktoren) og 15,20 % (lønnsomhetsfaktoren), mens maksimumsverdien strekker seg fra 10,12 % (OSEBX-Rf) til 11,01 % (Lønnsomhetsfaktoren). For å belyse forskjellene mellom maksimumsvariabelen og minimumsvariabelen er dette beregnet i tabell 5.2.

<i>Statistikk</i>	<i>OSEBX-RF</i>	<i>Rm-Rf</i>	<i>SMB</i>	<i>PMN</i>	<i>MMN</i>
Maksimum - minimum	20,62 %	20,42 %	21,79 %	26,21 %	24,98 %

**Tabell 5.2:** Forskjellen mellom maksimum og minimumsverdier

Igen er meravkastningen til OSEBX og markedsfaktoren relativt like, samtidig som de er de variablene med minst forskjell. Lønnsomhetsfaktoren har den største forskjellen (26,21 %) med momentumfaktoren like bak (24,98 %). Dette er relativt store forskjeller for daglige observasjoner, men årsaken til de store differansene kommer av at finansielle kriser og aksjerally som følge av dette har ført til volatile enkeltperioder i analyseperioden.

I seg selv er ikke standardavviket veldig høyt for noen av faktorene i sammenheng med situasjonen, men den store spredningen mellom maksimumsverdien og minimumsverdien åpner for å undersøke ekstremverdier. Videre indikatorer på dette kan vi belyse ved å beregne skjevheten og kurtosen for de ulike faktorene.

	<i>OSEBX-RF</i>	<i>Rm-Rf</i>	<i>SMB</i>	<i>PMN</i>	<i>MMN</i>
Skjevhet	-0,634	-0,236	-0,475	0,046	-1,331
Kurtose	6,719	8,008	5,775	7,06	16,9
Antall observasjoner	4793	4793	4793	4793	4793

**Tabell 5.3:** Skjevhet og kurtose for alle de ulike faktorene.

Som tabell 5.3 viser, er det spesielt en faktor som skiller seg ut i forhold til fordelingen. Momentumfaktoren MMN har en klar negativ skjevhet (-1,331), og en høy kurtose (16,9),

noe som er høyt i forhold til de andre faktorene. Det er derfor sannsynlig at det finnes ekstremverdier i datamaterialet, noe som er naturlig når vi vet at det har vært flere finansielle kriser i perioden. Det at momentumsfaktoren har en klar negativ skjevhet kan også være et tidlig tegn på at disse aksjene faller ekstra mye i perioder med finansielle kriser slik som Fama og French (2008) forklarte momentums anomalien på.

Ekstremverdier i momentumsfaktoren kan også være et resultat av short-salg av aksjer, som i ettertid får en form for subsidie for å unngå konkurs. Dette vil ha stor innvirkning på avkastningen til porteføljen, noe som ble observert i USA under den nylige finanskrisen. Momentumporteføljer var lastet med bank-aksjer, som var forventet å tape seg i verdi, men som, på grunn av statlige subsidier, opplevde en positiv trend. Denne type risiko vil ikke bli nærmere diskutert i studien.

## 5.2 Ekstremverdier

Den store spredningen mellom minimum og maksimumsobservasjonen, samt skjevheten i datamaterialet gjør at det er et behov for å identifisere ekstremverdier. Ekstremverdier oppstår dersom enkelte observasjoner er enten svært høye eller svært lave sammenlignet med populasjonen (Tsay, 2002). Slike ekstreme verdier kan påvirke datamateriale på en måte som skaper problemer med for eksempel linearitet eller normalitet.

Det er derfor viktig at ekstremverdier blir identifisert og transformert eller fjernet. Problemet med ekstremverdier kan føre til at forutsetningene i OLS regresjonen ikke lenger blir oppfylt, noe som vil føre til at resultater og analysen blir misvisende.

Ved å ekskludere ekstremverdiene fra datasettet vil validiteten til resultatet økes, samtidig som forklaringskraften ofte økes (Tsay, 2002). Dersom man eliminerer eller transformerer ekstremverdiene vil man også forvente et lavere standardavvik og et mer realistiske gjennomsnitt.

For å eliminere de ekstreme observasjonene er det tatt i bruk en statistisk metode som ved å beregne differansen mellom tredje (Q3) og første kvartil (Q1) får nedre og øvre grenser for observasjonene på følgende måte:

$$\text{Interkvartil variasjonsbredde} = Q3 - Q1 \quad (5.1)$$

$$NG = Q1 - (\text{Differanse} * 2,2)$$

$$\text{ØG} = Q3 - (\text{Differanse} * 2,2)$$

Der NG = Nedre grense og ØG = øvre grense. I følge Brooks (2014) er 2,2 en faktor som ofte brukes i denne sammenhengen, og vil ofte identifisere en representativ del av ekstremverdiene. Faktoren på 2,2 tas i bruk etter å ha vurdert datautvalget og mengden av ekstremobservasjoner.

En overdreven vurdering av ekstremverdier kan føre til at observasjoner som ikke er ekstremverdier likevel blir eliminert fra datasettet. Dette kan skape en situasjon der relevant informasjon blir utelatt fra analysen, som igjen vil føre til misvisende resultater. For å kontrollere fjerningen av ekstremverdiene kan vi se på den deskriptive statistikken etter operasjonen er gjort:

Statistikk	OSEBX-RF	Rm-Rf	SMB	PMN	MMN
Gjennomsnitt	0,05 %	0,025 %	-0,00114 %	0,14 %	-0,01 %
Standard avvik	1,24 %	1,07 %	1,31 %	1,23 %	0,91 %
Minimum	-4,73 %	-3,98 %	-5,17 %	-4,28 %	-3,59 %
Maksimum	4,77 %	4,07 %	4,90 %	4,58 %	3,17 %
Antall observasjoner	4729	4737	4724	4752	4738
Observasjoner tapt	64	56	69	41	55
Observasjoner tapt %	1,34 %	1,17 %	1,44 %	0,86 %	1,15 %

**Tabell 5.4:** Deskriptiv statistikk for alle faktorene etter ekskludering av ekstremobservasjoner.

Som vi ser av tabell 5.4 har fjerningen av ekstremverdiene hatt en positiv effekt på de ulike faktorene. Gjennomsnittsverdien har økt for samtlige variabler, med størst effekt på SMB (fra - 0,13 % til - 0,00114 %). Dette vil være naturlig da vi vet at de små selskapene falt veldig mye under finanskrisen i for eksempel 2008. En kontroll av hvilke datoer som er fjernet viser også at mange kommer fra sensommeren og høsten 2008.

Dersom vi ser på minimum og maksimumsverdiene ser vi at disse er redusert betydelig for alle faktorene. Fra minimumsverdier rundt -10 % (Rm-Rf til - 15 % (PMN) har de nå gått fra -3,98 % (Rm-Rf) til -5,17 % (SMB). Dett er verdier som er mer realistiske, da det for eksempel fremdeles er sjeldent OSEBX faller mer enn 4,7 % på en dag. Maksimumsverdiene

har gått fra å ligge rundt 10,5 % til nå å ligge mellom 3,17 % (MMN) til 4,9 % (SMB), noe som virker realistisk.

Standardavviket har også blitt redusert for samtlige faktorer. Dette er en ønskelig effekt for fjerning av ekstremverdier, så lenge relevante observasjoner ikke reduseres (Tsay, 2002). Som tabell 5.4 viser, er mellom 41 (PMN) og 69 (SMB) observasjoner tapt. Dette utgjør mellom 0,86 % (PMN) og 1,44 % (SMB) av den totale populasjonen. Dette er et realistisk tall på ekstremverdier, og vi har likevel et stort antall observasjoner (mellom 4724 og 4752 observasjoner) å analysere. Vi kan videre se på hvordan skjevheten og kurtosen har blitt påvirket av elimineringen av ekstremobservasjoner:

	<b>OSEBX-RF</b>	<b>Rm-Rf</b>	<b>SMB</b>	<b>PMN</b>	<b>MMN</b>
<b>Skjevhet</b>	-0,234	-0,098	-0,348	0,067	0,186
<b>Endring skjevhet</b>	0,40	0,14	0,13	0,02	1,52
<b>Kurtose</b>	1,354	1,533	1,48	0,733	1,06
<b>Endring kurtose</b>	-5,365	-6,475	-4,295	-6,327	-15,84
<b>Antall observasjoner</b>	4729	4737	4724	4752	4738

*Tabell 5.5: Skjevhet og kurtose for alle faktorene etter ekskludering av ekstremobservasjoner.*

Som vi ser av tabell 5.5 har både skjevheten og kurtosen blitt mer normalisert som følge av elimineringen av ekstremverdiene. Momentumsfaktoren (MMN) har nå en skjevhet på 0,186 noe som er en stor forbedring fra tallene vi hadde før operasjonen (-1,331). Tabell 5.5 viser også at kurtosen er blitt betydelig bedre, selv om det finnes noe gjenværende kurtose. Vi kan nå likevel gå videre til regresjonsanalysen da det ikke er for høye verdier satt i sammenheng med standardavviket til de ulike faktorene.



### 5.3 Regresjonsanalysen

I denne delen av oppgaven vil resultatene av regresjonsanalysen for fire-faktormodellen bli presentert. Regresjonen er utført i analyseprogrammet R, og resultatene presenteres med tabeller og grafer hentet fra programvaren, sammen med egenkomponerte tabeller og grafer. I tillegg til R har SPSS og MatLab blitt tatt i bruk motivert av forenkling av prosesser. Datasettene har blitt analysert etter OLS-metoden, med følgende fire-faktormodell nærmere beskrevet tidligere i denne oppgaven:

$$r_{OSEBX} - R_f = \alpha + \beta_1(rm - R_f) + s_2(SMB) + p_3(PMN) + m_4(MMN) + \varepsilon_i \quad (5.2)$$

Dette resulterer i følgende sammendrag:

**Sammendrag av fire-faktormodellen<sup>b</sup>**

Modell	R	R Square	Justert R Square	Std. Error til estimatet
1	,907 <sup>a</sup>	,822	,822	0,610999%

a. Forklarende variabler: (Constant), MMN, Rm-Rf, PMN, SMB

**Koeffisienter**

Fire-faktormodell	Ustandardiserte koeffisienter		Standardisert koeffisienter	t-verdier	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Konstant)	,075	,009		8,388	,000
Rm-Rf	,110	,008	,094	14,168	,000
SMB	,714	,006	,756	111,226	,000
PMN	,264	,007	,249	37,988	,000
MMN	,017	,008	,013	2,102	,036

a. Forklart variabel: OSEBX-RF

**Tabell 5.6:** Sammendrag og koeffisienter fra regresjonsanalysen.

Som vi kan se fra tabell 5.6 har modellen en  $R^2 = 0,822$ . Man kan si at 82,2 % av variabiliteten på OSEBX kan forklares med variabiliteten til faktorene. Dette vitner i følge Tsay (2002) om at de fire faktorene i modellen sammen forklarer aksjeavkastningen på OSEBX indeksen meget godt. Forklaringsgraden er noe lavere enn verdiene til for eksempel tre-faktormodellen til Fama og French (1993) som sjeldent ble observert under 0,9 avhengig av hvilke forutsetninger de tok. Likevel er gitt de forutsetningene tilstede grunn til å si seg fornøyd med denne ene verdien, ettersom tidshorisont og antall selskaper har mye å si for

resultatet. Når justert  $R^2$  er lik  $R^2$ , vil dette være et tegn på at modellen ikke har inkludert noen unødvendige faktorer (Tsay, 2002). Dette er i så måte også et godt tegn for at faktorene i modellen kan forklare aksjeavkastningen på Oslo børs, dersom nok en gang andre forutsetninger er tilstede, som for eksempel koeffisientene og tilhørende signifikans.

Koeffisientene er kanskje de mest interessante verdiene når det kommer til finansiell regresjonsanalyse, dersom man kan påvise at de er signifikante (Brooks, 2014).

Koeffisientene vil gi svar på om faktorene har en positiv eller negativ (eller ingen) effekt på den avhengige variabelen, noe som vil være interessant for denne oppgaven da det kan gi svar på om for eksempel små selskaper tenderer til å få en høyere avkastning enn store.

Koeffisientene fra regresjonsanalysen er listet opp i tabell 5.6.

Tabell 5.6 viser også at alle de fire faktorene har en positiv koeffisient, med størst verdi for størrelsesfaktoren SMB (0,714), fulgt av lønnsomhetsfaktoren PMN (0,264), markedsfaktoren  $R_m - R_f$  (0,110) og til slutt momentumfaktoren MMN (0,017). Dette viser isolert sett at størrelsen på selskapene har størst betydning for avkastning, noe vi kjenner igjen fra tre-faktormodellen til Fama og French (1993). De ustandardiserte koeffisientene må ses i sammenheng med tilhørende standardfeil (Std. Error). Som tabell 5.6 viser, varierer denne mellom 0,006 % (SMB) til 0,008 % ( $R_m - R_f$  og MMN), og 0,009 % for konstantverdien. Ingen av disse verdiene er spesielt høye sett i sammenheng, og de standardiserte koeffisientene får ikke veldig store utslag noe som kan sies å øke validiteten til konstantleddene.

For å kunne undersøke hvorvidt faktorenes effekt er signifikant, eller om det bare er et resultat av tilfeldigheter kan vi se på Sig-verdiene til de ulike faktorene. Disse verdiene viser resultatene av t-testen som er gjennomført i regresjonsanalysen. Verdiene viser at markedsfaktoren, størrelsesfaktoren og lønnsomhetsfaktoren er signifikante ved et konfidensintervall på 99 prosent, mens momentumfaktoren kun er signifikant dersom man setter konfidensintervall under 96,4. I følge Tsay (2002) kan man på generelt grunnlag si at dersom nærmer seg 0,05 er det en svak men tilstedeværende sammenheng mellom den avhengige og den uavhengige variabelen.

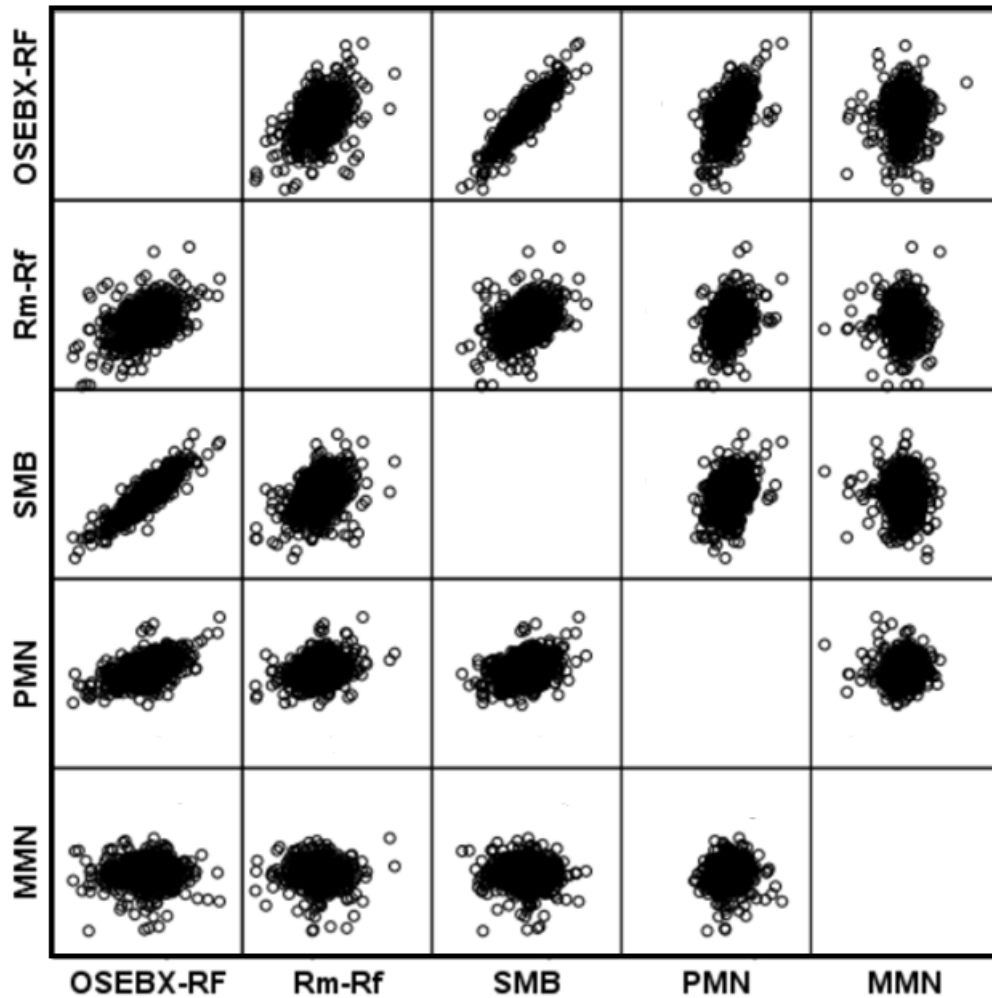
Ved sammenligning av resultatene for regresjonsanalysen inkludert ekstremverdiene, kan man se at forklaringskraften har økt fra 0,79 til 0,822.

