

Kan elever gjennom systematisk og veiledet skriving av begreper  
utvikle sin forståelse i matematikk?



Gjennomføring av en innovasjon med bruk av digitalt verktøy  
for skriving i matematikk.

**Lill A. Sørensen**

Høgskolen i Bodø, lærerutdanning og kulturfag, høst 2009

Masteroppgave i tilpasset opplæring

60 stp

Oppgavenr.: 2/2010

ISBN 978-82-7314-606-9

ISSN 1890-4998

Høgskolen i Bodø

## FORORD

Jeg har gjennom min lærerkarriere ofte latt meg inspirere av mine elever til å prøve å utvikle og oppdatere meg både faglig og pedagogisk. Møte med elever i hverdagen får meg til å ønske å finne stadig bedre metoder for å hjelpe den enkelte elev videre i sitt eget læringsarbeide.

Gjennom Masterstudiet i Tilpasset opplæring fikk vi orientering om ulike forskningsmetoder og jeg så at den metoden Kjell Skogen redegjorde for Aksjonsforskning/Innovasjon kunne brukes i mitt arbeid direkte med elever, for å utvikle og fornye min undervisningspraksis.

Takk til veilederne for nyttige innspill, Øyvind som har fulgt meg gjennom hele studiet og Tone som har vært mest med i innspurten.

Takk til alle elever som jeg har hatt gleden av å jobbe sammen med, og spesielt takk til 10. klasse 2008-2009.

## ABSTRACT

Sørensen, Lill A. (2009): Can students through systematic writing of concepts develop their understanding in mathematics? Bodø University College. School of Professional Studies. Education, Arts and Culture. Master in Adapted Education.

The thesis presents the results of an innovation the author conducted in her own mathematics class school year 2008-2009.

The purpose of the innovation was to see if the idea to write explanations in mathematics could contribute to each student's development in their understanding of the subject, and obtaining new knowledge that could contribute to the development of my own teaching practice.

The theory that is assumed is based on the literature on writing in science, the use of concept maps and the development of understanding in mathematics. Moreover, the test "Alle Teller", developed by A. McIntosh and translated and distributed by the National Center of Mathematics in education, has been used to chart the understanding of selected areas of mathematics. In the analysis of the texts students wrote, it was emphasized different characteristics of competence in mathematics through seeing how the student made use of the mathematical language.

The findings from this innovation showed that learning from reading the students text can show both the degree of understanding they have at the time of writing, and how they support themselves in their explanations (practical or theoretic examples). This gave the teacher useful insights that made writing in mathematics to be an integral part of my future mathematics teaching. I have got

## Masteroppgave i tilpasset opplæring

a new insight by reading the individual students texts, and I will use this tool to adapt my own teaching better, in relation to the pupil`s needs.

## SAMMENDRAG

Sørensen, Lill A. (2009): *Kan elever gjennom systematisk skriving av begreper utvikle sin forståelse i matematikk?* Høgskolen i Bodø. Profesjonshøgskole. Lærerutdanning, kunst og kulturfag. Masteroppgave i Tilpasset opplæring.

Masteroppgaven presenterer resultatene fra en innovasjon som forfatteren gjennomførte i egen matematikkklasse skoleåret 2008-2009.

Formålet med innovasjonen var å se om det å skrive begrepsforklaringer i matematikk kunne bidra til at den enkelte elev utviklet sin forståelse i faget, og få ny kunnskap som kunne bidra til utvikling av egen undervisningspraksis.

Teorien som er lagt til grunn er basert på litteratur om skriving i realfag, bruk av begrepskart og utvikling av forståelse i matematikk. Videre har testen Alle Teller, utviklet av A. McIntosh og oversatt og distribuert av Nasjonalt senter for Matematikk i opplæringen, vært brukt for å kartlegge forståelse på utvalgte områder i matematikk. I analysen av det elevene skrev ble det vektlagt ulike kjennetegn på kompetanse i matematikk gjennom å se hvordan eleven gjorde bruk av det matematiske språket.

Funnene fra denne innovasjonen viste at lærer gjennom å lese det elevene skriver kan se både hvilken grad av forståelse de har på det tidspunktet de skriver, og hva de støtter seg til i sine forklaringer (praktisk eller fagmatematiske eksempler). Dett ga lærer nyttig innsikt som gjør at skriving i matematikk vil bli en integrert del av min fremtidige matematikkundervisning. Jeg har fått ny innsikt gjennom å lese det enkeltelever skrev, og vil bruke dette redskapet for å kunne tilpasse min egen undervisning bedre i forhold til enkeltelevers behov.

## INNHold:

Forord.....	2
Abstract .....	3
Sammendrag.....	5
Innhold: .....	6
Kapittel 1 Innledning .....	8
1.1 Bakgrunn for valg av tema .....	8
1.2 Problemstilling .....	10
1.3 Forståelse i matematikk som utgangspunkt for valg av design og metode .....	13
1.4 Oppbygging av rapporten .....	16
Kapittel 2 Skrivning og forståelse i matematikk.....	18
2.1 Språk og matematikk.....	18
2.2 Skrivning for å lære .....	19
2.3 Begrepskart.....	26
2.4 Veiledning som metode i begrepsutviklinga .....	30
2.5 Forståelse.....	33
2.6 Brøk .....	37
2.7 Hva måler testen Alle Teller.....	41
Kapittel 3 Design og metode.....	47
3.1 Aksjonsforskning.....	48
3.2 Feltarbeid i egen kultur.....	49
3.3 Innovasjon .....	53
3.4 Motstand mot endring.....	54
3.5 Evaluering.....	56
3.6 Reliabilitet og validitet .....	57

## Masteroppgave i tilpasset opplæring

3.7	Alle teller .....	58
3.8	Strukturert og veiledet skriving .....	62
Kapittel 4	.....	66
Konkret beskrivelse av forskningsprosjektet	.....	66
4.1	Undervisningsopplegg om brøk .....	66
4.2	Resultater .....	69
Kapittel 5	Analyse av elevtekstene .....	76
5.1	Veiledning av elever .....	77
5.2	Utvikling av forståelse .....	98
5.3	Drøfting .....	124
Kapittel 6	.....	128
Resultater og vurdering av innovasjonen	.....	128
6.1	Evaluerings av innovasjonen .....	130
6.2	Oppsummering .....	132
Litteraturliste:	.....	134
Tabeller	.....	138
Figurer	.....	139
Vedlegg	.....	139

## KAPITTEL 1 INNLEDNING

Forskningsarbeidet som jeg nå har gjennomført er et resultat av arbeidet med masteroppgaven i tilpasset opplæring i matematikk. Gjennom dette studiet har jeg fått kjennskap til ulike forskningsmetoder og teorier om læring. Tilpasset opplæring er et begrep som brukes av mange og i ulike sammenhenger, og det var derfor spesielt nyttig å lese rapporten fra Bachmann og Haug "Forskning om tilpasset opplæring" der de blant annet konkluderer med at "det finnes ikke enkle løsninger i en kompleks praksis". De peker på at læring ikke er et statisk begrep og at det samme gjelder for tilpasset opplæring, det vil måtte operasjonaliseres av den enkelte skole og lærer i tråd med gjeldende læreplan og i forhold til lokale forutsetninger og behov (Bachmann & Haug, 2006, s.101). Gjennom studiet og møtet med faglitteraturen fikk jeg behov for å se nærmere på den undervisninga jeg selv praktiserte, og med forskerblick kunne vurdere om denne fremmet læring og forståelse slik jeg ønsket.

### 1.1 BAKGRUNN FOR VALG AV TEMA

Jeg ønsket å se nærmere på utvikling av forståelse i matematikk og hadde behov for å finne egnede redskaper for å kartlegge denne. I faglitteraturen er språk og forståelse nært knyttet sammen, og jeg hadde behov for å finne en form som kunne brukes i faget matematikk. Jeg ønsket å undersøke om elevene utviklet seg faglig gjennom å skrive begreper og forklaringer i matematikk, og lot meg inspirere av det Marcia Birken skriver om sine erfaringer med bruk av skriving i matematikkfaget. Hun viser til studenter som gir tilbakemelding om at de gjennom å skrive reflekterer over hva de gjør og hvorfor, når de skal løse



matematiske problemer. Når de skriver må de utforske det matematiske språket for å kunne uttrykke dette med egne ord på et språk de er mer kjent med. De må oversette matematikkspråket til sitt eget og får derfor en dypere innsikt gjennom dette arbeidet, i tillegg til at lærer får lese det de skriver og kan sette seg inn i hvordan den enkelte elev tenker. Hun mener at hun gjennom det elevene skriver har lært mye om den enkeltes misoppfatninger, hun hevder at hun kan peke på når tenkingen blir feil og dermed kan se hva de har misforstått og bedre ha mulighet til å hjelpe dem videre i læringsarbeidet (Birken, 1989, s.134).

Jeg ønsket å undersøke om dette var et redskap som jeg kunne bruke i min undervisning og som kunne føre til at elevene utviklet bedre forståelse og tok mer aktiv del i sitt eget læringsarbeide. Videre ville en bedre innsikt i enkeltelevers misforståelser kunne bidra til at jeg som lærer kunne tilpasse undervisninga mi bedre.

Elever i ungdomsskolen har i flere år kunnet bruke egenproduserte regelbøker til prøver og eksamen (Utdanningsdirektoratet, 2007a). Mange elever jobber med disse regelbøkene gjennom hele ungdomsskolen, og enkelte begynner allerede på mellomtrinnet. Tanken bak dette arbeidet er at de skal kunne konstruere sin egen forståelse i matematikk gjennom å forklare med egne ord og gi gode eksempler, eventuelt forklare formler og ferdige regler. Kravet til elevboka var i utgangspunktet at de skulle skrive den selv og at det ikke skulle være en samling av ferdigtrykte regler. Praksis i forhold til elevboka har vært ulik fra skole til skole, men jeg har kun godtatt at de har laget denne selv og jeg har ikke gitt dem ferdigtrykte regler. Jeg har satt av tid til å skrive regler i matematikktimene, oppmuntret dem til å skrive mest mulig med egne ord, og presisert at dette skulle være til nytte for dem selv og ikke produseres for at lærer skulle vurdere dem. I praksis har det ført til at jeg ikke har hatt noen innsikt i hva de skrev, annet enn at jeg har godkjent boka i forhold til om den var egenprodusert eller

ikke. Oppsal har forsket på Elevbok i matematikk og konkluderer blant annet med:

*Å lære matematikk er mykje meir enn berre rekne oppgåver. For mange elevar kan det å prøve å formulere med eigne ord korleis dei forstår eit matematisk omgrep vere vel så lærerikt som å rekne ti oppgåver der dei skal bruke omgrepet. Dersom elevane skal sjå nytta av å skrive meir i matematikk, må dei oppmuntras av lærarane(Oppsal, 2005, s.27).*

Siden jeg ikke har hatt innblikk i hva de har skrevet, annet enn når de har spurt om veiledning har jeg hatt liten mulighet til å kunne få innsikt elevenes forståelse slik Birken beskriver. Jeg ønsket derfor å prøve ut en metode som både ivaretok behov for elevbok og som kunne gi meg en bedre innsikt i elevenes tenking og forståelse. Valget falt derfor på et digitalt redskap (BrainBankLearning) som ivaretar både skriving og lærers mulighet til å lese og gi innspill på det elevene skriver. I tillegg lagres dette slik at elevene vil finne frem til det de allerede har skrevet uavhengig om de har med boka og ranselen sin, og i tillegg er dette nettbasert slik at de kan jobbe med det uavhengig av om de er på skolen, de trenger bare en pc med nettilgang.

## 1.2 PROBLEMSTILLING

Jeg hadde et ønske om å tilpasse sentrale krav om elevbok og eksamensgjennomføring til lokale forutsetninger og behov. I løpet av de siste årene har sentrale krav og forordninger ved eksamen endret seg mye. Til eksamen i matematikk i 2007 kunne elevene bruke egenprodusert elevbok under hele eksamen. I 2008 innførte man eksamen etter kunnskapsløftet (LK06) og tillot nå alle ikke-kommuniserbare hjelpemidler til skriftlig eksamen(Utdanningsdirektoratet, 2008a). Dette førte til en diskusjon ved egen skole om behov for å skrive egne regelbøker og forklaringer, siden de allikevel

kunne ta med både læreboka og kjøpte regelbøker. Jeg ønsket å fortsette min praksis med at de skulle skrive selv og trengte å kunne vise til at dette var nyttig for elevenes læring og forståelse. Jeg støttet meg til det Oppsal sier om at elever lærer matematikk på flere måter enn å regne mange oppgaver, og ønsket å se nærmere på hvordan dette kunne integreres i den daglige matematikkpraksisen. Som Oppsal også peker på må det oppmuntres av lærer hvis elevene skal skrive i matematikkfaget. Jeg var derfor klar til å undersøke om det var mulig å fremme aktivitet og forståelse gjennom å skrive i matematikk, og var forberedt på en del motstand siden det ikke lengre var nødvendig for elevene å produsere egne regelbøker når de nå kunne ta med bøkene og eventuelt kjøpe regelbøker, eller at lærer kopierte regelsamlinger til dem. Etter bare ett år med denne eksamensformen endret man nok en gang eksamensordninga for skriftlig matematikk i grunnskolen. Fra våren 2009 vil det ikke lengre være mulig å bruke noen hjelpemidler på delprøve 1, mens alle ikkekommuniserbare hjelpemidler er tillatt på delprøve 2 (Utdanningsdirektoratet, 2008b). Jeg fikk dermed et nytt argument for å fortsette med å skrive begreper i matematikk, elevene hadde behov for å beherske matematiske ferdigheter uten å kunne støtte seg til boka eller andre hjelpemidler. De hadde behov for å kunne huske det de hadde lært, og ikke bare slå det opp i boka og reprodusere. Jeg ønsket med bakgrunn i de sentrale føringene å vise at det måtte fokuseres på elevers læring og utvikling av forståelse slik at de kunne ta med seg varige kunnskaper i sitt videre skoleløp. Jeg var ikke ute etter å finne ny kunnskap om læring, men å implementere en arbeidsform i matematikkfaget som kunne fremme elevenes forståelse. Innovasjon er i følge Skogen ” en betegnelse på en virksomhet hvor kunnskapen implementeres, eller tas i bruk i den virkelige praktiske verden”(Skogen, 2004, s.14). Jeg ønsket å gjøre nettopp dette, å bruke kunnskaper om læring og forståelse som argument for å sette av tid til å skrive i

matematikkfaget. Jeg ville utvikle en metode for skriving som kunne fremme læring og forståelse hos elevene, og samtidig gi meg som lærer kunnskap om den enkelte elev, hvordan de tenker når de skal forklare matematikk. Med bakgrunn i dette ønsket jeg å undersøke sammenhengen mellom skriving og forståelse, og utformet følgende problemstilling.

**Kan elever gjennom systematisk og veiledet skriving av begreper utvikle sin forståelse i matematikk?**

Jeg ønsket å kunne gjennomføre en form for skriving der lærer kunne svare, kommentere og stille spørsmål til elevene etter hvert som de skrev. Vi hadde allerede ved vår skole en pedagogisk programvare som kunne brukes til dette formålet (BrainBankLearning) der elevene kan skrive regler, forklare begreper og lage sin egen kunnskapsbank i for eksempel matematikk. Lærer kan gå inn og se hva den enkelte elev skriver, og gi tilbakemelding ved for eksempel å stille spørsmål eller påpeke eventuelle feil/misoppfatninger. I tillegg kan elevene opprette koblinger mellom ulike nøkkelord, også i forhold til andre fag der dette redskapet brukes (Cerpus). Lærers kommentarer kommer som et tillegg til det eleven skriver, og det er kun eleven selv som kan endre og skrive videre på sine egne begrepsforklaringer.

Jeg valgte ut et tema som elevene skrev begrepsforklaringer og fikk tilbakemelding hos lærer i en begrenset periode på ei uke. Jeg vurderte det de skrev i forhold til om de utvidet begrepene eller endret på forklaringer etter tilbakemelding fra meg, og mener gjennom dette å kunne se om de kommer videre i sin utvikling av forståelse. Samtidig hadde jeg behov for å se om den forståelsen de viste gjennom skrivearbeidet var av varig karakter og trengte derfor å måle forståelse både før skrivearbeidet startet, undervegs og en periode etter at vi hadde avsluttet skrivinga i dette tema. Jeg valgte derfor å bruke en test

som er designet for å kartlegge forståelse hos elevene, Alle Teller (McIntosh, 2007).

### 1.3 FORSTÅELSE I MATEMATIKK SOM UTGANGSPUNKT FOR VALG AV DESIGN OG METODE

Hva er egentlig kjennetegnet på den forskningen jeg har gjennomført?

Rönnerman beskriver det som en sammenheng mellom tenking og handling i praksisfeltet. At man utvikler og forandrer virksomheten samtidig som en skaffer seg kunnskap om hvordan forandring skjer og hva som foregår under arbeidets gang (Rönnerman, 2004, s.13). Det er praktikerens som stiller spørsmål og agerer forandringer (ibid s.24) og det er derfor viktig å vise hva jeg stiller spørsmål om og så velge rett metode og design for å undersøke om praksis kan bedres på dette feltet.

I de siste årene har det vært fokus på forståelse og kunnskaper i matematikk og elevene har gjennomført ulike tester som for eksempel, M-tester, Nasjonale prøver og Alle Teller for å nevne noen. Selv om det i det offentlige har vært mer fokus på resultater og rangering har intensjonen med kartlegging av ulike slag vært ment som redskap til videre arbeid og bedre læring for elevene. Pisa-resultatene har skapt en offentlig debatt om hva som er galt med den norske skolen siden våre elever presterer så lavt. Enkelte hevder også at de som skårer best er de som er trent på å bli testet. Jan Johnsen viser til at i Norge er resultatene aller best i Oslo der man har drevet med utstrakt bruk av testing over flere år (J. Johnsen, 2008).

Jeg har gjennom mitt forskningsarbeid prøvd å kartlegge elevenes forståelse, og bidra til at de skulle utvikle denne videre. Det har vært ei utfordring å finne

redskaper som kunne egne seg i dette arbeidet. Vanlige prøver og eksamen måler ikke nødvendigvis forståelse, men også ferdigheter og evne til å reproducere. Og det er ikke nødvendigvis entydig sammenheng mellom karakterer på prøvene og forståelse. I læreplanen (LK06) har man kompetansemål, og elevene skal måles i forhold til grad av oppnådd kompetanse. Dette beskrives blant annet i vurderingsveiledning til eksamensoppgaver i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2007b, s.7-8). Her beskrives hva elevene må beherske for å få de ulike karakterene i faget, og gir et bilde av hva som må til for å oppnå de ulike grader av måloppnåelse. Denne modellen er fin å bruke i forhold til karaktersetting og bevisstgjøring av elever i forhold til hva som må til for å oppnå de ulike karakterene. Jeg hadde behov for å finne et redskap som kunne måle forståelse eksplisitt og valgte derfor et redskap som er designet for å avdekke misforståelser og samtidig viser hvilke områder elevene har etablert forståelse på. Testen ga også råd om hvordan man i det videre arbeidet kunne hjelpe elevene til å utvikle bedre forståelse (Alle Teller). Denne testen var et supplement til det elevene skrev og jeg prøvde derfor å finne andre kriterier som kunne brukes til å avdekke forståelse, eller mangel på forståelse i det de skrev. Utdanningsdirektoratet har utarbeidet ei veiledning som beskriver grader av kompetanse i bruk av det matematiske språket, og jeg fant at dette kunne være et utgangspunkt for å vurdere elevenes tekster (Utdanningsdirektoratet, 2009, s.11).

Forståelse i matematikk kan være vanskelig å definere og jeg vil komme tilbake til dette i kapittel 2, men vil allikevel her redegjøre for hva jeg selv legger i dette. Min oppfatning bygger på blant annet det som Dewey skriver om at elevene skal lære gjennom erfaringer og videre få hjelp av lærer til å organisere denne kunnskapen (Dewey, 2001). Jeg mener å kunne lese ut fra det elevene skriver hvilke erfaringer de bygger sin forståelse i tema brøk på, og kan med

bakgrunn i dette også se at flere elever ikke har noen praktiske referanser på dette området i matematikken. Kieren har en modell for kunnskap om rasjonale tall der individets kunnskap bygges ut fra kunnskap og erfaring og videre til mer teoretisk kunnskap, noe som jeg mener sammenfaller med ideene til Dewey og som jeg bruker i min analyse av det elevene skriver (Behr, Harel, Post, & Lesh, 1993, s. 298-). Videre bygger jeg min oppfatning av forståelse på at det er en sammenheng mellom tenking og ord. Vygotskij beskriver tenking og tale som så nært forbundet at det kan være vanskelig å skille mellom tankefenomen og talefenomen, og videre at ord uten betydning er en tom lyd (Vygotskij & Kozulin, 2001, s.185). Jeg ønsker derfor at elever skal uttrykke seg med ord slik at jeg kan få innsikt i hvordan den enkelte tenker.

Alle Teller er en test og ei håndbok som skal bidra til å avdekke misforståelser på området tall og tallforståelse, og gi lærere et redskap til å unngå å skape slike misforståelser i sin undervisning. Boka og testen er utviklet på bakgrunn av forskning og erfaring, og i tillegg til papirtesten anbefales det at man gjennomfører intervju med elevene. I anbefalinga til gjennomføring av intervjuet vises det til ulike spørsmål som skal bidra til å finne ut hvordan elevene tenker (McIntosh, 2007, s. 145). Jeg mener med bakgrunn i dette at det er mulig å identifisere hvordan den enkelte elev tenker gjennom det de skriver, hvordan de forankrer sin kunnskap til erfaring og i tillegg om de da kan anvende dette til å løse oppgaver som blir presentert i testen. McIntosh selv bygger sin definisjon av forståelse på begreper presentert av Skemp, Relational versus Instrumental Understanding som jeg vil komme tilbake til i 2.5. Men han presiserer at man bare delvis kan avdekke forståelse hos elever gjennom skriftlige tester og at man derfor bør følge opp med intervju for å finne årsaken til at de svarer som de gjør (ibid s.143).

Konstruktivisme er i følge Orton at vi må skape mening for oss selv, og utvikle forståelse og innsikt gjennom eget arbeid og erfaring med faget. Problemet kan være å få tak i hverandres forståelse og derfor bør forståelse utvikles i fellesskap slik at det ikke blir opp til hver enkelt å ha sin egen personlige forståelse. Like viktig som å utvikle egen forståelse vil det være å kunne kommunisere dette til hverandre, slik at vi kan snakke samme språk og ha felles forståelse for ord og begreper (Orton, 2004, s.198). Valdermo og Eilertsen skriver om begrepslæring som en utfordring fordi vi kanskje ikke legger det samme i begrepene når vi kommuniserer (Valdermo & Eilertsen, 2002, s.222-229). Med andre ord kan vi definere begreper som ord som vi kan legge ulik betydning i og det er derfor viktig gjennom kommunikasjonen mellom lærer og elev at vi kan etablere en felles forståelse som kan fremme utvikling hos eleven og innsikt hos læreren. Læreren vil fungere som en veileder for eleven i dette arbeidet, og gjennom sin tilbakemelding oppfordre eleven til å uttrykke og utvikle sin forståelse.

#### 1.4 OPPBYGGING AV RAPPORTEN

I den litteraturen jeg har lest finner jeg lite forskning på om elever lærer mer/bedre ved bruk av skriving i matematikk. Det er mye teori om læring generelt og hvordan skriving kan støtte denne. Flere av forfatterne sier at elevene har uttalt seg positivt om formen og at læreren får bedre innsikt i hvordan elevene tenker. Jeg ønsket å se om det er mulig å måle ei utvikling i forhold til forståelse, og se litt nærmere på hva de skriver når de skriver begreper i matematikk. Faglig utvikling av forståelse måler jeg på to måter, gjennom testen Alle Teller, og ved å se på utviklinga i det de skriver. Derfor vil jeg først ta med teori om skriving i matematikkfaget og litt om læring generelt. Videre redegjør jeg for design og metode på forskningsprosjektet, og de



redskapene jeg brukte i kartleggingsarbeidet. Jeg har et eget kapittel som beskriver undervisningsopplegget og forskningen, og et kapittel der jeg viser hva elevene skrev og hvordan lærer veiledet. Her vil jeg også redegjøre for resultatene på testinga og beskrive forskjeller mellom elever med, manglende, noen og god forståelse. Jeg vil vise eksempler på hva enkeltelever skrev og hvordan de utvikler begrepene sine under skriveprosessen. For å kunne analysere den utviklinga enkeltelever hadde i forhold til forståelse valgte jeg å dele dem inn i kategorier med bakgrunn i resultatene fra den første testen på området brøk. Dette valgte jeg å bruke som utgangspunkt både for å finne kjennetegn ved de ulike gruppene, og for å se om det er generelle trekk ved utviklingen til de ulike gruppene og om det er spesielle kjennetegn eller strategier i de forskjellige kategoriene.

Til slutt vil jeg evaluere innovasjonen og se på hvordan jeg kan bruke erfaringene fra dette prosjektet i mitt videre arbeid i klasserommet.

## KAPITTEL 2 SKRIVING OG FORSTÅELSE I MATEMATIKK

Her vil jeg redegjøre for teori og forskning i forhold til skriving i matematikk. Selv om jeg har hovedfokus på skriving vil det være naturlig å trekke inn bruk av språket, også muntlig. Disse henger nært sammen og opptrer gjerne som supplement til hverandre, spesielt i forhold til indre tale når man skriver og diskusjon med lærer eller medelever om forklaringer og begreper. Videre vil jeg gi en beskrivelse av bruk av begrepskart for å fremme læring, og hvordan en kan bruke veiledning som metode i begrepsutviklinga. Siden mitt fokus er hvordan elevene kan utvikle sin forståelse vil jeg si litt om dette, og samtidig redegjøre for hvordan denne måles og utvikles innenfor tema brøk.

### 2.1 SPRÅK OG MATEMATIKK

Orton spør: "Does Language Interfere with Learning Mathematics" og viser til eksempler der eleven tolker det læreren underviser om og konstruerer sin egen forståelse, som ikke alltid er det læreren prøvde å formidle. Videre presiserer han "It is access to one another's meaning that matters in teaching". Med andre ord er språket, både muntlig og skriftlig veien til å få innsikt i hverandres forståelse. Elever kan ifølge Orton ha problemer med å forstå selve oppgaven, det som skal føre til løsning av oppgaven, og kan derfor komme til å svare på noe helt annet enn det lærer mente å spørre om. Derfor bør en ha fokus på hvordan elever forstår og leser matematiske tekster og hvordan man kan kommunisere mening/hensikten med en oppgave bedre for eleven(Orton, 2004). Han hevder at matematikkundervisning burde inkludere muligheter for diskusjon mellom elev og lærer, og elever imellom. Fordi språket spiller en vital

rolle i læringa og gir mulighet til både analyse og revisjon av egne begreper (ibid s.166). Videre skriver han om hvordan tale (indre og ytre) er med på å hjelpe barnet til å organisere sine egne begreper og fremme forståelse. Muntlig bruk av språket gir læreren tilgang til elevenes tenking, men er i følge forskning lite brukt i undervisninga i matematikk. Klassediskusjoner fremmer ikke alltid personlig tenking, og tid til individuell samtale med enkeltelever er vanskelig å finne. Han presiserer at diskusjon både i klassen og i grupper må involvere alle elever og ha som mål å gi elever mulighet til å utvikle sin matematiske forståelse og tenking gjennom variert bruk av språket(Orton, 2004, s.168). Jeg ønsker gjennom mitt arbeid med skriving i matematikk å få elevene til å fremme sin personlige tenking, og ha mulighet til å nå alle elevene gjennom en personlig dialog med den enkelte. Som tidligere nevnt i del 1.3 støtter jeg meg til Dewey`s teori og tror at elevene må få hjelp av lærer til å organisere sine kunnskaper og Vygotskij i forhold til at tenking og tale er nært knyttet til hverandre. Jeg har av praktiske grunner valgt å bruke skriving, ikke samtale, som hovedarbeidsform og ønsket gjennom å oppfordre elevene til å skrive med egne ord (informal/friere skriving) at jeg skulle få innsikt i hvordan den enkelte tenker. Gjennom å lese det de skriver håpet jeg å kunne avdekke både hva de forstod og hvilke erfaringer de bygger sin forståelse på.

## 2.2 SKRIVING FOR Å LÆRE

*"Writing to Learn" is less about formal uses of writing to display memory and test mastery than it is about informal writing; about language that is forming meaning; about writing that is done regularly in and out of class to help students acquire a personal ownership of ideas conveyed in lectures and textbooks (Connolly, 1989, s.3).*

Connolly beskriver med dette hvordan han forklarer hva det er å skrive for og lære. Videre viser han til Stafford som beskriver en som skriver, som mer en som har funnet en prosess som vil frembringe nye momenter, som han selv ikke hadde tenkt på hvis han ikke hadde startet med å si dem (ibid s.3). I realfagene vil det være behov for studentene å kunne stille spørsmål og arbeide med problemløsning, og det som læreren underviser om må gi mening for den enkelte student. Connolly beskriver de tradisjonelle klasserommene som et sted der skrijving kun skulle følge formelle regler, og være et redskap for å vise korrekte svar. Det vil si å gjengi det som enten læreboka eller læreren formidlet. Med ei slik prosesstenking som skrijving for å lære er bygd på, vil det endre klimaet i klasserommet, fra å skulle gjengi det lærer eller boka formidler til å kunne eksperimentere, stille spørsmål og lære gjennom å gjøre feil og kanskje ha nytte av ulike måter å løse oppgaver på. Et slikt arbeidsmiljø ansvarliggjør den enkelte elev på en helt annen måte enn det tradisjonelle systemet, og lærer og elever får et felles ansvar for den læringa som skal forgå.

Skriving for å lære i realfag er i følge Connolly å utvikle elevenes forståelse i disse fagene ved å bruke språket i disse fagene flytende (Connolly, 1989, s.4). Han viser også til Richard Rorty som beskriver dette som å utvikle et språk, ikke å oppdage det. Connolly skiller mellom formålet med å skrive i alle fag for å bli bedre skrivere, og skrijving for å lære i realfag som et redskap for å utvikle forståelse. Her vektlegges ikke bare det fagspesifikke språket, men dagligspråket som et middel til å uttrykke både det eleven kan, og det de ikke forstår. Den uformelle skrijvinga har som hovedmål å gi eleven mulighet til å utvikle et språk som gir dem selv en bedre forståelse, samtidig ønsker jeg gjennom å bruke uformell skrijving at elevene skal utvikle en mer bevisst holdning til eget læringsarbeid. Videre vil det fremme læring når elevene må prøve å forklare begreper med egne ord, sortere sine kunnskaper og sette disse inn i et system,

begrepskart. Det er også grunnleggende for denne type arbeid at eleven gjennom dialog med lærer (skriftlig) og eventuelt medelever og lærere (muntlig), får prøvd ut sine tanker og sin faglige forståelse i kommunikasjon og fellesskap med andre.

