GLU360 1 Pedagogikk og elevkunnskap 4, bacheloroppgave

Kandidat **17**

Oppgaver		Oppgavetype	Vurdering	Status
ℹ	Informasjon	Dokument	Automatisk poengsum	Levert
1	Opplasting av bacheloroppgave	Filopplasting	Manuell poengsum	Levert
2	Opplasting av samtykkeskjema	Filopplasting	Manuell poengsum	Levert

Seksjon 1

Informasjon

Eksamensinformasjon:
Eksamensinformasjon for innlevering

Forside:
Framsidemal Bachelor-mal med Nord logo

Samtykkeskjema:
Samtykke til Nord universitets' bruk av prosjekt, kandidat bachelor og masteroppgaver

1 OPPGAVE

Opplasting av bacheloroppgave

Opplasting bacheloroppgave

Last opp pdf.-filen her. Maks én fil.

BESVARELSE

Filopplasting

Filnavn	5225992_cand-5437376_5224938
Filtype	pdf
Filstørrelse	3281.963 KB
Opplastingstid	30.05.2016 11:03:28

Neste side
Besvarelse vedlagt

BACHELOROPPGAVE

Emnekode: GLU 360

Kandidatnr.: Sverre Øksenberg

Elevers strategier og bruk av modeller i møtet med kontekstoppgaver som har intensjoner mot proporsjonalitetsforståelse.

Students strategies and use of models investigating contexts with intentions towards proporsonal reasasoning.

Dato: 30.05.2016

Totalt antall sider: 40

NORD universitet

www.nord.no

Innholdsfortegnelse

1. Forord 2
2. Sammendrag 3
3. Innledning 4
4. Teori. 5
5. Metode 8
  5.1 Utvalg. 8
  5.2 Oppgavene 9
  5.3 Praktisk gjennomføring 10
  5.4 Observasjon 11
  5.6 Analyse. 11
6. Resultater og analyse 12
  6.1 Best pris på kattemat. 12
    6.1.1 Hypoteser. 12
  6.2 Analyse av gruppenes strategier, modellbruk og løsninger. 15
    6.2.1Gruppe 1 15
    6.2.2 Gruppe 2 18
    6.2.3 Gruppe 3 20
    6.2.4 Gruppe 4 23
    6.2.5 Gruppe 5 25
    6.2.6 Gruppe 6 27
  6.3 Mathcongress – minilesson. 28
  6.4 Pris på fuglefrø. 29
    6.4.1 Enhetspris 29
    6.4.2 Dele ut-strategi. 30
    6.4.3 Rate og multiplikasjon. 30
    6.4.4 Additiv tilnærming 30
    6.4.5Supplering av listen, andre verdier 32
    6.4.6 Bruk av Fibonacciegenskapene 32
7. Konklusjon 32
8. Litteraturliste 35
9. Vedlegg, Kontekstplakater 36

1. Forord

Denne bacheloroppgaven er en del av utdanningsløpet for Grunnskolelærer 5. – 10. trinn ved Nord universitet, Levanger. Gjennom lærerutdanningen har jeg møtt en ny verden innen matematikk og matematikkundervisning.

Som fremtidig matematikklærer er det et mål å kunne gi elevene en undervisning som er mer realistisk og virkelig enn den jeg selv fikk for over tretti år siden. Det må være et mål å gi eleven en undervisning slik som Ingunn Valbekkmo, som oppleves meningsfull og motiverende for elevene, og som danner fundamentet for matematisk forståelse. Gjennom å fordype meg i elevstrategier har interessen for matematikkfaget økt proporsjonalt med tidsbruken på elevarbeidene. Jeg har gjennom arbeidet med bacheloroppgaven fordypet meg i ytterligere i Freudenthals RME og fagdidaktikk, en lærdom jeg håper kan komme fremtidige elever til nytte.