### **5.3.1 Test av regresjonens forutsetninger**

Som tidligere nevnt i metodekapittelet, er tilstedeværelsen av enkelte forutsetninger nødvendig for å kunne validere regresjonen og for å få et så korrekt og virkelighetsnært resultat som mulig. Det finnes ulike tester og metoder som kan benyttes for å undersøke om disse forutsetningene er tilstede under regresjonen. Dersom testene viser at det er brudd på de ulike forutsetningene, kan resultatet fra regresjonsanalysen være misvisende og feil. Testene for regresjonens forutsetninger er gjort i MatLab, og tar utgangspunkt i datamaterialet hvor ekstremverdiene er ekskludert

#### **5.3.1.1 Test av linearitet**

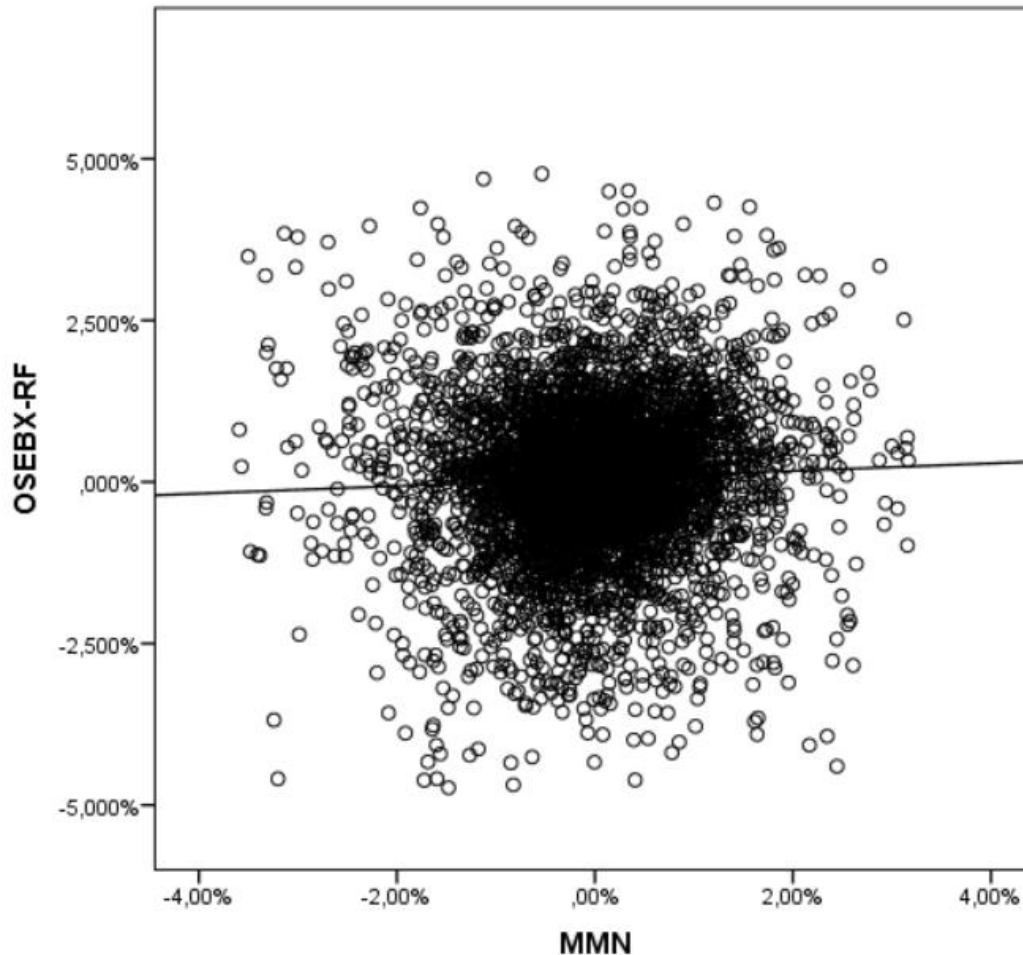
En av forutsetningene for regresjonene er som nevnt tidligere at forholdet mellom den avhengige variabelen og de uavhengige variablene er av lineær karakter. Dersom denne forutsetningen brytes vil resultatene bli misvisende da man i praksis har forsøkt å trekke en rett linje gjennom en kurvet plot av observasjoner. For å undersøke om datamaterialet man har er av lineær karakter kan man fremstille dette i et spredningsplot, og se etter grafiske forhold. For å teste regresjonsmateriale for linearitet har alle faktorene blitt plottet mot hverandre for å skape et helhetlig bilde av situasjonen.



**Figur 5.1:** Spredningsdiagram-matrise av faktorene i fire-faktormodellen for å teste for linearitet.

I figur 5.1 ser vi spredningsdiagrammene for alle de ulike faktorene i fire-faktormodellen, samt den avhengige variabelen OSEBX-RF. Dersom man ser klare tegn på kurver eller buer, som for eksempel regnbueformede plots vil det være tegn på mangel på linearitet. Dersom man ser rette sammenhenger er det et tegn på at man har et lineært datamateriale (Tsay, 2002). I utgangspunktet er diagrammene helt til venstre i matrisen de viktigste, da disse viser sammenhengene mellom den avhengige variabelen og de uavhengige variablene. Som figur 5.1 viser ser det ut som at den sterkeste lineære sammenhengen finnes mellom SMB og OSEBX-RF. Disse to variablene ser ut til å ha et sterkt positivt lineært forhold, noe som bekreftes av faktorens koeffisient og signifikans. Markedsfaktoren (Rm-Rf) og lønnsomhetsfaktoren (PMN) ser ut til å ha et litt svakere, men likevel lineært og positivt forhold til OSEBX-RF.

Når det gjelder momentumfaktoren (MMN) ser man ingen klare sammenhenger, men heller ingen tegn til kurver eller buer. Det er likevel nok til å undersøke nærmere med et mer detaljert spredningsdiagram for MMN og OSEBX-RF i figur 5.2.



**Figur 5.2:** Spredningsdiagram for momentumfaktoren (MMN) og OSEBX-RF.

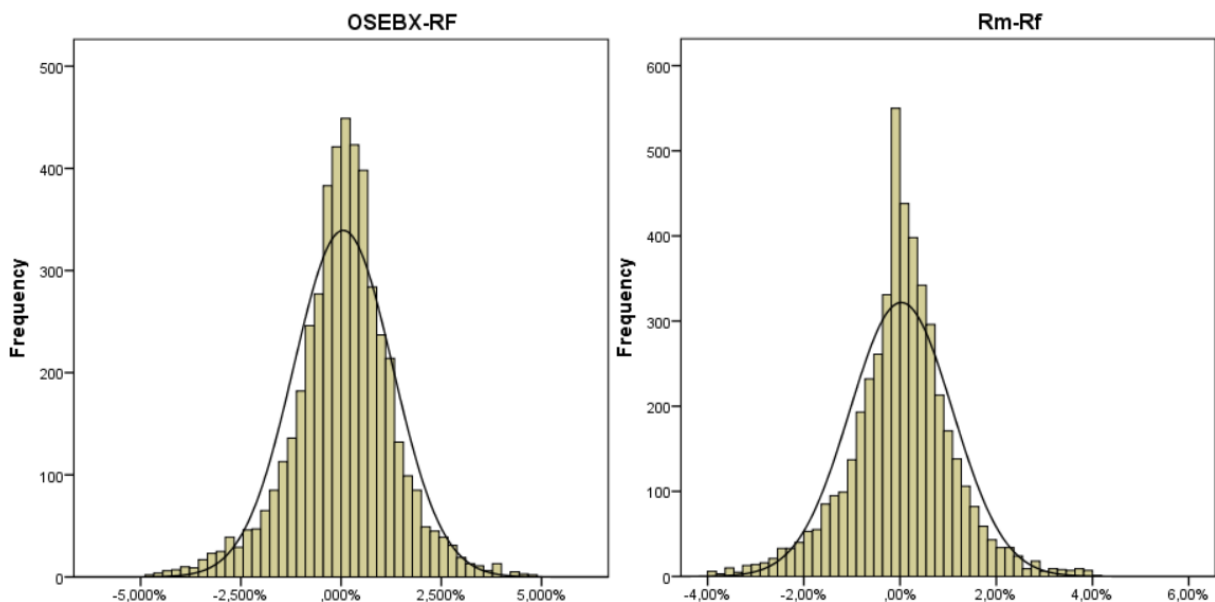
I figur 5.2 er det trukket en sort linje som er den best mulige lineære linjen i henhold til forutsetningene for OLS-regresjon. Det finnes ingen åpenbar grafisk sammenheng, bortsett fra den naturlige effekten av at det er større samling av observasjoner mot origo. Likevel avslører den sorte linjen som representerer best mulig tilpasning at det finnes en svak positiv sammenheng mellom momentum faktoren og den avhengige variabelen i tidsperioden. Dette stemmer godt med faktorkoeffisienten og signifikansen for MMN på 0,036.

Med bakgrunn i spredningsdiagrammene for de uavhengige variablene kan det virke som om det er ulik grad av linearitet for de ulike faktorene, men ingen klare brudd i form av kurver eller buer. De grafiske observasjonene samsvarer også godt med verdiene fra regresjonsanalysen, noe som gjør at forutsetningen for linearitet er tilstede.

### 5.3.1.2 Test av normalitet

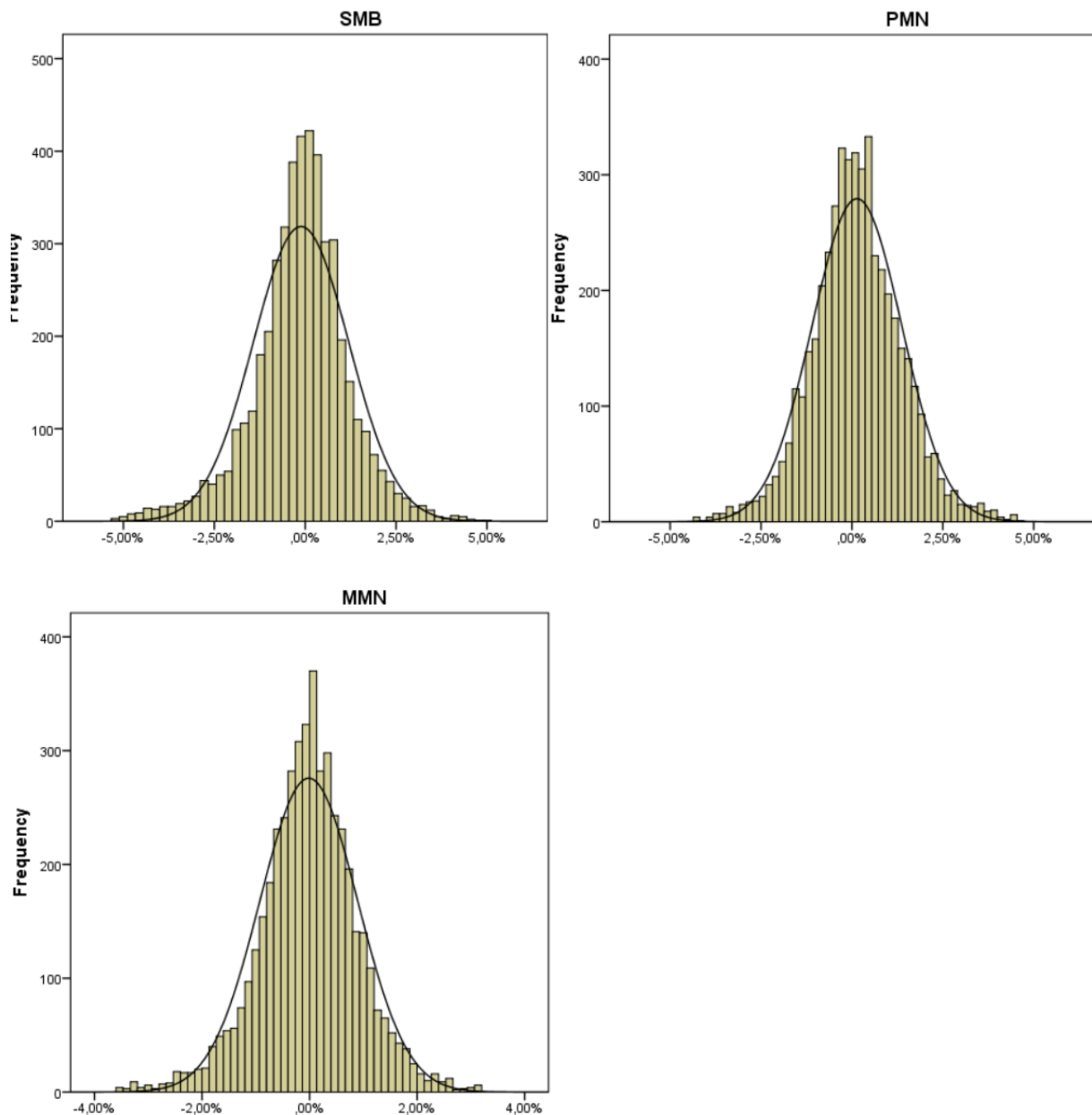
Regresjonen forutsetter i tillegg at residualene i utvalget er normalfordelt. Dersom denne forutsetningen brytes vil koeffisientene ofte gi et galt forholdstall mellom den avhengige og de uavhengige variablene (Tsay, 2002). Elimineringen av ekstremverdiene bør være med på å skape en bedre normalfordeling, men fravær eller få store residualer kan også skape brudd på normalfordelingsforutsetningen.

For å avgjøre om variablene er normalfordelt kan man enten beregne om det finnes signifikante bevis for normalitet, eller man kan vurdere grafiske histogram for å undersøke om det finnes tilnærmet normalitet. I regresjon av finansielle data er det ofte vanskelig å påvise signifikant normalfordeling, men en grafisk tilnærmet normalfordeling er ofte tilstrekkelig så lenge det er best mulig tilpasning (Tsay, 2002). For å kunne gjøre en vurdering vil dette vises grafisk i denne analysen.



**Figur 5.3:** Histogram av OSEBX-RF og markedsfaktoren ( $R_m - R_f$ ) viser tilnærmet normalfordeling.

Som figur 5.3 viser, er både OSEBE-RF og  $R_m - R_f$  tilnærmet normalfordelt, med noe mindre grad hos  $R_m - R_f$  grunnet enkelte høye verdier. Likevel forutsettes det at disse variablene er tilnærmet normalfordelt, og at forutsetningen derfor ikke er brutt.

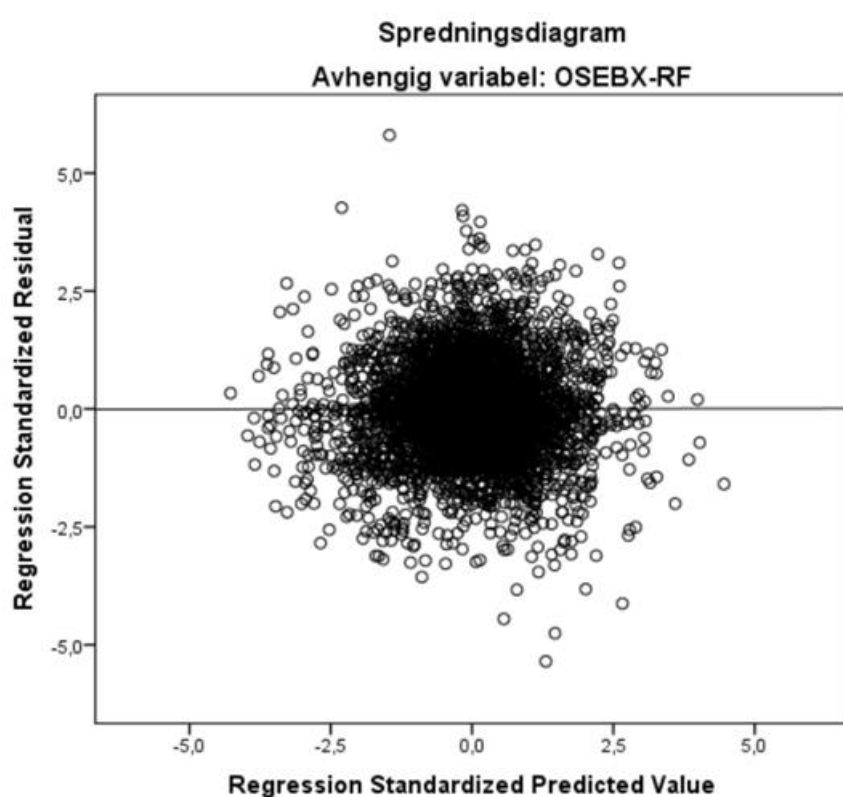


**Figur 5.4:** Histogram av størrelsfaktoren (SMB), lønnsomhetsfaktoren (PMN) og momentumsfaktoren (MMN) viser tilnærmet normalfordeling.

Når det gjelder SMB, PMN og MMN faktorene viser figur 5.4 at også disse variablene er tilnærmet normalfordelt. Det er også verdt å merke seg fra histogrammene at minimum og maksimumsverdiene før elimineringen av ekstremverdiene lå mellom -10 % og 15 % for de ulike faktorene. Dersom disse hadde vært inkludert i histogrammene vært svært spisse, og mindre normalfordelt. En illustrasjon på dette finnes i vedlegg 7.2, for å understreke at elimineringen av disse var riktig for å få en bedre regresjonsanalyse.

### 5.3.1.3 Test av homoskedastisitet

Sannsynligheten for at feilledet i regresjonen når en gitt positiv eller negativ verdi bør være den samme i alle observasjoner dersom forutsetningen om at homoskedastisitet skal være tilstede. Heteroskedastisitet vil ofte være et problem dersom verdiene til variablene i utvalget varierer vesentlig i forskjellige observasjoner (Dougherty, 2011). Dersom det for eksempel er større spredning i residualene når observasjonene har høye verdier enn lave, vil dette være et typisk tegn på heteroskedastisitet. Klare signaler på heteroskedastisitet vil derfor kunne være synlig i et spredningsdiagram med standardiserte residualer og forventede verdier.

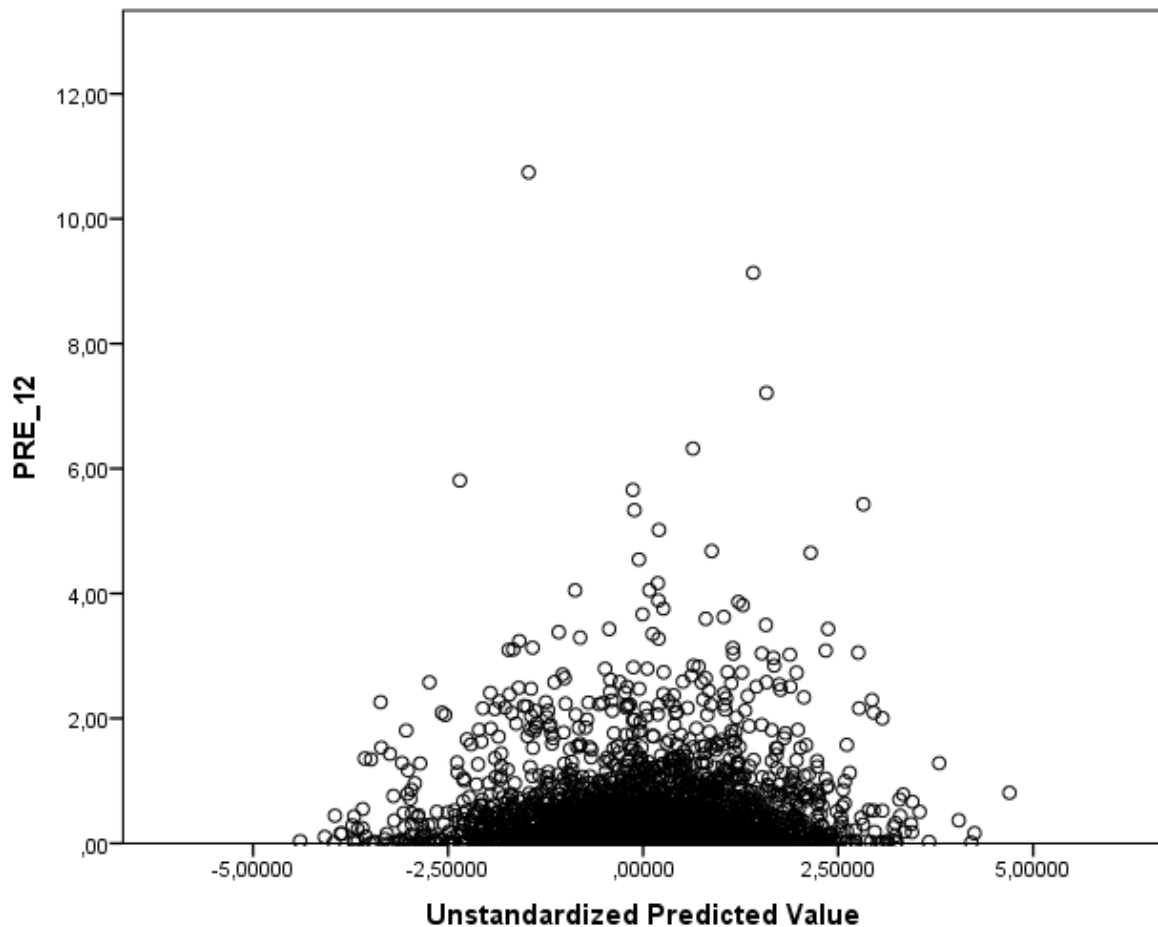


**Figur 5.5:** Spredningsdiagram med standardiserte residualer og forventede verdier for å oppdage tegn på heteroskedastisitet.