Tradisjonell skriving i realfag har ofte vært formell skriving som, feltnotater, logg og andre sjangre som har hatt som formål å rapportere rett resultat ikke så mye å undre seg over hva som skjer. Målet med denne type utdanning er å si de riktige ordene, ikke å lære å bruke sine egne. Dette kan medføre at mange elever opplever realfag som et fremmedspråk, fremmede begreper som må pugges fra ei bok. Uformell skriving skal oppmuntre elever til i større grad å tenke selv. I matematikk har man i tillegg et helt system av et eget språk med bruk av symboler. Lærere ser at elever verken skriver eller uttrykker seg godt i dette faget, men det kan skyldes at de ikke har trent på å bruke noe annet enn symbolspråk i matematikkfaget. I følge Connolly vil alle elever profitere på å kunne bruke et språk som gir dem mulighet til å konstruere sin egen forståelse. Videre skriver han at språket, både muntlig og skriftlig uttrykker det vi nettopp har tenkt. Språket er redskapet vi bruker når vi tenker, alene eller sammen med andre. Vårt naturlige språk fungerer som en oversetting av alle andre symboler som vi møter på. Han mener videre at muntlig språk er bra for utvikling av refleksjon mellom mennesker, mens det skriftlige språket på grunn av at det er "saktere" gir mulighet for mer detaljer og valg. Derfor mener han at det skriftlige språket er mer nyttig i klasserommet hvis man ønsker at alle elever skal tenke og konstruere mening for seg selv. Skriving gir alle en mulighet til å bli hørt, av seg selv mens de arbeider, og etter hvert av læreren som leser det de skriver. Her kan man bruke mange former for skriving (Connolly, 1989, s.10-11), men alle har som mål at elevene skal utvikle sin egen forståelse gjennom dette arbeidet. Jeg har valgt en form der jeg oppfordrer elevene til å skrive med

egne ord, og har ikke hatt fokus på om de bruker den formelle sjangeren begrepskart riktig. Målet med denne type skriving (informal) er å få innblikk i hva den enkelte elev forstår, og at de gjennom å skrive stadfester og utvikler sine egne begreper.

Layzer hevder at matematikk er et unaturlig språk og derfor ikke kan oversettes til et dagligspråk. Samtidig trenger matematikkspråket støtte fra dagligspråket fordi dette er bedre egnet til å lagre kunnskap i hjernen enn matematikkspråket er (Layzer, 1989, s.132). Rose beskriver elevenes oppfatning av matematikk som noe som enten er rett eller galt, og der lærerens oppgave er å viderebringe en mystisk "bag of mathematical tricks" til neste generasjon. Matematikkfaget blir da å pugge regler og bruke formler uten å konstruere mening for seg selv, og det er vanskelig å endre både holdning og praksis i forhold til hvordan matematikk skal læres (Rose, 1989, s.15). Hun skiller mellom Transactional og Expressive writing som vel kan oversettes til formell og uttrykksfull skriving ,jeg oppfatter det slik at dette beskriver det samme som formal og informal writing slik Connolly bruker disse. Begge deler kan i følge Rose være fornuftig å bruke i undervisningssammenheng, men det er den sist som bidrar til å utvikle elevens "thinking prosess" det vil si bidrar til elevens utvikling av egen forståelse. Hun fremhever hvordan skriving kan hjelpe den enkelte student til å oppdage sine egne feil og få løst problemer, fordi skriving forsinker tankeprosessen og gir muligheter til å forstå sin egen tankegang. Hun fremhever videre at når elevene lager notater selv, produserer de huskeregler og egne forklaringer. De opplever å bli hørt og sett når lærer gir tilbakemelding, og lærer tjener på å få informasjon om hvilke aktiviteter som når best frem til elevene (ibid s 26-27). Hun hevder at det er stor motstand mot å bruke skriving for å lære i matematikk, og selv om dette er skrevet i 1989 ser jeg ikke at holdningene har endret seg stort fra da. Jeg ønsker å bruke skriving i matematikkfaget utover

det å løse oppgaver fordi jeg trodde at det kunne utvikle elevenes forståelse.

Videre var det viktig å få dette inn som en naturlig del av matematikkundervisninga slik at andre lærere også kunne se nytten av en slik arbeidsform. For at dette skal fungere er det viktig at begge parter, både elever og lærere deltar aktivt i prosessen og ser at dette er positivt for dem begge.

Jeg registrerer i samtaler med andre lærere at de opplever stadig at det kommer nye pålegg om endringer som de ikke helt skjønner vitsen med, og det har vært mye protester på blant annet arbeid med elevboka og at denne skulle produseres av elevene selv. Birken stiller spørsmål ved om skriving i matematikk er en trend som vil gå over, og svarer selv at dersom man bruker skriving fordi det er pålagt av overordnede eller gjeldende metode vil dette gå over etter hvert (Birken, 1989, s.34). Vi har lenge kunnet bruke egenproduserte lærebøker i matematikk, men etter den nye eksamensordningen ser jeg at det tilbys ferdigproduserte regelbøker for ungdomstrinnet fra flere forlag. Hvis lærere ikke har sett nytten av arbeidet med å skrive i matematikkfaget tror jeg det fort bli erstattet med ferdigproduserte regelsamlinger som elevene kan bruke både i det daglige arbeidet og til prøver og eksamen. Birken sier selv at hun ikke kan bevise gjennom forskning at elevene lærer bedre med å skrive i matematikkfaget, men at hun får tilbakemelding fra elevene om at de har oppnådd en dypere forståelse (ibid s.35). Videre viser hun til at hun gjennom å lese det elevene skriver kan lære om elevenes misoppfatninger og kan peke på når dette oppstod og hjelpe til med å korrigere dette (ibid s. 43). Dette viser til det samme som Rose beskriver at læreren får innsikt i hva elevene tenker og dermed har mulighet til å korrigere undervisning og gi direkte hjelp for å bidra til elevens videre faglige utvikling. Jeg ser også at jeg kan få problemer med å bevise at elevene lærer mer gjennom denne type arbeid, men ønsker allikevel å vise at det er en metode som kan være et supplement til den tradisjonelle

matematikkundervisninga. Gjennom denne type skriving ønsker jeg at elevene skal få et økt engasjement i sitt eget læringsarbeid og at lærer og elev skal kunne kommunisere bedre og mer gjennom denne type arbeid enn vi finner rom for i den tradisjonelle klasseromsundervisninga. Jeg ønsker gjennom mitt forskningsarbeid å vise til en mer elevaktiverende arbeidsform, og en metode der læreren får rom til å "høre" hva den enkelte elev tenker. Vi legger ikke bort lærebøker og andre tradisjonelle former for arbeid i matematikkfaget, men selv når vi skal bruke lærebøkene kan skriving være til hjelp i forståelsen. Tobias beskriver lærebøker i matematikk som helt annerledes enn lærebøker i andre fag. Der andre lærebøker gjentar og forklarer med andre ord kan det se ut som om bøker i matematikk har som mål å forklare begreper med minst mulig ord, mest mulig presist og uten gjentakelse og repetisjon. Det kreves derfor at elever leser og forstår denne type tekst på en annen måte enn i andre fag. Her vil skriving være et nyttig redskap for å gjøre dette forståelig for den enkelte elev (Tobias, 1989, s.49-54).

I mitt arbeid har det vært viktig for meg å oppmuntre elevene til å skrive med egne ord slik at jeg kunne ha mulighet til å se hva de hadde forstått, eventuelt misforstått. Hvis de skriver noe fra ei lærebok eller regelbok gir ikke dette noen informasjon om hva den enkelte elev har forstått, bare at de har funnet rett forklaring til et begrep. Marwine beskriver den innsikten som en lærer får ved å lese elevens tekst: " We become even more inventive because we actually get to hear what they are thinking and how they are thinking it"(Marwine, 1989, s.59). Derfor er det viktig at eleven skriver fritt og med egne ord, slik at læreren kan få innsikt i hvordan de tenker. Marwine har i sitt arbeid med elever og uformell skriving etablert et sett med regler som kort kan oppsummeres slik. Han setter ikke karakterer og retter ikke på skrivefeil, han straffer ikke elever som mangler forståelse, han stiller spørsmål i håp om at elever vil svare på disse. Spørsmålene



er ment som stimulans til videre tenking, han svarer på spørsmål fra elevene og alle kommentarene er ment for støtte og utvikling av elevens observasjoner (ibid s.62-63). Gjennom denne form for skriving som Connolly betegner som uformell skriving ønsker jeg å etablere en kommunikasjon mellom lærer og elev som har som mål å bidra til den enkelte elevs utvikling. Jeg ønsker gjennom dette arbeidet å bidra til at elevene blir mer aktiv i læringsarbeidet, og ikke bare er opptatt av å komme frem til riktig svar. Hvis dette også er en metode som bidrar bedre til den kognitive utviklinga vil det være lettere å forsvare bruk av tid på denne type arbeid.

Kenyon hevder at skille mellom gammeldags undervisning der elevene er passive mottakere av kunnskap som skal huskes/reproduseres og nye former der elevene deltar i læringsarbeidet mer aktivt, er at de aktive studentene lettere ser nye muligheter ved problemløsning enn de som er passivt opplært til å lete etter ett rett svar(Kenyon, 1989, s.74). Han viser til at problemløsningsstrategier er nært relatert til kognitiv læring, og at disse følger samme mønster. Når elevene da bruker språket, muntlig eller skriftlig til å redegjøre for de ulike stegene i prosedyren ligner dette veldig på de ulike utviklingsstegene i kognitiv læring. "Learning takes place during the problem-solving process since the new information combines with the existing knowledge and is stored in memory in this new form" (Kenyon, 1989, s.76). Han konkluderer med at å bruke skriving som metode i problemløsning gjør den kognitive læringa mer effektiv(ibid s.86). Elever i dagens skole oppfordres til å drive med forskning og løse problemoppgaver ( for eksempel forskerspirer, first lego leage og lignende) og da vil det være av stor betydning at de metoder vi bruker i undervisninga fremmer denne type ferdigheter. Læreplanen LK06 sier det slik:

*Opplæringen omfatter trening i tenking - i å gjøre seg forestillinger; undersøke dem begrepsmessig,*

*trekke slutninger og avgjøre ved resonnement, observasjoner og eksperimenter. Dette går sammen med øvelse i å uttrykke seg klart- i argumentasjon, drøfting og bevisføring(Kunnskapsdepartementet, 2006, s.7).*

Keith peker på muligheten til å se på hva elevene skriver og dermed få innsikt i hva de ikke forstår, for så å kunne ha mulighet til å gi tilbakemeldinger som lar elevene korrigere dette selv (Keith, 1989, s.142). Hun ønsker at elever skal bli flinkere til å forklare og foreslå løsninger, heller enn å svare på spørsmål, og dette får man bedre til med å jobbe med skriveprosesser i matematikkfaget (ibid s.146). Gjennom min tilbakemelding ønsker jeg å oppnå dette, og vil komme tilbake til hvordan elevene responderer på lærers tilbakemelding. Selv om jeg i stor grad stiller oppfølgingsspørsmål håper jeg allikevel at dette skal bidra til at de kan korrigere seg selv, og ikke bare svare på lærerens spørsmål. Powell og Lo`pez viser til Bruner som konkluderte med at både matematikk og skriving var designet for å ordne tanker om ting og tanker om tanker (Powell & Lo`pez, 1989, s.159). De viser videre til Mayher, Lester og Pradl som konkluderer med at dess mer den som skal lære kan bruke eget språk jo mer blir de opptatt av å konstruere eller rekonstruere mening i matematikkfaget for seg selv (ibid s.174).

### 2.3 BEGREPSKART

Grevholm viser til et aspekt som er velkjent, det at elever har vansker med å bygge strukturer og overblikk over egen kunnskap. Hun skriver videre at læreren her kan være til god hjelp, ved å gi elevene kognitive verktøy som kan hjelpe eleven til å lage strukturer og vise helheten

*Begrepskartan är en bild som representerar en persons kunskaper vid ett viss tillfälle uttrycta genom påståanden. Påstendena länkar olika begrepp till varandra med hjälp*

*av l nkord, som oftest er verb. Begreppen  r i regel substantiv. Begreppen  r hierarkisk strukturerte i begrepskartan. L nkarna viser hur de olika begreppen  r f rbundna med varandra i ett n tverk, en kognitiv struktur. L nkorden har en viktig roll at ge mening  t kartans delar ock skiljer begrepskartor från tankekartor, d r det i regel saknas...*

*Konstruksjon av kunnskap  r en kompleks produkt av den mänskliga kapasiteten, den kulturelle konteksten ock f rend ringar i utvekklingen av relevante kunnskapsstrukturer ock verktøy for  t er vra ny kunnskap (Novak 1998). Novak h vder at begrepp spelar en central roll i både l randets psykologi ock teorier om kunnskap (Grevholm, 2005, s.23).*

Et begrepskart viser et bilde av den strukturen og forståelsen eieren har på det tidspunktet kartet lages. Grevholm peker på at her kan eleven komme vider med hjelp av lærer som gir veiledning/opplysninger som fører eleven videre i læringsarbeidet. Eleven skal konstruere sin egen kunnskap, og skrive med egne ord, men kan ha utbytte av   sammenligne sine begreper med andre elevers. Grevholm peker på viktigheten av dialog mellom elev og lærer og elever imellom for at det skal skje ei læring, og for at eleven skal få prøvd ut sin forståelse av begreper opp mot andres.

Det redskapet som vi bruker i arbeidet BBL er konstruert for   brukes som begrepskart, men siden jeg ikke har hatt hovedfokus på at elevene skulle trene på metoden begrepskart har denne v rt nedtonet litt. Jeg har hatt hovedfokus på dialogen og ikke fokusert på om de har benyttet seg av alle formelle strukturene som et begrepskart gir muligheter til. Jeg velger allikevel   ta med hvordan et begrepskart kan brukes da dette får betydning for analysen av hvordan de ulike elevene bruker redskapet og hvordan jeg ønsker   arbeide med skriving i matematikk i mitt videre arbeid.

Grevholm viser til tre ulike bruksomr der for begrepskart:

- I gruppe eller klasse
- For enkeltelever
- For læreren selv

Når det gjelder enkeltelevers bruk av begrepskart viser hun til ulike områder de kan anvendes:

- *genom att dokumentera elevens kunskaper för henne själv*
- *för att skapa överblick*
- *för att kunna visa hur ny kunnskap utvecklas och fogas till den tidigare*
- *som jämförelser över tid för att eleven ska kunna iaktta sin egen utveckling*
- *vid samtal med kamrat för jämförelser*
- *för att utveckla sitt språk inom ämnet*
- *för att se var det finns luckor i kunskaperna eller utvecklade föreställningar*
- *för att sammanfatta studier*
- *för att repetera vid senare tillfälle (Grevholm, 2005, s.28)*

For at begrepskartene skal kunne være nyttig redskap for eleven i ettertid og videre skolegang må disse til enhver tid kunne endres og utvikles i takt med elevens utvikling og forståelse. I den innovasjonen som jeg har gjennomført kan alle disse elementene ha vært viktige for enkeltelever, men det jeg har hatt hovedfokus på er om de utvikler sin forståelse gjennom denne type arbeid. Det har vært viktig å avdekke både det de forstår og om det finnes hull og mangler i forståelsen deres. Videre har jeg gjennom tilbakemelding prøvd å hjelpe dem videre i læringsarbeidet, og sett etter språklig endring som kunne tilsi at forståelsen utviklet seg gjennom skriveprosessen.

Valdermo og Eilertsen har i boka En læringsbevisst skole, sett på hvordan mer læringsbevisste elevnotater, hos dem kalt læringsboka, gir et bedre redskap for dokumentasjon og refleksjon over selve læringsprosessen.

*Begrepslæring er en svært viktig del av faglæring. Begrepskart er tankekart der man fokuserer på sammenhenger mellom begrep. Alle begrepskart er tankekart, men ikke alle tankekart er begrepskart....Det som blir sagt om tankekart vil i hovedsak også gjelde begrepskart(Valdermo & Eilertsen, 2002, s.215).*

Forfatterne peker på at det kan ta litt tid å få elever til å bruke metoden og at læreren derfor må bruke dette over lengre tid som et nyttig redskap i læringsarbeidet. ”Læringspotensialet ligger nettopp i at kartene blir så ulike! Når man innser nødvendigheten av å endre noe på eget tankekart, har man også lært noe” (ibid s.218).

Jeg prøver dette ut som en metode og vil derfor ikke få erfart dette over lengre tid, og eventuelt se om kartene endre seg over lang tid. Det ideelle hadde vært om jeg for eksempel kunne brukt et slikt begrepskart gjennom flere år og sett på hvordan begrepene og kartene utviklet seg for den enkelte elev. Noen av fordelene de ser ved bruk av tankekart er bl.a.:

- god oversikt over en aktuell sak
- bedre oversikt over egne kunnskaper
- godt vurderingsverktøy
- kan lett knyttes til tidligere fagstoff
- være til hjelp for hukommelsen
- lette læringen for elever som ikke er glad i å skrive
- bidra til endret meningsinnhold og gjøre det lettere å se nye sammenhenger
- være en verdifull metodikk ved problemløsning

(ibid s.219)

Selv om jeg ikke har brukt dette over lang tid blir disse momentene også viktig i mitt arbeid. Jeg vil se på om de endrer innhold/begreper i løpet av prosessen og får en oversikt over hva de forstår innenfor området brøk.

*Begrepene er viktige for hva vi tenker, for hva vi samtaler om, og følgelig for hva vi utvikler videre. Begrepsforståelse er grunnleggende for faglæring, og den kan hindre(ny)læring. Det er ofte viktig å gi begrep et utvidet innhold i nye læringssituasjoner, selv om elevene kjenner begrepene eller ordene fra tidligere skolegang...I faglig sammenhenger får begrepene et nytt og utvidet innhold etter hvert som man forflytter seg til et høyere faglig nivå (Valdermo & Eilertsen, 2002, s.223).*

Begrepsforståelse, slik det blir brukt her, oppfatter jeg som det samme som jeg legger i det å vise forståelse. Når elevene forklarer begrepene med egne ord viser de om de har forstått begrepene. Videre presiserer de at skille mellom begrepskart og vanlige tankekart er at i et begrepskart fokuserer man på sammenhengen mellom begrepene. De hevder at et godt begrepskart inneholder så mange bindelinjer som mulig mellom flest mulig av begrepene. De viser til at begrepsinnholdet endrer seg gjennom hele læreprosessen, og at disse er godt egnet til å avsløre manglende begrepsforståelse, alternative forestillinger og fagspesifikke missoppfatninger (ibid s. 225-229).

Siden vi ikke hadde hovedfokus på sjangeren begrepskart kan det være litt uklart hvilke bindelinjer som er mellom de ulike begrepene, men alle har brøk som hovedtema og de andre begrepene er bundet til dette. Ideelt sett skal de kunne bruke assosiasjoner mellom de ulike begreper, men som før sagt har hovedfokuset denne gangen vært på dialogen og skrivninga og ikke så mye riktig bruk av sjangeren begrepskart.

#### 2.4 VEILEDNING SOM METODE I BEGREPSUTVIKLINGA

Valdermo og Eilertsen deler den pedagogiske veiledninga inn i tre ulike områder:

## **Faglig veiledning**

*Den faglige veiledninga vil i mange tilfeller bestå i hensiktsmessige møter mellom en kyndig fagperson, læreren, og en "uferdig" som er på vei mot kyndighet, eleven( s.193)...*

*En viktig side ved den faglige veiledningen som etter vår erfaring har for liten plass, er den taksonomisk bevisste veiledningen, ikke bare i forhold til spørsmål, men til faglige problemstillinger og tema generelt( s.195).*

Her kan elevens bevissthet og oppmerksomhet rundt grad av måloppnåelse være et viktig aspekt. Men kanskje er det slik at det er de flinkeste elevene som også skjønner denne sammenhengen mellom nivå, grad av måloppnåelse og karakterer? Jeg gjennomfører en faglig veiledning men vil ikke ha fokus på taksonomisk bevissthet. Elevene skriver fritt innenfor de gitte begrepene og vet at målet ikke er en prøve som de får karakter på, men langsiktig og knyttet til utvikling av egen forståelse. Jeg prøver gjennom min tilbakemelding til den enkelte å få dem til å utrykke sin kunnskap om dette temaet, og vil stort sett bruke samme spørsmål til alle elever. Men ut fra hva de skriver og min kjennskap til den enkelte kan det være noe forskjellig, f.eks følger jeg opp de som bruker konkrete eksempler med mer konkrete spørsmål og de som bruker det formelle matematiske språket med et mer faglig matematisk spørsmål.

## **Metakognitiv veiledning**

*Valg av form og metode er et veiledningstema som knytter forbindelsen mellom den faglige og den metakognitive siden av veiledningen ( s.197).*

Dette dreier seg om å gi hjelp og støtte til valg av rett metode, og hensiktsmessige algoritmer i for eksempel matematikkoppgaver. For å kunne veilede best mulig her må læreren i følge forfatterne skaffe seg oversikt over elevens læringsstrategier, læringsstiler og intelligensformer. Her hadde ikke elevene så mange valg, jeg hadde valgt både redskap, metode og begreper og det

var derfor ikke fokus på hvilke valg de gjorde. Metakognisjon handler om at elevene selv skal settes i stand til å velge metoder som fremmer deres egen utvikling, jeg kan vel trekke det så langt som å si at jeg gir dem erfaringer med en ny metode som kanskje kan fungere hensiktsmessig for dem senere.

### **Personlig veiledning**

*Det personlige veiledningsfeltet fokuserer først og fremst på elevens lærings situasjon i klassen og de læringskulturelle og klimatiske rammene for læringsarbeidet (s.198).*

Dette vil ikke være noe tema i denne aksjonen, da vi kun har dialog i forhold til faglig matematisk forståelse. Hattie og Timberly skriver i en artikkel om ”The Power of Feedback” at tilbakemelding må involvere begge parter og må bygge på noe. En elev må være innstilt på deltakelse i prosessen og tilbakemeldingen må ta utgangspunkt i det eleven kan og bidra til at han utvikler seg videre (Hattie & Timberley, 2007). Elevene måtte gjøre dette arbeidet som en del av undervisninga og selv om det ikke var noe tydelig motstand mot dette arbeidet er det stor forskjell på om elevene ønsker faglig utvikling eller om de bare gjør det de må. Enkelte elever er bevisst på egen læring, mens andre ikke har fokus på dette. Motivasjon for læring er også høyst forskjellig. Dette kan kanskje også leses ut av det de skriver men vil ikke bli fokusert på i denne rapporten. Jeg valgte ut eksempelelever med bakgrunn i om de deltok i skriveprosessen på en slik måte at jeg kunne analysere om det foregikk ei utvikling gjennom prosessen. Det hadde ingen hensikt å bruke eksempelelever som ikke skrev noe, eller svært lite.



## 2.5 FORSTÅELSE

Hoel skriver i en artikkel om læring og sosial praksis i klasserommet at læring alltid foregår innenfor flere kontekster på en gang og i den lokale læringskulturen som man er en del av i lærings situasjonen. Hun legger vekt på at læring foregår i et samspill mellom alle aktørene i læringsarbeidet, og det vil derfor skje ei endring og ei tilpasning hos den enkelte elev etter hvert som de bruker og utvikler egen forståelse.

Hun viser til Vygotsky og vektlegger bruk av språket for å oppnå læring.

*Vekta på reiskapar og teikn i Vygotskytradisjonen inneber at språket blir eit viktig hjelpemiddel i tenking og refleksjon. "Thought is not merely expressed in words, it comes into existence through them," sier Vygotsky (Rommetsveit 1980:86). Språket er ikkje berre vårt viktigaste kommunikasjonsmiddel, det er også vårt viktigaste hjelpemiddel for å strukturere og utforske vår indre verd. Overført på klasserommet inneber dette at for det første blir elevane sin eigen, aktive språkbruk viktig fordi den er grunnleggjande for tenking og læring. For det andre blir interaksjon gjennom språket ein måte å ta del i dynamikken mellom individet og verda omkring, å finne ein plass i eit større kulturelt fellesskap, anten det er i klasserommsfellesskapet eller verda utanfor klasserommet. For det tredje kan elevane gjennom interaksjon og språkleg samhandling saman bygge opp kunnskap og konstruere mening i ein prosess der dei fungerer som som gjensidig støtte for kvarandre...*

*Stillasbygging kan karakteriseras som et hjelpemiddel til kognitiv og sosial utvikling og blir vanlegvis brukt om den støtta ein elev får av læraren eller eller dyktige medelevar (Hoel, 1998, s. 119-120).*

Her vil både den tilbakemeldinga lærer gir i den skriftlige dialogen, og de samtalene elevene har med hverandre og lærere være med på å utgjøre stillasbygging som kan fremme faglig forståelse.

Orton beskriver problemene rundt læring i matematikk, der det er avgjørende at en kan noe fra før, matematikk bygger på kunnskap en har for eksempel multiplikasjon bygger på kunnskap om gjentatt addisjon. Orton hevder at det er mer vanlig å glemme det en har lært enn det er å huske det. Derfor er det viktig å finne ut hvorfor en husker ting.

*Ausubel's theory explained variation in rates of forgetting in terms of the degree of meaningfulness of the learned material...When knowledge has been acquired meaningfully the expectation would be that retention would be for very much longer (Orton, 2004, s.190).*

Orton skriver videre om hvordan elever kan konstruere matematisk forståelse/kunnskaper av seg selv. Selv elever som har lite skolegang kan lage metoder for hvordan de skal løse matematiske problemer, og av og til kan skolen med sine faste metoder gjøre det vanskeligere for elevene å løse oppgavene (ibid s.194-195). Her vil tilbakemelding fra lærer, ved for eksempel faglige spørsmål fra Alle Teller, kunne medvirke til at elevene får korrigert sine egne begrepsforklaringer slik at disse fungerer både som forklaringer til dem selv og gir mening i kommunikasjon med andre.

Hiebert og Carpenter skriver at en av de mest aksepterte ideene innenfor matematisk utdanningssystem er at studentene skal forstå matematikken. Målet med matematikkundervisning er å fremme læring med forståelse. Men hvordan man skal oppnå dette har vært som å søke etter den "Hellige Gral". De hevder at forsøk på å utvikle måter å undervise som støtter forståelse har vært vanskelig. Forståelse utvikles hos den enkelte på ulike måter og lagres som skjema eller vev i den enkeltes hjerne, og det er da vanskelig for noen utenfor å kartlegge om forståelsen er etablert. Videre er dette en prosess som fortsetter etter hvert som studentene lærer noe nytt og de etablerer koblinger mellom det de forstår fra før og ny kunnskap (Hiebert & Carpenter, 1992, s.65-92). Jo sterkere koblingene er

dess mer varig er forståelsen. Forståelse involverer å oppdage sammenhenger mellom deler av informasjon (s.67). Videre hevder de at det ikke nødvendigvis er slik at man skal informere om en bestemt prosedyre fremfor en annen for å oppnå målet, men at studentene skal få hjelp til å utvikle et mentalt nettverk der de ulike delene er relatert til hverandre med flere koblinger.

BBL er produsert etter en ide som bygger på :

*Begreper elevene møter i undervisninga føres inn og beskrives i BBL. Begrepene knyttes så sammen og den lærende inviteres til å beskrive assosiasjoner mellom emnene. På denne måten konstruerer eleven sitt eget personlige nettverk av emner og assosiasjoner, et emnekart, som igjen framstår som en representasjon av den lærendes dokumenterte kunnskaper(Cerpus).*

Jeg har ikke hatt fokus på å undervise om alle disse mulighetene i bruk av redskapet, men ser at måten elevene bruker det på kan si noe om hvordan de tenker. Hiebert og Carpenter beskriver hvordan sammenhengen mellom ytre representasjon og indre representasjon kan si noe om hva elevene forstår (s.66). Jeg vil bruke dette i min analyse av elevtekstene da måten eleven skriver på kanskje kan si noe om hvordan de har forstått de ulike begrepene. Hiebert og Carpenter viser til at man må bruke ulike representasjoner for samme begrep for å forsterke forståelsen hos den enkelte, noe jeg ikke har vært opptatt i denne sammenhengen, men som jeg har stor tro som pedagogisk virkemiddel generelt. Men dersom det er sammenheng mellom den ytre representasjonen og hvordan den indre lagringen foregår, vil det også være mulig å trekke konklusjoner fra det de skriver om hvordan de har lagret dette i sitt indre kart/nettverk. Jeg har også bygd dette arbeidet på en ide om at elevene selv skal skrive hva de kan og forklare med egne ord, i motsetning til at de fikk ferdige definisjoner fra lærer. Både fordi det da kan være mulig for lærer å ”lese hvordan de tenker” og fordi de da må kommunisere ut det de har i sitt indre tankekart. Videre er det mitt

ønske at jeg gjennom tilbakemeldinger og kommentarer kan bidra til at eleven bygger videre på sine indre kart, og utvikler sterkere koblinger mellom de ulike delene av kunnskap de måtte ha om emnet. For å hjelpe elevene i dette arbeidet viser forfatterne til ulike metoder og innfallsvinkler, der en av dem er å bygge på det elevene allerede kan (Hiebert & Carpenter, 1992, s.82-83). Det er et slikt utgangspunkt jeg har i det arbeidet som jeg har gjennomført. Elevene får skrive fritt om et tema, og så følger jeg opp med spørsmål og kommentarer. Her vil jeg også kunne se om de koblinger elevene har er riktige eller de kanskje har misforstått noe. Forfatterne peker på at det er vanskelig å identifisere koblinger og forståelse hos den enkelte elev, men jeg mener at jeg gjennom det de skriver har fått et innblikk i hvordan hver enkelt tenker og hvordan de har forstått de ulike begrepene de blir bedt om å beskrive.

McIntosh bygger sin definisjon av forståelse på Skemp sin definisjon av relational understanding and instrumental understanding. Skemp definerer forståelse som relasjonell forståelse og instrumentell forståelse som "habit learning". Han gir eksempler på hvordan vi som lærere kan komme til å bruke metoder for instrumentell forståelse fordi dette for eksempel er raskere å gjennomføre og fører til at elevene lettere kan komme frem til riktige svar (Skemp, 1989, s.1-17). I en artikkel (The Seven Cs: Principles for Improving Numeracy) sidestiller han Skemp's RI med noe han definerer som Conceptual understanding "...enables one to apply and adapt an idea flexibly to new situations, rather than only to learned procedures for applying it to situations already practiced" (McIntosh, 2002).