Levanger 30.05.2016

Sverre Øksenberg

2. Sammendrag

Denne bacheloroppgaven presenterer en kvalitativ studie av elevers strategier i møtet med kontekstbaserte oppgaver. En sjetteklasse med 15 elever har jobbet med to oppgaver hentet fra Jacob og Fosnot (2007), og elevene har jobbet i tilfeldig sammensatte grupper på to og tre elever. Den første oppgaven utfordret elevene med en sammenlikning av to tilbud på kattemat, hvor elevene skulle finne hvem som var billigst. I den andre oppgaven skulle elevene lage en prisliste for fuglefrø, og målet med oppgaven er blant annet å utfordre elevene til å utforme prislisten som en ratetabell. Elevenes kladdeark, plakater og lydopptak har, sammen med egne observasjoner og notater, dannet grunnlag for en analyse og tolkning av elevens strategivalg.

Fem av seks grupper klarte å løse den første oppgaven. Den sjette gruppen klarte ikke å finne ut hvilken butikk som var billigst, men hadde brukt flere strategier som kunne ledet dem til å løse oppgaven. Elevene har brukt en rekke strategier for å sammenlikne de to tilbudene på kattemat, og flere av gruppene har benyttet mer enn to ulike strategier. Additive tilnærminger, multiplikative strategier, bygge opp- og bygge nedstrategier, ratetabeller, pizzamodeller, pengemodeller, sammenlikning av brøk, enhetspris, finne felles enhet for sammenlikning og proporsjonalitetstenking dukker opp som strategier og modeller. Flere av strategiene er tidligere beskrevet i Jacob og Fosnot, men og andre tilnærminger har dukket opp i møtet med kattematoppgaven

I den andre konteksten har samtlige grupper startet med å finne enhetsprisen, og alle har laget en prisliste. Alle gruppene bruker gjentatt addisjon for å finne en eller flere priser, og samtlige bruker addisjon for å finne prisen for to kilo. Innenfor-strategier dominerer for bruk av ratetabellen, og de fleste gruppene legger sammen priser de allerede har funnet, spesielt for de største enhetene. Én gruppe har brukt raten og multiplikasjon for alle verdiene unntatt to kilo.

Klassiske feil som ombytting av divisor og dividend, problemer med å utføre standard divisjonsalgoritme, vansker med å sammenlikne brøk og leiting etter riktig regneart dukker opp i elevenes arbeider med kontekstene.

Elevene har i den andre oppgaven brukt mer effektive strategier enn i den første, men oppgavene er svært forskjellig når det gjelder føringer og åpenhet i forhold til metode. Det er derfor vanskelig å avgjøre om elevene har brukt erfaringer fra den første konteksten til mer effektive løsningsstrategier i den siste konteksten.

3. Innledning

Det er i dag et stort fokus på norske elevers prestasjoner i matematikk. Resultater fra nasjonalt nasjonale prøver offentliggjøres ned til skolenivå i mediene, og resultatene fra PISA-tester krisemaksimeres. Det stilles krav og forventninger til bedringer i norske skoleelevers matematikkunnskaper., og regjeringen satser på etterutdanning og kompetanseheving av lærere. Den sittende regjering har innført nye karakterkrav i matematikk for opptak ved lærerutdanningen og krav om formalkompetanse for matematikklærere i alle trinn i grunnskolen. Kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen ønsker en mer praktisk og realistisk matematikkundervisning, og har et mål om bedre matematikkundervisning i norsk skole.

Norsk matematikkråd annonserte tildelte nylig Holmboeprisen 2016 til matematikklæreren Ingunn Valbekkmo ved Byåsen skole i Trondheim. Valbekkmo mottok prisen for variert og inspirerende matematikkundervisning (NRK, 2016), og elevene skryter av matematikklæreren sin. Kunnskapsministeren berømmer og Valbekkmos arbeidsmetoder, og sier i en pressemelding i forbindelse med kunngjøringen av prisvinneren:

«*Ved å satse på grunnleggende forståelse av matematikk og at elevene skal utvikle egne strategier for å finne løsninger, har hun bidratt til å løfte undervisningen.»*

Torbjørn Røe Isaksen (NRK, 2016).