Som figur 5.5 viser, er det ingen klare tegn til heteroskedastisitet, ettersom spredningsdiagrammet ikke gir noen åpenbare assosiasjoner til mønstre. Likevel kan det se ut som det er en liten tendens til at enkelte høye verdier av de standardiserte residualene ofte observeres når de forventede verdiene er mindre enn null. Når de forventede verdiene i regresjonen er høye er det samtidig en liten tendens for at de standardiserte residualene er lave. Spredningsdiagrammet i seg selv gir ingen klare tegn til heteroskedastisitet, men det er likevel nok til å undersøke videre.



For å kunne synliggjøre om det er tegn til større spredning hos residualene ved høyere forventede verdier av regresjonen kan man fremstille de forventede verdiene til regresjonen kvadrert ( $PRE_{12}$ ) mot de ustandardiserte forventede verdiene. Dette er blitt gjort i figur 5.6:



**Figur 5.6:** De forventede verdiene til regresjonen kvadrert ( $PRE_{12}$ ) mot de ustandardiserte forventede verdiene for å oppdage tegn til hetroskedastisitet.

Dersom det ser ut til å være et mønster der de kvadrerte forventede verdiene sprer seg når verdiene økes, er det ofte et tegn på heteroskedastisitet. Det er også et tegn på heteroskedastisitet dersom det finnes mange store verdier av kvadrerte forventningsverdier (Dougherty, 2011). Som spredningsdiagrammet viser er det stor samling av små kvadrerte forventningsverdier, men enkelte større verdier.

Når vi vet at det finnes i underkant av 5000 observasjoner, men bare ser et titalls fravikende observasjoner i spredningsdiagrammet ser dette i utgangspunktet bra ut med tanke på at det er ønskelig med homoskedastisitet. Likevel finnes det nok fravikende observasjoner til at en statistisk test kan være nyttig.

White testen for heteroskedastisitet ser etter generelle bevis for en sammenheng mellom variansen til feilledet og de forklarende variablene (Dougherty, 2011). Ved å analysere forholdet mellom variansene kan man beregne en statistisk sannsynlighet for at det er et homoskedastisk forhold. En slik test kan gjøres ved å gjennomføre en regresjonsanalyse av de kvadrerte residualene som avhengig variabel og de kvadrerte forventingsverdiene og de ustandardiserte forventede verdiene (Tsay, 2002). Dette er gjort i tabell 5.7:

**ANOVA<sup>a</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	19,069	2	9,535	26,820	,000 <sup>b</sup>
	Residual	1652,760	4649	,356		
	Total	1671,830	4651			

a. Dependent Variable: RES\_12

b. Predictors: (Constant), PRE\_12, Unstandardized Predicted Value

**Tabell 5.7:** Whites test for homoskedastisitet

Som tabell 5.7 viser, er resultatet av Whites test at homoskedastisitet ikke kan påvises i datamaterialet. Dette vises ved at signifikansen i testen er mindre enn 0,05. Denne testen viser med andre ord at det ikke finnes statistiske bevis for at man kan konkludere at forutsetningen for homoskedastisitet er tilstede. Når man benytter slike tester må man huske at dette heller ikke konkluderer at forutsetningen ikke er oppfylt, da en negativ Whites test kan ha andre årsaker enn heteroskedastisitet (Dougherty, 2011). Det vil derfor være behov for ytterligere en test.

**ANOVA<sup>a</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1,710	4	,427	1,198	,310 <sup>b</sup>
	Residual	1647,304	4616	,357		
	Total	1649,013	4620			

a. Dependent Variable: RES\_12

b. Predictors: (Constant), MMN, SMB, Rm-Rf, PMN

**Tabell 5.8:** Breush-Pagan test for homoskedastisitet

Breush-Pagan testen fremvist i tabell 5.8 tester om variansen til residualene i regresjonen er avhengig av verdiene til de uavhengige variablene (Dougherty, 2011). Som vi kan se av signifikansen til analysen i tabell 5.8 kan vi forkaste nullhypotesen om at residualene er

avhengig av verdiene til de forklarende variablene. Etter en samlet vurdering av testene og spredningsdiagram konkluderes det med at forutsetningen om homoskedastisitet er tilfredsstillt.

#### 5.3.1.4 Test av multikollinearitet

Videre er det en forutsetning for modellen validitet at de ulike forklaringsvariablene ikke har for stor grad av lineær sammenheng. Dersom det er en høy korrelasjon mellom de forklarende variablene kan det føre til stor volatilitet i koeffisientene og høye p-verdier (Dougherty, 2011). For å undersøke graden av korrelasjon mellom de ulike forklarende variablene vil det i tabell 5.9 bli presentert en korrelasjonsmatrise:

**Korrelasjon**

		OSEBX-RF	Rm-Rf	SMB	PMN	MMN
OSEBX-RF	Pearson Correlation	1	,374**	,831**	,478**	,043**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000	,000	,003
	N	4729	4692	4706	4706	4685
Rm-Rf	Pearson Correlation	,374**	1	,331**	,173**	,015
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,000	,305
	N	4692	4737	4686	4705	4691
SMB	Pearson Correlation	,831**	,331**	1	,274**	-,010
	Sig. (2-tailed)	,000	,000		,000	,503
	N	4706	4686	4724	4695	4682
PMN	Pearson Correlation	,478**	,173**	,274**	1	,190**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000		,000
	N	4706	4705	4695	4752	4706
MMN	Pearson Correlation	,043**	,015	-,010	,190**	1
	Sig. (2-tailed)	,003	,305	,503	,000	
	N	4685	4691	4682	4706	4738

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

**Tabell 5.9:** Korrelasjonsmatrise for å teste for multikollinearitet.

Som korrelasjonsmatrisen viser et det ved hjelp av Pearsons korrelasjon, et mål på lineær korrelasjon (Dougherty, 2011), er det ingen veldig høye korrelasjoner mellom de ulike forklarende variablene. Den høyeste korrelasjonen blant forklarende variabler finner vi mellom størrelsesfaktoren og markedsfaktoren med en Pearson korrelasjon på 0,331. Ifølge Dougherty (2011) bør ikke denne korrelasjonsverdien overstige 0,6 dersom vi skal kunne si at multikorrelasjon ikke er tilstede, noe som ser ut til å være gjeldene for datamaterialet i denne studien.

Det er også verdt å merke seg korrelasjonen mellom de forklarende variablene og OSEBX-RF i korrelasjonsmatrisen. Den avhengige variabelen har en sterk positiv korrelasjon med størrelsesfaktoren, svak positiv korrelasjon med markedsfaktoren og lønnsomhetsfaktoren, og meget svak positiv korrelasjon med momentumfaktoren. Dette forteller oss at det finnes en sammenheng mellom de forklarende variablene og den forklarte variabelen.

Videre kan vi teste for multikollinearitet ved hjelp av en VIF-test (Variance Inflation Factor-test). Dette er en test som måler hvor mye av variansen til regresjonskoeffisientene som økes på grunn av kollinearitet (Dougherty, 2011). VIF-verdiene til regresjonen blir presentert i tabell 5.10.

**Koeffisienter<sup>a</sup>**

Model		Collinearity Statistics	
		Tolerance	VIF
1	Rm-Rf	,887	1,127
	SMB	,849	1,177
	PMN	,886	1,128
	MMN	,959	1,042

a. Dependent Variable: OSEBX-RF

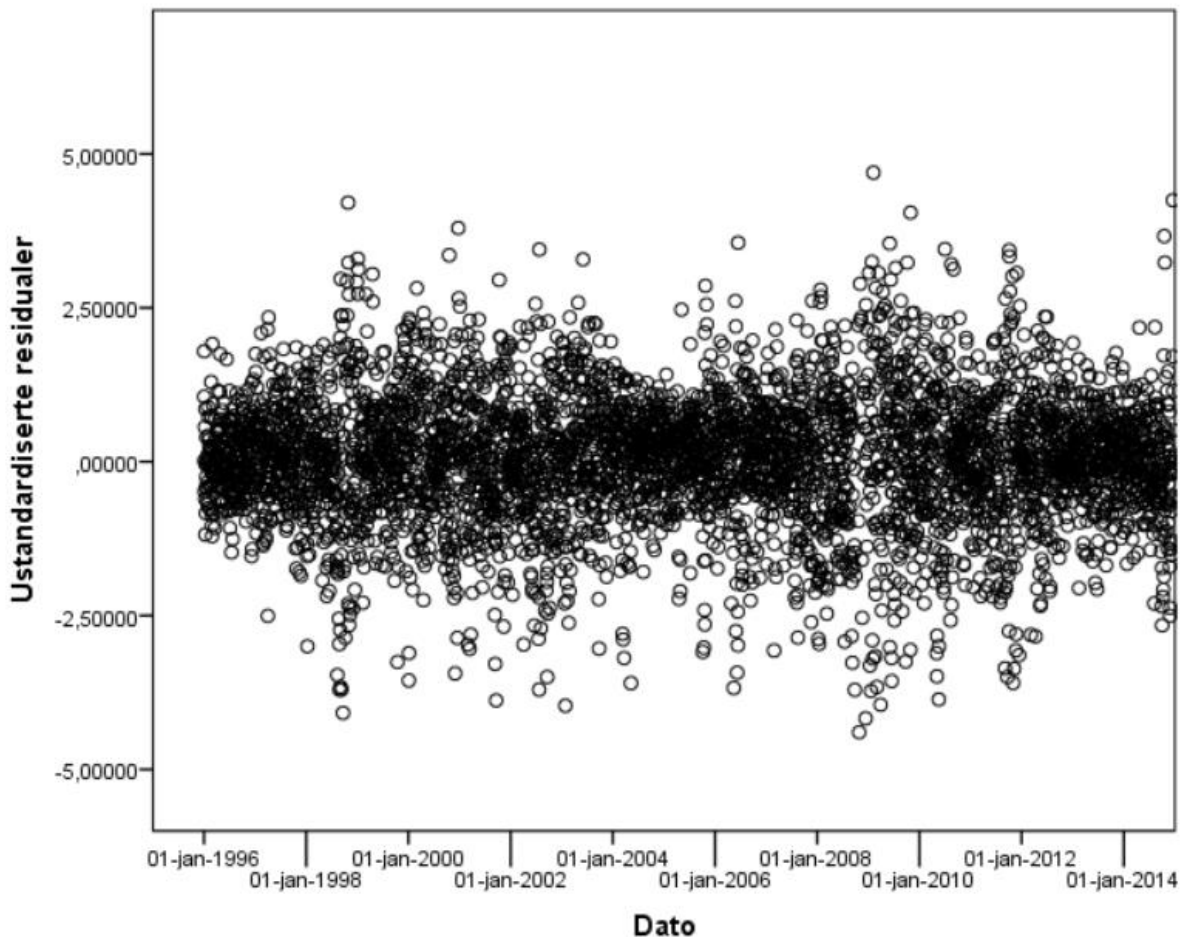
**Tabell 5.10:** VIF-test for å teste for multikollinearitet.

Ifølge Dougherty (2011) vil en VIF-verdi over 3 bety sannsynlighet for multikollinearitet, over 5 bety stor sannsynlighet for multikollinearitet, mens en verdi over 10 betyr at man kan konkludere med at det finnes multikollinearitet i datamaterialet. Som tabell 5.10 viser finnes det liten grad av multikollinearitet i denne studiens regresjonsanalyse. Dette er positive resultater, da det vil forsterke koeffisientenes validitet og troverdighet.

### 5.3.1.5 Test av autokorrelasjon

Den siste forutsetningen for regresjonsanalysen er at verdien til feilleddet i hvilken som helst observasjon blir bestemt uavhengig av verdien til alle andre observasjoner. Når denne forutsetningen ikke er tilfredsstillt, sier vi at feilleddet er produkt av autokorrelasjon, og oppstår normalt sett kun i regresjonsanalyse med tidsserier (Dougherty, 2011). Feilleddet i en regresjonsligning fanger opp innflytelsen til de variablene som påvirker den avhengige som ikke er inkludert i faktormodellen, og hvis feilleddet i i noen av observasjonene skal være uavhengig av verdiene i det forrige feilleddet må verdien til variablene som inngår i feilleddet være u-korrelerte med verdien til feilleddet i den forrige observasjonen. Med andre ord

forutsettes det at det ikke er noen korrelasjon mellom feilleddene. For å undersøke om det finnes grader av autokorrelasjon vil det i figur 5.7 bli fremstilt ustandardiserte residualer i tidsperioden grafisk.



**Figur 5.7:** Ustandardiserte residualer i tidsperioden for å se etter tegn til autokorrelasjon.

Som figur 5.7 viser, er det ingen stor grad av buer eller kurver i plottene. Dette er et positivt tegn for forutsetningen om fravær av autokorrelasjon, da det viser at residualene ikke har noen stor korrelasjon med residualen i forrige observasjon. Det er heller ingen tegn på at residualene økes eller reduseres mot slutten av tidsperioden, noe som også er positivt for testen. Det er også verdt å merke seg fra figur 5.7 at residualene har en klart større spredning ved volatile tider som i 1998 og ved finanskrisen høsten 2008. Dette viser at modellen inkluderer krisetider, til tross for at ekstremverdiene er ekskludert fra datamaterialet for å tilfredsstille forutsetningene for regresjonsanalysen.

Den grafiske fremstillingen gir sterke indikasjoner på at det ikke finnes noen stor grad av autokorrelasjon i regresjonen. For å forsikre dette resultatet viser en Durbin-Watson test en

verdi på 1,989. Ifølge Dougherty (2011) vil en Durbin-Watson verdi på rundt 2 være en indikasjon på at det ikke finnes autokorrelasjon i datasettet. Det vil derfor konkluderes med bakgrunn i den grafiske fremstillingen og Durbin-Watson verdien at forutsetningen for ingen autokorrelasjon er tilstede.

### 5.3.2 Oppsummering av regresjonens forutsetninger

For å kunne validere regresjonsanalysen og for å kunne undersøke hvor troverdig resultatene er, har forutsetningene for regresjonsanalyse blitt testet. Testen for linearitet ble det ved hjelp av en spredningsmatrise at den sterkeste lineære sammenhengen finnes mellom størrelsesfaktoren og avkastningen for OSEBX. Disse to variablene ser ut til å ha et sterkt positivt lineært forhold, noe som bekreftes av faktorens koeffisient og signifikans.

Markedsfaktoren (Rm-Rf) og lønnsomhetsfaktoren (PMN) ser ut til å ha et litt svakere, men likevel lineært og positivt forhold til OSEBX-RF. Med bakgrunn i spredningsdiagrammene for de uavhengige variablene kan det virke som om det er ulik grad av linearitet for de ulike faktorene, men ingen klare brudd i form av kurver eller buer. De grafiske observasjonene samsvarer også godt med verdiene fra regresjonsanalysen, noe som gjør at forutsetningen for linearitet er tilstede. Normalitet ble ved histogramtesten påvist, og viste at faktorene er tilnærmet normalfordelt, med noe mindre grad hos Rm-Rf grunnet enkelte høye verdier.

Likevel ble forutsetningen ikke brutt, da graden av normalitet er tilfredsstillt. Testen for homoskedastisitet viste grafisk at det var stor grad av homoskedastisitet, men enkelte tegn til heteroskedastisitet. Breush-Pagan testen forkaster nullhypotesen om heteroskedastisitet, og etter en samlet vurdering av testene og spredningsdiagram konkluderes det med at forutsetningen om homoskedastisitet er tilfredsstillt. Testen for mulikollinearitet viste svært få tegn til at denne forutsetningen er brutt, og resultatene var tilfredsstillende i form av lave VIF-verdier og svak korrelasjon mellom de forklarende variablene. Til slutt ble datamaterialet testet for autokorrelasjon. Dette ble testet både grafisk og ved en Durbin-Watson test, og begge metodene viset at forutsetningen om ingen eller liten autokorrelasjon er tilfredsstillt.

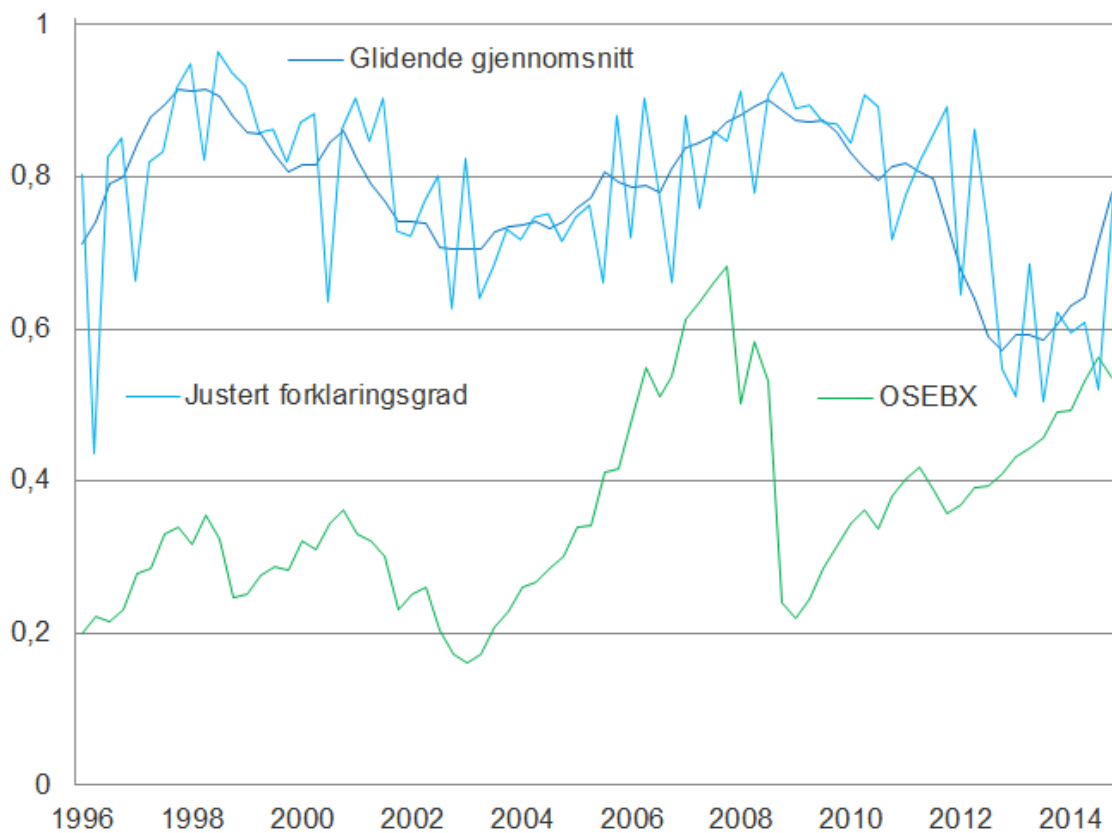
En samlet vurdering av alle testene viser at det er liten grad eller ingen tegn til brudd på forutsetningene under regresjonsanalysen. Det vil derfor ikke være nødvendig med ytterligere transformeringer eller korrigeringer, og validiteten og reliabiliteten til regresjonsanalysen kan sies å være sterk.