Jeg ønsker i størst mulig grad at mine elever skal utvikle en type forståelse som gjør at de kan løse nye problemer med utgangspunkt i forståelse og ikke bare gjennom å huske hvordan det skulle gjøres. Med utgangspunkt i dette målet har jeg ofte blitt møtt med argumenter om at det må være viss grad av "pugging" og

utenat læring i matematikk hvis elevene skal lære noe. McIntosh hevder at elever ikke burde bli pålagt å lære utenat noe som de ikke forstår eller kan rekonstruerer når de har glemt regelen. Men han skiller mellom det han kaller rote learning og memorising (learning by heart). Noen ganger kan det være lurt å lære noe utenat (by heart) for eksempel gangetabellen, men det må bygge på forståelsen av at denne er bygd opp som gjentatt addisjon slik at du hvis du ikke husker  $6 \times 7$  kan du ved hjelp av at du husker  $5 \times 7$  komme frem til svaret (ibid). Gjennom å lese det elevene skriver ønsket jeg også å kunne identifisere om de hadde forstått (RU) eller de bare brukte en metode de hadde pugget for å forklare begrepene.

## 2.6 BRØK

I læreboka Ypsilon for lærerstudenter presiserer forfatterne Hansen, Skott og Jess at ”brøkgregning er et vanskelig felt” (Hansen, Skott, & Jess, 2007, s.228).

De definerer brøk på følgende måte:

*Rationale tal eller brøker er tal som kan skrives på formen  $a/b$ , hvor  $a$  og  $b$  er hele tal og ( $b$  ikke lik 0). Brøkerne fungerer først som tal, når de behandles etter særlige regler for, hvornår brøker er ens, og hvordan de adderes og multipliseres (ibid s.232).*

Rationale tall er i matematikken hele tall og brøker som skrives med hele tall i både teller og nevner. Forfatterne av Ypsilon viser til at man kan behandle brøk rent teoretisk og lære ulike regnemåter, men de ønsker å bruke den praktiske og virkelighetsnære tilnærminga for å støtte utvikling av forståelsen hos elevene. Brøker kan oppfattes som divisjon, og det vil derfor være rett å sidestille  $a/b = a:b$  når  $a$  og  $b$  er hele tall vil dette gi samme svar (Hansen et al., 2007, s.235).

Dersom elevene forstår hvordan man utvider og forkorter brøker vil det være lett for dem å addere og subtrahere ulike brøker, og det vil være mulig å forklare dette ved hjelp av eksempler med f.eks pizzastykker. Men det blir mer abstrakt når man skal forklare multiplikasjon og divisjon av brøker, fordi dette ikke naturlig kan forklares gjennom praktiske eksempler. Forfatterne hevder allikevel at man skal bruke tid på å sette dette inn i praktiske situasjoner slik at elevene har mulighet til å forstå hva som skjer gjennom praktiske eksempler, som de senere kan støtte seg til i arbeidet med slike regneoperasjoner (s,240-). Forfatterne viser til ulike fagdidaktiske skoler i forhold til læring av f.eks brøk, og trekker frem en hollandsk skole som kalles Realistisk Matematikkundervisning som var en protest på at man brukte teoretisk matematikk også i grunnskolen. Her vektlegges det at elevene skulle delta aktivt i sin egen læreprosess og få praktiske erfaringer for å kunne utvikle sine begreper. De vektlegger også diskusjoner og samarbeid som vesentlig i en læreprosess. Dette minner mye om prinsippene bak Alle Teller og den filosofien denne er bygget på. Hensikten med Alle Teller er både å kunne identifisere misoppfatninger, kunne rette disse opp gjennom gode undervisningsopplegg, gjerne med praktisk tilsnitt, og hjelpe lærerne slik at de unngår å skape misoppfatninger. Boka er både en test og ei generell lærerveiledning i undervisning i talloppfatning og tallforståelse (McIntosh, 2007, s.2). Derfor velger jeg å bruke veiledninga og de forslag til videre arbeid som denne skisserer i min oppfølging og dialog med elevene. Selv om det ikke er rom for praktiske øvelser vil jeg også relatere oppfølgingsspørsmålene til praktiske situasjoner, og følge opp elevenes egne praktiske eksempler. Hvis måten elevene ordlegger seg på, ytre representasjon, gir et bilde av hvordan de har organisert kunnskapene sine, indre representasjon, vil dette bidra til å gi innsikt i hvordan de har lært begrepene i tema brøk.

Videre ønsker jeg å fremme at elevene delta mer i sin egen læringsprosess gjennom å skrive og kommunisere med lærer. Det finnes flere ulike didaktiske metoder for innlæring og progresjon i brøkinnlæringa. I mitt prosjekt forventet jeg at elevene gjennom nesten 10 års skolegang hadde en viss kjennskap til brøkbegrepet og kunne formidle dette til lærer. Min hensikt var ikke å evaluere en metode for undervisning i brøkbegrepet, men å se om de kunne utvikle/forsterke sin egen forståelse gjennom å skrive begreper med egne ord og egne eksempler. Det var ikke min hensikt å lage et spesielt undervisningsopplegg om brøk, men brøk var et egnet område for å prøve ut metoden som var skriving av begreper. Flere beskriver hvordan en optimal undervisning må bygge på en gradvis utvikling for den enkelte elev. Kieren har en modell for kunnskap om rasjonale tall bygd opp som sirkler som omslutter hverandre. Den innerste sirkelen er det individet kan med bakgrunn i det miljøet de befinner seg i, også kalt **etnomatematikk**. Neste sirkel kalles for **intuitiv kunnskap**, dette er basert på dagligmatematisk kjennskap og forståelse. Neste ring representerer bruk av **standard matematisk språk og algoritmer**, og den siste er den **teoretiske matematikken**. Han hevder videre at dette er en dynamisk modell, og at man kan operere på flere områder samtidig (Behr et al., 1993, s.298-). Jeg ser for meg at de innerste sirklene er avgjørende for om man kan bevege seg videre til de to ytterste, og en av de utfordringene jeg hadde i veiledningsarbeidet mitt var også å avdekke hva elevene kunne og hadde erfaring med før jeg ga tilbakemelding på det de skrev. Siden målet var å se om skriving kunne fremme forståelse var det språket, det skriftlige som var redskapet vi skulle bruke i denne sammenhengen, og det var ikke rom for å gjennomføre praktiske undervisningsopplegg i denne omgangen.

Tema brøk er sortert under overskrifta Tal og algebra i LK06 og kompetansemålene for 10.klasse i forhold til brøk er at de skal kunne:

## Masteroppgave i tilpasset opplæring

*\* sammanlikne og rekne om heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, og uttrykkje slike tal på varierte måtar.*

*\* rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk.*

Og i tillegg har vi kompetansemålene for 7.trinn som helst skal ligge i bunnen for videre læring i ungdomsskolen.

*\* beskrive plassverdisystemet for desimaltall, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent, og plassering av dei på tallinja*

*\* finne samnemnar(bm.:fellesnevner) og utføre addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av brøkar*

*(Kunnskapsdepartementet, 2006, s. 62-63)*

Siden arbeidet mitt foregår i en 10.klasse er det naturlig at vi arbeider i forhold til kompetansemålene for 10.trinn, men jeg velger å vise også hvilke kompetansemål det er forventet at de skal ha nådd før de begynner på ungdomsskolen. Jeg har valgt å kartlegge forståelse i forhold til områder som testen Alle Teller vektlegger, men dette er ikke i motsetning til de mål læreplanen har for kompetanse på området brøk. Alle Teller 10 måler forståelse på områdene:

- \* Likeverdige brøker
- \* Plassering av brøk på ei tallinje
- \* Relativ størrelse på brøk

Dette vil være tema for elevenes skriving, og jeg vil komme tilbake til hvilken forståelse elevene forventes å ha innenfor disse områdene på nivå 10 (10.klasse).



## 2.7 HVA MÅLER TESTEN ALLE TELLER

Testen og håndboka har som hensikt å bidra til at lærere skal kunne identifisere misforståelser og kunne hjelpe elever videre i læringsarbeidet (McIntosh,2007). Videre gir håndboka en tilnærming til undervisning og læring om tall ut fra et perspektiv som bygger på talloppfatning og tallforståelse. Målet med boka er at lærer skal kunne veilede i videre arbeid slik at eleven kan oppnå best mulig kompetanse (ibid. s, 2). Jeg har derfor valgt å ta utgangspunkt i både testen og veiledninga i det videre arbeidet.

Jeg brukte testen nivå 10 siden arbeidet foregår i en 10.klasse, og vil i det følgende redegjøre for hva denne testen måler på området brøk, oppgave 5 -9 og hva det innebærer å forstå innenfor de ulike områdene. Hvilke misforståelser og misoppfatninger som kan ligge til grunn for at de svarer feil, og hvilke anbefalinger man kommer med i det videre arbeidet for å oppnå bedre kompetanse på området.

Kapittelhenvisningene i parentes viser til de ulike områdene som testen måler:

kapittel 5.6 Forstå likeverdige brøker

kapittel 5.7 Relativ størrelse på brøk

kapittel 5.8 Plassere brøker på ei tall-linje

Her velger jeg å ta med spørsmålene slik de fremkommer i testen, og hva den enkelte oppgave måler.

**Spm. 5** *Sett ring rundt den største brøken:* (kap.5.7)

A:  $\frac{5}{6}$       B:  $\frac{5}{7}$       C:  $\frac{5}{8}$       D:  $\frac{5}{9}$

*Spørsmålet tester om eleven kan: Vet at jo større nevneren er, jo mindre blir brøken hvis tellerne er like.*

**Spm. 6** Sett ring rundt alle brøkene som er større enn  $3/4$ , men mindre enn 1.

(kap.5.7)

$2/3$   $5/8$   $4/5$   $7/10$   $4/3$

Spørsmålet tester om eleven kan: Forstår brøk.

**Spm. 7** Sett ring rundt tallet du kan sette inn på den ledige plassen slik at

regnestykket nedenfor blir riktig:

(kap.5.6)

$$1/2 \times \underline{\quad} = 3/6$$

A:  $2/4$       B:  $2/3$       C:  $3/3$       D: 3

Spørsmålet tester om eleven kan: Forstår likeverdige brøker. En må multiplisere med  $3/3 (=1)$  for ikke å forandre brøkens verdi.

**Spm. 8** Hvor mange ulike brøker fins det mellom  $2/5$  og  $3/5$  ?

(kap.5.6 5.7 5.8)

Sett ring rundt A, B, C eller D og fullfør svaret.

A: Ingen. Hvorfor?

---

B: En. Hvorfor?

---

C: Noen. Skriv to.

---

*D: Mange. Skriv to.*

---

*Spørsmålet tester om eleven kan: Har en god forståelse for brøk, og forstår at mellom to vilkårlige brøker finnes det alltid mange brøker.*

**Spm.9** Skriv et tall i boksen for å lage en brøk som representerer et tall mellom

2 og 3

(kap.5.7)

/ 8

*Spørsmålet tester om eleven kan: Kan skrive et heltall større enn 1, som en uekte brøk. Alle heltall fra og med 17 til og med 23 gir riktig svar.*

Beskrivelsen av hva oppgaven måler er hentet direkte fra Håndboka til Alle Teller s.140 og Test Nivå 10.

Jeg tok utgangspunkt i disse oppgavene i det videre arbeidet der elevene skulle skrive begreper og forklare hva de la i de ulike begreper. Som det fremgår av spørsmålene tok ikke testen med alle sider ved forståelse av brøkbegrepet, og kapittelbenevnelsen i parentes ved hvert spørsmål viser til hvilket område som de ble prøvd i. Jeg vil videre redegjøre for disse ulike områdene og si noe om hva det innebærer å forstå dette aktuelle området, hvilke misforståelser gale svar kan bygge på og anbefalinger i arbeidet med å øke kompetansen til eleven. Jeg bygger dette i sin helhet på håndboka til Alle Teller.

Jeg ba alle elever å opprette et tema som het brøk, og ba dem om å forklare dette. Videre valgte jeg ut områdene som ble testet:

- Forstå likeverdige brøker

- Relativ størrelse på brøk
- Plassere brøker på ei tall-linje

**Forstå like verdige brøker.**

(kap. 5.6)

Alle Teller beskriver dette som en sentral del av både tallforståelse i brøk og også en forutsetning for å kunne regne med brøk. To brøker er likeverdige hvis de begge er uttrykk for samme størrelse. Det vanlige er at man har lært å gange teller og nevner med samme tall, men dette gir ikke nødvendigvis innsikt i hva likeverdige brøker er (s. 29). Dette kan skyldes lite øvelse og lite innsikt i hvorfor man må lage likeverdige brøker for å kunne legge disse sammen, og kanskje lærer de det bare teknisk og flyktig og bruker lite tid på å forstå hvorfor det er slik. McIntosh peker på at denne type generalisering ikke er så klar for elever og at mange elever ikke ser at det er noen brøker mellom for eksempel  $2/5$  og  $3/5$ . Noen elever ser ut til å tro at å multiplisere med 3 er det samme som å multiplisere med  $3/3$ . Han anbefaler å bruke tid på å forstå at å multiplisere med  $3/3$  er det samme som å multiplisere med 1, og bruke mye tid på konkretisering i form av f.eks klippe og dele opp. Siden jeg i denne sammenhengen skulle bruke skriving som redskap valgte jeg ut de oppgavene som var egnet for dette. Jeg valgte følgende oppgaver på dette området:

*Kan du skrive disse brøkene som tolydeler:  $1/4 = \quad /12$      $1/2 = \quad /12$      $3/4 = \quad /12$*

*Forklar hvorfor  $2/3 = 6/9$*

*Forklar hvorfor  $9/15 = 12/20$*

I første omgang ba jeg elevene om å beskrive likeverdige brøker med egne ord, og fulgte så opp med disse spørsmålene etter hvert. Ikke alle elevene fikk alle tre spørsmålene, dette avhang av om de klarte å svare på de første spørsmålene eller

om de kanskje svarte slik at de hadde forklart flere spørsmål med det de skrev.

### **Relativ størrelse på brøk og plassere brøk på ei tall-linje. (5.7 og 5.8)**

Disse blir beskrevet sammen og til forskjell fra likeverdige brøker der vi ser på størrelse på enkeltbrøker ser vi her på sammenlikning av brøker med hverandre. McIntosh peker på at den vanligste måten å gjøre dette på er å omforme brøkene til likeverdige brøker slik at de kan sammenlignes. Han viser også til at de vanligste misforståelsene bygger på at jo større nevner dess større brøk, eller i noen tilfeller jo større teller dess større brøk. For å kunne sammenligne brøk må elevene kunne at:

- *brøker er likeverdige deler av en helhet eller et område*
- *et brøkuttrykk for en hel, er likeverdig med en helhet eller et område.*
- *nevneren viser hvor mange deler den hele er delt inn i*
- *telleren viser tallet på hvor mange brøkdeler av den hele det dreier seg om.*

Anbefalingene går ut på å oppfordre elevene til å se på enkeltbrøkene som skal sammenlignes, og få dem til å bruke den kunnskapen de har om brøk framfor å huske en eller annen regel (McIntosh, 2007, s.32-33).

Jeg fulgte samme prosedyre som på forrige tema, først prøve å forklare begrepet fritt for deretter å følge opp med konkrete oppgaver/spørsmål.

Spørsmålene jeg valgte ut var:

#### ***Relativ størrelse på brøker:***

*Er 2/5 større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Er 3/4 større eller mindre enn 4/5? Hvorfor?*

#### ***Plassering av brøk på tall-linja:***

*Kan du plassere disse brøkene i stigende rekkefølge(minst først):*

*1/8, 1/10, 1/6, 1/5, 1/4.*

Jeg valgte å holde meg til disse spørsmålene i min tilbakemelding til elevene, med unntak av oppklaringsspørsmål hvis jeg ikke helt forstod hva de skrev.

For å kunne analysere elevene med bakgrunn i registrerte resultater fra den første testen med Alle Teller, valgte jeg å dele dem inn i tre ulike grupper:

- Manglende forståelse
- Delvis forståelse
- God forståelse

Jeg vil komme tilbake til disse kategoriene og redegjøre for hvordan jeg plasserte elevene inn i disse.

## KAPITTEL 3 DESIGN OG METODE

Forskning defineres som:

*Leting etter kunnskap...er det særlig tre begreper som går igjen, nemlig grunnforskning, anvendt forskning og innovasjon...Grunnforskning og den anvendte forskningen har det til felles at hensikten er å skaffe frem ny og original kunnskap. Innovasjon derimot er betegnelse på en virksomhet hvor kunnskapen implementeres, eller tas i bruk, i den virkelige praktiske verden (Skogen, 2004, s.14).*

Jeg ville bruke kunnskap om skriving av begreper for å bedre forståelsen til elevene i matematikk. Jeg ønsket å etablere en praksis der skriving i matematikk hadde som mål at elevene utviklet sin forståelse i faget. En av utfordringene var hvordan jeg skulle gjøre dette slik at jeg oppnådde ønskede resultater og samtidig kunne formidle det videre slik at det kunne brukes av andre. Jeg har allerede gjort et valg i forhold til at jeg ønsket å bedre praksis og implementere denne endringa i videre arbeid, det var hensikten med arbeidet mitt. Jeg kunne ha valgt å studere virkning av skriving i matematikk i en gitt situasjon, eller et bestemt tema og ville da kunne brukt case studie design. Men siden målet mitt var å få til endring, gjøre en innovasjon, fant jeg at det var Aksjonsforskning som ville være best egnet som design for dette forskningsprosjektet.

Det var viktig at den testen jeg brukte var designet for å kartlegge forståelse, og jeg vurderte hvordan jeg skulle kunne gjøre en posttest uten at elevene hadde etablert en kunnskap i forhold til de oppgavene som de fikk. Utfordringen var om det var mulig å teste om elevene hadde utviklet sin forståelse. Jan Johnsen viser til at en kan trene elever opp til bedre resultater rett og slett ved at de blir øvet i denne formen (J. Johnsen, 2008), og Gisle Johnsen beskriver problemet i forhold til testresultatenes validitet ” Det bør gå noe tid, kanskje minst et halvt år, mellom pre og posttesting på grunn av barnas evne til å gjenkjenne spørsmål

og svar”(G. Johnsen, 2006, s.114). Jeg valgte å bruke samme test tre ganger, men elevene fikk ikke vite hvordan de hadde gjort det på testen og oppgavene ble ikke gjennomgått med klassen før forskningsperioden var over.

### 3.1 AKSJONSFORSKNING

*En aksjonsforskningstilnærming krever en type akademisk fleksibilitet og kreativitet i tillegg til praktisk feltforståelse som kan virke fremmed eller for krevende for forskere som er sosialisert inn i den tradisjonelle akademiske forskningsverdenen (Berger, 2006, s.10).*

Min utfordring som førstegangsforsker og lite sosialisert inn i den tradisjonelle akademiske forskningsverden har nok heller vært hvordan jeg skulle bruke min praktiske feltforståelse på en slik måte at det også kunne formidles til/og med et språk som tilhører den akademiske forskningsverdenen. Hun fremholder videre at påvirkning vil foregå i all forskning der forskeren er tilstede i feltet, og at de mange rollene som må ivaretas samtidig i et aksjonsforskningsprosjekt kan oppfattes som en for stor belastning. Forskeren må ivareta en dobbel refleksjon der han samtidig som han skal tolke og reflektere over resultater, også må være bevisst på at hun/han påvirker det feltet han er en del av (Berger s. 10-17).

*Innenfor en aksjonsforskningsstrategi tolkes ikke bare en mening ut fra en gitt virkelighet, men forskeren går inn i en konstruksjonsprosess med endring av virkeligheten hvor mening fremkommer gjennom interaktiv og veloverveid drøfting av funn som er gjort i samarbeid mellom forskere og praktikere (ibid s.17).*

Spørsmålene jeg stilte meg selv i forkant av innovasjonen var, vil jeg klare å ivareta alle disse aspektene i arbeidet mitt? Vil jeg kunne se de ulike resultatene med ”forskerens” blick, og relatere til teori. Det var ei utfordring å ta ”timeout”



for å reflektere over funn, samtidig som jeg både ønsket og skulle gjennomføre et endringsarbeide. Forskerens mulighet til å gå i dybden er både en mulighet og ei utfordring for en praktiker som er vant til å ha fokus på tiltak mer enn refleksjon. I tillegg foregikk dette som en del av den ordinære undervisninga, med forventning om å holde tidsplaner og gjennomføre faget etter oppsatte kompetansemål. I perioden der jeg samlet materiale og samtidig drev med ordinær undervisning var det begrensede muligheter til å gå i dybden i forhold til refleksjon, her måtte arbeidet gå etter oppsatt plan og det var lite rom for å gå i dybden. Men i etterkant har jeg kunnet se på både elevenes produkter og min egen rolle på en helt annen måte, noe som har gitt meg innsikt og forståelse som gjør at jeg ønsker å legge om og videreutvikle min egen undervisningspraksis som resultat av dette.

### 3.2 FELTARBEID I EGEN KULTUR

For å finne støtte for å kunne utføre denne innovasjonen selv har jeg sett til andre forskningstradisjoner og vil bruke Wadel`s bok om Feltarbeid i egen kultur som utgangspunkt (Wadel, 1991) .

Wadel beskriver i denne boka de grunnleggende særtrekk ved feltarbeid, og gir konkrete eksempler fra gjennomført forskning. I mitt arbeid var dilemmaet hele tida om jeg kan være så nært de/det jeg skal forske på. Wadel peker på at de grunnleggende særtrekk ved feltarbeid er:

*Feltarbeid kjennetegnes ved å vektlegge et teoretisk perspektiv som relasjonelt og prosessuelt. En feltarbeider søker etter relasjonelle og prosessuelle forklaringer på menneskelig atferd.*

*Det teoretiske perspektivet gjenspeiles i hvilke teorier en tar i bruk og forsøker å utvikle. De grunnleggende teorier feltarbeideren tar i bruk og prøver å utvikle, er samhandlingsteorier.*

*Det teoretiske perspektiv gjenspeiler seg også i de grunnleggende begreper og begrepsapparater feltarbeidere bruker og prøver å utvikle. De viktigste begrepene går direkte på samhandling mellom individer og grupper. Vi kan betegne slike begreper som relasjonelle begreper.*

*Den metoden (i snever forstand) som egner seg best til å fremskaffe data om samhandling, til å utvikle relasjonelle begreper og samhandlingsteorier og til å fremsette relasjonelle og prosessuelle forklaringer, er deltakende observasjon (ibid s.11).*

Kan dette brukes til å forsvare at jeg er deltaker i den prosessen jeg skal forske på? Selve begrepsskrivinga vil ha form som en samhandling mellom eleven og lærer. Gjennom dette fellesarbeidet skal læreren prøve å få innsikt i elevens språk og begreper i faget matematikk. Gjennom arbeidet ønsker lærer å kommunisere med eleven på en slik måte at eleven utvikler sin forståelse i faget. For å kunne gjøre dette må kommunikasjonen være av en sånn art at en har samme språk og forstår hverandre. Ei av utfordringene i arbeidet var å få innsikt i hvordan den enkelte elev tenkte, hva de forstod og hva de ikke hadde forstått. Videre skulle jeg følge opp med spørsmål som jeg på forhånd hadde valgt ut fra Alle Teller, og i forhold til enkelte elever fungerte disse dårlig. Jeg måtte da ut fra det den enkelte elev skrev prøve å sette meg inn i deres tankegang, og stille nye spørsmål som bedre kunne få dem til å vise sin forståelse eventuelt hva de ikke forstod.

*Med andre ord er det ikke faglig innsikt som i første rekke gjør feltarbeideren i egen kultur i stand til å forstå hva han observerer, men den gjensidige felles-kunnskapen som han deler med dem han studerer...Feltarbeid i deltakende observasjon krever derfor at en er i stand til å være "sosiolog på seg selv". Å være det innebærer at en*

*under feltarbeidet stadig analyserer sin egen atferd og sine egne kulturelle verdier(Wadel, 1991, s.19).*

Jeg var ganske ydmyk for oppgaven og så for meg ulike problemstillinger som kunne dukke opp. Har jeg med meg forventninger om den enkelte elev som kan forhindre oppdagelser av vesentlig betydning i arbeidet mitt? Og kan det være at jeg bruker et språk som ekskludere enkelte elever i utgangspunktet? Jeg måtte korrigere tilbakemeldingen i forhold til enkeltelever, når jeg oppdaget at de spørsmålene jeg hadde valgt fra Alle Teller ikke fungerte prøvde jeg å tilpasse spørsmålene til den enkelte. Og jeg opplevde at jeg selv ga en elev et spørsmål som var feil, men siden denne eleven stort sett ikke svarte på de spørsmålene som jeg stilte fra Alle Teller oppdaget jeg ikke feilen før etter at arbeidet var ferdig. Hvis mine forventninger til denne eleven ikke hadde vært basert på kunnskap om hans tidligere prestasjoner, ville jeg kanskje ha oppdaget feilen tidligere. Det var derfor av særlig betydning at de metoder jeg benyttet var valide og reliable, og kunne måle det jeg ønsket å måle. Jeg har erfart at resultatene på testen Alle Teller ikke nødvendigvis samsvarer med de karakterene elevene får i faget. Og det er derfor viktig å presisere at det er forståelse jeg er ute etter å dokumentere og derfor valgte et redskap som måler dette.

Wadel beskriver problemene med å drive forskning i form av deltagende observasjon er å få tilgang til feltet ved andre roller enn forskerrollen. Min situasjon var omvendt, jeg har en avklart rolle i feltet, jeg er matematikklæreren. Elevene mine forventer at jeg skal forholde meg til dem i denne rollen, og de oppførte seg ikke annerledes under dette prosjektet enn i enhver annen undervisningssammenheng sammen med meg. Kanskje de kunne synes at det er litt ekstra spennende når de vet at jeg skal bruke dette videre til forskning, men

ellers unngår jeg problemer med at det oppstår kunstige situasjoner fordi en forsker er tilstede. Utfordringen min var hele tida at jeg må kunne forske på noe der jeg er deltaker.

Wadel beskriver videre fordelene ved å være sin egen informant (ibid s.62) ved å være deltaker i det samfunnet en studerer. I min situasjon er det mange fordeler med at dette er avklart i utgangspunktet. Jeg vet hva min rolle er og hvor jeg befinner meg i dette samspillet, og elevene vet hva både min og deres rolle er i denne situasjonen. Jeg kunne derfor bruke tida på selve innholdet i forskningen og relativt lite tid på å definere og jobbe meg inn i feltet.

Wadel beskriver feltarbeid som komplementære roller og ferdigheter.

*Å være sosiolog på seg selv innebærer også å bruke relasjonelle forklaringer på den samhandlingen som feltarbeideren inngår i overfor informanter. Forholdet mellom feltarbeider og informant er et komplementært forhold. Rollen en feltarbeider tar/blir gitt, må være komplementære til de rollene som informantene tar og blir gitt (ibid s.69.)*

I det videre tar Wadel for seg observasjon og tolking av samspill, noe som ikke var hovedfokus i mitt prosjekt. Jeg har mer fokus på hva de skriver og hvordan dette gir et bilde av den forståelsen de har i matematikk. Men jeg er også her klar over at det hele tida er min vurdering og tolkning både av elevens forståelse, og hva de har behov for av tilbakemelding som blir lagt til grunn. Et annet aspekt er også hvordan eleven responderer på lærers tilbakemelding og hvordan de bruker dette i det videre arbeidet. Så selv om jeg ikke skal analysere samspillet mellom lærer og elev, vil dette ha stor betydning for om vi lykkes i å kommunisere slik at elevens forståelse utvikler seg best mulig.

### 3.3 INNOVASJON

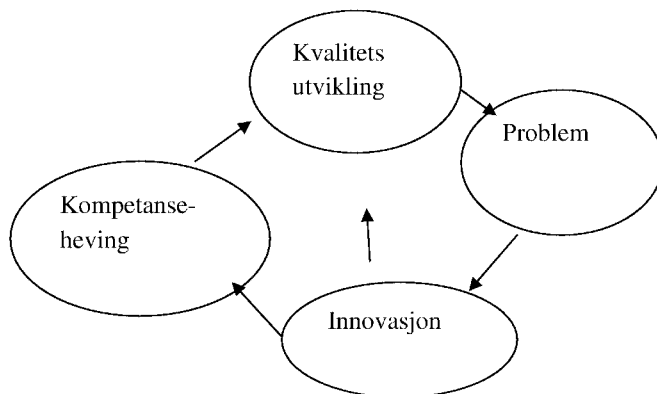
Skogen trekker frem to sentrale sider ved endringer i skolen.

”Realisering av tilpasset opplæring i en skole for alle forutsetter både utvikling av ny kompetanse og endring av praksis...En innovasjon er en planlagt endring som har til hensikt å forbedre praksis”(Skogen, 2004). For å kunne tilpasse undervisninga til den enkelte må en ha innsyn/innblikk i hva den enkelte elev kan og hvordan læreren kan hjelpe han/hun videre. Skogen skriver i samme bok s.34 at ”Den individuelle tilpasning av undervisningen (NOU 2003:16) forutsetter at læreren kan lære *om* eleven i sitt samspill *med* eleven.”(Skogen, 2004).

Mitt forskningsprosjekt hadde som mål å forbedre praksis i klasserommet. Jeg håpet at kommunikasjonen med elevene gjennom skriving av begreper og kommentar fra lærer skulle føre til at de utviklet bedre forståelse i matematikkfaget. I tillegg ser jeg at dette gir lærer en innsikt i enkeltelvers tenkning, som gir muligheter for bedre tilpasset opplæring.

Skogen viser til en modell som han kaller utviklingsløyfen som beskriver de ulike deler av et slikt endringsarbeid.

#### Utviklingsløyfen



Figur 1

Han viser her til hvordan man gjennom en innovasjon kan utvikle sin egen kompetanse om det aktuelle problemet og gjennom dette bidra til kvalitetsutvikling (Skogen, 2004).

Mitt forskningsprosjekt hadde som mål å finne ut om denne type skriving i matematikkfaget kan føre til at eleven utvikler sin forståelse. Det er ikke store ressurser eller mange involverte på dette stadiet men et behov for å se nærmere på om praksis i klaserommet kan forbedres til elevenes beste. Siden dette er et prosjekt som ikke involverte flere enn en lærer og en klasse ville det i utgangspunktet kunne leve sitt eget liv uten å forstyrre resten av skolesamfunnet vi var en del av. Men jeg mener å ha funnet tydelige tegn på at dette er en metode som har noe for seg, og vil i neste omgang spre dette videre til kollegaer og eventuelt andre som kan ha nytte av denne kunnskapen i sitt arbeid. Olin viser til Somekh og Thaler (1997) som hevder at for å vinne gehør for aksjonsforskning bør man forsøke å skape et positivt eksempel som kan få spredningseffekt (Olin , s.136). Jeg så for meg at det kunne være veien å gå dersom resultatene ble slik jeg ønsket. Skolefolk er mer mottakelig for endringer hvis en kan vise til konkrete eksempler og hvordan dette ble gjennomført.