Det rettes mye kritikk til den klassiske matematikkundervisningen i norske klasserom, og det letes etter den rette modellen, de rette metodene og fasiten på god matematikkundervisning. Det er underforstått at det må være en forskjell mellom Valbekkmos undervisning, som matematikkrådet og Kunnskapsministeren berømmer, og undervisningen som er ministeren og media mener er for dårlig.

Lærerutdanningen ved Nord Universitet har gitt meg et nytt syn på matematikk-undervisningen, og fagdidaktikken som undervises ved Nord universitet har åpnet opp for en helt ny selvfølgelighet når det gjelder matematikkinnlæring. Erfaringene gjennom studiet, veiledet praksis, og som ikke minst som vikar i skolen, er at mange elever helt opp i de øverste trinnene i grunnskolen mangler nødvendige forståelsen av proporsjonaliteter. Et begrenset erfaringsgrunnlag er samtidig at elever i møte med åpne problemstillinger, uavhengig av klassetrinn, kan komme med et bredt spekter av løsningsstrategier. Som fremtidig mattelærer ønsket jeg derfor å se på elevenes strategier i møte med proporsjonaliteter. Dette har vært den mest utfordrende biten i studiet, fordi rammene er trange og oppgaven skal ha en virkelighet i praksisfeltet. Matematikkdidaktikken innen RME er ikke laget som norske lærebøker, og oppgavene og kontekstene krever en annen arbeids og vurderingsform enn rett og galt svar. Problemstillingen er knyttet tett opp til tittel på oppgaven og jeg håper å belyse hvilke strategier og modeller elever tar i bruk i møte med åpne kontekster knyttet til proporsjonalitetsbegrepet.

4. Teori.

Regning har hatt tradisjon for å ha en vesentlig posisjon innen matematikkfaget i norsk skole, og i tråd med økt fokus på svake matematikkprestasjoner skal det regnes mer for å bli bedre i matematikk. Hans Freudenthal (1905 – 1990) mente den aksiomatiske matematikk-undervisningen snudde matematikk på hodet, og at en prosess hvor elevene starter med å lære sluttproduktet fratar eleven muligheten for å engasjere og involvere seg i prosessen med å matematisere og gjøre matematikk levende og interessant (Skott, Hansen & Jess 2008). Matematikken fremstilles ifølge Freudenthal (Ibid) som et dødt språk for elevene, uten kontekstuelt innhold eller rot i virkeligheten.

Brøk, prosent og regneoperasjoner med desimaltall er komplekse og vanskelige emner i matematikken (Van Galen, Feijs, Figueiredo, Gravemeijer, Van Herpen & Keijzer, 2008), og desimaltall og brøk er kompetansemål og introduseres i norsk skole allerede fra tredje klasse (Udir, 2013). I hverdagen bombarderes vi med brøker, prosent, desimaltall og rater gjennom massemedier, uten at vi reflekterer over at de representerer proporsjonaliteter og hva de betyr. I mange norske lærebøker introduseres emnene brøk, divisjon, prosent og desimaltall ofte som separate emner, og det overlater i liten grad til eleven å finne fremgangsmåten, løse problemer og å bruke intuitive strategier og modeller for å finne svaret.

Lærebøkene demonstrerer tvert i mot regnemetoden som et eksempel i starten på hvert kapittel, typisk etterfulgt av et titalls regneoppgaver som kan løses etter den demonstrerte oppskriften. Lærebøkene skaper ofte et kunstig skille mellom de ulike regneartene ved at man i en periode regner på oppgaver knyttet til bare en regneart f.eks. divisjon. Man øver da på regneoperasjonen gitt i eksempelet, med oppgaver som lar seg løse med denne metoden, typisk delingsdivisjoner (Tvete, 2015) hvor divisjonene går opp og divisor er mindre enn dividend. Elevene jobber med noen titalls oppgaver og øver på oppgavespesifikke prosedyrer før man får et nytt eksempel, hvorpå det følger nye oppgaver som kan løses med det nye eksempelet.