## 5.4 Tilbakevirkende test av fire-faktormodellen

For å kunne belyse hvordan den tilbakevirkende kraften fire-faktormodellen har hatt i tidsperioden for analysen vil det i dette delkapittelet bli presentert rullerende diagrammer for regresjonsanalysen. På denne måten vil man kunne belyse hvordan fire-faktormodellen fungerer i ulike settinger, som for eksempel bull og bear-markeder på OSEBX. En dynamisk modell vil ikke bli påvirket i nevneverdig grad av hvordan markedet beveger seg. En slik analyse kan også brukes for å belyse hvordan faktormodellen har vært i nyere tid i forhold til eldre data, og kan på denne måten brukes for å evaluere modellens aktualitet.

### 5.4.1 Rullerende forklaringsgrad

Den historiske forklaringsgraden til fire-faktormodellen er et interessant mål på hvordan faktormodellen kan forklare avkastningen på OSEBX tilbake i tid. For å kunne illustrere dette har det i figur 5.8 blitt gjennomført månedlige tverrsnittregresjoner for å kunne se hvordan forklaringsgraden har variert i analyseperioden. En justert graf for OSEBX er lagt inn for å kunne illustrere hvordan den historiske forklaringsgraden har beveget seg for til sammenligning.



**Figur 5.8:** Den historiske justerte forklaringsgraden og glidende gjennomsnitt som er beregnet med et snitt på de tre nærmeste observasjonene fra månedlige regresjoner.

Som figur 5.8 viser, har forklaringsgraden vært relativt stabil i hele perioden, nesten uten unntak alltid vært over 0,6. Den justerte forklaringsgraden har vært stabil rundt 0,8 men variert noe etter hvordan OSEBX-indeksen har beveget seg. Gjennom tidlig 2000 og helt frem til 2010 har forklaringsgraden ligget rundt 0,80 og falt noe tilbake i årene etter finanskrisen.

Det er verdt å merke seg at den justerte forklaringsgraden kan se ut til å ha en tendens til å være høyere i bull-markeder enn ved bear-markeder. De to høyeste observasjonene av den justerte forklaringsgraden finnes ved oppgangstiden etter bankkrisen i 1998, og ved tiden før finanskrisen i 2008.

Det er også verdt å merke seg at forklaringsgraden holdt seg høy hele veien gjennom finanskrisen og falt under 0,6 først i 2012. Dette viser at modellen også fungerer godt i nedgangstider og under finansielle kriser. Enkelte kjente modeller har tidligere hatt problemer med slike perioder, og det viser at fire-faktormodellen i denne oppgaven er dynamisk.

I tiden etter finanskrisen har OSEBX hatt en meget god utvikling, med nesten uavbrutt oppgang siden slutten på 2008. Den positive trenden på OSEBX står i kontrast til forklaringsgraden til modellen som faller noe (Ned mot 0,6) mot 2013, før den snudde opp igjen i 2014 (tilbake mot 0,8). Den siste observasjonen fra 2014 viser at modellen ikke ble utdatert etter finanskrisen, men at den fremdeles er aktuell for dagens situasjon for indeksen til tross for enkelte lavere observasjoner i 2012 og 2013.

<i>Justert forklaringsgrad</i>	
Gjennomsnitt	0,782266031
Standardfeil	0,013664603
Median	0,818454559
Standardavvik	0,11912525
Minimum	0,437408248
Maksimum	0,96425339

**Tabell 5.11:** Nøkkelverdier for den justerte forklaringsgraden for månedlige historiske regresjonsanalyser.

Nøkkelverdiene til de historiske forklaringsgradene i regresjonene viser et standardavvik på 0,12 noe som ikke er spesielt høy i situasjonens sammenheng. Dette viser at fire-faktormodellen er dynamisk. Gjennomsnittet for den justerte forklaringsgraden ligger noe lavere enn  $R^2$ , noe som er forventet i en slik analyse. Det vitner om at de fire faktorene ikke

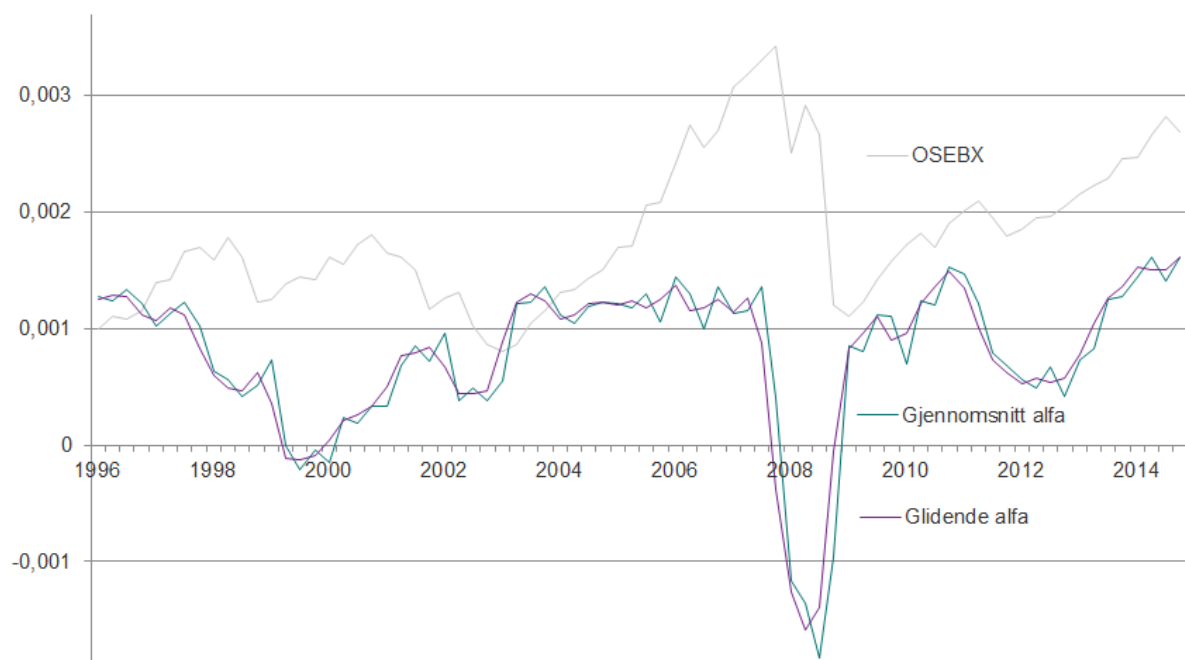


alltid har kunne forklart avkastningen på OSEBX. Dette åpner for å se nærmere på fire-faktormodellens historiske p-verdier og koeffisienter.

#### 5.4.2 Fire-faktormodellens historiske alfa-verdier

Alfaverdien til faktormodellen er en svært viktig indikator for hvordan modellen har gjort det sammenlignet med referanseindeksen. Det vil derfor være interessant å undersøke hvordan alfaverdien har utviklet seg i tidsperioden for analysen.

Dersom alfaverdien varierer i ulike markeder vil dette få betydning for fire-faktormodellens bruksområde. Den historiske alfaverdien er fremstilt grafisk i figur 5.9 med justert OSEBX-indeks for sammenligning:



**Figur 5.9:** Rullerende alfa-verdi basert på månedlige regresjonsanalyser av datamateriale. Glidende gjennomsnitt på tre måneder er lagt til for å belyse en mer standardisert linje for alfaverdien.

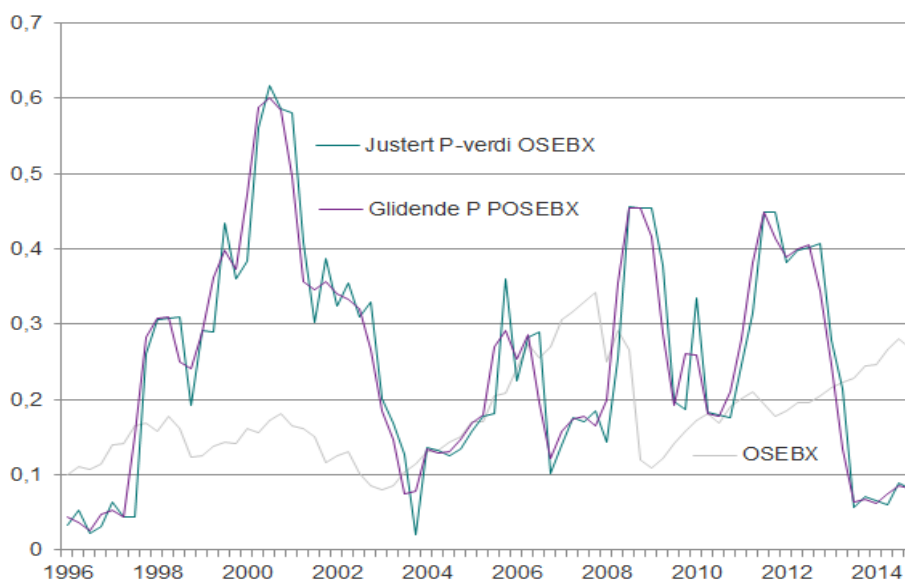
Først og fremst bør det nevnes at OSEBX indeksen ikke er normalisert i forhold til alfaverdien i den grafiske fremstillingen. Indeksen er bare lagt inn for å lettere kunne se utviklingen på indeksen samtidig som alfaverdien beveger seg. Grafen viser en positiv alfaverdi gjennom hele perioden, med unntak av utgangen av 2001 og under finanskrisen i 2008. Dette vitner om at modellen er stabil og solid, men kan ha problemer med å skape meravkastning under finansielle kriser og nedgangsperioder.

Ettersom alfaverdien viser meravkastning utover referanseindeksen, er dette samlet sett svært positive resultater for fire-faktormodellen. Ettersom alfaverdien holdt seg positiv gjennom nedgangen tidlig 2000 viser det også at modellen kan fungere i nedgangstider. Alfaverdien var stabil gjennom den store bull-perioden før finanskrisen, og har vært positiv gjennom hele perioden i oppgangen etter finanskrisen. Grafen i figur 5.9 bekrefter testen for multikollinearitet da standardavviket til koeffisienten ikke er veldig volatil. Statistikken i tabell 5.12 viser også at gjennomsnittet for alfaverdien er positiv, noe som forteller at faktormodellen kan brukes for å få en meravkastning i forhold til OSEBX dersom andre forutsetninger også er tilstede.

<i>Alfa</i>	
Gjennomsnitt	0,00078
Standardfeil	0,000129
Median	0,001015
Standardavvik	0,001123
Minimum	-0,00521
Maximum	0,002588

**Tabell 5.12:** Nøkkelverdier for alfa-verdiene for månedlige historiske regresjonsanalyser.

For å belyse faktormodellens historiske P-verdi vil denne nå bli fremstilt i grafen i figur 5.10. Det er viktig å merke seg at P-verdien vil bli mye høyere ved rullerende regresjoner, enn ved en enkelt regresjon. Fremstillingen vil derfor kun gi en indikasjon på hvordan P-verdien har vært påvirket, men vil ikke samlet sett kunne konkludere noen signifikans.

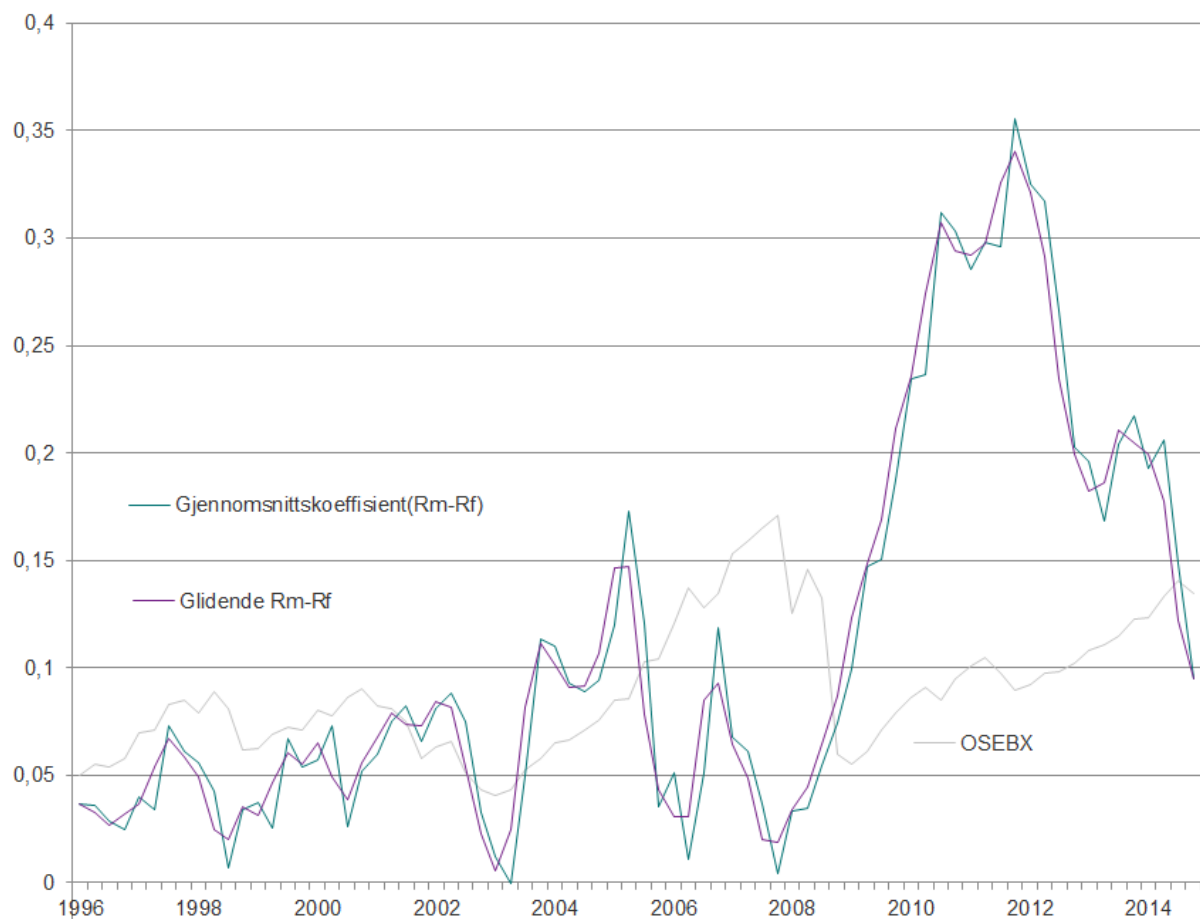


**Figur 5.10:** Justert P-verdi for OSEBX fra månedlige regresjoner for å kunne belyse historiske effekter.

Som grafen viser har den rullerende P-verdien ligget rundt 0,2 i perioden. P-verdien har etter 2002 holdt seg lav, noe som er positivt for modellen. Det er også positivt for modellen at noen av de laveste observasjonene av den justerte P-verdien finnes i 2014, noe som forteller at faktormodellen fremdeles er gjeldende.

### 5.4.3 Markedsfaktorens historiske utvikling

Markedsfaktoren har vært kjent som en svært solid faktor i fler-faktormodeller med mål om å forklare aksjeavkastning i lengre tid. Dette kommer av dens naturlige sammenheng med den avhengige variabelen, og dens dynamiske egenskaper til å justere seg etter markedssvingninger (Chincarini & Kim, 2006). I grafen i figur 5.11 er markedsfaktorens koeffisient sammenlignet med OSEBX indeksen.



**Figur 5.11:** Gjennomsnittskoeffisient for markedsfaktoren ( $R_m - R_f$ ) for å kunne vise historiske effekter.

Som grafen i figur 5.11 viser har koeffisienten vært positiv for hele tidsperioden. Dette kan komme av at OSEBX er en relativt liten markeds plass i markedssammenheng, og at

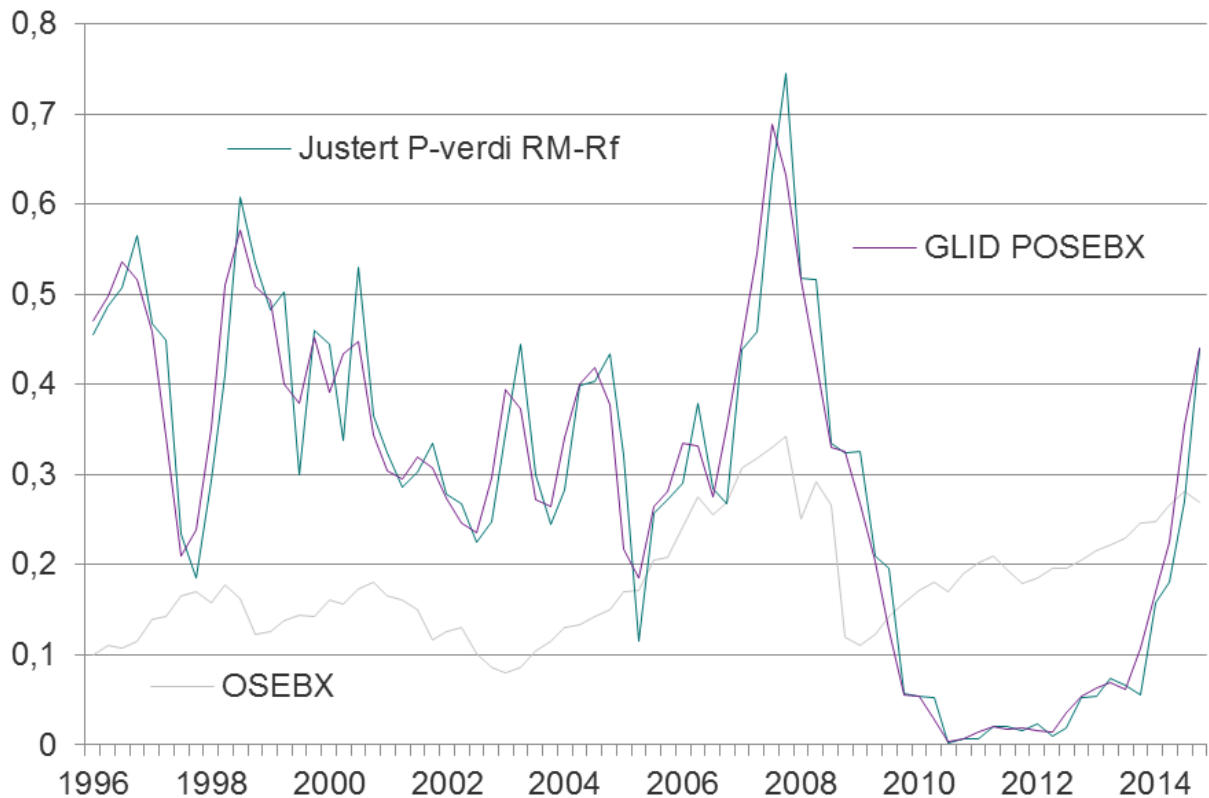
volatiliteten kan bidra til at markedscoeffisienten øker. Det er også verdt å merke seg at coeffisienten faller i forkant av finanskrisen, noe som isolert sett kan ses på som at markedsfaktoren kan forutse nedgangstider hadde det ikke vært for mangelen på dette mellom 2001 og 2003. Det er også en tendens til at coeffisienten økes når OSEBX øker, noe som gjør at markedsfaktoren er større ved slutten av tidsperioden. Markedsfaktoren kan samtidig se ut til å være svært positiv i bull-perioder.