#### 3.4 MOTSTAND MOT ENDRING

Flere av forfatterne som skriver om denne type forskning Innovasjon/Aksjon beskriver problemene du kan møte i en organisasjon som forsker og endringsaktør. I mitt prosjekt var dette ikke noe problem da jeg ikke trengte ekstra tilgang til verken klasserom, elever eller praktiske situasjoner der endringsarbeidet kunne gjennomføres. Jeg var faglærer i klassen og har gjennomført et arbeid for å kvalitetssikre læringsarbeidet for elevene innenfor

gjeldene rammer av læreplan og ressurser. Men jeg så at det ble et dilemma i forhold til hvor mye tid som kan brukes både i forhold til det elevene må arbeide med i timene, og hvor mye tid jeg kunne bruke i forhold til mengde av innsamlet materiale og antall elever som skulle inngå i forskninga. I utgangspunktet deltok hele klassen da dette skulle være en naturlig del av den undervisninga klassen fikk, men jeg gjorde et utvalg av enkeltelever (eksempelelever) for å beskrive/analysere tendenser i de ulike gruppene.

For at flest mulig informanter skulle kunne være grunnlag for arbeidet mitt ga jeg en grundig informasjon både til elever og foresatte. Gjennom orientering på foreldremøter og skriftlig orientering ba jeg om samtykke både fra elevene selv og deres foresatte. I tillegg vil all informasjon knyttet til elevers resultater anonymiseres slik at det ikke skal vær mulig å identifisere enkeltelevers resultater (vedlagt brev til elever og foresatte).

Har vi egentlig tid til å gå i dybden i 10.klasse når vi skal forberede oss til eksamen og videregående skole? Samtidig skal elevene på skoletur og samle inn penger til dette formålet. Erfaring fra 10.klasse tilsier at vi ikke har mye tid til å gjøre ting som ikke står i fagplanen. Det var derfor viktig å kunne argumentere både i forhold til elever, foresatte og rektor at det arbeidet som ble utført ikke ville ta tid fra andre viktige områder, og var av faglig karakter som elevene hadde bruk for.

Det som er spennende med denne type forskning er at jeg faktisk ikke kunne vite hva som vil være av praktiske utfordringer før jeg var i gang. Tidligere erfaring med små utviklingsprosjekter i egen klasse overrasket meg i forhold til hva som ble praktiske problemer. Under innsamling og registrering oppdaget jeg at det største problemet var at få elever var til stede gjennom hele prosjektperioden. Det ble derfor vanskelig å konkludere i forhold til om prosjektet hadde verdi for

mange elever fordi de bare deltok i deler av opplegget. Her var jeg i utgangspunktet ikke helt sikker på hva som ville være lurt å gjøre i dette prosjektet, og hva jeg hadde kapasitet til. Skulle jeg vente på at alle elever får skrevet ferdig hver gang, og ta tid til at alle får delta også etter fravær? Jeg startet opp med hele gruppa (18) og starter så tidlig som mulig ved skoleårets begynnelse, sånn at jeg hadde muligheter for justeringer i forhold til tidsbruk og valg av informanter. Denne gangen viste det seg at det skulle by på problemer å få inn samtykkeskjemaer, ingen foresatte eller elever uttrykte at de ikke ønsket å delta, men å få inn skriftlig samtykke var problematisk. Etter uttallige nye kopier av brevet, og meldinger på månedsrapporter konkluderte jeg med at det fikk holde med de 15 jeg hadde fått inn i midten av januar. Videre ble den uka som var satt til skrivearbeidet noe "amputert" da flere elever måtte ut i arbeid for klasseturen. Dette kom opp etter at arbeidet var startet, og jeg hadde ingen muligheter for å påvirke slik at de kunne flytte det til en annen uke. Kontinuiteten ble nok dårlig for enkelte elever men de gjorde sitt beste og skrev videre når de var tilbake på skolen, enkelte skrev også på ettermiddagstid.

### 3.5 EVALUERING

En del av det arbeidet som inngår i mitt prosjekt er å evaluere virkningen av det tiltaket som settes i verk, veiledet skriving av begreper. Jeg vil vurdere om de utvikler sin forståelse i matematikk gjennom en slik prosess. Skogen viser til at evalueringsforskning skal ende opp med vurderinger, ha en hensikt og skriftliggjøres (Skogen, 2004).

Jeg gjennomførte ikke en Evalueringsforskning men vil ha nytte av elementer fra denne tradisjonen i mitt arbeid. Jeg fant det nyttig å evaluere fortløpende i



forhold til problemstillinga samtidig som jeg konkluderer til slutt. Og i denne forskningsrapporten vil jeg ende opp med ei evaluering av både prosess, metode og resultat av innovasjonen.

### 3.6 RELIABILITET OG VALIDITET

I mitt arbeid har jeg søkt å forbedre praksis i egen klasse, og gjennom bruk av testen Alle Teller, måle om det skjer ei utvikling av forståelse. Jeg har ingen intensjoner om å konkludere med gyldighet for hele populasjonen, men finner det derfor viktig at testene jeg bruker måler det jeg har tenkt å måle (teoretisk validitet)(Holand, 2006, s.47). Det vil også være et ønske at det jeg har funnet kan være av interesse for andre, og kanskje noen andre kan tenke seg å prøve dette ut i praksis. Derfor har det vært viktig å bruke allerede kjente tester(Alle Teller) og læringsprogrammer designet for begrepsoppbygging(BBL). Dersom resultatene av mine funn er av interesse vil jeg kunne formidle dette videre gjennom forskningsrapporten/publisering og forum som er etablert i forhold til både Alle Teller(Matematikksenteret) og BrainBankLearning(Cerpus). Det vil også gjøre det enklere å gjennomføre denne endringen i flere klasser på egen skole dersom jeg kan vise til forskning og dokumentasjon av utvikling (reliabilitet, ibid s. 47).

De fleste forskerne som arbeider med aksjonsforskning samarbeider med en praktiker, men enkelte beskriver også hvordan de har gått inn i arbeidet selv. Olin betegner dette som å være ”utvevlingsledare” for eksempel på egen arbeidsplass. Selv om hun etter hvert ser fordelene med å lede utviklingsarbeid med andre som praktikere der hun som aksjonsforsker ledet praktikere i utviklingsarbeidet, begynte hun arbeidet sitt som både forsker og praktiker. I

dette arbeidet støttet hun seg til Andersons fem validitetskriterier for denne type forskning:

- demokratiske(democratic)
- resultatvaliditet (outcome)
- katalytisk(catalytic)
- prosessvaliditet
- dialogisk(dialogic)

(Olin, s,134)

Dette innebærer at man skal involvere deltakerne, få et svar på forskningsspørsmålet, påvirke deltakerne til endring, synliggjøre problemet og muliggjøre for andre å kunne se det samme. Og til slutt kunne være i dialog med andre aksjonsforskere for diskusjon og kritiske tilbakemeldiger (kritisk venn). Olin bruker disse kriteriene til hjelp for å kunne vurdere sitt eget forskningsarbeide, og jeg så at dette kunne være et grunnlag for vurderingsarbeidet som måtte komme i etterkant av aksjonen. Jeg vil komme nærmere inn på dette i siste del av rapporten.

### 3.7 ALLE TELLER

Hvordan skulle jeg gå frem for å finne svar på om elevene utvikler bedre forståelse gjennom skriving av begreper? Utfordringa er å kunne måle ei utvikling, og vite hva jeg egentlig måler. For å kartlegge hva de kan i utgangspunktet tenkte jeg at det kunne vær greit å starte med Matematikksenterets test Alle Teller. Denne anbefales brukt ved skoleårets

begynnelse, og jeg valgte av praktiske grunner å starte så tidlig som mulig på høsten.

Denne testen måler misoppfatninger og misforståelser på området Tall og Tallforståelse. Dette registreres i et skjema og det fremkommer da hvilke områder eleven har problemer på og på hvilket nivå dette tilhører. Skjemaet viser oversikt over områder knyttet til tallbehandling i grunnskolen, og dekker 10 nivå fra første til tiende trinn. Innholdet er delt i tre hovedområder: Tallforståelse, forstå regneoperasjoner og beregninger (McIntosh, 2007, s.112) Disse 10 nivåene beskriver hva en gjennomsnittselev på dette årstrinnet bør kunne og er ikke læreplanrelatert. En finner på hvilket nivå enkeltelever presterer og legger opp undervisninga etter dette. Testen er ikke normert, og måler ikke hvordan eleven presterer i forhold til resten av populasjonen på dette klassetrinnet.

Videre valgte jeg ut et tema fra denne testen som kunne egne seg for arbeid med begreper. Utvelgelsen av tema ble ikke klart før testen var gjennomført, og det var flere områder der elevene hadde utviklingspotensialer. Her oppstod det derfor flere spørsmål av praktisk art, skulle jeg velge områder som vi allikevel skulle gå igjennom? Hva med forholdet mellom test og kontrollen, hva var det egentlig jeg skulle undersøke? Jeg endte derfor med å velge to sentrale tema som begge skulle undervises om, brøk og prosent, og å skrive kun i forhold til det ene brøk. Det jeg håpet å se her var både om de testet bedre på det temaet de hadde skrevet om, og å se på hva og hvordan de skrev. Testen legger opp til at man skal følge opp den skriftlige testen med et individuelt muntlig intervju for å få bedre innsikt i hvordan eleven tenker. I testen er dette brukt for å få innsikt i elevenes tenkemåte for videre å kunne legge opp en best mulig undervisning for den enkelte i etterkant. Jeg mener at dette også var egnet i min forskning da innsikt i elevenes forståelse og framgangsmåte ved oppgaveløsning gir meg

bedre innsikt til videre kommunikasjon med eleven. Ved å ta en samtale med elevene på det utvalgte område vil jeg kunne korrigere resultatene fremkommet av testen. Noen ganger kan det være at eleven har misforstått spørsmålene, eller kanskje har lest feil. Testen er skriftlig og individuell, og for å få sjekket ut om enkeltelever har forstått oppgaven kan det være greit med en oppfølgingssamtale på dette tidspunktet. Jeg ønsket å se om de utvikler forståelsen, og trenger derfor å være mest mulig sikker på at det er forståelsen jeg har målt. Det var spesielt en oppgave som få hadde svart rett på, og jeg valgte derfor å ta en samtale med alle om akkurat denne oppgaven på testen

Johnsen kaller sin redegjørelse for Intervju ”en forskningssamtale i møtet mellom mennesker”(G. Johnsen, 2006, s.118) . Han redegjør for ulike former for intervju og viser til alt fra det strukturerte intervjuet med lukkede spørsmål, via det semistrukturerte med en intervjuguide og til det ustrukturerte der man ikke har med en forhåndslaget guide(ibid. s.119-120).Valg av type intervju avhenger av hva en ønsker å få informasjon om. Siden jeg hadde til hensikt å få innsikt i om eleven har forstått en oppgave rett, for å utelukke feilkilder i kartlegginga ved oppstart av prosjektet, hadde jeg ikke behov for lukkede spørsmål eller en stram intervjuguide. Jeg støtte meg allikevel til en bestemt prosedyre for gjennomføring av disse samtalene.

I veiledninga til Alle Teller definerer man intervju som:

”Et intervju kan være en kort og uformell samtale ved pulten, eller det kan foregå som en mer formell og planlagt samtale, uansett er det viktig at det er en dialog mellom lærer og elev og at den får foregå uforstyrret”(McIntosh, 2007, s.143).

Det var derfor mulig å gjennomføre dette med alle 18 elever i forhold til en oppgave på testen, og siden jeg ønsket å ta notater samtidig, foregikk dette

bakerst i klassen mens en annen lærer hadde ansvar for resten av gruppa. Alle Teller har med en prosedyre for hvordan et slikt intervju bør være (McIntosh, 2007, s.143). Hensikten med intervjuet er å finne mer ut om elevens tenkemåte og det er derfor laget en punktvis huskeliste for lærer ved gjennomføring av en slik elevsamtale:

- 1.La eleven stå for snakkingen*
- 2. Under intervjuet må læreren ikke undervise.*
- 3. Ikke vis hva du tenker underveis i intervjuet (ibid s.144).*

Videre anbefaler de å bruke en fremgangsmåte bygd på Newmans analyse .

*Den består av fem spørsmål.(Newmann,1983):*

- 1. Kan du lese spørsmålene for meg?(Lese)*
- 2. Hva spørres det om etter i oppgaven?(Forstå)*
- 3. Kan du fortelle meg en måte å finne svaret på?(bearbeide)*
- 4. Kan du vise meg hvordan du fant svaret og si meg hvordan du går fram for å finne det? ( beskrive framgangsmåte)*
- 5. Kan du nå skrive ned svaret på oppgaven? (Avkoding) (McIntosh, 2007, s.145).*

Jeg valgte en litt annen fremgangsmåte, men hadde som mål å få innsyn i hvordan de tenkte. Først leste jeg oppgave 8 for dem samtidig som de kunne lese den selv (Hvor mange ulike brøker fins det mellom  $2/5$  og  $3/5$  ?) og så stilte jeg alle sammen tre oppfølgingsspørsmål uansett hvilket svar de hadde:

Hvordan tenker du?

Må det være 5-deler eller kan du gjøre om?

Hvor mange brøker blir det da?

Gjennom denne kartlegginga skulle jeg ha fått et bilde på elevenes forståelse før vi starter arbeidet med begrepskartene, og kunne luke ut feilkilder som ikke har med matematisk forståelse og gjøre (se tabell 2).

Hvordan kan testen brukes i etterkant for å se om de har utviklet sin forståelse? Det beste hadde vært om de kunne få nye oppgave som testet det samme, da det å få samme oppgave på nytt kan føre til at de presterer bedre bare fordi de kjenner oppgaven. Det ideelle er om jeg kunne finne oppgaver fra andre nivåer (klassetrinn) som målte det samme. Men for å være helt sikker på at jeg målte det samme valgte jeg å bruke samme testen flere ganger. Elevene fikk ikke testen tilbake og fikk ikke gjennomgått oppgavene før etter siste test, de vil derfor ikke vite om de har svart rett eller galt. Første gang de fikk testen, fikk de hele testen og de neste gangene bare utvalgte oppgaver.

### 3.8 STRUKTURERT OG VEILEDET SKRIVING

Dette arbeidet er det som tok lengst tid for elevene og genererte mest materiale for meg som forsker. Her ble jeg en deltaker samtidig som jeg skal observere prosessen. Jeg skulle både lese elevenes begrepsforklaringer og gi dem relevant tilbakemelding. Spenningsmomentene var mange og ikke minst om de ville nyttiggjøre seg den tilbakemeldinga de fikk fra meg som lærer. Skrivninga var strukturert i den forstand at de ble bedt om å skrive begreper i bestemte temaer, og dette foregikk i hovedsak på skolen til bestemte tidspunkt. Egen erfaring viser at dersom alle elever skal gjøre en oppgave, eller svare på et spørsmål bør dette skje på skolen og til fastsatt tid. Jeg brukte deler av matematikktimene til dette arbeidet og trodde jeg skulle unngå problemer med innhenting av produkter i ettertid. Et problem var selvfølgelig elever som ikke var på skolen den dagen, og jeg måtte vurdere hvor mange slike skriveøkter vi kunne sette av

for at alle skal få bli ferdig. Siden dette foregår digitalt var det også en logistikkutfordring i forhold til om datamaskinene var ledig. Derfor valgte jeg at dette måtte gjøres over en konsentrert periode der jeg hadde avtalt tilgang på datamaskiner, og der elevene raskt fikk tilbakemelding fra lærer og raskt kunne gå videre i arbeidet med begreper.

Det var flere aspekter ved denne type skriving som ble viktig for meg å undersøke:

- Er dette faglig nyttig bruk av matematikktimene?
- Hvordan utvikles elevenes begreper over tid?
- Kan jeg ut fra det de skriver se forskjell på grad av forståelse?
- Nyttiggjør de seg den tilbakemeldinga lærer gir?
- Er dette egna for å tilpasse opplæringa bedre?

Det er her det ble mest aktuelt å gjøre et utvalg av ulike informanter som kan belyse spørsmålene mine best mulig. Jeg valgte ut elever som skårer ulikt på testen, og følger den enkeltes utvikling gjennom hele prosessen. Testen viser resultater som gjorde at jeg kunne dele elevene inn i ulike kategorier og jeg valgte følgende inndeling.

Manglende forståelse

Delvis forståelse

God forståelse

I utgangspunktet hadde jeg tenkt at manglende forståelse ville være den gruppa som hadde 0 poeng, og god forståelse var de som hadde alt rett men så at dette måtte modereres, se kapittel 5. Disse kategoriene brukte jeg til å velge ut elever som kunne sammenlignes i det videre arbeidet. Jeg hadde ikke på forhånd klare analysekategorier for vurdering av tekstene deres. Men så for meg at dette

kanskje kunne fremkomme undervegs, og at det i utgangspunktet kunne være greit å sammenligne de ulike gruppene både med hverandre og innad i gruppa. For eksempel finnes det klare likheter mellom de som skårer lavt, i hva de skriver? Og videre om det er klare forskjeller mellom de ulike gruppene, i forhold til mine fem spørsmål (se over). Jeg ønsket å undersøke hvordan elevene bruker språket når de skriver begrepsforklaringer i matematikk. Jeg velger å karakterisere den type skrivning som vi praktiserer som uformell, selv om temaet er lærerstyrt. Elevene måtte skrive om bestemte begreper, men de får ingen karakterer eller formell vurdering av det de skriver. De valgte i stor grad selv hvordan de ville skrive og lærerens rolle var å gi tilbakemelding som kunne avklare eventuelt utvikle de forklaringene de hadde skrevet, og bidra til å hjelpe dem videre i læringsarbeidet. Siden språket er det redskapet vi bruker når vi tenker var dette en måte for læreren å få innsikt i den enkeltes tenking om et bestemt tema, og det var interessant å se hvordan den enkelte elev brukte språket. Har de gjort dette til sitt eget språk og bruker flytende matematiske språk, eller må de forklare det matematiske språket både for seg selv og læreren gjennom bruk av praktiske eksempler. Dette er områder som jeg vil se nærmere på i analysen av elevtekstene og som kan bidra til å se om de har, eventuelt utvikler en bedre forståelse gjennom skrivning av begreper. Det har også i min matematikkundervisning vært trent lite på denne type skrivning og det var derfor interessant å se hvordan de skriver i en sjanger de ikke har fått spesiell opplæring i (uformell skrivning). Elevene har brukt regelbok/elevbok i matematikk og har vært oppfordret til å skrive med egne ord, men lærer har ikke benyttet seg av innsyn eller korrigerer av denne.

Jeg dokumenterer gjennom arbeidet (utskrift/lagre) både det elevene skriver i hele prosessen og det lærer kommenterer undervegs. Jeg håper her å kunne belyse den prosessen som foregår, og å kunne lese ut endring av forståelse etter



hvert. Derfor vil jeg ta med eksempler på dialoger mellom enkeltelever og lærer. Siden dette blir ei tolkning av elevenes tekster som ikke kan telles og måles etter en bestemt mal, ble det viktig å kunne måle elevenes forståelse gjennom en ny test i tillegg.

Prosedyre for innsamling av data blir beskrevet i neste kapittel.

## KAPITTEL 4

### KONKRET BESKRIVELSE AV FORSKNINGSPROSJEKTET

Ved skolestart i 10.klasse gjennomførte hele klassen testen fra matematikksenteret nivå 10 (McIntosh, 2007) , og jeg begynte arbeidet med å finne egnede områder for begrepskriving. Til slutt falt valget på brøk og i tillegg trengte jeg et kontrolltema som da ble prosent. Opplegg ble da som følger:

Alle Teller-test på starten av året(august)	
Testemne	Kontrollemne
Undervisning om brøk og veiledet skriving.	Undervisning om prosent uten veiledet skriving.
Test like etterpå	
Testen på begge tema ved oppstart etter jul (januar)	

Tabell 1

#### 4.1 UNDERVISNINGSSOPPLEGG OM BRØK

I undervisninga holdt vi på med bl.a en repetisjon av regning med brøk i forbindelse med algebra. Elevene fikk en kort lærerstyrt (tavleundervisning) repetisjon av regler for regning med brøk, og jobbet med tema i to uker. Her kan nevnes tema som:

- \* å trekke sammen brøker med samme nevner
- \* å trekke sammen brøker med ulike nevner
- \* multiplikasjon av brøker
- \* å dividere med en brøk
- \* teller, nevner, ekte brøk, uekte brøk, blandet tall
- \* regning med brøker som inneholder bokstaver, faktorisering og fellesnevner.

Videre brukte vi den siste uka av dette tema også til å skrive om brøk. Lærer ba elevene opprette et tema som het brøk og skrive begreper om dette tema på fritt grunnlag, men alle måtte også skrive om:

Likeverdige brøker

Relativ størrelse på brøk

Plassering av brøk på tallinja

Dette var de områdene som testen Alle Teller målte forståelsen i, og her kunne jeg også bruke tips fra Alle Teller i min tilbakemelding til elevene. Alle Teller har med tips om hva en skal gjøre når en har avdekket mangelfull kompetanse innenfor de ulike områdene, og jeg fant det formålstjenlig å bruke disse i det videre arbeidet. Jeg hadde satt av ei uke til begrepsskriving i dette temaet og hadde avtalt med kontaktlærer at elevene skulle få skrive hver dag, også de to dagene de ikke hadde matematikk på timeplanen. Denne uka skulle vise seg å bli veldig ”oppstykket” for de fleste elevene. Mange var borte av ulike grunner og det var vanskelig å finne ro og kontinuitet i arbeidet. I mine egne matematikktimer var det greit nok å få elevene til å jobbe konsentrert, men å komme inn i andre læreres timer og be dem gjøre noe som ikke vanligvis gjøres

i disse timene førte til at de nok brukte mindre tid enn jeg hadde håpet. Videre merket jeg på elevene at de følte seg ferdig etter noen runder med kommentarer fra lærer, og de ga muntlig uttrykk for at de var ferdige med tema. Noen få elever svarte på kommentarer etter at de var kommet hjem fra skolen, og flere elever spurte om lærer hadde lest det de skrev like etter skriveøkta. Det kom tydelig frem at de ønsket tilbakemelding fra lærer.

Elevene ble bedt om å skrive forklaring på tema/begrepet brøk og de tre områdene som jeg målte med testen Alle Teller, i tillegg fikk de skrive fritt om andre begreper innenfor tema Brøk. Noen elever skrev mange ulike begreper, og enkelte skrev bare de fire som lærer hadde bedt om. Mange hadde problemer med å skrive noe om de tre temaene fra testen, og kom ikke i gang før lærer hadde spurt konkret for eksempel under tema Relativ størrelse, er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor? Lærer brukte anbefalingene fra håndboka til testen på oppfølgingsspørsmålene som et utgangspunkt, og eventuelt utdypende spørsmål om dette når jeg ønsket å få mer innblikk i om elevene hadde forstått spørsmålet, eventuelt om jeg hadde forstått svaret.

Da elevene var ferdige med skrivinga tok de testen på nytt (bare om brøk oppgave 5,6,7,8,9 Nivå10) og jeg fulgte denne opp med en samtale om oppgave 8. Denne spesielle oppgaven kunne det se ut som om det var rom for misforståelser på og dette ville jeg sjekke ut.

Oppgaven lød: Hvor mange ulike brøker fins det mellom  $2/5$  og  $3/5$ , og jeg ønsket å undersøke om det var oppgavens utforming som fikk mange elever til å svare; ingen for da blir det  $2,5/5$ - deler og lignende. Jeg valgte å bruke følgende spørsmål til alle elever:

Hvordan tenker du?

Må det være 5-deler eller kan du gjøre om?

Hvor mange brøker blir det da?

#### 4.2 RESULTATER

Jeg velger å ta med en oversikt over alle elevene her, men vil i det senere arbeidet gjøre et utvalg av elever til nærmere analyse.

#### Tabell resultater Brøk

Elev	AlleTeller august Maks 5p.	Eks. på hva de skriver.	Test oktober	Intervju oppg 8	Test januar
A	1		2,5	- hvordan få like svar, nevner. - nei, trenger ikke være 5-deler, men vet ikke hvordan.	1
B	3,5		4	- da må det være desimaltall, det skulle jo være en ekte brøk. - ja må være 5-deler. - å 10-deler, gange med 2 da blir det brøker imellom.	4
C	1		2,5	- det går ann å ha komma - ja, mange forskjellige for eksempel 10-deler -5/10 Og 6/10	3,5
D	2		2	- vet ikke - 10-deler 4/10 6/10 - ja 5/10	2,5
E	5	Ikke skrevet noe	5	- går ann å gange 5 mange ganger, 10 f.eks får du flere tall imellom.	5

Masteroppgave i tilpasset opplæring

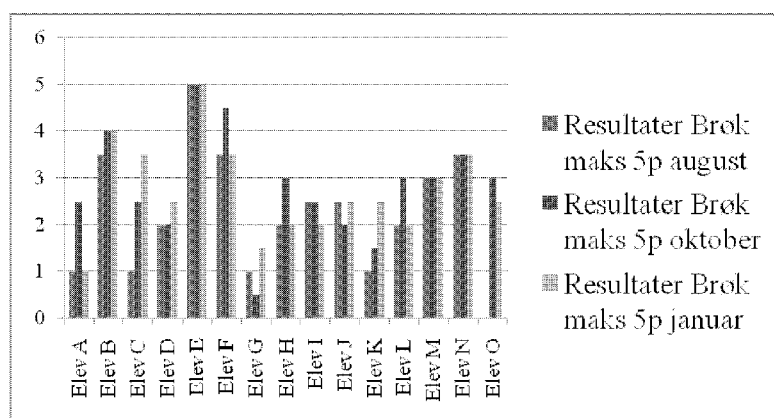
F	3,5		4,5	- andre brøker - gjøre om fra 5-deler	3,5
G	1		0,5	- vet ikke - kan de sikkert, gange med 2 beholde nevner gange med teller	1,5
H	2		3	- skjønte ikke - ja, kan vel gjøre om 4/10 6/10 - 5/10	2
I	2,5		2,5	- ingen - vet ikke	2
J	2,5		2	- ingen - du kan gjøre de om, vet ikke 3/6?	2,5
K	1	Lite skrivning	1,5	- finnes ingen - vet ikke	2,5
L	2	Lite skrivning	3	- vet ikke - 10-deler 4/10 6/10 - ja 5/10	2
M	3		3	- trur ikke æ tenkte - nei, 15-deler, gange med 3 oppe og nede 6/15 9/15 -7/15 8/15	3
N	3,5		3,5	- vet ikke - vet ikke (dårlig dag,...)	3,5
O	0		3	- tenkte ikke - vet ikke, sikkert ikke - vet ikke æ sug i matte	2,5

Tabell 2

Den enkelte elev hadde ikke nødvendigvis rett/feil på samme oppgave selv når de oppnår samme poengsum. Dette vil jeg se nærmere på når jeg tar for meg enkeltelevers utvikling.

Her fremkommer det tydelig på intervju om oppgave 8 at det er mange elever som tror at det kun er spørsmål om 5-deler, og derfor svarer at det ikke finnes noen for da blir det desimaltall. Det er kun en elev som svarer rett og har riktig forklaring på hvorfor (elev E). Et par andre elever er inne på noe, men klarer ikke helt å forklare det med riktige eksempler. Siste gang de tar testen er det fremdeles bare en elev som svarer riktig (samme elev). Akkurat denne oppgaven blir ikke behandlet i skriveprosessen, og flere elever ga uttrykk for at de ønsket å få svaret på denne oppgaven etter siste test i januar. Det kan jo indikere at de har innsikt i at de ikke forstår dette helt og ønsker ei oppklaring. Jeg vurderer det slik ut fra det de svarer på intervjuet at dette er en oppgave som avslører en Instrumentell tilnærming. De har lært en metode som gjør at de kan utvide brøker og finne brøker som er like store men de har ingen relasjonell forståelse av at  $2/5$  og  $4/10$  er samme brøk. Denne oppgaven måler alle tre områdene de blir testet i, og flere behersker disse på andre oppgaver, men her i denne oppgaven der alle disse må kobles ser det ikke ut til relasjonene er godt nok etablert.

#### Resultater Brøk maks 5p



Figur 2

Brøk:

8 elever fikk bedre resultat rett etter gjennomført undervisningsopplegg,  
5 oppnådde samme og 2 fikk dårligere.

6 hadde bedre resultat på sluttesten enn det de hadde på den første, 8 hadde  
samme og 1 fikk dårligere.

Av de 8 som hadde samme resultat var det en elev med 5p, en med 3p, to med  
3,5p, to med 2,5p, en med 2p og en med 1p.



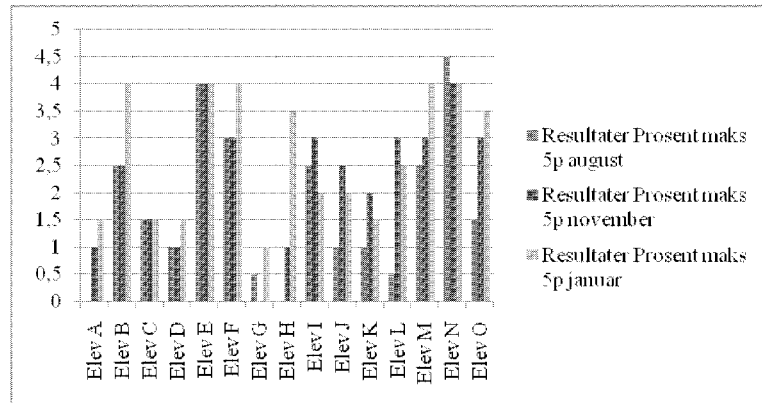
Masteroppgave i tilpasset opplæring

**Tabell resultater Prosent**

Elev	Alle Teller august Maks 5p	Test november	Merknad *ikke tilstede under underv.	Test januar
A	0	1		1,5
B	2,5	2,5		4
C	1,5	1,5		1,5
D	1	1		1,5
E	4	4		4
F	3	3		4
G	0,5	0		1
H	0	1		3,5
I	2,5	3		2
J	1	2,5		2
K	1	2		1,5
L	0,5	3	*	2,5
M	2,5	3		4
N	4,5	4		4
O	1,5	3		3,5

Tabell 3

Resultater Prosent maks 5p



Figur 3

Prosent:

8 elever fikk bedre resultater rett etter gjennomført undervisningsopplegg, 5 oppnådde samme og 2 fikk dårligere (en av de som fikk bedre resultat deltok ikke på undervisningsopplegget).