Med kapittel byttes det emne til for eksempel regning med brøk. Brøk kan da introduseres som andeler av en hel, oftest uten relasjon til divisjoner eleven nettopp har hatt erfaringer med. Pizzamodeller innføres som støtte for bokas og lærerens forklaringer av hvordan man skal forholde seg til og regne med brøk. Prosentregning dukker opp i kompetansemålene etter fjerde årstrinn (Udir, 2013), og fremstilles ofte like aksiomatisk som andre emner, altså en formel hvor man bare putter inn det kjente og får ut rett svar. Ofte demonstreres og forklares formelen med renter og deler av hundre uten relasjon til brøk eller divisjon eller desimaltall.

Desimaltall, brøk, divisjon og prosent er som et utfall av dårlige lærebøker emner elever ofte betrakter som separate operasjonelle arbeidsoppgaver hvor man må huske riktig metode for få rett svar. Van Galen et al. (2008) påpeker relasjonen mellom brøk, desimaltall og prosenter som fundamental for forståelsen av de enkelte emnene. De hører sammen, og Van Galen et al. (2008) påpeker at alle emnene er tett knyttet til proporsjonaliteter og forståelsen av proporsjonalitet.

Fagdidaktiske modeller utviklet av Freudenthalinstituttet i Nederland ved Maarten Dolk og Catherine Twomney Fosnot ved City College of New York og Mathematics in the City, utgjør kjernen i Valbekmos undervisning. I bunnen ligger Hans Freudenthals Realistic Mathematic Education (RME) (Skott et al., 2008) hvor elevene arbeider med problemløsning i møte med realistiske og hverdagslige problemer. Elevenes matematisering og undersøkende matematikk danner grunnlaget for læring og matematikkundervisning. Fosnot & Dolk tar utgangspunkt i oppgaver med et rikt innhold og realistiske situasjoner fra hverdagslivet. «Guided reenvention», «inquiry» inspirert, kontekstbasert og realistisk matematikkundervisning er alle ulike begrep som beskrivelser en matematikkundervisning som har opphav i Freudenthals Realistic Mathematic Education (RME) (Skott et al., 2008), og hvor der skapes matematikk ut av hverdagen, og hvor elevenes intuitive strategier og modeller danner byggesteiner i utviklingen av matematikkforståelsen hos elevene.

Kritikken til RME og Fosnot og Dolk i norsk skole er oftest tidsbruken og frihetsgradene i undervisningssituasjonen. Et annet punkt er at det ikke finnes lærebøker til elevene. Kontrastene er brutal til en elevhverdag hvor strategiene er bestillinger, og varene skal være produsert med ferdige metoder, gitt i ei lærebok til mange hundre kroner, alene og ved skolepulten. I den tradisjonelle matematikkundervisningen er modeller er oftest begrenset til konkreter som brøkbrikker og pizzamodeller i tradisjonell undervisning, mens begreper som modell og strategi har en videre betydning i RME enn i den instrumentelle verden.

Modeller er et sentralt element i matematikkutviklingen i RME, og det differensieres i forhold til om modellen er av, eller for tanken (Fosnot & Dolk, 2002,; 2008; Van Galen, 2008). Begrepet kan betraktes som noe flytende fordi det er et begrep på individnivå. Modeller for tanken kan enklest beskrives som modellene elevene lager av en situasjon i møte med et problem. Modellen er spesifikt tilpasset det aktuelle problemet, og kan være en representasjon i form av tall, en tegning eller en figur som gir oversikt over situasjonen og som hjelper til med å løse oppgaven. Modellen blir en modell for tanken når elevene har en bredere erfaring med modellen i møte med et større spekter av problemstillinger, og hvor modellen har fått mer generell karakter for elevene i møtet med problemer. Modellen kan være en representasjon eller en god strategi som Fosnot og Dolk (2002; 2008) kaller en «big idea», heretter kalt sentral ide, for å forstå eller løse en type problemer. Dette er milepælene i matematikken, f.eks. at man må finne en felles nevner for å addere brøker. Rateforståelse og proporsjonalitetsforståelse kan f.eks. være avhengig av at man ser at raten kan finnes ved divisjon, altså det vi kaller å gå veien om én, noe som er en sentral ide inne matematikken. Strategi og modell av tanken blandes noe i litteraturen, men strategi kan defineres som de ulike metodene som brukes for å løse et matematisk problem. Her kommer de mer uformelle og intuitive strategiene som barn og ungdom har med seg fra livserfaringer. Når barn i barnehagealder skal dele Non-Stop likt deler de ut én til hver til alle har like mange. En slik tilnærming er intuitiv fordi den ligger i barnets natur, og er naturlig når barnet må dele med andre. En slik strategi kan vi kalle en dele ut – strategi (egen definisjon), mens det innen fagdidaktikken er et tidlig stadium og primitive tilnærminger til en delingsdivisjon (Tvete, 2015).