For å kunne undersøke den historiske coeffisienten til markedsfaktoren nærmere, er nøkkeltallene belyst i tabell 5.13.

<i>Rm-Rf</i>	
Gjennomsnitt	0,110249
Standardfeil	0,01352
Median	0,093307
Standardavvik	0,117866
Minimum	-0,16965
Maksimum	0,412745

**Tabell 5.13:** Nøkkelverdier for *Rm-Rf*-coeffisiensverdiene for månedlige historiske regresjonsanalyser.

Som statistikken i tabell 5.13 viser er det et positivt gjennomsnitt for coeffisienten på 0,11 med et tilhørende standardavvik på 0,117 som vitner om en relativ volatil faktor.

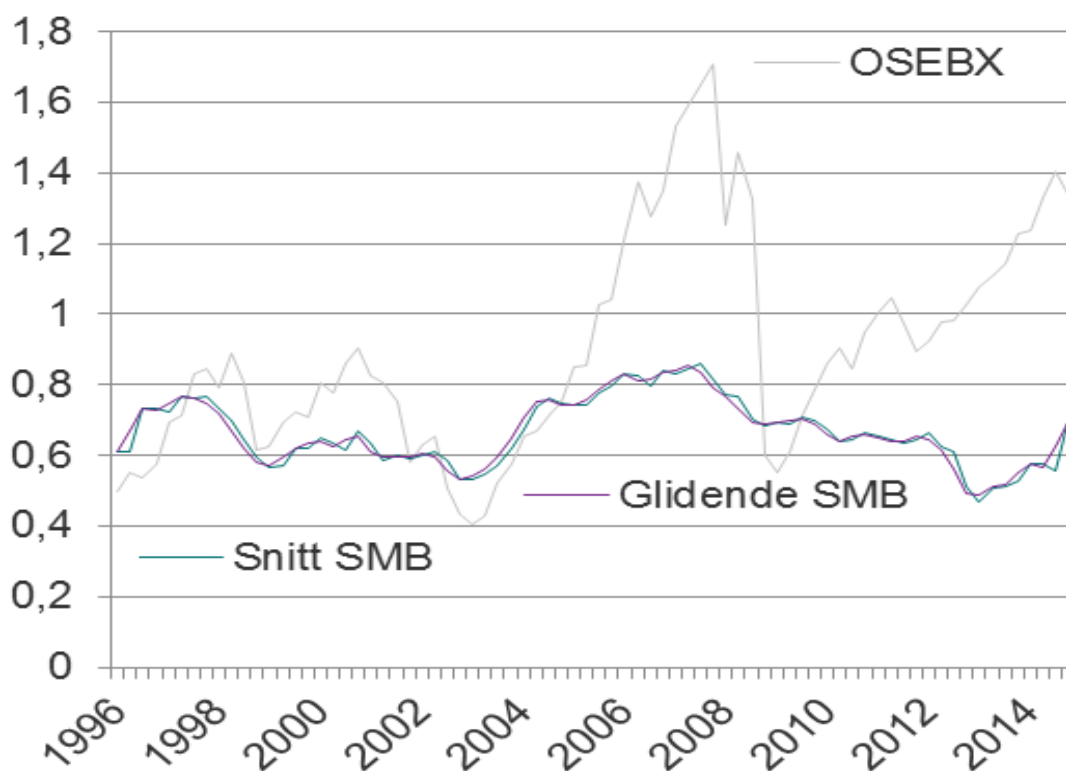


**Figur 5.12:** Justert P-verdi for markedsfaktoren fra månedlige regresjoner for å kunne vise historiske effekter.

Den justerte P-verdien til markedsfaktoren i figur 5.12 viser en tendens til å bli mindre i mer moderne deler av tidsperioden. I oppgangen før finanskrisen hadde faktoren en svært høy justert p-verdi, noe som forteller at markedsfaktoren hadde problemer med å forklare oppgangen. I etterkant av finanskrisen har P-verdien holdt seg lav, med en økning mot slutten av 2014.

#### 5.4.4 Størrelsesfaktorens historiske utvikling

Størrelsesfaktoren er en annen faktor som har vist seg å ha stor innflytelse i å kunne forklare aksjeavkastning, som tidligere nevnt i denne oppgaven. Faktoren har vært kjent for å ha høy forklaringsgrad samtidig som den er stabil i både bull og bear-markeder. I grafen i figur 5.13 er den historiske koeffisienten til størrelsesfaktoren sammenlignet med utviklingen for OSEBX.



**Figur 5.13:** Gjennomsnittskoeffisient for størrelsesfaktoren (SMB) for å kunne vise historiske effekter.

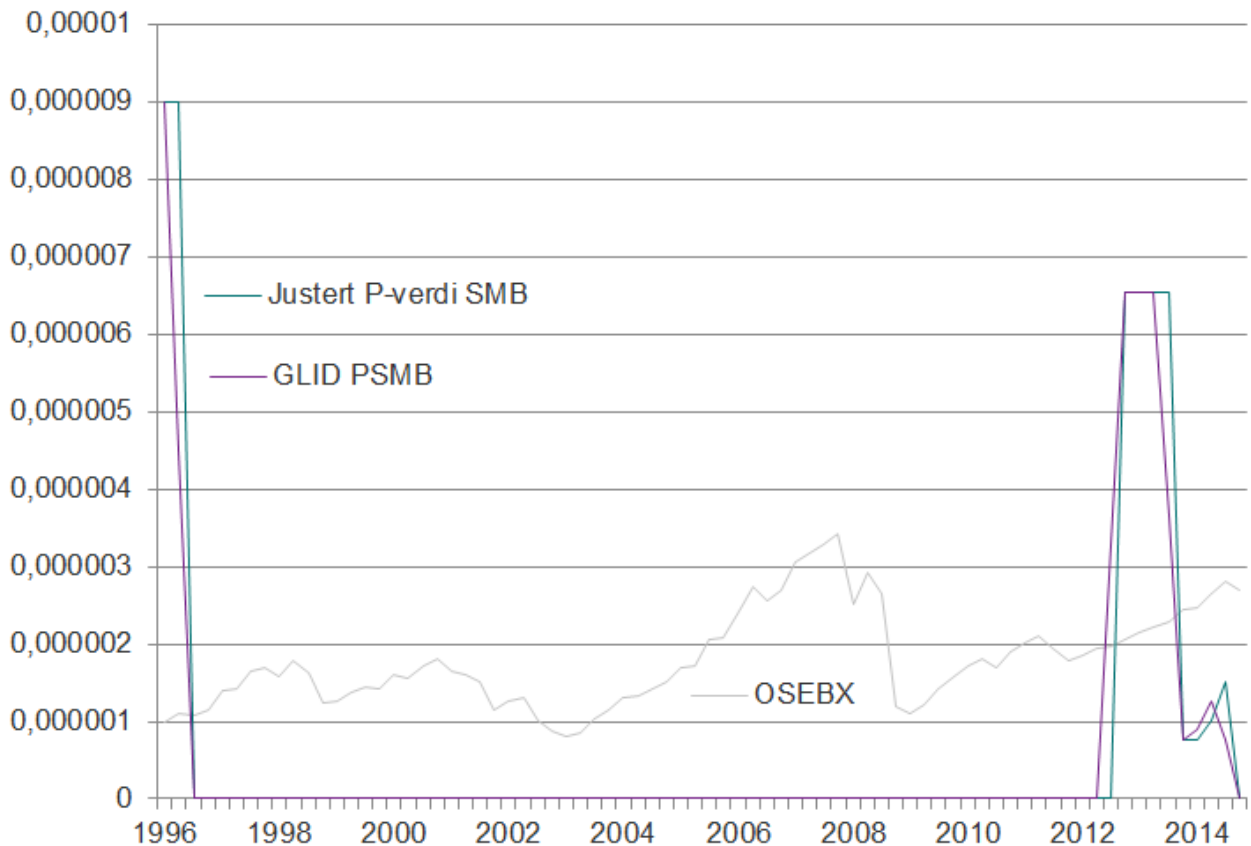
Som figur 5.13 viser har størrelsesfaktoren vært stabil gjennom hele tidsperioden, samtidig som den har vært positiv rundt 0,6. Dette vitner om at størrelsesfaktoren har hatt stor betydning for avkastningen på OSEBX, og er en viktig faktor i modellen. I årene etter finanskrisen har koeffisienten falt noe tilbake, men fremdeles positiv med god margin. Faktoren har fått et løft i de to siste årene i tidsperioden, noe som viser at faktoren fremdeles er dynamisk og relevant for å forklare aksjeavkastningen på Oslo børs. Statistikken for størrelsesfaktorens koeffisient er fremstilt i tabell 5.14.

SMB	
Gjennomsnitt	0,665202
Standardfeil	0,014581
Median	0,672249
Standardavvik	0,127114
Minimum	0,260845
Maximum	0,919329

**Tabell 5.14:** Nøkkelverdier for SMB-koeffisiensverdiene for månedlige historiske regresjonsanalyser.

Som tallene viser har koeffisienten en positiv og sterk gjennomsnitt på 0,66 med et tilhørende standardavvik på 0,12. Dette avviket er relativt lavt sett i sammenheng med gjennomsnittet,

noe som igjen vitner om at faktoren er svært robust og solid. Likevel er det en relativ stor forskjell mellom maksimumsverdien og minimumsverdien.

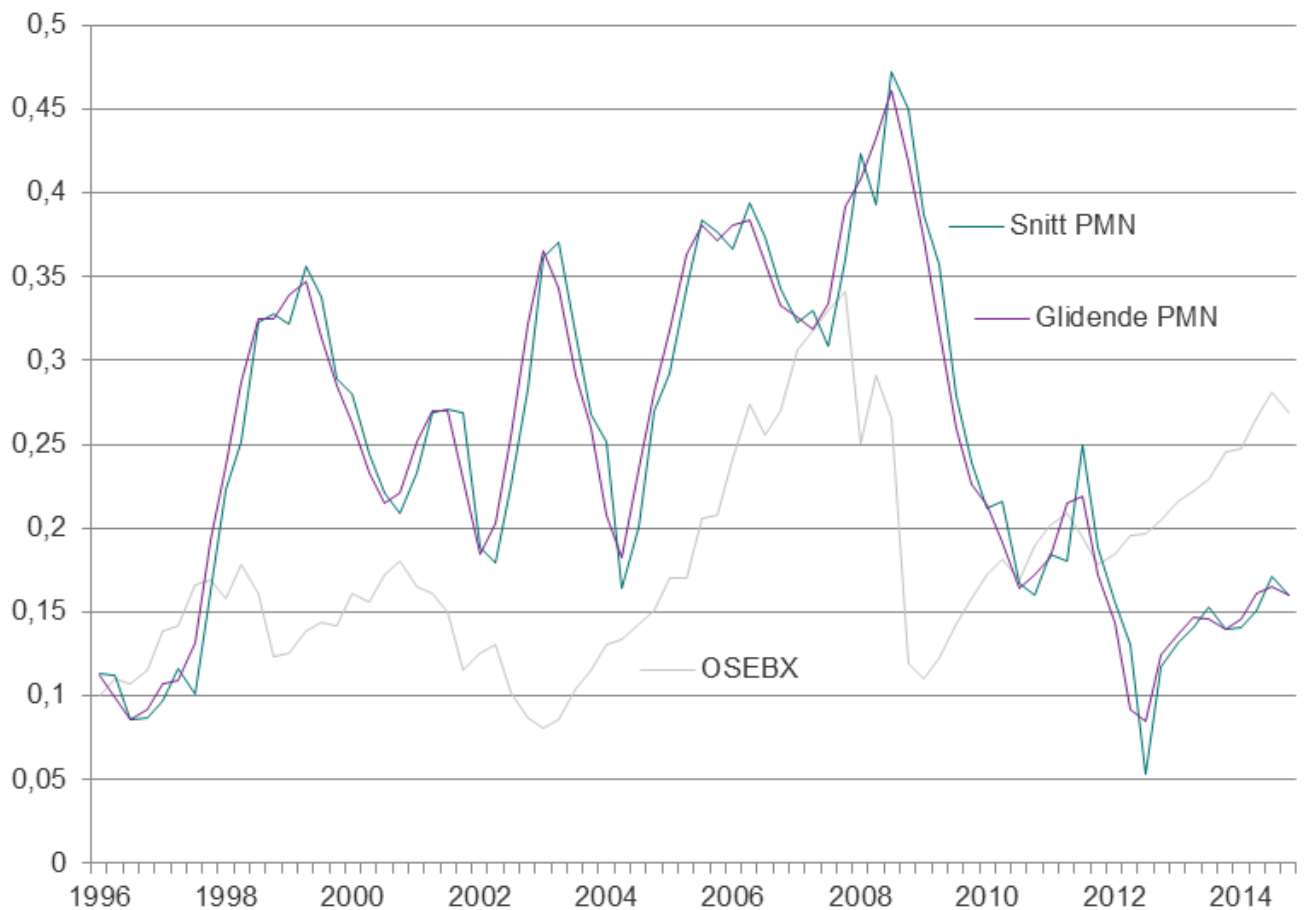


**Figur 5.14:** Justert P-verdi for størrelsesfaktoren fra månedlige regresjoner for å kunne vise historiske effekter.

Grafen for den justerte P-verdien til størrelsesfaktoren i figur 5.14 viser at P-verdien er svært signifikant i hele perioden. Likevel har P-verdien en liten økning mot slutten av tidsperioden for analysen. Den solide grafen viser at størrelsesfaktoren er dynamisk og signifikant i ulike markeder noe som er positiv for fire-faktormodellen.

#### 5.4.5 Lønnsomhetsfaktorens historiske utvikling

Lønnsomhetsfaktoren representert ved endring i ROE er en faktor i modellen som forsøker å inkludere elementer i nyere faktormodeller som for eksempel Hou, et. al (2014). Denne faktoren vil forsøke å inkludere noen av anomaliene som nyere studier har avdekket. I figur 5.15 er den historiske koeffisienten til lønnsomhetsfaktoren sammenlignet med avkastningen på OSEBX-indeksen.



**Figur 5.15:** Gjennomsnittskoeffisient for lønnsomhetsfaktoren (PMN) for å kunne vise historiske effekter.

Som grafen viser i figur 5.15, er også denne koeffisienten positiv gjennom hele tidsperioden for analysen. Lønnsomhetskoeffisienten er mer volatil enn for eksempel størrelseskoeffisienten, noe som vitner om en mindre robust faktor.

Det er ingen umiddelbare klare sammenhenger mellom OSEBX og lønnsomhetskoeffisienten, men koeffisienten faller relativt mye i årene etter finanskrisen sammenlignet med før. Dette kan være et tegn på at meravkastningen knyttet til denne faktoren svekkes dersom andre forutsetninger også er tilstede.

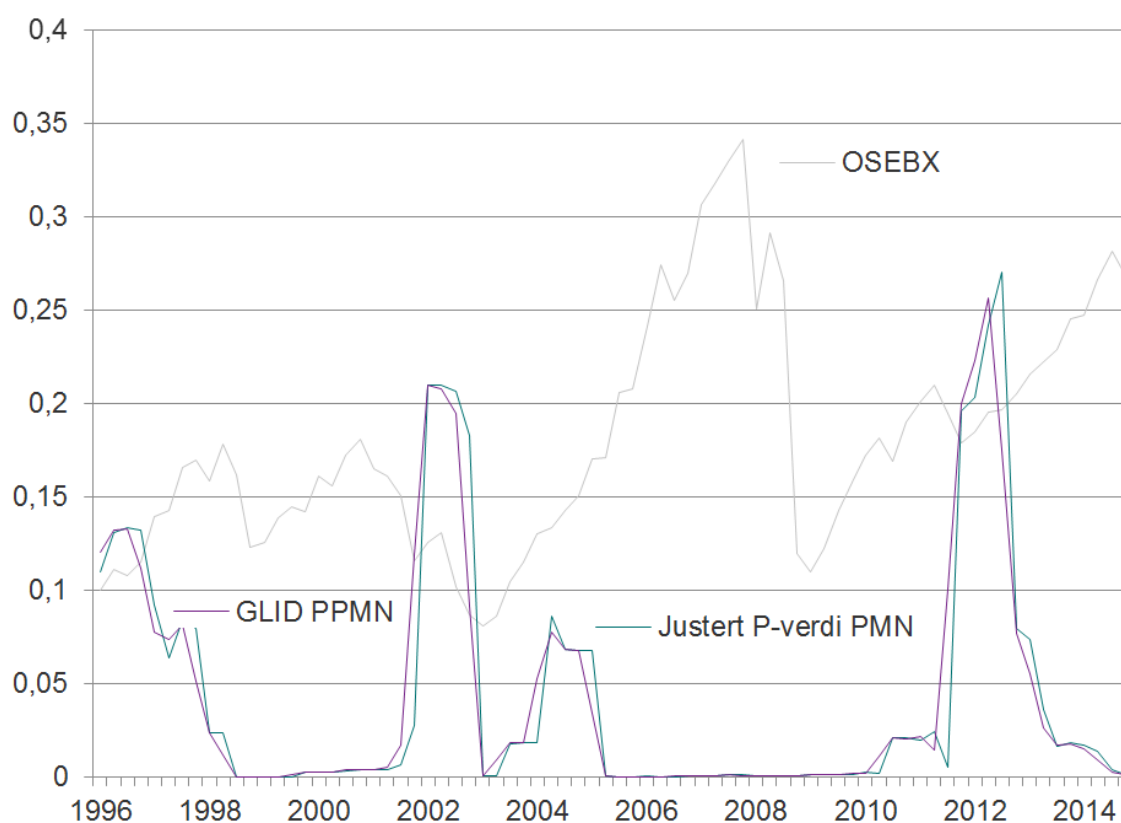
I tabell 5.15 er nøkkeltallene for lønnsomhetskoeffisienten fremstilt.