11 hadde bedre resultat på slutttesten enn de hadde på den første, 2 hadde samme og 2 fikk dårligere. Av de 11 som fikk bedre resultat på slutttesten var det mange som skåret lavt på den første testen. Det var stort sett de samme elevene som gjorde det bra på de to områdene, men noen så ut til å ha bedre kontroll på et av områdene. Av elevene som fikk 0-1p på brøk (A,C,G,K,O) hadde to elever O og C litt bedre resultater på prosent 1,5p. Av elevene som fikk over 1 og under 3 poeng på brøk (D,H,I,J,L) fikk både H og L dårligere på prosent, 0 og 0,5 poeng. Av elevene som fikk 3 eller flere poeng på brøk var det bare elev B som hadde lavere poengsum på prosent, 2,5 poeng ( Tabell 2 og 3).

Dette resultatet gir ikke svar på om den ene metoden er bedre egnet enn den andre. Kan jeg da ut fra dette resultatet slå fast at skriving fører til bedre og mer varig forståelse? Resultatene her kan ikke brukes til en slik påstand, den eneste konklusjonen som kan trekkes er vel at elever utvikler bedre forståelse når de utsettes for undervisning. Jeg hadde vel håpet på et mer entydig resultat i favør av skriving, men finner ikke noe entydig ut fra den testinga jeg har gjennomført. Det kan være mange grunner til det, og utvalget er lite. Flere av de som forbedrer seg i prosent gjør det etter testen i oktober, noe som kan tyde på at læringa har foregått i tidsrommet etter at vi hadde spesielt fokus på dette temaet. Kanskje i forbindelse med tentamen, eller kanskje ei generell modning?

Så med bakgrunn i dette kan jeg ikke påstå at innovasjonen har vist noe entydig med hensyn til varig utvikling av forståelse. Flere av de forfatterne som behandler temaet skriving i matematikk har presisert at de ikke finner forskning som viser til faglig effekt av skriving (Birken 1.1) men at elevene utvikler en dypere forståelse i faget. Dette vil være vanskelig å måle med korte tester men kan kanskje vises i det elevene skriver? Jeg vil derfor i neste kapittel se på hva elevene skriver og hvordan begrepene deres utvikler seg over tid. Her kom det bedre frem hvem som forstår det de skriver selv, og som kunne kommunisere dette med lærer. Og kanskje er dette vel så interessante "bevis" på hvordan elevenes forståelse utvikler seg som resultatene på testene.

## KAPITTEL 5 ANALYSE AV ELEVTEKSTENE

Jeg ønsket å undersøke om det å skrive i matematikk kunne føre til at elevene utviklet sin forståelse i faget og problemstillinga mi var:

” Kan elever gjennom systematisk og veiledet skriving av begreper utvikle sin forståelse i matematikk? ”

Jeg valgte å bruke et pedagogisk redskap som var designet for å skrive begreper/begrepsforklaringer (BBL) og brukte Alle Teller, testen og lærerhåndboka, som er designet for å kartlegge og utvikle forståelse i tall og tallforståelse. BBL har også en kommentarfunksjon som jeg i denne sammenhengen kunne bruke til å stille spørsmål og kommentere det elevene skrev. I min analyse av elevtekstene vil jeg først se på hvordan de nyttiggjør seg veiledning/tilbakemelding fra lærer og litt om de vurderingene jeg la til grunn i dette arbeidet. I hovedsak benytter jeg meg av den strukturen som Alle Teller legger opp til i forhold til hvilke oppgaver elevene bør jobbe med når de skal utvikle forståelse. Disse blir presentert i sin helhet, og jeg vil også ta med de ulike spørsmålene fra testen når jeg analyserer hva elevene skrev og hvordan dette viser ulik grad av forståelse. Jeg tar med eksempler på dialogen mellom lærer og elev for å gi et innblikk i hvordan dette foregår. Dialogen i BBL er lagt opp slik at det siste innlegget alltid ligger øverst men for å gjøre dette mer oversiktlig for leseren har jeg valgt å tilpasse det slik at de ulike kommentarene kommer i kronologisk rekkefølge.

Først vil jeg se på veiledning av elevene og hvordan denne fungerte, og etterpå ha fokus på forståelse gjennom analyse av det de skrev. Jeg har valgt ut elever med bakgrunn i grad av forståelse basert på resultater fra den første testen, og videre valgt elever som er typiske for den gruppa de representerer. I analysen av

elevtekstene har jeg brukt kjennetegn for ulike kompetanse i matematisk språk fra utdanningsdirektoratet, og Kierens modell for kunnskap om rasjonale tall. Det må også legges vekt på at dette arbeidet skulle foregå i et tidsrom begrenset til ei skoleuke, og jeg derfor måtte ha fokus på forståelse og om det skjedde ei utvikling hos den enkelte. Detaljer og skrivefeil ble derfor i liten grad kommentert da dette ville ta tid utover den tilmålte uka, og mitt fokus var å se om dette kunne være en metode som er mulig å bruke som en integrert del av matematikkundervisninga, også i den hektiske hverdagen da man må komme videre til neste tema og holde tidsskjema for å kunne nå alle kompetansemålene i læreplanen.

## 5.1 VEILEDNING AV ELEVER

Her vil jeg kort beskrive hvilken metode jeg brukte i veiledninga/tilbakemeldinga til elevene, og etter hvert komme med eksempler på hvordan denne dialogen fungerte. I neste del vil jeg se nærmere på hvordan elevene brukte språket når de skrev og hvordan dette viser om de utviklet sin forståelse.

Målet med denne veiledninga var å få elevene til å vise hva de forstod, og få dem til å forklare dette til seg selv og til lærer. Som det fremgår av eksemplene løste de dette på ulikt vis, og jeg prøvde etter beste evne å tilpasse tilbakemeldinga til den enkeltes nivå og skrivestil. Jeg vil komme tilbake til hvordan forståelsen utviklet seg i neste del av denne analysen.

I veiledninga hadde jeg fokus på å få innblikk i hver enkelts forståelse og kunne se hvordan de forklarer de ulike begrepene for seg selv og læreren. Det kan hende at elevene ikke hadde perspektivet om læring så klart for seg, og at de derfor i stor grad gjennomførte dette på samme måte som alle oppgaver som

lærer gir dem, de svarer og forventer respons fra lærer. Jeg fulgte i stor grad Marwine`s råd, jeg rettet ikke på feil, satte ikke karakterer, og prøvde å stille spørsmål slik at de skulle stimulere til videre tenking og refleksjon(2.2). For eksempel elev O som forklarer likeverdige brøker med å gjøre om til desimaltall  $2/3$  og  $6/9 = 0,6$ . Dette er ikke matematisk riktig avrundning av desimaltall, men jeg måler om hun forstår hva likeverdige brøker er, noe hun viser gjennom å konkludere med at de er lik ( $= 0,6$ ). Hvis jeg i dette arbeidet skulle rette på en slik matematisk feil, at  $2/3=0,6$  ville vi for det første bruke mer tid enn vi hadde til rådighet, og det var forståelsen av likeverdige brøker som var fokus og ikke avrundingskompetanse og desimaltall. Jeg ønsker å integrere en metode for utvikling av forståelse som er praktisk mulig å integrere i ordinær matematikkundervisning og var derfor begrenset av både tidsaspektet og opptatt av å ha fokus på forståelse i forhold til tema brøk.

Selv om jeg fulgte et mønster i forhold til hvilke spørsmål jeg stilte, tilpasset jeg dette til de ulike elevene. Flere elever benyttet seg av "Formal writing"(Conolly kap 2) i utgangspunktet. De skrev av eller prøvde å skrive slik det vanligvis skrives i lærebøker, f.eks elev B og G (tabell 4 og 11), og slik som Tobias beskriver forklaringene i lærebøkene, med færrest mulig ord (Tobias her i kap 2). Jeg var ute etter "Informal writing" og ønsket gjennom å lese det de skrev å få innblikk i hvordan de tenker. Jeg oppfordret dem til å forklare/beskrive med egne ord slik at jeg kunne finne ut hvordan de tenkte, og hensikten med oppfølgingsspørsmål er dette og ikke at de svarer rett på matematikkoppgaver. Målet er selvfølgelig at de også skal kunne løse matematikkoppgaver riktig, men gjennom å få innblikk i hva de forstår, og hva de ikke forstår, håpet jeg å kunne veilede dem mer tilpasset den enkeltes utgangspunkt. Kanskje har de begrepene og spørsmålene jeg brukte vært med på å motvirke personlige refleksjoner? Brøk er et teoretisk tema for mange, og det å forklare dette med egne ord og

refleksjoner kan derfor være vanskelig for elevene. Lazyer (2.2) hevder at matematikk er et unaturlig språk og derfor ikke kan oversettes til et dagligspråk. Men samtidig trenger matematikkspråket støtte fra dagligspråket for å kunne lagre kunnskaper i hjernen. Så hensikten med veiledningen var at de skulle kunne forklare de matematiske begrepene best mulig slik at forståelsen bedret seg. I tillegg viser Conolly til at denne formen for skriving i matematikk må trenes på, både for lærer og elever. Dette var en begynnelse, de har skrevet før men uten en strukturert tilbakemelding/veiledning, og vi må antagelig også øve mer på formen for å oppnå optimal effekt.

Jeg ser også gjennom disse eksemplene at det kan være vanskelig å bruke samme mønster på veiledning til de ulike elevene, for noen elever for eksempel elev G ble spørsmålene for vanskelige og han hadde ikke selv noen praktiske eksempler å bidra med. For flere av elevene var begrepene vanskelige å forklare i utgangspunktet for eksempel, Relativ størrelse på brøk elev I og D (Tabell 8 og 10) og det ble derfor konkrete oppgaver som ble utgangspunkt for skrivinga (er  $\frac{2}{5}$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?). Dette vil være en nyttig erfaring å ta med i det videre arbeidet med å skrive i matematikk. Jeg hadde i utgangspunktet tenkt at ved å la elevene skrive fritt om de ulike begrepene ville jeg få best mulig innsikt i hvordan de tenkte og hvilken grad av forståelse de hadde i utgangspunktet. I ettertid ser jeg at selve begrepene kunne være vanskelige å skrive om med egne ord, og at de til og med kunne lede elevene til å prøve og forklare dem med formelle definisjoner fremfor egne forklaringer. Jeg la derfor ikke vekt på at de måtte forklare begrepene hvis de kunne gi ei forklaring med utgangspunkt i de spørsmålene/konkrete oppgavene de fikk.

I del 2.4 beskriver jeg de tre ulike områdene som Valdermo og Eilertsen deler den pedagogiske veiledninga inn i.

#### 1. Faglig veiledning

## 2. Metakognitiv veiledning

### 3. Personlig veiledning

Gjennom min tilbakemelding til elevene hadde jeg mest fokus på den faglige (de skulle utvikle sin forståelse i tema brøk), men måtte ta utgangspunkt i den enkeltes førforståelse og hvordan de uttrykte seg i min tilbakemelding til elevene. Selv om jeg tok utgangspunkt i fagspørsmålene i Alle Teller, var det naturlig å tilpasse dette til den enkelte. For eksempel å bruke praktiske eksempler til de elevene som selv brukte disse, og å stoppe når eleven så ut til å ha kommet til et punkt der skriving alene ikke kunne bringe dem videre i læringsarbeidet.

Den personlige veiledninga hadde jeg ikke spesielt fokus på, men det faller naturlig at det er en integrert del av lærers arbeid. Når en elev uttrykker at (æ sug i matte) lar man ikke det passere uten å prøve og veilede eleven videre ut av denne opplevelsen av seg selv i forhold til faget. Mitt kjennskap til den enkelte elev vil også prege de valgene jeg tok i tilbakemeldingene de fikk.

Som tidligere nevnt (2.4) dreier metakognitiv veiledning seg blant annet om hjelp og støtte til å velge rett metode, noe som det var begrensede muligheter til i dette prosjektet. Jeg hadde valgt form og metode for elevene, det eneste som kunne sies å være deres egne valg var måten de skrev på, om de valgte å drøfte med medelever og bruke hjelpemidler. De valgte også om de ville endre på begrepsforklaringene sine eller om de bare konsentrerte seg om kommentarene mellom lærer og elev. Det kan tenkes at denne metoden passer bedre for enkelte elevers læringsstil, men jeg valgte allikevel å prøve dette ut på alle elevene slik at både den enkelte elev og jeg som lærer kunne skaffe oss erfaring med denne type arbeid i matematikkfaget. Jeg hadde behov for å kunne lese det den enkelte elev skrev for å få innblikk i hvordan de tenkte, og ut fra det se hva de forstod



rent matematisk i forhold til de utvalgte områdene innenfor tema brøk. Her kan redskapet BBL synes noe strengt i oppbygging og struktur, men jeg valgte å la elevene bruke dette ulikt da jeg hadde fokus på å finne hva de forstod rent matematisk, og ikke om de brukte begrepskart etter intensjonen fra programutvikler. Jeg ser at de elevene som hadde God forståelse også i større grad brukte redskapet med fokus på skriving av begreper, enn de andre elevene.

### **Faglig veiledning:**

Jeg baserte den faglige veiledninga på anbefalingene fra Alle Teller, og valgte spørsmål ut fra den generelle anbefalingen på de ulike områdene (McIntosh 2007). Siden disse eksemplene er designet for å utvikle forståelsen hos eleven valgte jeg å ta utgangspunkt i disse i min tilbakemelding til eleven.

Utgangspunktet mitt var et ønske om å bidra med faglige spørsmål slik at eleven kunne utvikle sin egen forståelse for brøkbegrepet og kunne regne med brøk.

Jeg begynte med det første spørsmålet og gikk ikke videre hvis de ikke kunne svare på dette, da prøvde jeg heller en ny innfallsvinkel. Som tidligere nevnt i del 2.4 (Hattie) har det ingen hensikt med tilbakemelding hvis ikke begge parter deltar og eleven har noe å bidra med. For eksempel svarer elev K på mitt spørsmål om hva brøkstreken betyr "Å d spør du mæ om" på de andre spørsmålene svarer han ikke . Jeg har derfor valgt ut eksempelelever som har skrevet og som har deltatt aktivt i prosessen, men har prøvd å tilpasse tilbakemeldingene i forhold til det den enkelte skriver.

Her er de ulike fagspesifikke spørsmålene fra Alle Teller som jeg brukte i tilbakemeldingene til elevene.

### **Likeverdige brøker: s.29-31**

Å forstå likeverdige brøker er ikke det samme som å kunne regne mekanisk og

kunne ”gange teller og nevner med samme tall”. Jeg var interessert i hvordan de kunne forklare dette med egne ord og brukte oppgavene som anbefales fra Alle Teller dersom de ikke kunne forklare dette med egne eksempler.

Kan du skrive disse brøkene som tolvdel:  $1/4 = \quad /12$ ,  $1/2 = \quad /12$ ,  $3/4 = \quad /12$

Forklar hvorfor  $2/3 = 6/9$

Forklar hvorfor  $9/15 = 12/20$

De fleste elevene får til å løse den første oppgaven, men mange har problemer med å forklare hvorfor, derfor prøver jeg i veiledninga å få den enkelte til å forklare med egne ord hvorfor disse brøkene er likeverdige. Jeg ønsker å se på hvordan de forklarer dette for seg selv og er ikke spesielt opptatt av selve oppgaveløsninga, men mener dette var en oppgave som flest mulig kunne få til og de dermed kunne lede til forståelse av likeverdige brøker. Neste oppgave var det mange som fikk til, men utfordringa var å forklare hvorfor, f.eks elev O som gjør om til desimaltall og elev D som bruker kakeeksempler og tar utgangspunkt i sine egne brøkeeksempler. Det er bare elev B som kan forklare hva hun gjør for å bevise at  $9/15 = 12/20$  og jeg mener at jeg gjennom å stille disse fagspørsmålene til den enkelte fikk innsikt i hvilken grad av forståelse den enkelte hadde og hvilke strategier de benyttet for å forklare begrepene både for seg selv og meg som lærer.

### **Relativ størrelse på brøker: s.32-33**

Her skulle elevene sammenligne brøker med hverandre og det var i utgangspunktet ikke nødvendig at de skulle gjøre dette gjennom regneeksempler. Flere elever ser at  $2/5$  er mindre enn en halv men har problemer med å gi eksempler, for eksempel elev I. Jeg prøver å få han til å forklare og han sier at en halv i 5-deler må bli  $2,5$ , når jeg ber han om å regne det ut sier

han at han ”tok det i haue”. I min veiledning vurderer jeg det slik at det ikke er nødvendig å følge opp med neste eksempel, da han har avdekket en forståelse men mangler eksempler eller ferdigheter (omforme til brøker med samme nevner) til å forklare hvordan han gjør dette. Også på dette området er det bare elev B som viser at hun har ferdigheter til å forklare hva hun gjør rent matematisk, og som derfor kan forklare forholdet mellom neste brøkeksempel.

Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?

Er  $3/4$  større eller mindre enn  $4/5$  ? Hvorfor?

### **Plassering av brøk på tallinja: s.32-33**

Denne oppgaven skulle vise om de hadde en forståelse av hva nevneren i en brøk viser, og de fleste viser rett rekkefølge.

Kan du plassere disse brøkene i stigende rekkefølge (minste først):  $1/8$ ,  $1/10$ ,  $1/6$ ,  $1/5$ ,  $1/4$ ,

Elev G snur rekkefølgen men svarer at  $1/4$  ikke er mindre enn  $1/10$  når lærer spør om dette. Selv om de fleste elevene svarer rett på denne oppgaven velger jeg å spørre om  $1/10$  er større enn  $1/4$  for å se om de har forståelse for hvordan nevner i en brøk angir størrelse. Her velger de å svare nei, og bruker ikke tid på forklaringer. Kanskje hvis jeg hadde spurt mer konkret om hvorfor, og eventuelt bedt om ei forklaring ville de ha svart mer utfyllende.

På hovedtemaet brøk lot jeg dem skrive fritt, og spurte for eksempel hva betyr brøkestreken hvis dette ikke var godt nok forklart. Hensikten med dette var å se hva de husket om selve brøkbegrepet og hvilke begreper/nøkkelord de selv valgte ut når de skulle forklare. Her ønsket jeg å se hva de husket om brøk, og var ikke opptatt av å relatere dette til det som testen målte. Det var også

interessant å se hvilke begreper de selv valgte når de skulle skrive om tema brøk.

Jeg har tidligere i rapporten skissert en måte å dele elevene inn i ulike kategorier basert på poeng fra Alle Teller (3.8): Manglende forståelse, Delvis forståelse, God forståelse. Jeg ville dele elevene inn i disse kategoriene med utgangspunkt i resultatene fra den første testen, og se på om det er noe generelt for de ulike gruppene og så videre se på enkeltelever fra de ulike gruppene spesielt. Jeg hadde som utgangspunkt at resultatene fra testen kunne si noe om grad av forståelse og det ville være interessant å se både om det var spesielle trekk ved de ulike gruppene, og om det var noen elever som profiterte bedre på denne type metode enn andre. Jeg valgte å dele elevene inn etter følgende kriterier:

Manglende forståelse: 0-1p (da det er mulig å svare rett ved en tilfeldighet)

Delvis forståelse: over 1p men under 3

God forståelse: fra 3p og opp

Siden det var så få poeng var det i utgangspunktet noe vanskelig å vite hvor grensa mellom delvis og god forståelse skulle gå, men jeg gjorde et valg ved 3 poeng som er over halvparten rett. Poengene de fikk var i forhold til oppgavene på testen, hver oppgave ga 1p ved riktig svar, og jeg hadde i utgangspunktet ingen formening om hvordan poengfordelingen ville være. Alle Teller er læreplanuavhengig og kartlegger forståelse i forhold til et bestemt aldersnivå, ut fra mitt kjennskap til klassen antok jeg at det ville være elever som skåret høyt middels og lavt, og at jeg derfor ville kunne dele dem inn i ulike grupper med utgangspunkt i grad av forståelse. Jeg hadde i utgangspunktet ikke noen formening om hva jeg ville finne av generelle trekk i de ulike gruppene og

opplevde det som veldig spennende å se om det var fellestrekk både i forhold til bruk av matematisk språk og strategier de brukte.

### **Manglende forståelse**

Det var 5 elever som skåret mellom 0 og 1, elev A, C, G, K og O.

(Tabell 2, Figur 2)

Elev A og G ser ut til å ha lite utbytte av skrivinga hvis vi måler i forhold til om de har fremgang på testen. Elev A har stor fremgang på testen rett etter skrivinga, men det ser ut til at dette er glemt til neste test i januar, og jeg kan derfor ikke se at dette har ført til varig forståelse. Elev G skriver begreper og prøver å svare på oppfølgingsspørsmålene fra lærer, det samme gjør elev A, og det kan se ut som A utvikler bedre forståelse gjennom denne prosessen, men faller tilbake på samme resultat ved siste test. Elev A har rett på samme spørsmål på første og siste test, det har også elev G i tillegg til at G svarer rett på et stykke til. Så hvis jeg skulle basere konklusjonene mine på resultatene fra testen alene ser jeg liten utvikling hos flere elever (Tabell, 2, Figur 2), men mest utvikling i denne gruppa som startet med lavest forståelse (Tabell 15 og 16).

Elevene ble bedt om å opprette et tema i BBL som het Brøk, og legge til ulike begreper som de ønsket å knytte til tema brøk. Jeg ba alle om å knytte til og forklare Likeverdige brøker, Relativ størrelse på brøk og Plassering av brøk på tallinja. Årsaken til at disse begrepene ble valgt er at det er disse områdene som er mulig å teste gjennom bruk av Alle Teller, og det er disse områdene som håndboka gir råd om hvordan skal følges opp for å utvikle forståelse. BBL er konstruert slik at du kan forklare/beskrive både tema og begrepene som er knyttet til dette (se eksempel på et slikt begrepskart Figur 4). De ble også bedt om å forklare brøk som var hovedtema.

Her er et eksempel på hva elev G skriver, og hvordan lærer responderer. Jeg har valgt å tilpasse slik at kommentarene kommer i kronologisk rekkefølge.

*Tema:*

*BRØK*

*En brøk står av teller, brøkstrek og nevner.*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Hva betyr brøkstreken?*

*Lærer 2008-09-29 12:16*

*Er litt usikker.*

*Elev G 2008-10-01 09:20*

*Kan du forklare hva  $3/4$  av en pizza betyr?*

*Lærer 2008-10-01 12:53*

*Hvis jeg deler pizzaen i 4 piter og spiser  $3/4$  Så sitter jeg igjen med  $1/4$  del.*

*Elev G 2008-10-02 15:10*

*Fint forklart!*

*Lærer 2008-10-02 20:53*

#### Tabell 4

Her prøver eleven seg på ei forklaring noe som er veldig positiv selv om vi ser at dette er en elev med dårlig språk, ” *en brøk står av...*”. Det kan selvfølgelig også være elevens tolkning av noe han har lest i ei lærebok f.eks ”En brøk består av... Elevene fikk arbeide fritt med skrive på skolen og hjemme, og denne eleven har også jobbet etter skoletid (15:10). Lærer kunne derfor ikke vite hvilke hjelpemidler de brukte og har bare deres egen tekst å forholde seg til. I utgangspunktet hadde jeg oppfordret dem til å skrive med egne ord, slik at jeg hadde mulighet til å få innblikk i hvordan de tenkte (Rose 2.2). Jeg følger opp med å spørre hva brøkstrek betyr for å sjekke om eleven kan forklare det, men han svarer at han er usikker på det. For å komme videre gir jeg ham et konkret eksempel med pizza, og dette svarer han greit på, jeg velger derfor å avslutte

med en positiv kommentar slik at han ser at dette var en fin måte å forklare på. Jeg ønsker ikke å straffe eleven eller påpeke formelle feil, for eksempel  $\frac{1}{4}$  del men som Marwine anbefaler, ønsker jeg gjennom spørsmål å stimulere eleven til videre tenking. Jeg er opptatt av å hjelpe eleven videre i læringsarbeidet og ikke påpeke feil og mangler. Videre er det viktig at de skriver slik de tenker og ikke slik det vanligvis står i lærebøkene. For at jeg skal få innblikk i den enkeltes forståelse og deres personlige tankekart er det viktig at de skriver så fritt og personlig som mulig. Jeg ønsker å stimulere eleven til selv å organisere kunnskapen sin fremfor å gi dem det riktige svaret. Når det gjelder elev G er jeg usikker på om han får noen hjelp til dette gjennom mine spørsmål, da han ikke ser ut til å utvikle bedre forståelse verken gjennom skrivearbeidet eller i form av høyere poengsum på testen.

Elev K skriver lite og gjør bare det når lærer krever det, han har lite fremgang etter skrivearbeidet, men har relativt stor fremgang på siste test, fra 1-2,5p. Som før nevnt fikk jeg lite tilbakemelding fra denne eleven og kan derfor ikke vurder om denne type arbeid passer for han. Selv om jeg i denne rapporten velger å bruke de elevene som deltok i skrivearbeidet, vil det nok også være et spørsmål om denne metoden faktisk ikke fungerer i det hele tatt for enkelte elever, og kanskje elev K er en av dem?

Elev C og O har stor fremgang og det kan se ut til at disse har hatt stort utbytte av metoden. Elev C har ingen fremgang på prosent, mens elev O har god fremgang der også. Merk også hva eleven sier under intervjuet (æ sug i matte) noe som kan tyde på dårlig tro på egne ferdigheter i faget (Tabell 2). I motsetning til elev G har elev O stor fremgang og det vil derfor være av interesse å se på hva som skiller disse to, selv om de i utgangspunktet hadde samme testresultat og så ut som om de begge hadde manglende kunnskaper om brøk.

Eksempel på hva elev O skriver:

*Tema:*

*BRØK*

*En brøk er et matematisk uttrykk som består av to tall skrevet over hverandre med en strek i midten. Tallet over streken heter teller, mens tallet under streken heter nevner. Streken på mellom tallene kaller vi for en brøkstrek.*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Hva betyr brøkstreken?*

*Lærer 2008-10-01 13:03*

*den er den som deler mellom telleren og nevneren. som viser at det er deling.*

*Elev O 2008-10-01 13:42*

*Fint!*

*Lærer 2008-10-01 17:35*

#### Tabell 5

Denne eleven skriver veldig utførlig om brøk, og det kan se ut som hun har god oversikt siden hun bruker de matematiske benevnelsene teller og nevner. For å være sikker på at hun forstår det som hun skriver spør jeg hva brøkstreken betyr. Dette forklarer hun greit med egne ord, og jeg gir derfor positiv tilbakemelding på det. Veiledningen hadde som formål å finne ut hva de forstod, og eventuelt få dem til å utvikle dette videre gjennom innspill som kunne fungere som støttende stillaser. Her mener jeg hun gir meg innsikt i hvordan hun oppfatter brøk, ”som to tall med en strek i midten” noe som ikke nødvendigvis sier at hun forstår hva en brøk representerer. Jeg gir henne et oppfølgingsspørsmål på brøkstrek, som hun forklarer riktig men velger å ikke bruke mer tid på det generelle brøkbegrepet, da hun får muligheter til å vise sin forståelse gjennom å forklare likeverdige brøker, relativ størrelse på brøk og plassering av brøk på tallinja.



*Likeverdige brøker*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Kan du gjøre disse brøken om til 12-deler?  $1/4 = /12$   $1/2 = /12$   $3/4 = /12$*

*Lærer 2008-09-29 12:48*

*$1/4 = 3/12$   $1/2 = 6/12$   $3/4 = 9/12$*

*Elev O 2008-10-01 13:40*

*Fint! Kan du forklare hvorfor  $2/3 = 6/9$*

*Lærer 2008-10-01 17:37*

*Fordi at  $2/3$  og  $6/9 = 0,6$ .*

*Elev O 2008-10-03 10:17*

Tabell 6

Her ser vi at eleven forklarer begrepet brøk, men kan ikke forklare likeverdige brøker. Når elevene selv ikke finner ei forklaring stiller lærer spørsmål etter anbefaling fra Alle Teller, og eleven kan da vise at de forstår innholdet i begrepet. Jeg velger å la den siste forklaringa stå uten kommentar, da det ville sette i gang en helt ny problemstilling i forhold til avrunding av desimaltall. Det de ble testet i her var om de så at to brøker var uttrykk for samme størrelse, det ser eleven, selv om hun ikke har full kontroll på desimaltall og avrunding. Jeg valgte å ha fokus på det som var tema, likeverdige brøker, og vil kunne komme tilbake til forståelse og ferdigheter i forhold til desimaltall når dette er tema.

Som det fremkommer av eksemplene kommer elev O noe videre i å vise sin forståelse gjennom dialogen med lærer, elev G har mindre egne forklaringer og svarer stort sett på det lærer spør om. Elev G ser ikke ut til å utvikle varig endring av forståelse, målt med testen Alle Teller, elev O derimot har stor fremgang etter skriveperioden (0-3p). Hun ser videre ut til å ha utviklet sin forståelse siden hun også skårer 2,5p på den siste testen.

I veiledningsarbeidet ser jeg også at jeg kunne gå videre i forhold til oppgaver og spørsmål når det gjelder elev O men fikk ikke dette til å fungere i forhold til elev G. Elev G stopper tidlig opp og sier at han er usikker og må derfor i større grad få praktiske eksempler fra lærer for eksempel pizzabiter, elev O kommer med eksempler og forslag på egenhånd for eksempel at  $2/3$  og  $6/9 = 0,6$ . Dette påvirker veiledninga mi og gjør at denne blir ulik selv på disse to som i utgangspunktet hadde samme lave poengsum på første test.

### **Delvis forståelse**

5 elever skårer over 1 og under 3p, D,H,I,J og L. Kun elev D har en liten fremgang 0,5p, elev I har en liten nedgang og de andre får samme poeng på første og siste test (Tabell 2).

Elev L skrev lite og kun når lærer krevde det. Elev I og J skrev kort og konsist og var tydelig på når de synes de var ferdige med temaet, elev H og D brukte mye eksempler gjennom konkrete forklaringer. Jeg velger elev I og D som eksempler da disse to representerer denne gruppa på litt ulik måte, men samtidig oppnår samme resultat.