Ratemodellen står i en særstilling i dette opplegget, og de to kontekstene er ment å fremprovosere og gi erfaring med bruken av en ratetabell (Jacob & Fosnot, 2007; Fosnot og Dolk, 2008). Ratetabeller er i utgangspunktet en svært anvendelig modell som kan overføres til et utall problemstillinger (Abels et al., 2006; Tvete, 2015; Van Galen et al. 2008), og har vesentlig overføringsverdi til doble tallinjer og stavmodeller (Tvete 2015; Van Galen et al.2008).

5. Metode

I samfunnsvitenskapen skilles det tradisjonelt mellom kvalitative og kvantitative forskningsmetoder. En kvalitativ datainnsamling består av ord og tekst, ofte intervju eller observasjon, mens en kvantitativ datainnsamling ofte assosieres med noe målbart, typisk tall og størrelser. Innen naturvitenskapelig forskningen er det en sterk tradisjon for systematisk å samle inn og analysere data, oftest med mål om å oppdage og kartlegge relevante sammenhenger. Naturvitenskapens metoder har lenge vært et forbilde innen empirisk forskning, og et positivistisk kunnskapssyn hvor fakta, logikk og sannheter gir overføringsverdi og validitet har overskygget de mer kvalitative forskningsmetodene.

I et mer konstruktivistisk syn på kunnskap og vitenskap vil det være større rom for tolkning, og mer naturlig og nødvendig å tillegge meningsinnhold knyttet til innsamlet materiale. Konteksten forskningen er gjort i, forhold som ligger bak tallene og ikke minst egne fortolkninger kan i større grad tillegges vekt i en konstruktivistisk vinkling. Postholm og Jakobsen (2013) vektlegger viktigheten av å se på det kvalitative og kvantitative som komplementære metoder som utfyller hverandre. I denne oppgaven har jeg forsøkt å betrakte datamaterialet med en pragmatisk tilnærming, der begge typer tilnærming er anvendt. Det kvalitative ligger til grunn for å forstå elevenes strategier og modeller, mens det kvantitative preger ulike deler av analyse og fremstilling av data.

Rent vitenskapsteoretisk har jeg hatt noen klare førforestillinger og antakelser i forhold til hvilke strategier og modeller elevene kunne komme til å bruke. Samtidig har jeg vært åpen i forhold til hva som kan komme til å skje i arbeidet med elevene, både i forhold til elevenes bruk av andre strategier og modeller, men og i forhold til undervisningsopplegget. Tilnærmingen kan altså ses på som en blanding av det induktive og deduktive, altså en pragmatisk tilnærming (Postholm & Jakobsen, 2013). Jeg har og prøvd å ha et pragmatisk syn på virkeligheten (Ibid), med et bevist fokus på forholdet mellom det positivistiske og det konstruktivistiske. Spesielt gjelder dette i forholdet til at oppgaven er basert på et begrenset utvalg og et relativt lavt antall elever.