PMN	
Gjennomsnitt	0,246698
Standardfeil	0,015235
Median	0,246589
Standardavvik	0,132815
Minimum	-0,01965
Maximum	0,603845

**Tabell 5.15:** Nøkkelverdier for PMN-koeffisiensverdiene for månedlige historiske regresjonsanalyser.

Som nøkkeltallene viser er gjennomsnittet for koeffisienten i de ulike tverrsnittregresjonene 0,246 med et tilhørende standardavvik på 0,132. Dette er ikke et veldig høyt standardavvik sett i forhold til gjennomsnittet, men vitner om at faktoren ikke er like robust som størrelsesfaktoren som nevnt tidligere. Den positive gjennomsnittskoeffisienten gjør at lønnsomheten har et positivt og sterkt bidrag til modellens samlede positive egenskaper.



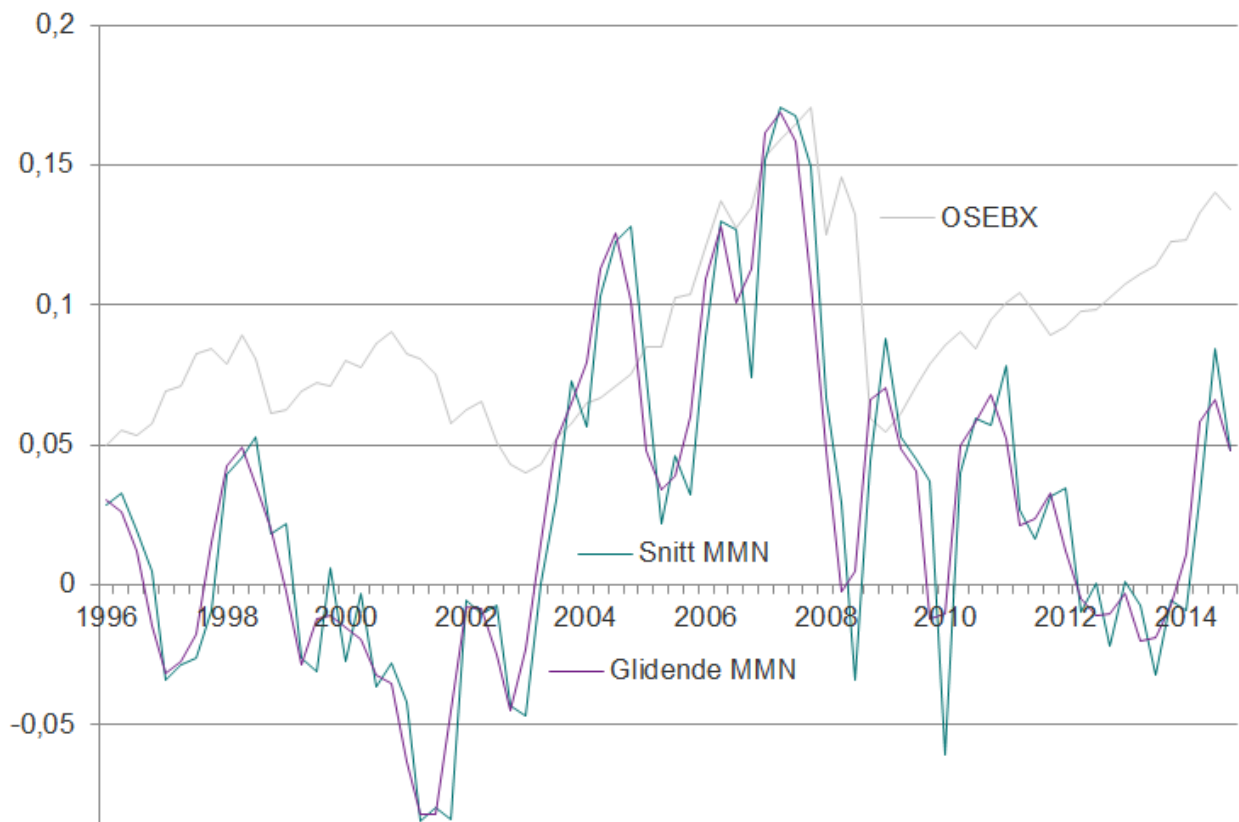
**Figur 5.16:** Justert P-verdi for lønnsomhetsfaktoren fra månedlige regresjoner for å kunne vise historiske effekter.

Lønnsomhetsfaktoren har som grafen i figur 5.16 viser en sammenhengende lav p-verdi gjennom mesteparten av tidsperioden. Ved korreksjonen i 2002 og ved inngangen til 2012

hadde lønnsomhetsfaktoren en noe høyere p-verdi enn ved resten av tidsperioden. Dette kan åpne for en teori om at lønnsomhetsfaktoren ikke fungerer like godt ved korreksjoner i markedet dersom dette også er tilfelle ved flere anledninger og ikke bare en tilfeldighet i dette studiet.

#### 5.4.6 Momentumsfaktorens historiske utvikling

Momentumsfaktorene er inkludert i modellen med mål om å øke modellens dynamiske egenskaper ved å over tid inkludere anomalier som er vanskelig å inkludere med andre faktorer. Dette er en faktor som tar med seg elementer fra atferdsfinans, noe som skaper et bindeledd mellom klassisk effisiensteori og nyere teori som inkluderer markedsaktørens manglende rasjonalitet.



**Figur 5.17:** Gjennomsnittskoeffisient for momentumsfaktoren (MMN) for å kunne vise historiske effekter.

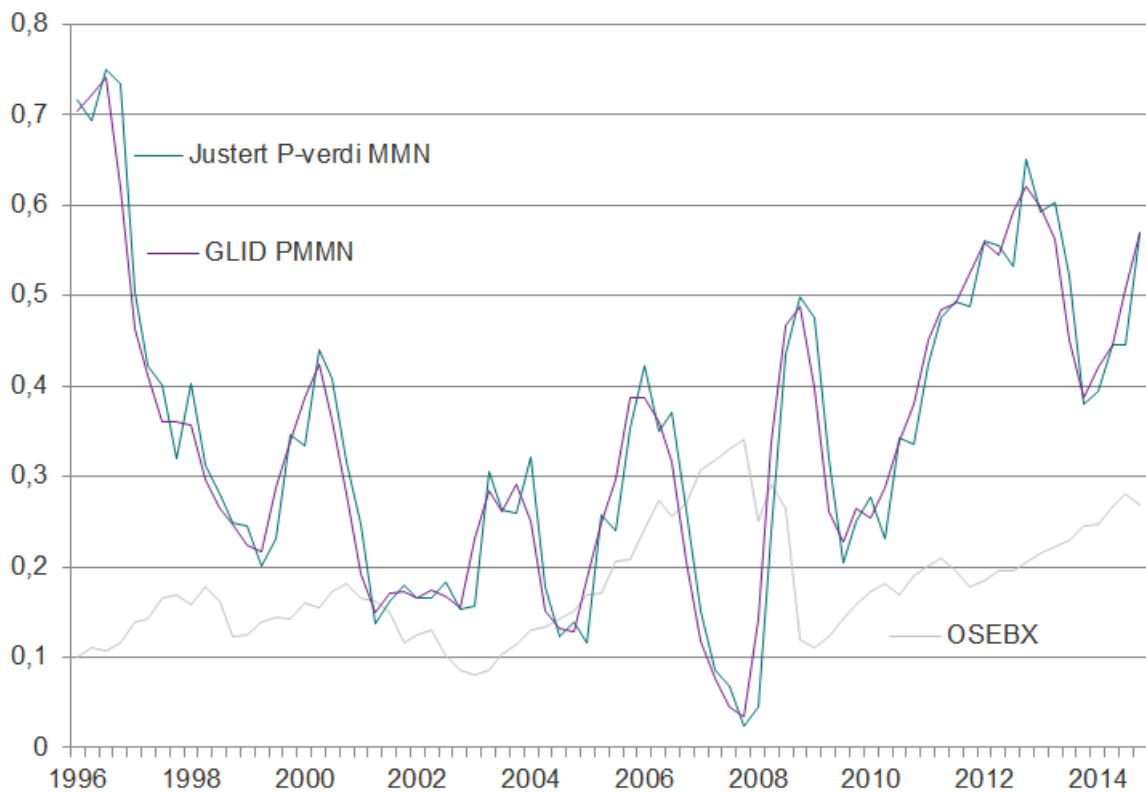
Som grafen i figur 5.17 viser er momentumfaktoren relativt volatil i perioden. Koeffisienten beveger seg rundt 0 helt frem til 2003, før den går over til en mer positiv utvikling i årene før finanskrisen. Momentumfaktoren er på sitt høyeste i 2007, men faller sammen med indeksen i 2008. Likevel beveger ikke det glidende gjennomsnittet for koeffisienten seg under 0 under finanskrisen, noe som står i kontrast til forventningen om at aksjene som falt mye i verdi vil fortsette å falle. I børsoppgangen etter finanskrisen har ikke koeffisienten noen stabil utvikling, men faller heller ikke tilbake til nivåene mellom 2000 og 2003.

Nøkkeltallene for momentumfaktorens koeffisient er fremstilt i tabell 5.16.

<i>MMN</i>	
Gjennomsnitt	0,026616
Standardfeil	0,013945
Median	0,037614
Standardavvik	0,121568
Minimum	-0,23099
Maximum	0,420927

**Tabell 5.16:** Nøkkelverdier for MMN-koeffisiensverdiene for månedlige historiske regresjonsanalyser.

Som statistikken i tabell 5.16 viser har momentumskoeffisienten et svakt positivt gjennomsnitt på 0,026 med et tilhørende standardavvik på 0,121. Dette er et relativt høyt standardavvik i forhold til gjennomsnittet, og man kan dermed si at momentumskoeffisienten er svært volatil.

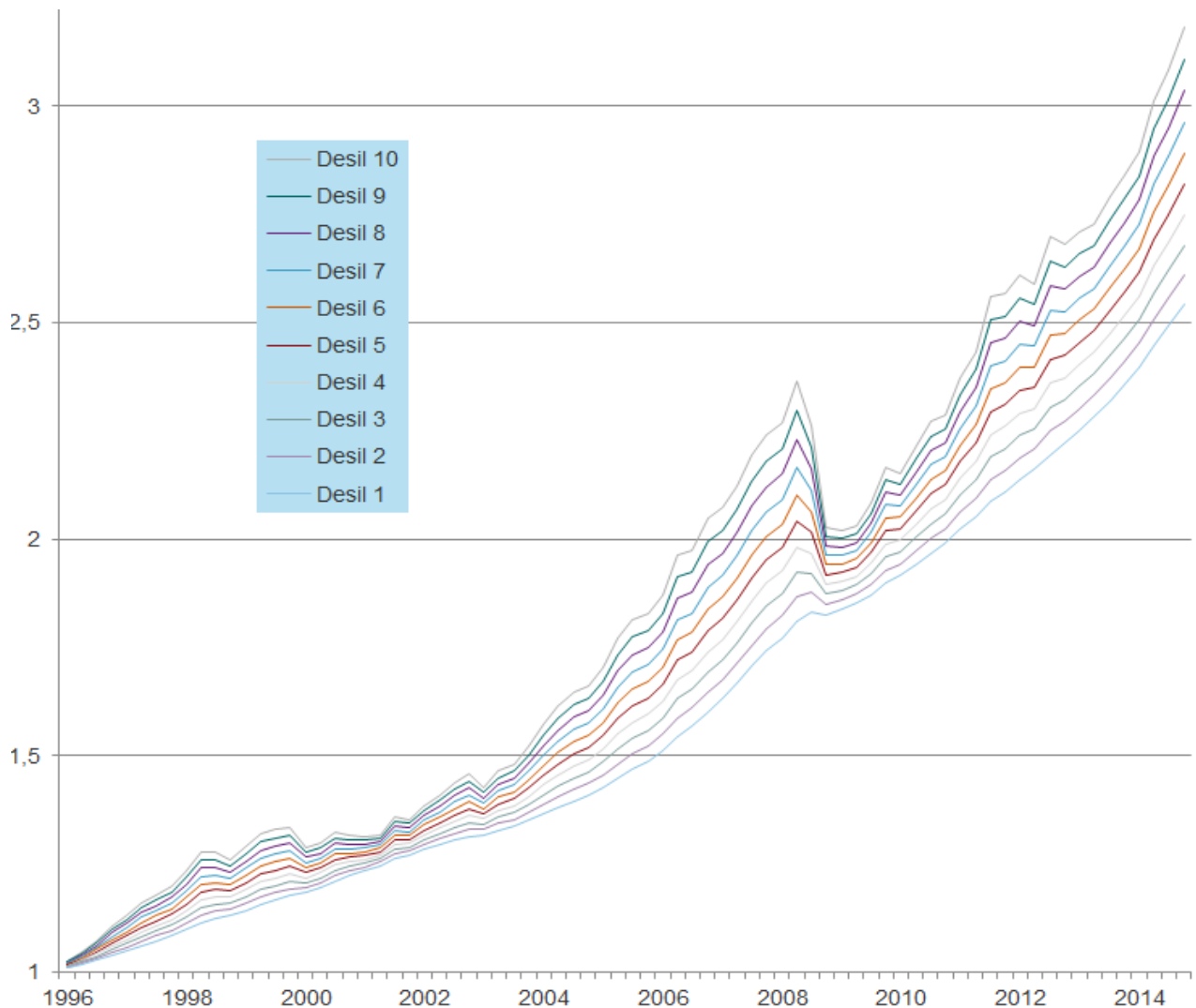


**Figur 5.18:** Justert P-verdi for momentumfaktoren fra månedlige regresjoner for å kunne vise historiske effekter.

Den justerte P-verdien til momentumfaktoren viser at faktoren har problemer med å forklare avkastningen i starten av tidsperioden for analysen. Forklaringssignifikansen bedres noe mot starten av det nye milleniumet, og er nede i sin laveste verdi på toppen av bullmarkedet ved utgangen av 2007. Forklaringsproblemene gjenoppstår derimot i årene etter finanskrisen noe som svekker troverdigheten til koeffisientene i denne perioden. Resultatene fra de historiske tverrsnittregresjonene underbygger resultatene fra den samlede regresjonsanalysen som viste en svak positiv sammenheng mellom meravkastningen på OSEBX og momentumfaktoren.

## 5.5 Fire-faktormodellens prestasjonsmål

For å kunne illustrere fire-faktormodellens prestasjoner opp mot OSEBX-indeksen kan desilporteføljer tas i bruk. På denne måten kan man illustrere hvordan fire-faktormodellen har historisk utviklet seg sammenlignet med OSEBX på en kumulativ skala. I figur 5.18 er den indekserte månedsavkastningen delt inn i desilporteføljer i hele tidsperioden for studien.



**Figur 5.19:** Månedsavkastning basert på desilportefølje hvor desil 10 har størst eksponering mot fire-faktormodellen. Eksponeringen reduseres mot desil 1 som ikke har noen eksponering mot fire-faktormodellen.

I figur 5.19 er 10 porteføljer delt inn etter hvor stor eksponeringen er mot faktormodellen i forhold til referanseporteføljen. Desilportefølje 1 har den største eksponeringen, og eksponeringen reduseres gradvis mot desilportefølje 10 med minst eksponering. Dette fører til en forenkling av fire-faktormodellens prestasjon, som ved å se bort i fra risiko

transaksjonskostnader og realisering av skattekrav, viser at avkastningen øker i takt med eksponeringen mot modellen.

### 5.5.1 Risikojusterte prestasjonsmål

For å kunne belyse fire-faktormodellens historiske avkastning må den justeres for den underliggende risikoen som ligger bak. Risiko kan måles i mange ulike former når det gjelder verdipapirer, men volatiliteten vil være hovedkilden til risiko i denne oppgaven.

For å kunne undersøke faktormodellens prestasjoner justert for den tilhørende risikoen vil prestasjonsmålene fra denne oppgavens metodekapittel bli benyttet. I tabell 5.17 er Sharpe-raten og Sortino-raten for de ulike desilporteføljene presentert.

Portefølje	Desil 10	Desil 9	Desil 8	Desil 7	Desil 6	Desil 5	Desil 4	Desil 3	Desil 2	Desil 1
Gjennomsnitt	2,25 %	2,03 %	1,81 %	1,60 %	1,39 %	1,18 %	0,98 %	0,78 %	0,61 %	0,47 %
Standardavvik	1,56 %	1,52 %	1,49 %	1,45 %	1,42 %	1,38 %	1,34 %	1,31 %	1,27 %	1,24 %
Sharpe-raten	1,44	1,33	1,22	1,10	0,98	0,86	0,73	0,60	0,48	0,38
Sortino-raten	0,82	0,81	0,81	0,76	0,72	0,74	0,76	0,76	0,77	0,77

*Tabell 5.17: Standardavvik, gjennomsnitt, Sharpe-raten og Sortino-raten for desilporteføljene.*

Som tabell 5.17 viser, vokser Sharpe-raten med økt eksponering for faktormodellen. Dette er positivt for modellen, og viser at modellen kan bidra til å skape meravkastning. Det er verdt å merke seg at dette alene ikke er et bevis på at faktormodellen kan brukes i fremtiden, og en høy Sharpe-rate er forventet da avkastningen ikke er korrigert for transaksjonskostnader og realisert skatt. Sortino-raten viser som tabell 5.17 belyser, noe av det samme som Sharpe-raten, men Sortino-raten øker noe mot desilportefølje 5 til desilportefølje 1. De høyeste verdiene finnes for størst eksponering, men grunnet mindre negativ volatilitet mot porteføljene for lavest eksponering foretrekker denne metoden desilportefølje 2 og 1 foran for eksempel desilportefølje 6 og 5.

Informasjonsraten til den aktive porteføljen til fire-faktormodellen fratrukket OSEBX gjennom hele tidsperioden beregnes til 0,83 noe som vil gi et mer realistisk risikomål for fire-faktormodellen.