Eksempel på hva elev D skrev:

*Likeverdige brøker*

*Brøker som har samme verdi, som 2:4 eller 3:6*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Kan du forklare hvorfor  $2/3=6/9$*

*Lærer 2008-09-30 13:01*

*Hvis vi har to kaker som vi deler i 4, og 6. Så skal to pers dele den eine, og to skal dele den andre også. Da får hver pers en halv kake uansett hvor små eller store deler du skal dele den i. 3 er halvparten av 6, og 2 er halvparten av 4.*

*Elev D 2008-10-01 09:03*

## Masteroppgave i tilpasset opplæring

*Kan du forklare hvorfor  $9/15=12/20$  ?*

*Lærer 2008-10-01 12:40*

*de betyr det samme?*

*Elev D 2008-10-02 13:28*

*Ok*

*Lærer 2008-10-02 20:34*

### Tabell 7

Her ser vi at eleven gir et eksempel i forklaringa og lærer følger opp med spørsmål fra Alle Teller for å se om hun kan forklare denne sammenhengen. Hun svarer med å bruke sitt eget eksempel og ikke de brøkene lærer spør etter. Denne eleven benytter seg av praktiske eksempler og lærer følger derfor opp med neste brøk for å se om hun kan forklare det uten å bruke praktiske eksempler. Hun påstår at de betyr det samme, men gir ingen forklaring på hvorfor og lærer velger å avslutte med ok, siden dette er riktig men hensikten var å forklare. Jeg vurderer det slik at denne eleven ikke kommer videre uten forklaring fra lærer og velger derfor å avslutte her, målet med veiledninga var at de skulle komme frem med sin kunnskap om tema og ikke en undervisningssituasjon der lærer skulle gi dem riktig svar eller vise dem hvordan de skulle gjøre det.

*Relativ størrelse på brøk*

*?*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Lærer 2008-09-30 13:02*

*$2/5$  er mindre enn en halv fordi en halv har større verdi. Hvis man deler ei kake i to deler, altså får vi en halv hver, får vi mer enn hvis vi deler den i 5. Da hadde to personer fått 2,5 stykke hver. Altså, en halv er større enn  $2/5$ .*

*Elev D 2008-10-01 09:00*

*Fint forklart!*

*Lærer 2008-10-01 12:39*

### Tabell 8

Eleven prøver seg ikke på ei forklaring på begrepet og lærer må derfor starte med første spørsmål i tema relativ størrelse på brøk (2.7). Eleven gjør som på forrige tema, forklarer dette med et praktisk eksempel. Hun viser at hun kan sammenligne brøker med hverandre og forstår at nevner viser hvor mange deler den hele er delt inn i, og at telleren viser hvor mange brøkdeler av den hele det dreier seg om. Jeg velger derfor å avslutte med en positiv kommentar og ikke be henne forklare flere forhold mellom brøkene. Jeg får innblikk i hvordan hun forklarer dette til seg selv og ser at hun bruker samme strategi hver gang, kake, men det ser ikke ut til at hun har andre strategier enn dette i forhold til brøk. Dette gir meg en innsikt i hvordan hun oppfatter brøk, men jeg ser ikke her hvordan jeg med en ny oppgave kan veilede henne videre. Det kan se ut som om hun er avhengig av de praktiske eksemplene for å forstå brøkbegrepet og det er denne forståelsen jeg må bygge videre på i arbeidet med denne eleven senere.

Eksempel på hva elev I skrev:

*Tema:*

*Brøk*

*brøk består av brøk strek, nevner, og teller*

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Hva betyr brøkstreken?*

*Lærer 2008-09-30 13:23*

*dele*

*Elev I 2008-10-01 08:23*

*Fint! Hva beskriver nevneren?*

*Lærer 2008-10-01 12:55*

*det er det øfste talle*

*Elev I 2008-10-02 13:32*

Tabell 9

Denne eleven fatter seg i korthet og gir ei forklaring på hva en brøk er som lærer ønsker å undersøke om han kan forklare mer detaljert. Han forklarer at brøkstreken betyr å dele, og lærer gir positiv kommentar på dette og prøver å få ham til å forklare de andre ordene han har brukt i forklaringa. Han sier at nevner er det øverste tallet, noe som ikke stemmer, men det behøver ikke å bety at han ikke kan regne med brøk. Jeg velger å la dette stå uten kommentar, da eleven senere får vise om han kan regne med brøk. Han viser i andre eksempler at han vet at nevner er den som viser hvor mange deler brøken er delt inn i og angir størrelsen på de ulike delene (plassering av brøk på tallinja se 5.2).

*Relativ størrelse på brøk*

???

*Kommentar*

*Fra Dato*

*Er 2/5 større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Lærer 2008-09-30 13:23*

*den er mindre en en halv*

*Elev I 2008-10-01 08:25*

*Hvordan finner du ut at den er mindre enn en halv?*

*Lærer 2008-10-01 12:57*

*for at en halv da hadde bid 2, noka/5*

*Elev I 2008-10-01 13:31*

*Helt rett, hvordan regner du det ut?*

*Lærer 2008-10-01 17:09*

*tok det i haue*

*Elev I 2008-10-02 13:29*

*Ok*

*Lærer 2008-10-02 20:59*

Tabell 10

Eleven forsøker ikke å forklare relativ størrelse på brøk, og lærer følger derfor opp et spørsmål fra håndboka (er 2/5 større eller mindre enn en halv? Hvorfor). Som det kommer frem av dialogen mellom eleven og læreren ønsker, eller kan

han ikke forklare så mye hva han gjør, men han ser forholdet mellom disse to brøkene. Han prøver ikke å skrive inn forklaring på begrepet etter hvert, og lærer velger å avslutte med ok, da det ikke ser ut til at vi kommer noe lengre i begrepskrivinga. Jeg er ute etter å se hvordan eleven organiserer kunnskapene sine, og denne eleven gir lite innblikk med sine korte svar. Hvis begrepskartet gir et bilde på hvordan det indre begrepskartet til denne eleven er bygd opp, kan det se ut til at han har en intuitiv forståelse av brøkbegrepet men ikke et godt utviklet matematisk språk til å formidle det. Jeg ser ut fra denne begrensede dialogen heller ikke tegn på sterke koblinger mellom de ulike begrepene, og konkluderer med at dialogskrivninga ikke alene ser ut til å fremme faglig forståelse hos denne eleven. Kenyon(2.2) hevder at det å bruke språket i problemløsninga gjør den kognitive læringa mer effektiv. Men det ser ikke ut til at jeg får denne eleven til å bruke språket slik at forståelsen kan utvikles, og det er kanskje andre metoder enn skriving som må til for å få prosessen i gang. Så vil man i neste fase kanskje kunne se på utviklinga av språket for å registrere om andre metoder fremmer en bedre forståelse.

### **God forståelse**

5 elever hadde 3 poeng eller mer, elev B, E,F,M og N. Elev E var den eneste med alt rett, men kunne ikke delta i skrivearbeidet (tabell 2, Figur 2).

Bare en av disse elevene forbedret seg fra første til siste test, og de brukte et matematisk språk i større grad enn de andre elevene. Her vil eksempel på det elev B skriver vise at hun bruker et fagmatematisk språk, slik vi ofte finner det i matematikkbøkene. Tre av de fire endret på begrepsforklaringene sine etter hvert som lærer stilte spørsmål.

Eksempel på hva elev B skrev:

(denne eleven endrer begrepet etter hvert som lærer stiller nye spørsmål og jeg har derfor markert med tall rekkefølgen på det hun skrev)

*Tema:*

*Brøk*

*(1)En brøk er to tall som står på hver sin side av brøkstreken. (2) den består av en teller og en nevner. (3)telleren står over brøkstreken, og nevneren står under. brøkstreken kan også bety,- eller være et deletegn.*

<i>Kommentar</i>	<i>Fra</i>	<i>Dato</i>
<i>Hva betyr brøkstreken? og hva betyr tallene i teller og nevner?</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-29 11:41</i>
<i>Fint!</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-30 16:07</i>

#### Tabell 11

Eleven gir ei grei forklaring og utdypet sin egen begrepsforklaring etter hvert som lærer spør. Hun bruker begrepene teller og nevner og lærer ber ikke om noe mer utdypende forklaring på dette da det vil komme frem senere om hun behersker innholdet i begrepene.

*Likeverdige brøker*

*(1)Brøker som representerer samme tallstørrelse, men har ulik nevner, kaller vi for likeverdige brøker.(2)  $2/3=6/9$  fordi at hvis du ganger telleren og nevneren med 3, så får du*

*6/9.  $3 \cdot 2 = 6$ ,  $3 \cdot 3 = 9$ , altså  $2/3 = 6/9$  (3)  $9/15$  er det samme som  $12/20$  fordi at du må finne fellesnevner.  $9/15 \cdot 6 = 36/60$   $12/20 \cdot 3 = 36/60$*

*Ja, kan du forklare hvorfor  $2/3 = 6/9$*  Lærer 2008-09-29 11:46

*Fint, kan du forklare hvorfor  $9/15 = 12/20$ ?* Lærer 2008-09-30 16:12

*Fint!* Lærer 2008-10-01 12:34

## Tabell 12

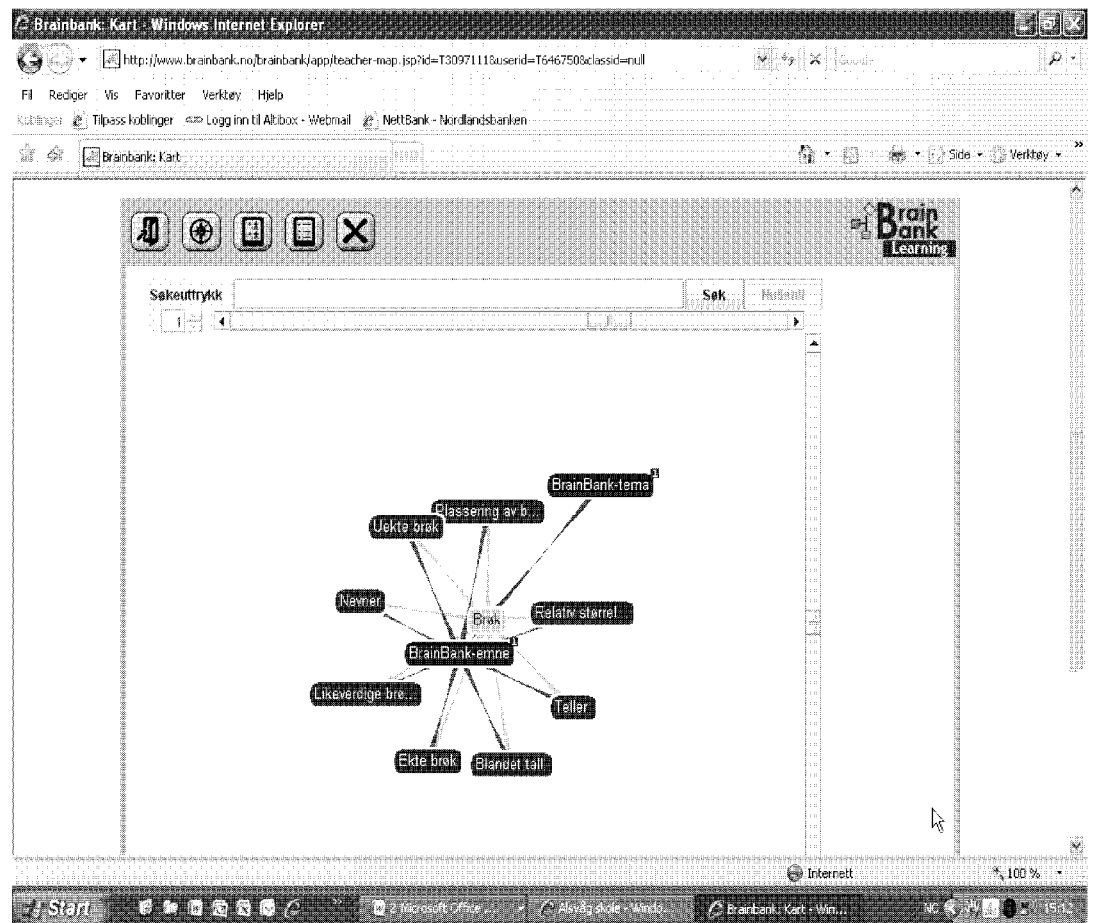
Her ser vi tydelig at hun behersker det matematiske språket og hun bringer inn begreper som fellesnevner, samtidig som hun viser hvordan dette gjøres. Selv om det burde stått  $\cdot 4/4$  og  $\cdot 3/3$  i det siste eksemplet, ser vi at det er det hun egentlig gjør. Jeg oppfatter  $\cdot 6$  som en skrivefeil, og velger som Marwine anbefaler å ikke rette på skrivefeil. Hun har tidligere forklart at hun da ganger teller og nevner (del 2 av forklaringen) og lærer velger å ikke kommentere dette, men avslutte med positiv respons. Hun viser at hun kan forklare det hun gjør og at hun behersker metoden for å finne om brøker er likeverdige. Denne eleven endrer begrepsforklaringen etter hvert som lærer stiller spørsmål, og det kan derfor være viktig at de begrepene som står er korrekte og jeg burde kanskje derfor ha gjort henne oppmerksom på de formelle feilene. Jeg lar dette allikevel passere da jeg mener å ha fått bekreftet den matematiske kompetansen, og fordi vi har begrenset tid til disposisjon med hensyn til bruk av datamaskiner. Det ville også ha vært naturlig at jeg i ei skriveøkt hadde påpekt dette muntlig til eleven slik at hun kunne vurdere om hun ville endre/rette opp de formelle feilene. Videre er ikke et begrepskart av denne typen et endelig produkt, eleven vil kunne gå inn selv på et senere tidspunkt og kunne rette opp feil og utvide begrepsforklaringer.



Veiledninga hadde som mål å få eleven til å vise hva de hadde av forståelse og oppfølgingsspørsmålene var ment å skulle få dem til å reflektere på egenhånd og eventuelt utvikle forståelsen. Som det fremgår av eksemplene hadde jeg en mal for hvilke spørsmål jeg skulle bruke, og en ide om at disse skulle få i gang en prosess hos eleven som kunne utvikle forståelse. Erfaringa med veiledninga viser at elevene responderte ulikt på spørsmålene mine og hadde ulikt utbytte av denne formen for veiledning. Det som kom frem gjennom dette arbeidet var at det de skrev og måten de responderte på ga meg en viktig innsikt i hvordan de tenkte og hvilken grad av faglig forståelse de hadde utviklet.

Jeg vil i det videre komme nærmere inn på det de skrev, og hvordan dette kan si noe om den enkeltes forståelse. Men først vil jeg gi et eksempel på hvordan et begrepskart kan se ut grafisk (elev B).

## Masteroppgave i tilpasset opplæring



Eksempel på hvordan et slikt begrepskart kan se ut til slutt, grafisk.

Figur 4

### 5.2 UTVIKLING AV FORSTÅELSE

Her vil jeg se på hva enkeltelever skrev og hvilke resultater de fikk på enkeltoppgaver. Jeg har valgt ut elever som representerer de ulike nivåene; manglende, noe og god forståelse. På de to første nivåene har jeg valgt ut ei

jente og en gutt. På den siste har jeg valgt ei jente da alle på dette nivået var jenter og de var nokså lik i utvikling og bruk av språk. Jeg vil se på hver enkelt oppgave, hva den måler og om eleven utvikler forståelse over tid. For å kunne gjøre dette velger jeg følgende prosedyre:

Elev:

- resultat på test 1, 2 og 3 oppgave 5-9
- hva måler oppgaven og eksempler på hva eleven svarer (eleven skriver mellom test 1 og 2)
- eksempler på hva eleven skrev og hvordan eleven responderte på lærers tilbakemelding
- elevens bruk av det matematiske språket og hvilken kompetanse dette representerer
- hvordan endrer begrepene og forståelsen seg gjennom prosessen

Matematisk språk kan defineres på flere måter, og noen beskriver det nærmest som et fremmedspråk som må læres. Jeg velger å legge til grunn de kjennetegnene som brukes i vurderingsveiledninga til eksempeloppgave 2, eksamen vår 2009.

**Låg kompetanse:**

*...bruker et uformelt språk til å uttrykke en forenklet tankegang...*

**Nokså god/god kompetanse:**

*...kan bruke et matematikkfaglig språk og gjennomføre enkle resonnementer...*

**Mykje god/framifrå kompetanse:**

*...behersker begrepene og det matematiske formspråket...*

*...er sikker i å gjennomføre logisk resonneringer med et klart matematisk formspråk*  
(Utdanningsdirektoratet 2009, s. 11).

Jeg ser at noen av elevene med manglende forståelse også bruker et matematikkfaglig språk når de skriver begreper, men det kan se ut som om de har hentet dette fra ei bok eller lignende, og når de blir bedt om å forklare hva de mener med egne ord får det ikke til.

Oppgavene som elevene får om brøk kan fordeles på de ulike begrepene:

**Likeverdige brøker:** oppgave 7

**Relativ størrelse på brøk:** oppgave 5, 6 og 9

**Plassering av brøk på tallinja:** oppgave 8, som også måler de andre to ferdighetene .

Selve oppgavene er beskrevet i 2.7 men jeg velger allikevel å ta med oppgaveteksten i hvert eksempel på den første eleven. Til slutt tar jeg med det de skriver om brøk og litt om generelle trekk ved denne elevens skriving. Jeg velger å bruke de samme elevksempelene som i analysen av veiledninga og tar først to representanter for de som hadde manglende forståelse etter første test.

### **Manglende forståelse**

**Elev G:**

Oppgave 5:

**Spm.5** Sett ring rundt den største brøken: (kap.5.7)

A:  $\frac{5}{6}$       B:  $\frac{5}{7}$       C:  $\frac{5}{8}$       D:  $\frac{5}{9}$

Her har elev G feil svar alle tre gangene, og svarer ulikt men har ikke med det rette i noen av svarene. Testen måler om eleven forstår at jo større nevneren er, jo mindre blir brøken hvis telleren er lik. Eleven blir bedt om å forklare relativ størrelse på brøk, men skriver bare et spørsmålstejn. Når lærer spør om  $2/5$  er mindre eller større enn en halv, er han usikker men trur den er litt mindre eller like stor, men kan ikke forklare hvorfor. Lærer stopper etter dette og eleven endrer ikke på begrepsforklaringa.

*Lærer: Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Elev G: Den e litt mindre. Men veit ikke korsjen jeg skal forklare det.*

*Elev G: trur de e like stor. men veit ikke hvordan jeg ska forklar det.*

*Lærer: ok*

Oppgave 6:

**Spm.6** Sett ring rundt alle brøkene som er større enn  $3/4$ , men mindre enn 1.

(kap.5.7)

$2/3$   $5/8$   $4/5$   $7/10$   $4/3$

Her svarer elev G rett første gang, men bare delvis rett 2. og 3. test. Eleven har med det rette svaret men har i tillegg markert flere andre brøker. Oppgaven måler om eleven forstår brøk og ut fra svarene i test 1, 2 og 3 kan det se ut som dette er problemet. Han skal sette ring rundt alle brøkene som er større enn  $3/4$  og mindre enn 1. Han svarer  $4/5$  som er rett, men i tillegg har han med  $4/3$ .

Denne oppgaven hører inn under samme tema som oppgave 5, og lærer stopper etter to spørsmål og to svar da det ikke ser ut til at eleven utvikler sin forståelse gjennom denne dialogen.

Oppgave 7

**Spm.7** Sett ring rundt tallet du kan sette inn på den ledige plassen slik at regnestykket nedenfor blir riktig:

(kap.5.6)

$$1/2 \times \underline{\quad} = 3/6$$

A: 2/4      B: 2/3      C: 3/3      D: 3

Her svarer eleven rett på sist testen, men svarer x 3 på de forgående. Testen måler om eleven forstår likeverdige brøker, og at det skal multipliseres med 3/3 (1) for ikke å endre brøkens verdi. Eleven starter med å forklare likeverdige brøker: ” To brøker som kan ha forskjellige nevnerer men ha samme verdi. 1/2 og 2/4”

Oppgave 8

**Spm. 8** Hvor mange ulike brøker fins det mellom 2/5 og 3/5 ?

(kap.5.6 5.7 5.8)

Sett ring rundt A, B, C eller D og fullfør svaret.

A: Ingen. Hvorfor?

---

B: En. Hvorfor?

---

C: Noen. Skriv to.

---

D: Mange. Skriv to.

---

Eleven svarer feil alle tre gangene og forskjellig fra gang til gang. På intervjuet svarer han vet ikke og foreslår at vi ganger teller med 2 og beholder nevneren. Oppgaven måler om eleven har god forståelse for brøk. Lærer ber eleven plassere brøker med samme teller og ulik nevner i stigende rekkefølge, og eleven skriver  $1/4-1/5-1/6-1/8-1/10$ , altså det motsatte av stigende, men brøkene kommer riktig etter hverandre hvis det hadde vært fallende rekkefølge. Lærer spør om  $1/4$  er mindre enn  $1/10$  og eleven svarer nei. Eleven bruker noe matematisk språk i denne oppgaven og han begynner med å skrive begrep, Plassering av brøk på tallinja.” Da utvider brøkene at vi får samme nevner. Brøken med størst teller er størst.” Han bruker teller og nevner, men ellers et uformelt språk. Han ser ut til å ha forstått sammenhengen men plasserer brøkene i feil rekkefølge. Kanskje vet han ikke forskjell på teller og nevner?

#### Oppgave 9

**Spm.9** Skriv et tall i boksen for å lage en brøk som representerer et tall mellom

2 og 3

(kap.5.7)

/ 8

Her svarer eleven feil hver gang og avslører ganske tydelig at han ikke har kontroll på dette. Oppgaven måler om eleven kan skrive et heltall større enn 1, som en uekte brøk, og ber eleven lage en brøk som representerer et tall mellom 2 og 3 med 8 som nevner. Eleven svarer en gang 2 som teller og en gang 112, noe

som kan tyder på at han bare gjetter. Denne oppgaven hører også inn under området relativ størrelse på brøk, og bekrefter vel at dette området har eleven lav kompetanse på.

Denne eleven skriver begreper om brøk: ”En brøk står av teller, brøkstrek og nevner”, men får problemer når lærer spør hva brøkstreken betyr. Lærer følger opp med et spørsmål om pizza og da kan eleven svare på den konkrete fordelinga av pizzabiter ( $\frac{3}{4}$  spist og  $\frac{1}{4}$  igjen).

*Hva betyr brøkstreken?*

*Er litt usikker.*

*Kan du forklare hva  $\frac{3}{4}$  av en pizza betyr?*

*Hvis jeg deler pizzaen i 4 piter og spiser  $\frac{3}{4}$  Så sitter jeg igjen med  $\frac{1}{4}$  del*

*Fint forklart!*

Generelt sett kan det se ut som om denne eleven er noe usikker når han må forklare begrepene med egne ord og det ser ikke ut som om han har gjort det matematiske språket helt til sitt eget. Elevene hadde tilgang på alle hjelpemidler og kunne snakke med både lærere og medelever når de skrev begrepsforklaringene sine. I følge definisjonen på matematisk språk fra utdanningsdirektoratet, vil denne eleven kunne sies å bruke ”et uformelt språk til å uttrykke en forenklet tankegang” (Låg kompetanse) når han skriver med egne ord. I forhold til Kieren sin modell for kunnskap om rasjonale tall (2.6) kan det se ut som om denne eleven befinner seg i den nest innerste sirkelen. Intuitiv kunnskap basert på dagligmatematisk kjennskap og forståelse. Det ser ikke ut som om eleven utvikler sin forståelse gjennom dialogen med lærer, men jeg får et innblikk i elevens tenking og hvor det stopper opp. Dette er en pliktoppfyllende elev som hele tida prøver å gjøre det lærere forventer, han er



også en av de få som har skrevet utenom skoletida. Han jobber samvittighetsfullt men det ser ikke ut som om dette er en metode som alene kan hjelpe denne eleven til videre utvikling. Han svarer bedre når lærer kommer med konkrete pizza-eksempler, men bruker ikke disse selv når han skal forklare på egenhånd. Det kan se ut som om han ikke har gjort begrepene til sine egne, og hvis det han skriver er et uttrykk for hvordan han har lagret begrepene i sitt indre begrepskart kan det tyde på at forståelsen for brøk er lav både før og etter skriveprosessen.

### **Elev O:**

#### Oppgave 5:

Her svarer eleven feil første gang, men rett de to neste. Testen måler om eleven forstår at jo større nevneren er jo mindre blir brøken hvis telleren er lik.

Eleven skriver ikke forklaring på begrepet og lærer begynner med å spørre om  $2/5$  er mindre enn en halv. Eleven svarer på dette med et litt lite presist språk, ” Det er mindre. For 2 er mindre enn fem. F.eks; to epler skal deles på 5 personer” Lærer er litt usikker på om eleven har forstått og spør om eleven kan regne dette ut, og hun fortsetter resonnementet med sitt eget eksempel, men gjør om  $2/5$  til desimaltall og finner at de får 0,4 epler hver hvis de deler 2 epler på 5 personer. Det kan virke noe komplisert å forklare dette slik, men eleven svarer riktig på testspørsmålene etter dette arbeidet og har kanskje fått bedre forståelse gjennom å arbeide med skrivinga. Det kan synes som hun behersker deler av det matematiske formspråket og gjennomfører et resonnement.

*Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Det er mindre. for 2 er mindre enn fem. f. eks; to epler skal deles på 5 personer*

*Fint! Kan man regne det ut?*

*2/5 = 0,4. Julie har 2 epler og skal dele de med 4 andre venner, hvor mange biter får dem hver?  
svar: 0,4 epler.*

Oppgave 6:

Her svarer eleven feil første test, rett 2. og delvis rett 3.gang. Siste gang har hun svart  $4/5$  men har i tillegg tatt med  $7/10$ . Oppgaven var å sette ring rundt brøker større enn  $3/4$  og jeg ser på testen at hun har gjort dette om til  $0,75$ , men allikevel tar hun med  $7/10$ .

Oppgave 7:

Eleven svarer feil første gang, men rett de to neste. Testen måler om eleven forstår likeverdige brøker, og at man må multiplisere med 1 ( $3/3$ ) for ikke å endre brøkens verdi.

Eleven skriver ikke forklaring på begrepet likeverdige brøker, og lærer ber henne gjøre brøker om til 12-deler. Det svarer hun greit på og lærer spør videre om hun kan forklare hvorfor  $2/3=6/9$  det forklarer hun med å si at begge er  $0,6$ . Det kan se ut som om det er en strategi hun bruker i forhold til brøk, å gjøre om til desimaltall. Eleven skriver lite men svarer på lærers spørsmål med å regne ut, og som vist i del 5.1 går ikke lærer nærmere inn på hennes (avrundingskompetanse) i denne sammenhengen.

Oppgave 8:

Eleven svarer feil alle tre gangene, og ulikt hver gang. På intervjuet svarer hun at hun ikke tenkte og ikke vet (Tabell 2). Hun forklarer ikke begrepet og lærer ber henne plassere brøker i stigende rekkefølge. Hun plasserer de i fallende og

på oppfølgingsspørsmål fra lærer svarer hun at  $1/4$  er større enn  $1/10$  men gir ingen begrunnelse. Her skriver hun også bare svar på oppgavene og ingen utdypende kommentarer.

#### Oppgave 9:

Her svarer eleven feil alle gangene, og alle svarene er ekte brøker (teller $<$ 8). Oppgaven måler om eleven kan skrive heltall større enn 1, som en uekte brøk. Det behersker hun ikke, selv om hun skårer bedre på de andre oppgavene som representerer tema Relativ størrelse på brøk (5 og 6).

Eleven skriver forklaring på begrepet brøk, og bruker et matematisk språk som ser ut til å være hentet fra ei bok eller et nettsted, "En brøk er et matematisk uttrykk..." på oppfølgingsspørsmål om hva brøkstreken betyr forklarer hun dette greit med egne ord "den er den som deler mellom teller og nevneren.som viser at det er deling."

Generelt kan vi si at denne eleven ser ut til å utvikle bedre forståelse gjennom denne type arbeid. Hun forbedrer seg på 3 av 5 oppgaver og ser ut til å skrive mer med egne ord og forklaringer på de områdene hun har positiv utvikling, oppgave 5,6, relativ størrelse og oppgave 7 likeverdige brøker.

#### ***Relativ størrelse på brøk***

#### ***Kommentar***

*Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*Det er mindre. for 2 er mindre enn fem. f. eks; to epler skal deles på 5 personer*

*Fint! Kan man regne det ut?*

*$2/5 = 0,4$ . Julie har 2 epler og skal dele de med 4 andre venner, hvor mange biter får dem hver? svar: 0,4 epler.*

***Likeverdige brøker***

***Kommentar***

*Kan du gjøre disse brøken om til 12-deler?  $1/4 = 3/12$   $1/2 = 6/12$   $3/4 = 9/12$*

*$1/4 = 3/12$   $1/2 = 6/12$   $3/4 = 9/12$*

*Fint! Kan du forklare hvorfor  $2/3 = 6/9$*

*Fordi at  $2/3$  og  $6/9 = 0,6$ .*

Her ser vi at eleven til en viss grad forklarer enten med praktiske eksempler eller regneeksempler. På det neste området svarer hun bare på det lærer spør om og gir ingen praktiske eksempler eller forklaring.

***Plassering av brøk på tallinja***

***Kommentar***

*Kan du plassere disse brøkene i stigende rekkefølge, minst først.  $1/8 - 1/10 - 1/6 - 1/5 - 1/4$*

*$1/4 - 1/5 - 1/6 - 1/8 - 1/10$*

*Er  $1/4$  mindre enn  $1/10$  ?*

*Nei,  $1/4$  er større enn  $1/10$ .*

Eleven skriver kun begrepsforklaring på Brøk, de andre begrepene gjør hun ingen forsøk på å forklare verken i utgangspunktet eller etter hvert i skriveprosessen. Denne eleven utvikler seg gjennom skriveprosessen, og har bedre resultater på slutttesten fra 0 til 2,5 p (Tabell 2). Det kan se ut som om hun gjennom prosessen har utviklet seg fra Manglende forståelse til Delvis forståelse. Hun bruker i noen grad et matematisk språk og gjennomfører enkle resonnement, noe som plasserer henne i gruppa for Nokså god kompetanse fra Utdanningsdirektoratet. I forhold til Kierens modell vil jeg vurdere henne i

skjæringspunktet mellom Intuitiv(dagligmatematisk) og noe bruk av standard matematisk språk og algoritmer, f.eks når hun bruker veien om desimaltall for å vise at to brøker er likeverdige. Denne eleven ser ut til å utvikle sin forståelse gjennom denne type skrivning, vi kan se det både når hun tar i bruk språket og forklarer med egne eksempler, og på resultatet på siste test (Tabell 2). Kanskje trenger denne eleven å bli sett og hørt, og her fikk hun tilbakemelding fra lærer hver gang hun skrev noe. Dette er en stille elev som sjelden deltar i klassediskusjoner og svarer når oppgaver blir gjennomgått i plenum. Det kan se ut som om hun har et dårlig selvbilde i forhold til matematikkfaget ”æ sug i matte”(Tabell 2). Rose beskriver det som en av fordelene med denne type skrivning at når lærer skriver tilbake opplever eleven at han blir hørt og at læreren bryr seg. Videre trenger kanskje denne eleven å høre sin egen stemme gjennom skrivning siden hun deltar så lite i klassesamtalene. Rose viser til at denne type skrivning forsinker tankeprosessen og gir eleven en sjanse til å finne egne løsninger og forstå sin egen tankegang (Rose i del 2 her).