Alfaverdien er tidligere beregnet til 0,075 for fire-faktormodellen sammenlignet med OSEBX. Dette forteller at modellen har en risikojustert meravkastning i forhold til indeksen før justering av transaksjonskostnader og skatt. For å kunne si noe om hvor godt fire-

faktormodellen presterer opp mot OSEBX-indeksen kan vi se på tidligere studier for en generell sammenligning.

En av de mest kjente studiene om aksjeavkastning ved faktormodeller og desilporteføljer ble gjort av Baker og Haugen (1996). Studien konkluderte med at en strategi med både long og short posisjoner basert på over 50 ulike variabler fra regnskapstall og tidligere kurshistorikk ville ha gitt en meravkastning på rundt 3 % per måned. I studien bruker de ulike variabler for å forklare de ulike faktorklassene, og skiller seg ut ved å bruke relativt lange tidsperspektiver på sine forklarende variabler. Et eksempel på dette er beregningen av betaverdier i regresjonen, hvor studien benytter glidende gjennomsnitt på 60 måneder som datamateriale. Dette er noe lengre enn hva som er normalt ifølge Baker og Haugen (1996). Studien kan ikke bevise at modellen kan gi attraktiv avkastning etter transaksjonskostnader, da disse barberer bort mye av avkastningen. Dersom man sammenligner fire-faktormodellen i denne studien vil det også være naturlig at mye av avkastningen også her barberes bort av transaksjonskostnadene.

## 5.6 Transaksjonskostnader

En av hovedårsakene til at fler-faktormodeller sliter med å skape risikojustert meravkastning kommer av at transaksjonskostnadene blir for store sammenlignet med gevinsten fra meravkastningen. Hanna og Ready (2005) trakk transaksjonskostnader inn i sin studie som et svar på Haugen og Baker (1996), og forfatterne viste at strategier slik som Haugen og Baker (1996) ofte ikke i praksis vil fungere på grunn av transaksjonskostnadene, som for eksempel kurtasje til meglerhusene. Dette er interessant da det legger mindre vekt på viktighet for høyfrekvensstrategier, og mer fokus på fundamentale egenskaper hos aksjer. I studien fra Hanna og Ready (2005) ble transaksjonskostnadenes påvirkning på de finansielle modellene belyst, og lønnsomheten av handelsstrategien blir evaluert.

Studien viste at ved å modifisere strategiene for å passe bedre inn i kostnadsstrukturen til transaksjonskostnadene kan lønnsomheten til modellene forbedres. Hanna og Ready (2005) hevdet det er mulig å assosiere forventet avkastning med systematisk risiko eller feilprising, og at transaksjonskostnadene skaper grenser for hvordan investorer kan prise et aktiva.

Faktorene brukt i fire-faktormodellen i denne oppgaven er basert på daglige observasjoner for å øke validiteten til forklaringsgraden og for å fremheve de fire faktorenes evne til å forklare aksjeavkastningen på OSEBX i lys av oppgavens problemstilling. De daglige observasjonene

gjør at transaksjonskostnadene knyttet til å bruke modellen som en aktiv handelsstrategi trolig ville blitt svært høye.

I lys av effisiensteorien er det også trolig at mye av den justerte meravkastningen ville blitt spist opp av transaksjonskostnadene. Markedsfaktoren vil medføre lite transaksjonskostnader, ettersom den kan gjenskapes i form av indeksfond. Størrelsesfaktoren vil medføre noe transaksjonskostnader, til tross for at man for eksempel kan holde de største selskapene (Statoil, Telenor, Norsk Hydro) over lengre perioder. Lønnsomhetsfaktoren krever en god del transaksjoner, men kun kvartalsvis da endringen i ROE kun kan gjøres kvartalsvis. Momentumsfaktoren vil også medføre en del transaksjonskostnader, men disse kan reduseres dersom man bruker en annen metode for å inkludere momentumaspektet i en portefølje.

I tillegg til transaksjonskostnader vil også andre elementer kunne skape problemer med å oppnå en justert meravkastning. Et eksempel på dette er illikvide aksjer med lavt handelsvolum. En høyfrekvens aksjestrategi på illikvide aksjer kan føre til at stor spredning mellom kjøp og salgskursene fører til tap av risikjustert avkastning.



## 6. Oppsummering og konklusjon

I denne masteroppgaven har det blitt konstruert en faktormodell, som kan anvendes til å forklare aksjeavkastningen på Oslo børs sin hovedindeks OSEBX. Dette er gjort for å kunne besvare masteroppgavens problemstilling om hvilke sentrale faktorer som kan forklare aksjeavkastningen på Oslo børs.

I masteroppgaven har de ulike teoriene og hypotesene om temaet aksjeavkastning blitt belyst. Først ble markedsteorien introdusert, med fokus på hypotesen om effisiente markeder. Det finnes tre former for markedseffisiens (svak effisiens, sterk effisiens og semisterk effisiens), som er ulike grunnlag for hvilken tilnærming en investor har til kapitalmarkedet. Videre ble det trukket frem, ved hjelp av Grossman-Stiglitz (1980) paradokset, at det finnes enkelte problemer med forutsetningene i hypotesen om at markedet er effisiente.

Modernisering av markedseffisienshypotesen, og Andrew Lo (2005) sin teori om en tilpasningsdyktig markedshypotese viser at det finnes rom for modeller som kan inkludere anomaliene til hypotesen om effisiente markeder. Noen av disse anomaliene blir belyst ved hjelp av tidligere studier, og deles inn i fundamentale, tekniske- og kalenderanomali.

For å kunne vurdere hvilke variabler som kan påvirke estimeringen av fremtidig aksjeavkastning, ble det videre belyst hvilke type variabler som tidligere modeller har tatt i bruk i ulike faktormodeller. Et eksempel på dette er Liu (2006), som viste at ved å inkludere likviditetsvariabler i sin to-faktormodell kunne øke forklaringsgraden til forventet avkastning, i forhold til tidligere modeller som for eksempel tre-faktormodellen til Fama og French (1993). De øvrige variablene er vekstvariabler, sektorvariabler, multiplvariabler, historiske prisvariabler, soliditetsvariabler og mometumvariabler.

Den tradisjonelle og mest brukte modellen for å beregne forventet avkastning til en aksje er kapitalverdimodellen. I denne oppgaven er hovedelementene i kapitalverdimodellen beskrevet, og sammenhengen med kapitalmarkedslinjen og verdipapirmarkedslinjen blitt forklart. Disse to linjene beskriver avkastningskravets sammenheng med risiko for henholdsvis en portefølje og ett enkelt aktiva.

En aksjes alfa-verdi finnes ved forskjellen mellom forventet aksjeavkastning i verdipapirmarkedslinjen, og den faktiske avkastningen. Kapitalverdimodellen kan også skrives på regresjonsform.

Fama og French (1993) sin tre-faktormodell tar i bruk tre ulike faktorer for å beskrive forventet aksjeavkastning. Den første faktoren i modellen er hentet fra kapitalverdimodellen, og er beskrevet som meravkastningen til en diversifisert markedsportefølje. Den andre faktoren i faktormodellen er beregnet ved differansen mellom avkastningen til en portefølje med eksponering mot aksjer i små selskaper, og avkastningen til en portefølje med eksponering mot aksjer i store selskaper. Den tredje og siste faktoren Fama og French (1993) inkluderte i faktormodellen er differansen mellom avkastning på en portefølje med selskaper med høy bokført verdi, og en portefølje med selskaper med lav bokført verdi relativt til markedsprisen. Det ble også vist at tre-faktormodellen har problemer med anomalier, som fører til en noe lav forklaringsgrad i regresjon.

Som et svar på den lave forklaringsgraden mot enkelte anomalier i tre-faktormodellen ble Q-faktormodellen introdusert i 2014 (Hou, et. al, 2014). Dette er en ny modell som bygger på klassisk q-teori, og har med seg elementer og ideer fra tobins-q. Modellen bruker 4 faktorer for å forklare forventet avkastning. Den første faktoren er avkastningen til markedet fratrukket risikofri rente. Den andre faktoren er forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med små selskaper og avkastning til en portefølje med store selskaper. Den tredje faktoren er forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med selskaper med lavt investeringsbehov og avkastningen til en portefølje med selskaper med høyt investeringsbehov. Den siste faktoren i q-modellen er forskjellen mellom avkastningen til en portefølje med selskaper høy fortjeneste av egenkapitalen (ROE) og en portefølje med selskaper med lav fortjeneste av egenkapitalen (ROE). Dette gjør modellen innovativ, og har ført til at q-faktormodellen har fått mye oppmerksomhet i finansmiljøet.

Samarbeidet mellom finans og annen sosialvitenskap har blitt kjent som atferdsfinans, og har ført til en viktig belysning av psykologiens rolle i finansielle markeder (Shiller, 2003). Shiller (2003) mener at psykologi kan være med å påvirke aksjeavkastning, noe som underbygges av en rekke ulike studier. En annen viktig bidragsyter til atferdsfinans er David Kahneman, som i 2002 mottok nobelprisen i økonomi ved å utfordre tradisjonell økonomisk teori om at mennesker gjør rasjonelle valg basert på egeninteresse. Kahneman og Tversky (1992) viser med sin prospektteori, at mennesker er langt mer irrasjonelle enn vi liker å tro.

Fra litteraturstudien ble det klart at fire faktorer ofte har vist seg å være relevante i forsøk på å forklare aksjeavkastning. Fire-faktormodellen i denne oppgaven har vært i henhold til Lo (2005) et forsøk på å kombinere ulike synsvinkler fra finansteorien. Fire-faktormodellen inkluderer elementer fra den klassiske kapitalverdimodellen (markedsfaktoren), til den velkjente tre-faktormodellen (Størrelsesfaktoren) til Fama og French (1993), til den nyere Q-faktormodellen (Lønnsomhetsfaktoren med endring i ROE) til Hou et. al (2014) og nyere momentumsteori (Momentumsfaktoren).

Multipel regresjonsanalyse ble benyttet for å kunne teste fire-faktormodellens evner til å forklare den historiske avkastningen på Oslo børs. Konklusjonen fra denne analysen vil nå bli presentert.

Regresjonsanalysen viser at fire-faktormodellen forklarer avkastningen på OSEBX meget godt, med en  $R^2$  på 0,822. Dette er, gitt tidsperioden og den relativt lille markedsplassen OSEBX, et tilfredsstillende resultat. Dette blir underbygget av testene for forutsetningene til regresjonen, som alle kan konkluderes med er tilfredsstillt.

Etter regresjonsanalysen kan man konkludere med at alle de fire faktorene er signifikante og relevante for å forklare avkastningen på OSEBX. Momentumsfaktoren hadde en noe svak forklaringsevne, men kan likevel sies å ha bidratt til et positivt resultat og er relevant for oppgaven. For å unngå fallgruven med data-snoing er ikke metoden for å beregne momentum endret, men det er naturlig å tenke at dette kan bedre modellens forklaringsevne ytterligere. Spesielt nevneverdig er det at lønnsomhetsfaktoren med endring i ROE har en høy forklaringsevne i modellen, da dette er en relativt ny og lite brukt måte å beregne dette mot for eksempel HML-faktoren i tre-faktormodellen til Fama og French (1993).

Desilporteføljene viste at avkastningen øker med eksponeringen mot fire-faktormodellen. De risikjusterte avkastningsmålene viser at modellen kan bidra til avkastning med riktig handelsstrategi.

Avslutningsvis konkluderes det med at markedet, størrelse, lønnsomhet og momentum kan forklare en svært stor del av avkastningen på OSEBX-indeksen. Det konkluderes også med at fire-faktormodellen har høy validitet og reliabilitet, i henhold til testene for forutsetningene i regresjonsanalyse.

## 6.1 Begrensninger

En av begrensningene for studier som omhandler temaet aksjeavkastning er at det kan være enkelte forklarende faktorer som kan være vanskelig å observere. Slike variabler kalles for latente variabler, og det kan være en utfordring å konstruere og velge en sammensetning av observerbare variabler for å måle de latente variablene. I denne oppgavens fire-faktormodell har for eksempel investeringsbehov vært en latent variabel som har blitt inkludert ved å se på endring i ROE og her også inkludert lønnsomhet. Det optimale for oppgaven ville vært om investeringsbehov ville vært direkte observerbart. En annen tilnærming kunne vært å beregne et estimat for gjenanskaffelseskosten for de ulike selskapene, og tatt i bruk tobins-q som en faktor i modellen. Begrenset tilgjengelige ressurser gjør at dette blir vanskelig.

En annen begrensning for oppgaven er at ressursene ikke strekker for å kunne inkludere transaksjonskostnader i analysen av fire-faktormodellens evne til å skape risikojustert meravkastning. Ettersom det er uklart hva de faktiske transaksjonskostnadene ville vært i tidsperioden vil dette kreve store ressurser for å belyse. En siste begrensning for oppgaven, er at OSEBX er en liten indeks, noe som gjør at det tilgjengelige datamateriale blir mye mindre enn hva de tradisjonelle faktormodellene er testet på. Det at modellen får gode resultater på tross av dette viser at fire-faktormodellen forklarer avkastningen på OSEBX godt.

## 6.2 Forslag til videre studier

Regresjonsanalysen i denne masterstudien åpner for en rekke videre studier om sammenlignbare temaer. Et eksempel på dette kan være å undersøke om denne oppgavens fire-faktormodell kan skape risikojustert meravkastning ved å inkludere den i en handelsstrategi på Oslo børs etter transaksjonskostnader er trukket fra. En annen studie som kan bygge på denne oppgaven kan være å sammenligne fire-faktormodellens evne til å forklare avkastningen på OSEBX i forhold til andre modeller som for eksempel tre-faktormodellen til Fama og French (1993) eller Q-faktormodellen til Hou et. al (2014). En videre studie kan også forsøke å endre metoden for beregning av de ulike faktorene for å undersøke om dette kan bedre forklaringssevnen til størrelse, lønnsomhet og momentumfaktoren. Dette vil være spesielt interessant for momentumfaktoren da den viser en svakere evne til å forklare avkastning på OSEBX enn de andre faktorene. Et siste forslag til videre studier er å ta i bruk fire-faktormodellen i ulike handelsstrategier, som for eksempel breakout eller reversal-strategier. Fire-faktor modellen har vist at den forklarer aksjeavkastningen godt, og det vil være sannsynlig at modellen kan brukes til å konstruere en skreddersydd strategi.