### **Delvis forståelse**

Elev D:

Oppgave 5:

Eleven svarer rett alle tre gangene. Oppgaven måler om eleven vet at jo større nevneren er, jo mindre blir brøken hvis tellerne er like.

Hun skriver ikke forklaring på begrepet og lærer begynner med å spørre om  $2/5$  er mindre enn en halv. Dette forklarer eleven godt med egne ord, og bruker kake som eksempel på fordeling.

*Relativ størrelse på brøk*

?

**Kommentar**

*Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv? Hvorfor?*

*$2/5$  er mindre enn en halv fordi en halv har større verdi. Hvis man deler ei kake i to deler, altså får vi en halv hver, får vi mere enn hvis vi deler den i 5. Da hadde to personer fått 2,5 stykke hver. Altså, en halv er større enn  $2/5$ .*

*Fint forklart!*

**Oppgave 6:**

Her svarer eleven feil begge de to første gangene, og delvis rett den siste. Hun tar med det riktige svaret men mener også at  $2/3$  er større enn  $3/4$ . Her virker hun veldig usikker og svarer forskjellig på de ulike testene.

Oppgaven måler om eleven forstår brøk. Denne oppgaven tester Relativ størrelse på brøk og det ser ut som det er bare når hun får brøker med samme teller at hun klart ser hvilken som er størst (oppgave 5), og her vurderer jeg det slik at hun trenger praktiske eksempler og mer øving for å være sikker.

**Oppgave 7:**

Her svarer hun riktig alle tre testene.

Oppgaven tester om eleven forstår likeverdige brøker og at man må multiplisere med  $1(3/3)$  for ikke å forandre brøken.

Eleven skriver at likeverdige brøker er brøker som har samme verdi og tar med eksempler på det. Lærer spør om hun kan forklare hvorfor  $2/3=6/9$  og hun svarer med nok et kakeeksempel. Lærer prøver å gå videre med å spørre om hvorfor  $9/15=12/20$  og eleven svarer med at de betyr det samme, men gjør ikke noe forsøk på å forklare dette.

### Oppgave 8:

Her svarer hun feil de to første testene, og svarer vet ikke på siste test. Hun svarer vet ikke på intervjuet, og foreslår at det kan være 10-deler hvis det ikke skal være 5-deler (Tabell 2).

Oppgaven tester om eleven har en god forståelse for brøk, noe denne eleven ikke kan vise på testen. Lærer ber henne skrive om plassering av brøk på tallinja, men hun stiller bare et spørsmål om det er å plassere brøker på tallinja? Lærer ber henne om å plassere brøkene i stigende rekkefølge, og hun plasserer dem i riktig rekkefølge. For å kontrollere spør lærer om  $1/10$  er større enn  $1/8$  og hun svarer nok en gang riktig. Lærer avslutter med fint siden hun ser ut til å forstå at nevner angir størrelsen på brøken når teller er 1. Hun svarer kun på lærers spørsmål og gjør ingen forsøk på å forklare med egne ord.

#### ***Plassering av brøk på tallinja***

*Når du plasserer brøker på tallinja? Jeg vet ikke*

#### ***Kommentar***

*Kan du plassere disse brøkene i stigende rekkefølge, minste først.  $1/8-1/10-1/6-1/5-1/41/10-1/8-1/6-1/5.1/4$*

*Er  $1/10$  mer enn  $1/8$  ?*

*nei*

### Oppgave 9:

Her svarer hun feil første gang og velger å ikke svare de to siste gangene.

Oppgaven måler om eleven kan skrive heltall større enn 1 som en uekte brøk. Denne oppgaven måler det samme som oppgave 5 og 6, og vi ser at det kun er oppgave 5 hun er helt sikker i. Det kan se ut som om hun trenger å kunne gjøre om til praktiske kakeeksempler for selv å kunne forstå.

Eleven har ikke skrevet forklaring på begrepet brøk, og ser ut til å være avhengig av å kunne forklare med praktiske eksempler som for eksempel kake når hun skal beskrive noe med egne ord. Hun bruker et praktisk matematisk språk på de område hun behersker godt, og løser oppgaver og svarer kort når hun ikke har praktiske eksempler å vise til. Eleven har liten utvikling gjennom skriveprosessen men viser tydelig at når hun forstår noe kan hun forklare det gjennom praktiske eksempler. Det kan se ut som om hun har en nokså god kompetanse i bruk av det matematikkfaglige språket, men må støtte seg til praktiske eksempler i stor grad. Det kan være vanskelig å vurdere grensen mellom Låg og Nokså god kompetanse, men jeg mener at hun gjennomfører enkle matematiske resonnerment og bruker noe matematikkfaglig språk for eksempel når hun skriver om Relativ størrelse på brøk. I forhold til Kierens modell, vil jeg som i elev O's tilfelle vurdere henne i skjæringspunktet mellom Intuitiv (dagligmatematisk) og noe bruk av standard matematisk språk og algoritmer som her når hun skriver om Likeverdige brøker.

***Likeverdige brøker***

*Brøker som har samme verdi, som 2:4 eller 3:6*

***Kommentar***

*Kan du forklare hvorfor  $2/3=6/9$*

*Hvis vi har to kaker som vi deler i 4, og 6. Så skal to pers dele den eine, og to skal dele den andre også. Da får hver pers en halv kake uansett hvor små eller store deler du skal dele den i. 3 er halvparten av 6, og 2 er halvparten av 4.*

*Kan du forklare hvorfor  $9/15=12/20$  ?*

*de betyr det samme?*

*Ok*



Hun ser ikke ut til å utvikle sin forståelse gjennom denne type skriving både i forhold til resultater på testen og fordi hun ikke skriver begrepsforklaringer som kan brukes ved senere anledninger, men bare svarer på lærers spørsmål. Hun utvikler ikke språket mot mer matematikkfaglig, men holder seg til det hun behersker best, de praktiske eksemplene. Jeg mener å kunne se tydelig når hun forstår og hun bruker egne eksempler, i forhold til der hun ikke prøver seg på egne eksempler for eksempel hvorfor  $9/15=12/20$ . Utfordringa rent pedagogisk blir når jeg som lærer har sett hvilket nivå hun ligger på, hvordan skal vi komme videre i utvikling av forståelse? Rose peker på at læreren tjener på å få tilbakemelding og bli oppmerksom på når og ved hvilke aktiviteter de når frem til elevene. Så ved senere bruk av skriving i matematikk vil jeg kanskje få et bedre innblikk i hvilke andre metoder som fremmer utvikling hos denne type elever. Jeg kan ut fra hvordan denne eleven skriver tenke meg til at hun profiterer på praktiske øvelser og eksempler, men hvordan kommer vi videre til for eksempel litt mer teoretisk skolematematikk? I forhold til teori om begrepskart, hevder Grevholm (del 2) at begrepskartet er et bilde på den forståelse eieren har på det tidspunktet kartet lages, men at eleven kan komme videre med hjelp av lærer som gir veiledning/opplysning som fører eleven videre i læringsarbeidet. Og at dialog mellom elevene og mellom lærer og elev er viktig i dette arbeidet. Så i dette tilfellet har jeg fått innsyn i hvordan denne eleven tenker, men det ser ikke ut til å være nok å skrive for å komme videre, her må det suppleres med andre pedagogiske metoder som det ikke var rom for i dette prosjektet.

#### **Elev I:**

Oppgave 5:

Eleven svarer rett alle tre gangene. Oppgaven måler om eleven vet at jo større nevneren er, jo mindre blir brøken hvis telleren øker. Denne oppgaven tester forståelse innenfor området likeverdige brøker, men eleven gjør ikke noe forsøk på å forklare begrepet. Lærer spør om  $2/5$  er større eller mindre enn en halv og eleven svarer at den er mindre. Når lærer ber eleven forklare hvordan han finner dette sier han at han regnet det ut i hodet og da ville det bli 2, nokka /5. Her kan det se ut som eleven bruker et noe formelt matematisk språk (matematiske tegn og symboler) og klarer å gjennomføre et enkelt resonnement.

*”Relativ størrelse på brøk*

*???*

*Kommentar*

*Er  $2/5$  større eller mindre enn en halv?*

*den er mindre en en halv*

*Hvordan finner du ut at den er mindre enn en halv?*

*for at en halv da hadde bid 2, noka/5*

*Helt rett, hvordan regner du det ut?*

*tok det i haue*

Oppgave 6:

Eleven svarer med tre ulike brøker hver gang, og de to første testene er den riktige brøken også med. På den siste testen er ikke den riktige med blant de tre. Han varierer mellom alle brøkene unntatt den ene brøken som er over 1 ( $4/3$ ). Denne oppgaven måler om eleven forstår brøk og tester forståelse innenfor samme område som oppgave 5.

### Oppgave 7:

Eleven svarer rett på denne oppgaven på alle tre testene. Oppgaven måler om eleven forstår likeverdige brøker og at man må multiplisere med  $3/3$  (1) for ikke å forandre brøkens verdi. Eleven skriver forklaring på likeverdige brøker som ser ut til å være hentet fra ei bok eller et nettsted, på grunn av det formelle språket. Lærer følger derfor opp med spørsmål om hvorfor  $2/3=6/9$  og eleven svarer med at man har ganget  $2/3$  med 3. Siden eleven ser ut til å mene  $3/3$  med bakgrunn i svaret på testen følger lærer opp med et praktisk spørsmål om forskjellen på  $2/3$ -pizza og  $6/9$ -pizza og eleven svarer at  $2/3$  er størst. For å være sikker på hva eleven mener spør lærer om det er stykket eller pizzaen som er størst, og eleven svarer stykket. Eleven endrer ikke på begrepet men svarer på lærers spørsmål. Han bruker et lite presist språk så lærer må spørre for å sjekke hva han egentlig mener.

#### ***Likeverdige brøker***

*Brøker som representerer samme tallstørrelse, men har ulik nevner, kaller vi for likeverdige brøker.  $1/3$  og  $2/6$*

#### ***Kommentar***

*Fint, kan du forklare hvorfor  $2/3=6/9$*

*du har ganget  $2/3$  med 3*

*Fint! Hvis dette var pizza, hva var forskjellen på  $2/3$ -dels-pizzaen og  $6/9$ -dels-pizzaen?*

*$2/3$  er den største*

*Mener du største stykker eller mest pizza?*

*største stykke*

Utfordringa i denne dialogen er at eleven er lite utdypende, og at han også ga tydelig uttrykk for at han synes han hadde svart nok ganger, han var ferdig med den arbeidsoppgaven. Det kan derfor være rom for tolking i det han skriver, men

jeg mener å ha fått bekreftet at han har forstått hva likeverdige brøker er, både gjennom testen og det han skriver.

Oppgave 8:

Eleven svarer feil alle tre gangene og prøver seg på ulike svar hver gang.

Oppgaven måler om eleven har god forståelse av brøk, og ser hvordan en skal plassere en brøk på tallinja. Eleven prøver å forklare begrepet med å si at ”då sett vi en brøk på ei linje av tall”. Lærer ber eleven plassere brøkene i stigende rekkefølge, noe han gjør helt rett. Da spør lærer om hvorfor  $1/10$  er mindre enn  $1/4$  og eleven forklarer dette fint med egne ord og eksempler med pizzabiter.

Eleven viser i denne dialogen at han har god forståelse for disse brøkene, men ikke skjønner sammenhengen med brøker som kan gjøres om/utvides  $2/5$  og  $3/5$ .

***Plassering av brøk på tallinja***

*då sett vi en brøk på ei linje av tall*

***Kommentar***

*Kan du plassere disse brøkene i stigende rekkefølge, minste først.  $1/8-1/10-1/6-1/5-1/4$*

*$1/10 - 1/8 - 1/6 - 1/5 - 1/4$*

*Hvorfor er  $1/10$  mindre enn  $1/4$  ?*

*vis vi deler  $1/10$  i en pizza så hadde det bid mange små deler. mens på  $1/4$  så hadde det bid større deler.*

*Fint forklart!*

På intervjuet i forbindelse med oppgave 8 svarer eleven at det ikke finnes noen brøker mellom disse, og når lærer spør om det må være 5-deler svarer eleven vet ikke (Tabell 2).

Oppgave 9:

Her svarer eleven feil alle tre gangene, og bruker ulike desimaltall mellom 2 og 3 (f.eks 2,5) noe som kan tyde på at han ikke har forstått oppgaven. Selv om denne oppgaven måler om eleven kan skrive heltall større enn 1, som uekte brøk er jeg usikker på om svarene tyder på manglende forståelse for uekte brøk eller om han rett og slett har misforstått oppgaven. Denne oppgaven måler samme type forståelse som 5 og 6 og det er tydelig at det bare er i forhold til brøker med samme teller og ulik nevner at eleven er helt sikker på hva som er størst.

Eleven forklarer begrepet brøk med at den består av brøkstrek, nevner og teller. Eleven vet at brøkstreken er å dele men svarer at nevner er det øverste tallet. Eleven endrer ikke på begrepene men svarer på de spørsmålene som lærer gir. Denne eleven har spesifikke lesevansker, og kan i noen tilfeller ha problemer med å lese og skrive rett, dette kan ha innvirkning på om han har forstått oppgaven riktig noe som ikke er mulig å si noe om her, men har vært tilfelle i andre sammenhenger.

Denne eleven ser ut til å kunne gjennomføre enkle resonnement og bruker et noe matematikkfaglig språk f.eks når han forklarer Likeverdige brøker, men bruker et noe uformelt/muntlig språk som kan skyldes skrivevanskene. Jeg vil derfor plassere han i gruppa Nokså god kompetanse, og også han i skjæringspunktet mellom Intuitiv og noe bruk av standard matematisk språk i Kierens`modell.

Begge disse elevene I og D ser ut til å bruke et praktisk språk på de områdene de behersker godt. Når de forklarer med egne ord og egne eksempler er dette i forhold til de områdene der de også har riktige svar på testen. De områdene de ikke behersker ser de ikke ut til å kunne forklare med egne ord eller praktiske eksempler for eksempel, Likeverdige brøk og oppgave 7.

Disse to har ingen klar endring av forståelse gjennom skriveprosessen, men viser klart at de har et bedre språk på de områdene de behersker.

### **God forståelse**

I denne gruppa var det bare jenter, og bare ei hadde ei lita forbedring fra første til siste test. Alle hadde et noe mer formelt matematisk språk, og jeg tar derfor med bare en elev fra denne gruppa.

Elev B:

Oppgave 5.

Eleven svarer rett på denne oppgaven på alle tre testene, og viser at hun forstår at jo større nevneren er, jo mindre blir brøken hvis telleren er lik. Hun starter med å forklare relativ størrelse på brøk med både ord og praktiske eksempler. Når lærer spør om  $2/5$  er mindre enn  $1/2$  forklarer hun det med å vise at brøkene også kan skrives som desimaltall, og føyer dette til den opprinnelige forklaringa. Hun behersker både begreper og det matematiske formspråket og ser ut til å ha god kompetanse i matematisk språk (jamfør definisjonen fra (eksempeloppgave 2, eksamen vår 2009).

Oppgave 6:

Her svarer eleven delvis rett første gang og helt rett de to siste. Første gangen har hun rett brøk, men tar med en feil i tillegg. Hun viser at hun forstår, noe som også kommer frem i begrepskrivinga som er felles for oppgave 5,6 og 9.

Oppgave 7:

Her svarer hun rett alle tre gangene og virker som hun forstår hvordan en sørger for at en brøk skal beholde samme verdi. Hun forklarer begrepet likeverdige brøk med et matematisk formspråk og gjennomfører sikre og logiske resonnement. Når lærer spør om hun kan forklare hvorfor  $2/3=6/9$  og  $9/15=12/20$  forklarer hun dette oversiktlig og greit og føyer dette til begrepet sitt. Selv om hun skriver

$12/20 \cdot 3 = 36/60$  har hun i utgangspunktet forklart at dette betyr ”å gange teller og nevner med 3”.

#### Oppgave 8:

Her svarer hun feil alle tre gangene, og mener at da må det være et desimaltall. Hun svarer dette også i intervjuet, men kommer på at det kan være 10-deler (Tabell 2). Det ser allikevel ikke ut som om dette er en forståelse hun tar med i det videre arbeidet, og hun svarer feil på testen etter intervjuet også. Oppgaven måler om eleven har en god forståelse for brøk, og forstår at det alltid finnes mange brøker mellom to vilkårlige brøker. Hun skriver en utførlig forklaring til begrepet plassering av brøker på tallinja og tar med eksempler på brøker i stigende rekkefølge. Når lærer ber henne forklare hvorfor  $1/10$  er mindre enn  $1/3$  så forklarer hun dette med et praktisk eksempel, og føyer dette inn i begrepet sitt.

Da test tre var ferdig ba eleven om å få ei forklaring på hva som skulle værere rett svar på oppgave 8. Hun hadde en følelse av at hun ikke hadde rett svar og ville gjerne få dette avklart.

#### Oppgave 9:

Her svarte hun riktig alle tre gangene og viser at hun kan skrive et heltall større enn 1 som en brøk. Denne oppgaven tester det samme som oppgave 5 og 6.

Eleven skriver forklaring på begrepet brøk, behersker begrepene og bruker et matematisk formspråk. Når lærer spør hva brøkestrek, teller og nevner betyr, forklarer hun dette og føyer det til den opprinnelige forklaringen.

Generelt ser vi at denne eleven forklarer begrepene og bruker lærers tilbakemelding til å føye til og utdype begrepene sine. Hun har et presist og

sikkert formspråk, og forklarer ofte med å vise utregning og at hun kan regler for dette.

Jeg har markert med tall når eleven har endret på/utvidet forklaringa si på bakgrunn av spørsmål fra lærer. Eleven selv har ikke denne markeringa, hun bare fortsetter forklaringa si fortløpende. Når lærer spør hva brøkstrek, teller og nevner betyr, forklarer hun dette og føyer det til den opprinnelige forklaringen.

Her velger jeg å ta med hele dialogen mellom lærer og elev, der det tydelig fremkommer at det kun er lærer som bruker kommentarfunksjonen, eleven endrer på innholdet i begrepsforklaringa si med bakgrunn i de kommentarene lærer gir.

**Elev B**

*Tema:*

***Brøk***

*1)En brøk er to tall som står på hver sin side av brøkstreken. 2)den består av en teller og en nevner. telleren står over brøkstreken, og nevneren står under. brøkstreken kan også bety,- eller være et deletegn.*

<b><i>Kommentar</i></b>	<b><i>Fra</i></b>	<b><i>Dato</i></b>
<i>Hva betyr brøkstreken? og hva betyr tallene i teller og nevner?</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-29 11:41</i>
<i>Fint!</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-30 16:07</i>



**Relativ størrelse på brøk**

1) En brøk kan skrives på mange forskjellige måter, selv om det er samme brøken. for eksempel:  $2/4$  og  $1/2$  eller:  $10/20$  og  $50/100$

2)  $2/5$  er mindre enn  $1/2$  fordi at  $2:5 = 0.4$  og  $1:2 = 0.5$

<b>Kommentar</b>	<b>Fra</b>	<b>Dato</b>
Er $2/5$ større eller mindre enn en halv? Hvorfor?	Lærer	2008-09-29 11:48
Fint!	Lærer	2008-09-30 16:09

**Plassering av brøk på tallinja**

1) Her har jeg sortert brøker etter størrelsen, fra minst til størst:  $1/10$ ,  $1/9$ ,  $1/8$ ,  $1/7$ ,  $1/6$ ,  $1/5$ ,  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $1/2$ ,

2)  $1/10$  er mindre enn  $1/3$  fordi at da er telleren "delt på" færre (nevneren). hvis det er 10 personer som skal dele 1 eple, så får de mye mindre biter enn hvis det er tre personer som skal ha et eple.

<b>Kommentar</b>	<b>Fra</b>	<b>Dato</b>
Fint, kan du forklare hvorfor $1/10$ er mindre enn $1/3$ ?	Lærer	2008-09-29 11:44
Godt forklart!	Lærer	2008-09-30 16:13

**Likeverdige brøker**

Brøker som representerer samme tallstørrelse, men har ulik nevner, kaller vi for likeverdige brøker.

1)  $2/3=6/9$  fordi at hvis du ganger telleren og nevneren med 3, så får du  $6/9$ .  $3*2=6$ ,  $3*3=9$ , altså  $2/3=6/9$   $9/15$  er det samme som  $12/20$  fordi at du må finne fellesnevner.

2)  $9/15 * 6 = 36/60$   $12/20 * 3 = 36/60$

<i>Kommentar</i>	<i>Fra</i>	<i>Dato</i>
<i>Ja, kan du forklare hvorfor <math>2/3=6/9</math></i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-29 11:46</i>
<i>Fint, kan du forklare hvorfor <math>9/15=12/20</math>?</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-09-30 16:12</i>
<i>Fint!</i>	<i>Lærer</i>	<i>2008-10-01 12:34</i>

Tabell 13

(merk feilskrivning som er kommentert til tabell 12)

Denne eleven mener jeg har Mykje god kompetanse i det matematiske språket, hun behersker formspråket og de matematiske begrepene godt og gjennomfører sikre logiske resonnement f.eks i plassering av brøker på tallinja. Hun benytter seg av praktiske forklaringer når dette er funksjonelt, som i plassering av brøker på tallinja. Videre bruker hun redskapet BBL på en mer funksjonell måte enn de fleste andre. Hun endrer/utvider begrepsforklaringene sine etter hvert. Dette gjør at hun til enhver tid har oppdaterte forklaringer, og ikke er avhengig av å lese dialogen slik flere av de andre vil være. I forhold til Kierens modell beveger hun seg absolutt i den tredje sirkelen der en bruker standard matematisk språk og

algoritmer. Han hevder at dette er en dynamisk modell hvor man kan operere på flere områder samtidig (Behr 1993 s.298-), noe hun viser når hun deler epler for å forklare bedre, (Plassering av brøk på tallinja). Denne eleven hadde i utgangspunktet God forståelse og i likhet med de andre i denne gruppa forbedret hun ikke resultatene på testen isærlig grad (hun gikk opp med 0,5p Tabell 2). Kan jeg da si at hun har utviklet sin forståelse gjennom dette arbeidet? Det jeg kan konstatere er at hun har utviklet bedre begrepsforklaringer gjennom skriveprosessen, og hvis begrepskartet som Grevholm beskriver viser et bilde på den forståelsen eleven har på det tidspunktet de skriver, har hun utviklet forklaringene sine gjennom prosessen og har kanskje fått en dypere forståelse som Birken viser til.

### 5.3 DRØFTING

Jeg hadde som utgangspunkt å teste ut spørsmålet.

#### **Kan elever gjennom systematisk og veiledet skriving utvikle sin forståelse i matematikk?**

Resultatet er ikke entydig i denne retningen, men jeg kan heller ikke avskrive dette som en metode som kan brukes som en del av matematikkundervisninga. Det som allikevel kom ganske klart frem er at lærer kan se hvilken grad av forståelse eleven har, gjennom å lese det de skriver. Elever med god forståelse bruker det formelle matematiske språket som sitt eget og spør på med praktiske forklaringer når dette er formålstjenelig. De skriver begreper og endrer disse undervegs i prosessen (elev B). Elever med noe forståelse bruker praktiske eksempler på å forklare det de forstår, der de mangler forståelse ser de heller ikke ut til å ha et språk for å kommunisere om dette emnet (elev D og I). Elever som mangler forståelse ser ut til å prøve å skrive "av" bok eller det lærer sier, og kan lite forklare med egne ord eller eksempler. De svarer på spørsmål fra lærer men gjør ikke noe forsøk på å forklare med egne ord (elev G). Elever som starter med manglende forståelse, og utvikler denne etter hvert endrer også bruk av språket i prosessen, og lærer kan se på hvordan de skriver om de har oppnådd en bedre forståelse i prosessen (elev O).

Elevene jeg har valgt ut som eksempler er typiske for sin gruppe og noen elever deltok så lite i skriveprosessen at det ville være vanskelig å trekke konklusjoner fra disse se beskrivelse av de ulike gruppene del 5.1.

Jeg mener å ha redegjort for hvordan språket de bruker henger sammen med grad av forståelse, og hvis jeg tolker Kierens modell rett er det en utvikling fra innerste til ytterste sirkel. Elever som kun har en intuitiv kunnskap basert på det

dagligmatematiske området vil ha problemer med å kunne forklare matematiske algoritmer og bruke det matematiske språket. Det finnes grader av dette også, og elev G klarer til en viss grad å redegjøre for praktisk løsning når lærer presenterer en pizza-oppgave, men klarer ikke å produsere eksemplene selv. Elev O viser tydelig at når hun kan forklare med praktiske eksempler utvikler hun sin forståelse og forbedrer resultatene sine på testen i etterkant. Elev D og I har dette som hovedmetode, å forklare med praktiske eksempler. De bruker også litt av standard matematisk språk, utfordringen i forhold til disse to vil være hvordan de skal komme videre og utvikle sitt matematiske språk videre. Det så ikke ut til at skriving var nok for at de skulle komme videre i utvikling av forståelse, og her ville det ideelle nok vært andre metoder og økt trening som ga dem trygghet nok til å komme videre fra det praktiske, dagligmatematiske. Elev B som representerte gruppa som hadde God forståelse i utgangspunktet behersket både standard matematisk språk og algoritmer og kunne bruke dagligmatematiske eksempler når hun hadde behov for det. Oppgaven som ingen av dem fikk til, hvor mange brøker er det mellom  $2/5$  og  $3/5$  fant de ikke svar på, det kan tyde på at denne oppgaven er av en slik karakter at det må arbeides med andre metoder enn bare skriving for å bli trygg på denne. Men kanskje er det mulig å konkludere med at disse elevene fikk en dypere forståelse, og et mer funksjonelt begrepskart til senere bruk. De utvidet begrepskartene sine etter hvert (3 av de 4 i denne gruppa) noe som kan tyde på at de også utvidet innholdet i sin egen forståelse, hvis vi aksepterer at det de skriver er et bilde på hva de forstår på det tidspunktet (Grevholm 2.3). Elev O viser både gjennom poeng på testene og gjennom det hun skriver at hun har hatt utbytte av denne type arbeid, mens elev B som representant for de med God forståelse ikke har så stor fremgang i poeng på testen, men derimot utvider begrepsforklaringene sine gjennom skriveprosessen. Elev G, D og I gir lærer

nyttig innsikt i hvordan de tenker men ser ut til å ha helt andre behov for metode for å kunne utvikle sin forståelse i matematikk.

Eksempelevenes utvikling kan fremstilles i en tabell:

Grad av forståelse	Test 1	Test 2	Test 3	Skriving
Manglende	Elev G Elev O	Elev G	Elev G	Elev G  Kun svar på spørsmål fra lærer, og noe avskrift av regler.
Delvis	Elev D Elev I	Elev D Elev I	Elev D Elev I Elev O	Elev D,I,O  Ikke bruk av begrepskart, men utdyper og forklarer med praktiske eksempler.
God	Elev B	Elev O Elev B	Elev B	Elev B  Bruker redskapet BBL og begrepskart godt, endrer og tilføyer. Behersker både fagmatematisk språk og gir praktiske eksempler.

Tabell 14

Hvis vi fremstiller alle elevenes utvikling på testene både i brøk og prosent vil vi se at spesielt gruppa Manglende forståelse, utvikler sin forståelse gjennom en periode med undervisning og arbeid med et tema. Men som flere av forfatterne som skriver om skriving i matematikkfaget viser til, vil skriving først og fremst være et redskap som kan gi lærer nyttig tilbakemelding og kunnskap om hvordan elever forstår fagstoffet.

### Utvikling Brøk

Grad av forståelse	Test 1	Test 2	Test 3
Manglende	Elev: A,C,G,K,O	Elev: G	Elev: A
Delvis	Elev: D,H,I,J,L	Elev: A,C,D,I,J,K	Elev: D,G,H,I,J,K,L,O
God	Elev: B,E,F,M,N	Elev: B,E,F,H,L,M,N,O	Elev: B,C,E,F,M,N

Tabell 15

### Utvikling Prosent

Grad av forståelse	Test 1	Test 2	Test 3
Manglende	Elev: A,D,G,H,J,K,L	Elev: A,D,G,H	Elev: G
Delvis	Elev: B,C,I,M,O	Elev: B,C,J,K	Elev: A,C,D,I,J,K,L
God	Elev: E,F,N	Elev: E,F,I,L,M,N,O	Elev: B,E,F,H,M,N,O

Tabell 16

Som vi ser av disse resultatene, målt med Alle Teller, er det mange elever som utvikler sin forståelse i løpet av en periode med undervisning, spesielt gruppa som starter med manglende forståelse (tabell 15 og 16). Det som videre kom frem i mitt arbeid er at måten elevene skriver på og forklarer begreper på kan si noe om grad av forståelse, og at det korrelerer med resultatene på testen slik jeg har delt den inn i nivåer (Tabell 14).

## KAPITTEL 6

### RESULTATER OG VURDERING AV INNOVASJONEN

I del 3.8 under overskrifta strukturert og veiledet skriving stiller jeg spørsmål ved nytteverdien av denne metoden i matematikktimene.

Er dette faglig nyttig bruk av matematikktimene?

Hvordan utvikles elevenes begreper over tid?

Kan jeg ut fra det de skriver se forskjell på grad av forståelse?

Nyttiggjør de seg den tilbakemeldinga lærer gir?

Er dette egna for å tilpasse opplæringa bedre?

Jeg vil på bakgrunn av de funnene jeg har skissert i forrige kapittel prøve å svare på disse spørsmålene.

Jeg mener å kunne forsvare at dette er faglig nyttig bruk av timene i matematikk, vi gjennomfører en faglig dialog og alle er deltakere i sitt eget læringsarbeide.

Det som jeg opplever som lite nyttig faglig er den tida som går bort til praktisk henting av maskiner, søk etter nettverk, ladere og kontakter. Siden dette arbeidet er en del av en time, og ikke hele arbeidsøkta er det problematisk at det skal være mye tid som går bort til praktiske problemer.

Det viste seg at elevene praktiserte skriving av begreper på ulik måte. Tre av de elevene som hadde god forståelse endret begrepsforklaringene etter hvert som lærer ga tilbakemelding, de andre svarte på lærerens spørsmål og lot begrepene stå slik de først hadde skrevet dem, eventuelt blankt. Disse viste også ei utvikling i svarene de ga, men de oppdaterte ikke begrepene sine.