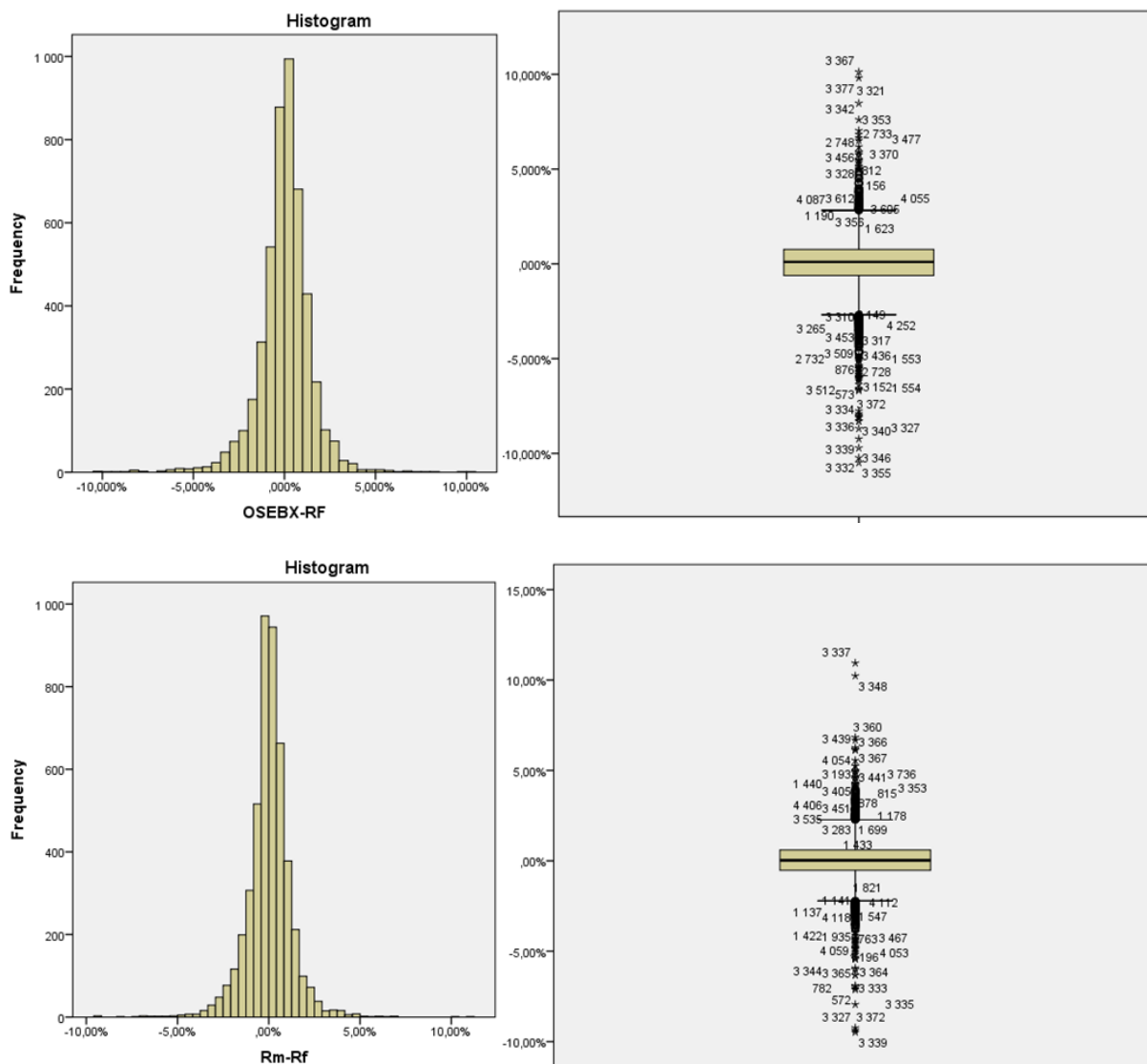
## 7. Vedlegg

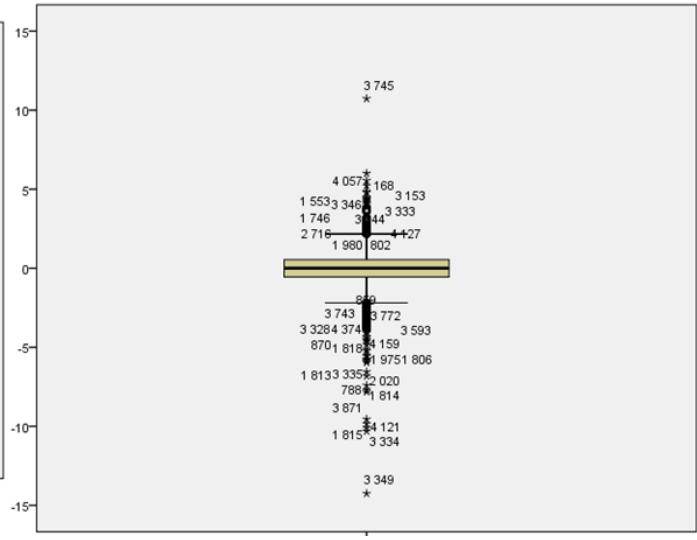
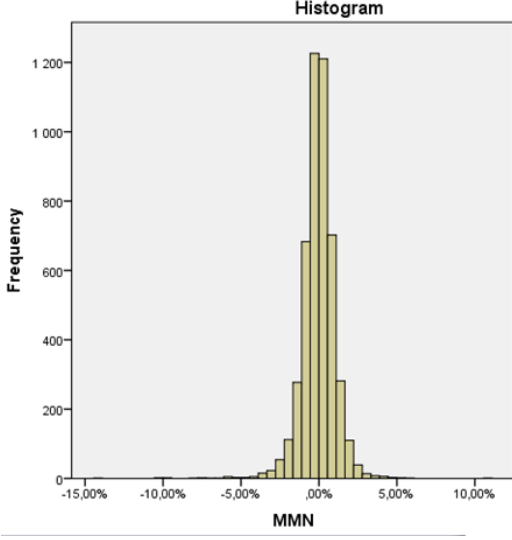
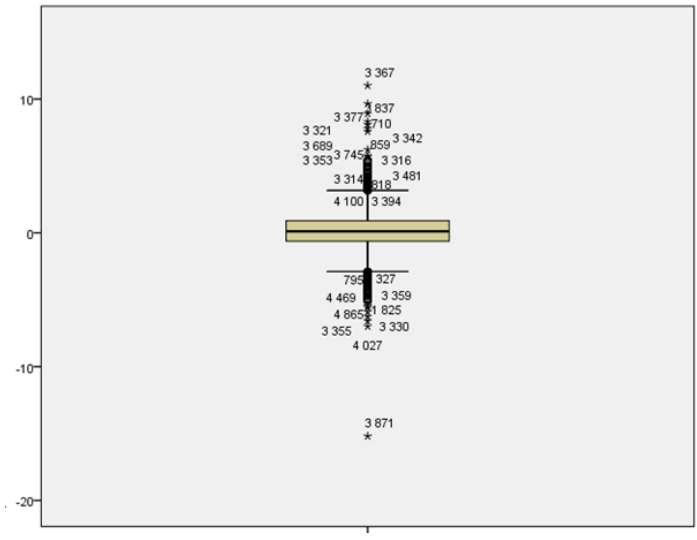
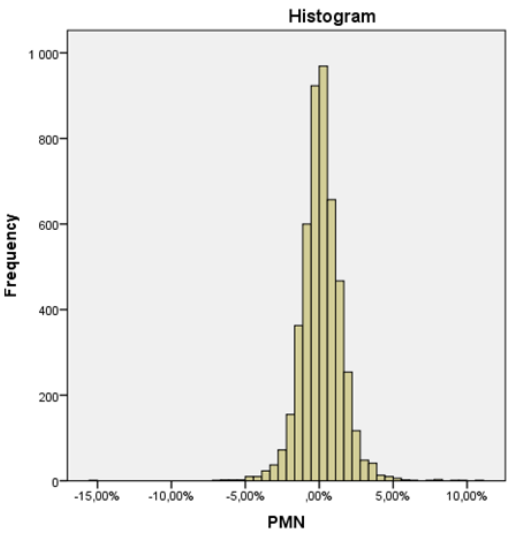
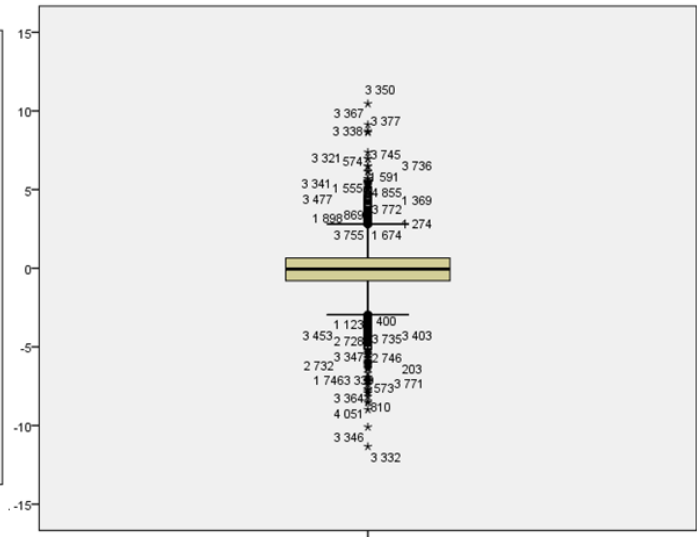
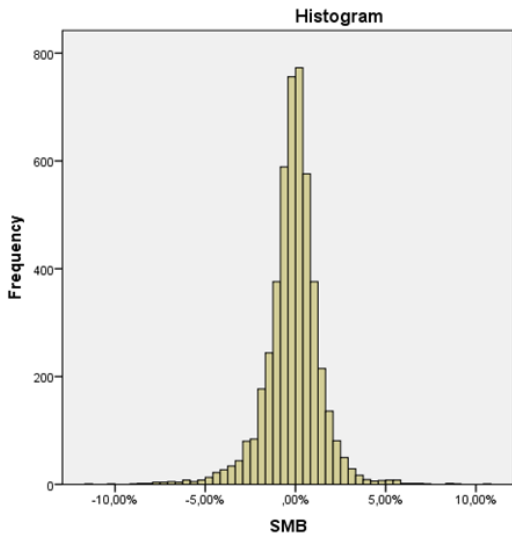
### 7.1 OSEBX-Vekter

Selskapsnavn	TICKER	Markedsverdi per 31.12.14		Vekt i %
STATOIL ASA	STL	kr	430 364 227 370	18,12
DNB ASA	DNB	kr	189 837 164 826	12,79
TELENOR ASA	TEL	kr	183 011 685 098	12,38
YARA INTERNATIONAL	YAR	kr	87 551 013 700	6,09
NORSK HYDRO ASA	NHY	kr	67 487 517 875	5,97
ORKLA ASA A-AKSJER	ORK	kr	43 039 512 965	4,63
MARINE HARVEST ASA	MHG	kr	30 898 360 136	3,33
Seadrill	SDRL	kr	30 752 061 420	3,31
SCHIBSTED ASA	SCH	kr	29 137 699 835	3,14
Royal Caribbean Cruises	RCL	kr	28 596 077 502	3,08
GJENSIDIGE FORS. ASA	GJF	kr	24 776 848 975	2,67
Subsea 7	SUBC	kr	21 051 351 717	2,27
TGS NOPEC GEOPHYSIC.	TGS	kr	17 992 139 507	1,94
STOREBRAND ASA ORD.	STB	kr	15 103 094 591	1,63
DNO ASA	DNO	kr	11 286 281 237	1,21
OPERA SOFTWARE ASA	OPERA	kr	11 114 372 136	1,20
PETROLEUM GEO-SERV.	PGS	kr	8 802 266 746	0,95
KONGSBERG GRUPPEN AS	KOG	kr	8 128 192 837	0,87
Bakkafrost	BAKKA	kr	8 019 575 784	0,86
NORWEGIAN AIR SHUTTL	NAS	kr	7 131 233 375	0,77
Prosafe	PRS	kr	7 008 040 868	0,75
VEIDEKKE ASA	VEI	kr	6 899 174 969	0,74
AKER SOLUTIONS ASA	AKSO	kr	6 501 180 745	0,70
ATEA ASA A-AKSJER	ATEA	kr	6 349 768 313	0,68
SALMAR ASA	SALM	kr	6 344 729 874	0,68
NORDIC SEMICONDUCTOR	NOD	kr	6 343 607 460	0,68
ENTRA ASA	ENTRA	kr	6 097 621 016	0,66
TOMRA SYSTEMS ASA	TOM	kr	5 915 015 700	0,64
BW LPG	BWLPG	kr	5 384 279 840	0,58
REC SILICON ASA	REC	kr	4 868 265 805	0,52
XXL ASA A-AKSJER	XXL	kr	4 659 201 511	0,50
DET NORSKE OLJESELSK	DETNOR	kr	4 619 704 126	0,50
AKER ASA A-AKSJER	AKER	kr	4 240 901 178	0,46
OLAV THON EIENDOM	OLT	kr	3 816 064 722	0,41
REC SOLAR ASA	RECSOL	kr	3 518 000 000	0,38
AKASTOR ASA	AKA	kr	3 441 361 499	0,37
WILH. WILHELMSSEN ASA	WWASA	kr	3 181 200 000	0,34
AF GRUPPEN ASA A-AKSJER	AFG	kr	3 014 428 553	0,32

NORWEGIAN PROPERTY	NPRO	kr	2 768 899 002	0,30
FRED OLSEN ENERGY	FOE	kr	2 743 334 899	0,30
Stolt-Nielsen	SNI	kr	2 672 912 800	0,29
KONGSBERG AUTOMOTIVE	KOA	kr	2 573 690 156	0,28
WILH. WILH. HOLDING A-AKSJER	WWI	kr	2 410 688 882	0,26
EKORNES ASA	EKO	kr	2 245 971 595	0,24
ABG SUNDAL COLLIER	ASC	kr	2 001 826 321	0,22
Golden Ocean Group	GOGL	kr	1 951 184 955	0,21
WILH. WILH. HOLDING B-AKSJER	WWIB	kr	1 739 959 545	0,19
AMERICAN SHIPPING CO	AMSC	kr	1 561 325 829	0,17
SCATEC SOLAR ASA	SSO	kr	1 097 649 891	0,12
WEIFA ASA	WEIFA	kr	930 542 921	0,10
ELTEK ASA	ELT	kr	855 701 642	0,09
BIOTEC PHARMACON ASA	BIOTEC	kr	626 520 571	0,07
BIONOR PHARMA ASA	BIONOR	kr	544 327 792	0,06

## 7.2 Histogram og boks-plot før eliminering av ekstremverdier





## 7.3 Kontrakt fra Oslo børs for innhenting av historiske aksjekurser



### KONTRAKT

#### Omfang

Kontrakten omfatter undertegnede vederlagsfrie bruk av informasjon som stammer fra Oslo Børs ASA' databaser til forsknings- og utviklingsformål.

#### Forsknings- og utviklingsformål

Med forsknings- og utviklingsformål menes her:

1. Bruk av rådata og/eller bearbejdede data til testing/utvikling av modeller for kommersielle formål. Forutsetningene er imidlertid at evt. kommersielle produkter betinger en egen oppdateringsavtale med Oslo Børs ASA på ordinære kundevilkår og at testresultatene gjøres tilgjengelig for Oslo Børs ASA.
2. Akademisk bruk av databasene til forskningsprosjekter og hovedoppgaver innen området kapitalmarkedsteori. En forutsetning er imidlertid at Oslo Børs ASA vederlagsfritt mottar en kopi av rapporten eller oppgaven.

#### Begrensninger

Bruk av data fra databasen (i enhver form) er kun til interne formål. For utnyttelse til kommersielt bruk kreves særskilt avtale med Oslo Børs ASA. I tvilstilfeller plikter undertegnede å kontakte Oslo Børs ASA.

Det skal gå klart frem hvem som er kilde i alle sammenhenger hvor data fra Oslo Børs ASA er brukt.

Undertegnede plikter å bære alle kostnader (direkte og indirekte) i forbindelse med innhenting og bruk av data fra databasene.

Sted / dato: Oslo / 23. feb. 2015

Sted / dato: \_\_\_\_\_

Bendik L Rønning  
Underskrift

\_\_\_\_\_  
Oslo Børs ASA

BENDIK RØNNING  
Navn (med blokkbokstaver)



## Referanseliste

### Bøker

- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. J. (2014): "Investments". McGraw-Hill, Tiende internasjonale utgave.
- Brooks, Chris. (2014): "Introductory Econometrics for Finance". Cambridge University Press. Tredje utgave.
- Bøhren, Ø., Michalsen, D. (2010): "Finansiell Økonomi". Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS. Tredje utgave.
- Chincarini, Ludwig, B., & Kim, Daehwan. (2006): "Quantitative Equity Portfolio Management: An Active Approach to Portfolio Construction and Management". McGraw-Hill. Første utgave.
- Dougherty, C. (2011): "Introduction to Econometrics". Oxford University Press. Fjerde utgave.
- O'Shaughnessy, J. (2005): "*What Works on Wall Street*". New York: McGraw-Hill Professional. Første utgave.
- Pompian, M. (2006): "Behavioral Finance and Wealth Management". John Wiley & Sons, Første utgave.
- Tsay, S. R. (2002): "Analysis of Financial Time Series". John Wiley & Sons, Første utgave.

### Artikler

- Alexander, S.S. (1964): "*Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks*, in *The Random Character of Stock Market Prices*", MIT Press, Cambridge, MA. Side 338-372.
- Baker, Nardin L. & Haugen, Robert A. (1996): "Commonality In The Determinants Of Expected Stock Returns". *Journal of Financial Economics*, Vol. 41 No. 3, Side 401-439.
- Barber, B., & T. Odean, (2008): "All that glitters: The effect of attention and news on the buying behaviour of individual and institutional investors", *Review of Financial Studies*. Vol. 21, No. 2, Side 785-818.
- Bernard, V., & J. Thomas. (1990): "Evidence that stock prices do not fully reflect the implications of current earnings for future earnings". *Journal of Accounting and Economics*. Vol. 13. No 2. Side 305–340.
- Black, F, (1986): "Noise". *Journal of Finance*. Vol. 41 No. 3, Side 529-543.

- Black, F. (1993): "Beta and Return" *Journal of Portfolio Management*. Vol. 20, No. 1, Side 8–18.
- Camerer, C. F., & D. Lovallo, (1999): "Overconfidence and excess entry: An experimental approach", *American Economic Review*. Vol. 89, Side 206-318.
- Carhart, M. (1997): "On persistence in mutual fund performance". *Journal of Finance*. Vol. 52, Side 57–82.
- Chen, N., Roll R. & Ross S. A. (1986): "Economic Forces and the Stock Market". *The Journal of Business*. Vol. 59, No. 3, Side: 383-403.
- De Bondt, W. & Thaler, Richard. (1985): "Does the Stock Market Overreact?". *Journal of Finance*, Vol. 40, No. 3, Side 793-805.
- Dimson, E. (1988): "Stock market anomalies". *Journal of Finance*, Vol. 44, No.3, Side 295-325.
- Fama, Eugene F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work". *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 1, Side 383-417.
- Fama, E., F. (1991): "Efficient Capital Markets: II." *The Journal of Finance*, Vol. 46, No. 5, Side 1575-1671.
- Fama, E., F. & French, K. (1992): "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance*, Vol. 47, No. 2, Side 427-465.
- Fama, E., F. & French, K. (1993): "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds". *Journal of Financial Economics*, Vol. 3 No. 3, Side 3-56.
- Fama, E., F. & French, K. (1995): "Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns". *Journal of Finance*, Vol. 50, No. 1, Side 131-155.
- Fama, E., F. & French, K. (2008): "Dissecting Anomalies". *Journal of Finance*, Vol. 63, No. 4, Side 1653-1678.
- Fama, E., F. & French, K. (2014): "A Five-Factor Asset Pricing Model". *The Review of Financial Studies*. Forthcoming
- French, K. R., & Poterba, J. M. (1991): "Investor diversification and international equity markets". *American Economic Review*, Vol. 81, No. 3, Side 222-226.

- Grossman, S. & Stiglitz, J. (1980): "On the impossibility of informationally efficient markets". *American Economic Review*, Vol. 70, No. 4, Side 393-408.
- Hanna, J. D. & Ready, M. J. (2005): "Profitable predictability in the cross section of stock returns" *Journal of Finance*, Vol. 78, No.1, Side 463-505.
- Hessen, D. (2009): "Rasjonalitet" *Tidsskrift for Norsk Psykologiforening*, Vol. 46, No. 8, Side 792-793.
- Hou, K., Xue, C., & Zhang, L. (2014): "Digesting Anomalies: An Investment Approach". *The Review of Financial Studies*, Forthcoming
- Jegadeesh, N., (1990): "Evidence of Predictable Behavior of Security Returns". *The Journal of Finance*, Vol. 45, No. 3, Side 881-898.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993): "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency". *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 1, Side 65-97.
- Kahneman, D., & Tversky. A., (1979): "Prospect theory: An analysis of decision under risk". *Econometrica*, Vol. 47, No, 2, Side 263-291.
- Kahneman, D., & Tversky, A., (1982): "The psychology of preferences". *Scientific American*, Vol. 246, No. 1, Side 160-173.
- Kahneman, D., & Tversky. A., (1992): "Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty). *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5, No.1, Side 297-323.
- Kane, D. & Meade, N., L. (1998): "Ratio Analysis Using Rank Transformation". *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 10, No. 1, Side 59-74.
- Kothari, S., P., Shanken, J., & Sloan, G., R. (1995): "Another look at the Cross-section of Expected Stock Returns". *The Journal of Finance*. Vol. 1, No. 1, Side 185-224.
- Liu, W., (2006); "A liquidity-augmented capital asset pricing model". *Journal of Financial Economics*, Vol. 82, No.3, Side 631-671.
- Lo, Andrew W. (2005) "The Adaptive Markets Hypothesis". *Journal of Portfolio Management*, Vol. 30, No. 5, Side 15-29.

- Markowitz, H., M., (1952): "Portfolio selection". *Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, Side 77-91.
- Montier, J. (2002): "Global Equity Strategy – Part Man, Part Monkey" [http://www.stator-afm.com/wp-content/uploads/Article\\_MontierJ\\_IllusionOfControl.pdf](http://www.stator-afm.com/wp-content/uploads/Article_MontierJ_IllusionOfControl.pdf) 23.10.2014.
- Reinganum, M.R. (1983): "The Anomalous Stock Market Behaviour of Small Firms in January", *Journal of Financial Economics*, Vol. 12, No. 1, Side 89-104.
- Sharpe, W. F. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *The Journal of Finance*, Vol. 17 No. 4, Side 425-442.
- Shefrin, H. & Statman, M. (1985): "The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Losers Too Long: Theory and Evidence," *Journal of Finance*, Vol. 40, No 2, Side 77–90.
- Shiller, R. J. (1981): "Do stock Prices Move too much to be justified by subsequent changes in dividends?". *American Economic Review*, Vol. 71, No. 3, Side 421-436.
- Shiller, R., J. (2003): "From Efficient Markets Theory to Behavioral Finance". *Journal of Economic Perspectives*. Vol. 17, No.1, Side 83-104.