Jeg mener å kunne se tydelige forskjeller mellom de tre kategoriene av elever. De elevene som hadde god forståelse brukte det matematiske språket på en helt annen måte enn de andre to gruppene. De andre to gruppene måtte ofte relatere til praktiske eksempler som kaker og pizza, og oversatte matematikken til sitt dagligspråk for å kunne håndtere den. De med god forståelse så i større grad ut til å ha forstått det matematiske språket og kunne bruke dette uten å gå veien om praktiske eksempler. Noen av elevene med manglende forståelse brukte et formelt matematisk språk når de skrev begreper, men kunne ikke forklare med egne ord hva dette betydde.

Elevene så ut til å nyttiggjøre seg den tilbakemeldinga de fikk fra lærer i ulik grad, og svarte eller endret på begreper på bakgrunn av denne. Noen elever hadde stor fremgang for eksempel elev O, og elev B utviklet begrepsforklaringene sine gjennom dette arbeidet. Elev G, D og I ser ikke ut til verken å utvikle begrepsforklaringer eller sin forståelse (målt med Alle Teller) gjennom denne type arbeid alene. Men lærer får innsikt i hvordan den enkelte elev tenker og hva de forstår gjennom å lese det de skriver.

Kan denne metoden brukes til å tilpasse undervisninga bedre? Her vil jeg svare et klart ja. Den innsikt man får i hva den enkelte elev kan er med på å kunne gi den enkelte en mer tilpasset tilbakemelding. Jeg så klart at de som hadde praktiske vinklinger i egne forklaringer måtte få en annen type tilbakemelding enn de som brukte det matematiske språk flytende. Videre fikk jeg en innsikt i den enkeltes tenking som er vanskelig å få i løpet av en undervisningstime. Jeg kunne i ro og fred sette meg ned etter timens slutt og gå igjennom det den enkelte hadde skrevet og gi dem ei personlig tilbakemelding. Det var tydelig at de fleste elevene satte pris på denne dialogen, og flere spurte ”har du lest det jeg skrev” allerede timen etter.

Så konklusjonen er klar, jeg ser helt klart nytten av denne metoden i matematikkundervisninga, men ser allerede nå at jeg må utvikle den videre og kanskje få dette integrert som en naturlig del av matematikkundervisninga mi. Skrivning alene ser ikke ut til å være nok, men kan brukes som en av flere metoder i matematikkopplæringa.

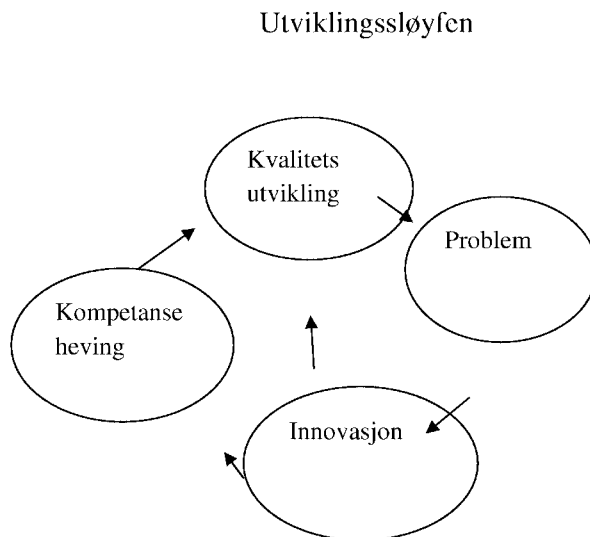
## 6.1 EVALUERING AV INNOVASJONEN

Jeg hadde som mål å finne ut om begrepskriving i matematikk ville føre til at elevene utviklet sin forståelse. For noen elever kan det se ut som om dette var en god metode, men de fleste fikk ikke bedre resultat på posttesten. Videre fikk de også bedre resultater med en annen type undervisning. Kanskje fikk de en dypere forståelse i faget, men det kunne ikke måles med den testen jeg brukte. Så hvordan kan jeg da evaluere? Olin (se del 3.6) brukte fem validitetskriterier for denne type forskning. Man skulle involvere deltakerne, få et svar på forskningsspørsmålet, påvirke deltakerne til endring, synliggjøre problemet og muliggjøre for andre å kunne se det samme.

Jeg har involvert og orientert deltakerne, og elevene har stort sett vært positive og gått inn for arbeidet. De har gjennomført skrivearbeidet selv om dette ikke har vært vanlig i matematikkfaget på denne måten. De har fulgt opp lærerens tilbakemeldinger, men få ville nok ha gjort dette hvis det ikke var en del av en ordinær undervisningssituasjon. Elevene har ikke hatt fokus på problemstillinga, men mer på metoden, og det er et ønske fra meg at denne rapporten kan få andre til å prøve den ut på sine klasser. Jeg har hatt dialog med andre faglærere som bruker Brain Bank Learning i andre fag og ser at vi kan ha nytte av å utveksle erfaringer om hvordan redskapet bør brukes for å fremme best mulig læring.

Kan jeg da si at det har vært en vellykket innovasjon?

Kjell Skogen viser til hvordan man gjennom en innovasjon kan utvikle sin egen kompetanse om det aktuelle problemet og gjennom dette bidra til kvalitetsutvikling (Skogen 2004), og bruker Utviklingsløyfen til å beskrive denne prosessen:



Figur 1

Jeg vil helt klart si at jeg har utviklet min egen kompetanse gjennom denne innovasjonen, og at de erfaringene jeg har gjort vil føre til varige endringer i min egen undervisning. Men jeg har også fått nye ideer om hvordan jeg kan gå videre og kanskje utvikle og integrere metoden i undervisninga på en litt annen måte enn den jeg brukte i dette forskningsarbeidet.

## 6.2 OPPSUMMERING

Jeg har gjennom dette arbeidet fått ny innsikt i hvordan skriving i matematikk kan brukes i matematikkfaget, men ser at metoden bør utvikles og bli en naturlig del av matematikkundervisninga. Connolly presenterer hva som er formålet med denne type skriving, elevene skal utvikle ferdigheter i å beskrive, definere og klassifisere begreper. Videre skal metoden fremme kompetanse i å lese og utvikle teorier fra fagstoffet, og kjennskap til fagets egenart. Eleven skal utvikle holdninger til egen læring, og være bevisst på at læring foregår gjennom å stille spørsmål, undre seg, tenke selv og samarbeide med andre (Connolly, 1989, s. 6-7). Dette er ambisiøse mål, og jeg har ikke vurdert alle disse aspektene i mitt forskningsprosjekt, men vil allikevel ha dette med i det videre arbeidet med skriving i matematikkfaget. Jeg vil i mitt videre arbeide ha mer fokus på hvordan jeg kan bruke det elevene skriver til å korrigere undervisninga mi. Det bør være skriving gjennom hele emnet og ikke bare som ei oppsummering av et tema. For å få dette til må vi ha lett tilgang til PC-er slik at dette ikke tar unødvendig tid og jeg ser for meg at vi må ha mer fokus på skriving av begreper slik at elevene kan bruke disse til oppslag senere. Jeg ser også at utforming av begrepskart med hell kan gjøres i grupper og være grunnlag for diskusjon både i gruppene og i plenum. Videre vil den innsikten jeg får ved å lese det de skriver kunne brukes slik at jeg i mi undervisning kan tilpasse bedre for de ulike elevgruppene.

Så selv om jeg ikke fikk et entydig svar på forskningsspørsmålet mitt, mener jeg å ha dokumentert at dette kan føre til utvikling av bedre forståelse for noen elever, og gir lærer en god innsikt i hva elevene forstår.

Birken viser til at hun gjennom det elevene skriver kan lære om elevenes misoppfatninger og peke på når disse oppstod, og Marvin mener at vi kan bli mer oppfinnsomme fordi vi får høre hva og hvordan elevene tenker. Rose viser til at gjennom denne type skriving kan læreren få innsikt i når og ved hvilke aktiviteter hun/han når frem til den enkelte elev. Dette kan gi lærer en verdifull korrigerende i forhold til om elevene har forstått fagstoffet, og muligheter for å legge frem stoffet på nytt eller med ei ny vinkling som gjør at flere elever kan utvikle forståelse i et bestemt tema.

For de fleste elevene ser det ikke ut som om det er skrivinga som får dem videre i læringsarbeidet, men denne type dialog gir læreren et uvurderlig innblikk i hvilket nivå de er på i forståelsesprosessen. Dette vil igjen kunne danne grunnlag for hvordan læreren legger opp den øvrige undervisningen i samme emne. Jeg vil derfor i mitt videre arbeid med nye elever bruke metoden, både for at elevene skal øves i å bruke skriving som metode i matematikkfaget, og jeg ønsker å bruke den informasjonen jeg får gjennom å lese det de skriver til å korrigere min egen undervisning og kunne tilpasse bedre i forhold til enkeltelvers behov.

LITTERATURLISTE:

- Bachmann, K. E., & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring*. Volda: Høgskulen i Volda.
- Behr, Harel, Post, & Lesh. (1993). Rational number, ratio, and proportion. I Macmillan (red.), *A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York, NY.
- Berger, A.-H. (2006). Hvilke vitenskapelige og etiske utfordringer ligger i valget av aksjonsforskningsperspektivet i tilknytning til et praktisk skoleutviklingsprosjekt+. *EUREKA Digital*, 8.
- Birken, M. (1989). Using Writing to Assist Learning in College Mathematics Classes. I V. P. Connolly, T (red) (red.), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Cerpus. fra <http://www.cerpus.com/index.isp?main=mainmenu-brainbank&sub=submeny-bbl&lang=norwegian>.
- Connolly, P. H. (1989). Writing and The Ecology of Learning. I P. Connolly, Vilardi, T (red) (red.), *Writing to Learn Matematics and Science*.
- Dewey, J. (2001). Planmessig ordning av lærestoffet (B. Cristensen, oversetter.). I E. L. Dale (red.), *Om utdanning: klassiske tekster* (s. 67-79).
- Grevholm, B. (2005). Kognitiva verktøy for Lärande i matematikk- tankekartor ock begrpskartor. . *Tangenten*, 1.
- Hansen, H. C., Skott, J., & Jess, K. (2007). *Ypsilon: Basisbog - bind 2*. Frederiksberg: Forlaget samfundslitteratur.
- Hattie, J., & Timberley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Reasearc*, vol 77, No.1, 81-112.

- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). LEARNING AND TEACHING WITH UNDERSTANDING. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*.
- Hoel, T. L. (1998). Læring og sosial praksis i klasserommet. I K. Klette (red.), *Klasseromsforskning på norsk*.
- Holand, A. (2006). Survey-forskning. I K. Fuglseth (red.), *Masteroppgaven i pedagogikk og spesialpedagogikk*.
- Johnsen, G. (2006). Intervjuet -en forskningssamtale i møtet mellom mennesker. I K. Fuglseth (red.), *Masteroppgaven i pedagogikk og spesialpedagogikk*.
- Johnsen, J. (2008, 9.mai). PISA- og vår pedagogiske panikk. *Utdanning, 10*.
- Keith, S. (1989). Exploring Mathematics in Writing. I P. Connolly, Vilardi, T (red), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Kenyon, R. W. (1989). Writing Is Problem Solving. I P. Connolly, Vilardi, T (red), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Layzer, D. (1989). The Synergy Between Writing and Mathematics. I P. Connolly, Vilardi, T (red), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Marwine, A. (1989). Reflections on the Uses of Informal Writing. I P. Connolly, Vilardi, T (red), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Matematikksenteret. fra [www.matematikksenteret](http://www.matematikksenteret).
- McIntosh, A. (2002). PRINCIPLES FOR IMPROVING NUMERACY IN SCHOOLS.
- McIntosh, A. (2007). *Alle teller* (M. R. S. o. I. M. Stedøy-Johansen, oversetter): Matematikksenteret.
- Olin, A. Att utvecla skolen inifrån som utvecklingsledare. I K. Ro"nnerman (red.), *Aktionsforskning i praktiken*.

- Oppsal, H. (2005). *Elevbok i matematikk på ungdomssteget* (Arbeidsrapport nr 187). volda: Høgskolen i Volda og Møreforskning Volda.
- Orton, A. (2004). *Learning mathematics: issues, theory, and classroom practice*. London: Continuum.
- Powell, A. B., & Lopez, J. A. (1989). Writing as a Vehicle to Learn Mathematics: A Case Study. I P. Connolly, Vilardi, T (red), *Writing to Learn Mathematics and Science*.
- Rose, B. (1989). Writing and Mathematics: theory and Practice. I P. H. Connolly (red.), *Writing to learn mathematics and science*.
- Rönnerman, K. (2004). *Aktionsforskning i praktiken: erfarenheter och reflektioner*. Lund: Studentlitteratur.
- Skemp, R. R. (1989). *MATHEMATICS IN THE PRIMARY SCHOOL*. London: RoutledgeFalmer.
- Skogen, K. (2004). *Innovasjon i skolen: kvalitetsutvikling og kompetanseheving*. Oslo: Universitetsforl.
- Skogen, K. (2006). Forskning: hensikt, innhold og form. I K. Fuglseth (red.), *Masteroppgaven i pedagogikk og spesialpedagogikk*.
- Tobias, S. (1989). Writing to Learn Science and Mathematics. I P. Connolly, Vilardi, T (red) (red.), *Writing to Learn Mathematics an Science*.
- Utdanningsdirektoratet. (2007a). Eksamen i grunnskolen, fra [http://www.utdanningsdirektoratet.no/upload/Brev/Eksamen\\_grunnskolen/2007/Regler\\_og\\_rettledning\\_for\\_elever\\_pa\\_%20provedagen\\_BM.pdf](http://www.utdanningsdirektoratet.no/upload/Brev/Eksamen_grunnskolen/2007/Regler_og_rettledning_for_elever_pa_%20provedagen_BM.pdf).
- Utdanningsdirektoratet. (2007b). Vurderingsveiledning 2007, fra [http://www.udir.no/templates/udir/TM\\_Artikkel.aspx?id=3410](http://www.udir.no/templates/udir/TM_Artikkel.aspx?id=3410).
- Utdanningsdirektoratet. (2008a). Hjelpemidler til eksamen, fra [http://www.udir.no/templates/udir/TM\\_Artikkel.aspx?id=3363](http://www.udir.no/templates/udir/TM_Artikkel.aspx?id=3363).



- Utdanningsdirektoratet. (2008b). Ny ordning for eksamen i matematikk (10. årstrinn)Ny ordning for eksamen i matematikk (10. årstrinn), fra [http://www.udir.no/templates/udir/TM\\_Artikkel.aspx?id=3723](http://www.udir.no/templates/udir/TM_Artikkel.aspx?id=3723).
- Utdanningsdirektoratet (2009). Vurderingsveiledning Eksempeloppgave 2 MAT0010 Matematikk Eksamen våren 2009.
- Valdermo, O., & Eilertsen, T. V. (2002). *En læringsbevisst skole*. Kristiansand: Høyskoleforl.
- Vygotskij, L. S., & Kozulin, A. (2001). *Tenkning og tale / Lev Vygotskij ; revidert og redigert av Alex Kozulin ; oversatt av Tore-Jarl Bielenberg og Margareth Toften Roster*
- Wadel, C. (1991). *Feltarbeid i egen kultur*: SEEK A/S Flekkefjord.

## TABELLER

Tabell 1	Forskningsprosjektet	s.66
Tabell 2	Resultater brøk	s.69
Tabell 3	Resultater prosent	s.73
Tabell 4	Elev G Brøk	s.86
Tabell 5	Elev O Brøk	s.88
Tabell 6	Elev O Likeverdige brøker	s.89
Tabell 7	Elev D Likeverdige brøker	s.91
Tabell 8	Elev D Relativ størrelse på brøk	s.91
Tabell 9	Elev I Brøk	s.92
Tabell 10	Elev I Relativ størrelse på brøk	s.93
Tabell 11	Elev B Brøk	s.95
Tabell 12	Elev B Likeverdige brøker	s.96
Tabell 13	Elev B hele dialogen	s.122
Tabell 14	Utvikling eksempelelever	s.126
Tabell 15	Utvikling Brøk	s.127
Tabell 16	Utvikling Prosent	s.127

## FIGURER

Figur 1	Utviklingsløyfen (Skogen)	s.53 og s.131
Figur 2	Resultater brøk	s.71
Figur 3	Resultater prosent	s.74
Figur 4	Begrepskart BBL	s.98

## VEDLEGG

Vedlegg 1	Samtykke Skole	s.140
-----------	----------------	-------

august 2008

---

Til

Elever og foresatte i 10.klasse 08/09

Jeg skal fortsette mitt arbeid i denne klassen som matematikklærer dette året, men i tillegg er jeg student ved høgskolen i Bodø og skal gjennomføre et forskningsprosjekt.

Det jeg skal se nærmere på er om elevene utvikler sin forståelse i matematikk med å **skrive** begreper.

Undervisninga og opplegget rundt dette arbeidet vil ikke være vesentlig forskjellig fra det vi gjør til vanlig, og det arbeidet vi gjorde forrige år. Men jeg har behov for å bruke resultatene fra dette arbeidet i en rapport som vil være tilgjengelig for andre.

I rapporten vil det ikke stå verken hvilken skole dette prosjektet er gjennomført ved eller hva elevene heter. Elevene blir beskrevet ut fra et faglig fokus og vil bli omtalt som for eksempel jente a. eller gutt 2. Det kan også være aktuelt å velge ut bare noen elevers resultat.

Resultatene jeg skal skrive om er hentet fra kartleggingsprøver, elevtekster og intervju.

Selve opplegget jeg skal gjennomføre vil være for hele klassen og inngå i den ordinære opplæringa for klassen, men jeg trenger samtykke fra dere for å kunne bruke opplysningene i rapporten min. Dere kan trekke tilbake samtykket så lenge prosjektet pågår, uten å oppgi grunn.

Masteroppgave i tilpasset opplæring

Selv om dere sier nei til at jeg kan bruke opplysningene i forskningsrapporten, blir undervisninga selvsagt den samme og forholdet deres til meg kommer ikke til å bli forandra.

Hvis dere har spørsmål, kan dere ringe meg (se telefonnr. nederst) eller kontakte min veileder Øyvind Bjørkås ved Høgskolen i Bodø, på telefonnr. 75517754.

Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste A/S.

Lill

Vi samtykker til at opplysninger fremkommet i dette arbeidet kan brukes i en forskningsrapport:

Ja: \_\_\_\_

Nei: \_\_\_\_

Elev: \_\_\_\_\_ Foresatte: \_\_\_\_\_



# Masteroppgaver i spesialpedagogikk ved Høgskolen i Bodø, serie ISSN:1504-2863:

1/2004: Svendgård, Karl Jørgen: *Lese-/skrivevansker og henvisninger til PPT. Årsaksforklaringer på omfang henvisninger av lese- og skrivevansker til PPT Indre Salten.*

2/2004: Bakken, Christina: *Å ha et barn med utviklingsforstyrrelse. Foreldres utfordringer, vanskeligheter og mestringsstrategier.*

3/2004: Gaard, Gjertrud: *Tommy og Tigeren og ADHD. Er det mulig at Bill Watterson's tegneseriefigur Tommy har ADHD?*

4/2004: Knutsen, Oddbjørn: *Evaluering av arbeidet mot mobbing i fådeltskolen. Hva kan fremme eller hemme iverksettingen av gjennomføringen av et nasjonalt program mot mobbing ved ei fådelt øyskole?*

5/2004: Schjeldrup, Tove: *Å bo på Trastad Gård. Fortellinger fra dagliglivet på en sentralinstitusjon.*

6/2004: Gunnarsen, Leif Karl: *Matematikkscreening. Om å systematisere undersøkelsen av matematikkvansker i lys av kognitive prosesser eleven kan ha vansker med.*

7/2004: Leiros, Per Jostein: *Differensiering i en inkluderende skole. Hvorfor? Hvordan? Og lykkes de videregående skolene i Narvik.*

---

1/2005: Pettersen, Kjell Rune: *Jenter med ADHD. Hvordan kan flere jenter med oppmerksomhetsvansker og rastløshet bli oppdaget tidligere og få hjelp?*

2/2005: Lauritzen, Linda: *Arbeid med språk i barnehagen. Hvordan kan førskolelærerne fremme språklig bevissthet hos barna i barnehagen?*

3/2005: Laupstad, Solvi: *Foreldreerfaringer fra deltagelse på Carolyn Webster-Strattons kurs, hvordan påvirker erfaringene foreldrenes mestringsopplevelse? En case-studie av det første foreldrekurs i Lofoten.*

4/2005: Gjerstad, Oddny: *Hørselssimulering; et bidrag til styrking av den tilpassede og inkluderende opplæringen av tunghørte elever i en skole for alle? En spørreundersøkelse blant lærere på grunnskolens mellom- og ungdomstrinn i Nordland.*

5/2005: Holdahl, Randi: *Den første lese- og skriveopplæringa i skolen. Om betydningen av tidlig innsikt og tidlige tiltak*

6/2005: Bergerud, G. og Ringdal, L: *Initiativ i kommunikasjon. En casestudie som belyser initiativ i kommunikasjonen hos barn med Downs syndrom.*

7/2005: Olsen, Helen: *Om samarbeid barnevernsinstitusjon – skole. En intervjuundersøkelse med fokus på tilpasning i skole.*

8/2005: Asphaug, Paul: *Hvordan påvirker det fysiske læringsmiljøet ved Selfors ungdomsskole elevenes trivsel og læring? En studie om i hvilken grad det fysiske miljøet har betydning for hvordan elevene trives på skolen og om de oppfatter skolen som et godt sted å lære.*

9/2005: Valen, Randi Elisabeth: *PPT i møte med minoritetsspråklige elever. Hvordan kan PPT og samarbeidende skoler kartlegge læreforutsetningene hos en minoritetsspråklig elev henvist PPT? Et utviklingsarbeid med utgangspunkt i egen utvikling ved PPT for Nord-Troms, og tilhørende skoler med vektlegging på egen innovatørrolle.*

10/2005: Bratteng, Sylvi: *Læringskultur og atferdsvansker. Økt kompetanse i skolens daglige arbeid. Visjon og virkelighet. En litteraturgjennomgang og et aksjonsrettet kompetanseprosjekt.*

11/2005: Bang, Marit: *Olweus-programmet som pedagogisk redskap for relasjonsbygging.*

---

1/2006: Larsen, Ingrid Kolvik: *Musikk og sansemotorikk som spesialpedagogisk virkemiddel. Hvordan gi barn med psykisk utviklingshemming en bedre skolehverdag gjennom et strukturert musikk- og sansemotorisk treningsprogram?*

2/2006: Andreassen, Åse Helene: *Elevatferd som problematferd. Hvilken elevatferd opplever lærere som problematferd?*

3/2006: Danielsen, Hilde Kolstad: *Språktrening med Karlstadmodellen. En casestudie av foreldres erfaring med bruk av Karlstadmodellen i språktrening for barn med språkvansker..*

4/2006: Hansen, Paula Magna: *Differensiering og tilrettelegging i klasserommet. Hvordan har prosjektet "Differensiering og tilrettelegging i videregående opplæring" virket inn på klasseromspraksis ved Bodin videregående skole?*

5/2006: Stornes, Lars-Even: *Å skape en god lærings situasjon for elever med samspillsvansker. Et metodisk- og psykologisk/filosofisk fokus.*

6/2006: Rosø, Anne Mette: *Elevopplevelser av tilpasset opplæring i videregående skole*

7/2006: Myhre, Marit: *De nasjonale prøvene i lesing og skriving. Hvordan kunne om mulig de nasjonale prøvene bidra til å kartlegge elevers lese- og skriveferdigheter/-vansker, med tanke på tilpasning av opplæringen?*

8/2006: Efskind, Ragnhild: *Om innføring i tallene for 6- og 7-åringer. En studie med den hensikt å utvikle og forbedre matematikkundervisningen på begynnertrinnet.*



9/2006: Samuelsen, Brigit: *Arbeid, produksjon, opplæring og valg av videre utdanning.*

10/2006: Larsen, Liv: *Spesialundervisning og tilpasset opplæring i en videregående skole.*

11/2006: Thrana, Geir: *Veien tilbake til jobb – eller? Effekten av intensive lese- og skrivekurs for voksne med lese- og skrivevansker i attføringsløp.*

12/2006: Halsos, Kristin: *Dysleksi – En gave eller? En studie av voksne som fungerer godt, til tross for dyslektiske vansker.*

13/2006: Iversen, Ingjerd M.: *Evaluering av arbeidet mot frafall i videregående skole. En casestudie ved Melbu videregående skole og Hadsel tekniske fagskole.*

14/2006: Fjærvoll, Espen: *Skolens vektlegging av undervisningen for elever med spesialundervisning. En intervjuundersøkelse ved to Bodø-skoler.*

---

1/2007: Grepperud, Marit: - "Alene..nei!" *Karlstadmodellen i forhold til voksne med afasi.*

2/2007: Frøberg, Heidi, Jeremiassen, Evy: *STRAKS. Et prosjekt for å utvikle en enhetlig og god skriftspråkopplæring i Bodø kommune. Evaluering av prosjektet*

3/2007: Hansen, Tove, Jacobsen, Siw: *Alle har en psykisk helse. – Et innovasjonsarbeid*

4/2007: Solstrand, Turid: *Kompetanseutvikling og organisasjonsutvikling i skolen – læreres syn på PPTs rolle*

5/2007: Sundt, Janne: *Premature barn. Hvordan fungerer oppfølgingsstilbudet for denne gruppen sett i et foreldreperspektiv?*

6/2007: Kari Eldby: *Skolen og jenter med ADHD. Undertittel: Skravlete, fjollete, vimsete, bråkete jenter blir til skravlekjerringer – akkurat som mora si!*

7/2007: Ann Rigmor Hakstad Navjord og Randi Stranda:  
*Språket som døråpner - eller et hinder for deltakelse og utvikling? Språkstimulering i to barnehager med få minoritetsspråklige barn.*

8/2007: Rakel Magdalene Flaaten:  
*Samarbeid mellom skole og barnevern i en liten Nordlandskommune*  
*- En intervjuundersøkelse*

9/2007: Øvrevoll, Torunn (2007) "Mellom barken og veden". *Særlige utfordringer knyttet til barn og ungdom med Asperger syndrom.*

10/2007: Pettersen, Sissel (2007) *Arbeid mot frafall i videregående skole. Fra plan til tiltak.*

11/2007: Krogtoft, Bjørn-Arne(2007) *Dysleksi: en mirakelkur*

12/2007 Tone Salomonsen: *Utpøving og evaluering av læremidlet Minimatteklubben*

---

1/2008 Anne Mary H. Cebakk: *Hvordan er livet ditt? En casestudie basert på livshistorien til et fysisk funksjonshemmet barn*

2/2008 Eli Margrethe Ringkjøb: *Frafall i videregående skole. Elevens perspektiv. En single case studie*

3/2008 Lars Gjøviken og Torill Valøy Gjøviken:  
*Hvordan kan dataprogrammet "Skrive med bilder" brukes til skriftspråkstimulering?*

4/2008 Siri Grytøyr: *Barnehagen og læring*  
*En kvalitativ undersøkelse om synet på læring i barnehagen*

5/2008 Marit Pettersen: *Fra visjon til virkelighet. Evalueringer fra implementering av individuelle opplæringsplaner i barnehagen.*

6/2008 Hege Dahl Edvardsen: *Screeningtesten Språk 6-16 - Hvordan avgrenses testresultatet i ei elevgruppe i en mindre Nordlandskommune?*

7/2008 Berit Bjørnerud: *Hjelp for stamming med IKT som verktøy.*

8/2008 Karin Elisabeth Bruteig: *Ikke en dag uten! Sangen som verktøy i spesialpedagogisk arbeid.*

9/2008 Nina Røberg: *Læreres problemoppfatning og behov for støtte. Er det behov for supplerende veiledningstjenester?*

10/2008 Marianne Hunstad: *Sansehus - et trygt sted å være, et godt sted å lære*  
*- Hvordan utvikle en håndbok med aktuelle perspektiv på sansestimulering?*

11/2008 Rebekka Hagen Nykmark: *Språklige ferdigheter og vansker hos elever med lette og moderate hørselstap. En kartleggingsundersøkelse med bruk av "Språk 6-16".*

12/2008 Greta Skramstad og Nils Roger R. Mathisen: *Generelle lese-/skrivevansker i grunnskolen med dens oppfølgende henvisninger til PPD Sør-Troms. En tilnærming til skolens grunnlagsdokumentasjon*

13/2008 Heidi Mikalsen: *Én skole for alle? En tematisk livshistorieforskning med fokus på tilrettelagt opplæring.*

14/2008 Harry Mikalsen: *"Ikke gi dem svarene og løsningen først, men vis dem målet..." Hvordan påvirker Læringsplakaten våre arbeidsmåter?*

---

1/2009 Synnøve Ødegård: *Tilpasset opplæring i grunnskolen tidsrommet 1970 til 2008 - en historisk dokumentanalyse*

2/2009 Tone Bruland: *Særskilt tilrettelegging og tilpasning i LOSA*

## Masteroppgaver i tilpasset opplæring ved Høgskolen i Bodø, serie ISSN:1890-4998

1/2008 Trond Lekang: *Evalueringer fra oppfølgingsarbeidet av nyutdannede lærere*

---

1/2009 May Line Tverbakk: *"...men nå er det inni hodet mitt..." En studie av monoritetsspråklige elevers vilkår for utvikling av ordforråd i skolen*

2/2009 Åshild Botolfsen: *Når skal du begynne å undervise? Læringsarbeid i klassemøtet. Med vekt på klasseledelse og elevmedvirkning*

3/2009 Kathrin Olsen: *Erfaringer fra et foreldreveiledningsprogram for foreldre til barn med autismspekterdiagnoser*

4/2009 May-Britt Benjaminsen: *Hvorfor akkurat meg? Erfaringer fra en mangelfull tilpasset opplæring i skolen*

5/2009 Jan-Harald Notgevich: *Vi er i hvert fall best i verden når det gjelder trivsel*

6/2009 Hege Kristin Bang: - *Hvordan tilrettelegges matematikkundervisningen for de faglig sterkeste elevene på småskoletrinnet?*

7/2009 Marita Andreassen, Randi Pettersen: *Et alternativt medikamentfritt treningsprogram for elever med ADHD. Metode utviklet ved Dore-senteret i London*

8/2009 Anne Grete Ellingsen: *Hva skal nå barn med kunst? En casestudie om barns opplevelser og erfaringer med kunnsformidling i skolen*

9/2009 Marit Skaret: *Innovasjon i skolen. Samarbeid rundt elever med store funksjonsnedsettelse*

1/2010 Sidsel Boldermo: *Hvordan kan man i barnehage bidra til at barn med innadvendt atferd mestrer sosial samhandling? Et mestringsperspektiv på innadvendt atferd*