5.1 Utvalg.

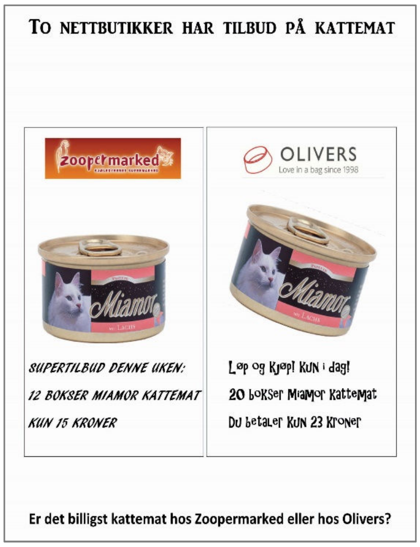
Klassen er en sjetteklasse med 15 elever på en skole i Nord-Trøndelag. Alle elevene deltok i prosjektet, men det var et varierende antall elever til stede i enkelte timer. Valg av skole ble gjort med bakgrunn i tidligere kjennskap til skolen, og valg av klassetrinn ble gjort av skolen. Det ble satt frem ønske om en klasse på mellomtrinnet ut fra de valgte oppgavene fra Jacob og Fosnot (2007). Oppgavene passet inn i klassens løp i matematikkundervisningen i og med at de akkurat hadde avsluttet en periode med mye jobbing med divisjon, og skulle starte med brøkregning.

Det ble tatt opp lyd av samtalene til elevene på tre grupper i hver oppgave. Optimalt sett burde det vært tatt opp lyd av samtlige grupper, men tilgang på opptakerutstyr var begrensende. Utvelgelse av gruppe til lydopptak ble gjort ved trekking før timene, altså tilfeldig. Samtlige elever og foreldre hadde på forhånd gitt passivt samtykke, og alle elevene hadde mulighet til å trekke seg fra prosjektet underveis.

5.2 Oppgavene

Elevene jobbet med to kontekster/oppgaver med utgangspunkt i oppgaver fra Jacob og Fosnot (2007). Begge oppgavene er bearbeidet, oversatt fra engelsk til norsk og modifisert med tanke på layout, innhold og figurer. Oppgavene ble fremstilt som en plakat (***Figur 1 og 2***), mens det tekstlige innholdet i konteksten (Jacob & Fosnot, 2007) ble gjennomgått muntlig.

Første oppgave var en sammenlikning av prisen på kattemat i to forskjellige nettbutikker (***Figur 1***). En klassisk tilnærming er å finne enhetsprisen ved å dele prisen på antall bokser for å sammenlikne tilbudene. Tallene fra Jacob og Fosnot (2007) ble beholdt uforandret, og oppgaven leder mot divisjoner som ikke går opp, noe som øker vanskelighetsgraden ved bruk av standard divisjonsalgoritme. Tilbudene er vanskelig å sammenlikne, og oppgaven har intensjoner mot at elevene stimuleres til å finne andre måter å sammenlikne tilbudene enn å finne enhetsprisen. Det kan i denne oppgaven være lettere å beholde fokus på brøk, og å sammenlikne ekvivalente brøker enn å gjennomføre divisjonen, og oppgaven har slik sett intensjoner mot utvikling av proporsjonalitetstenking hos elevene.



Figur 1. *Plakaten med tilbuds-annonsene på kattemat.*

Den andre oppgaven ble valgt med hensyn på elevenes utvikling av proporsjonalitetsforståelse og bruk av ratetabeller. Oppgaven har klare intensjoner i forhold til å vurdere om elevene har en utvikling i forhold til proporsjonalitetstening, og en utvikling i strategier i møte med proporsjonaliteter. Oppgaven er mer styrende i forhold til strategier sammenliknet med den første oppgaven som er åpen i forhold til metoder, strategier og modeller.

Oppgaven går ut på å lage en prisliste for fuglefrø, og elevene fikk oppgitt prisen for fem kilo. Elevene skal lage en prisliste for en rekke vekter av fuglefrø, og strategiene de velger forteller mye om elevenes forståelse av blant annet proporsjonaliteter, ratebegrepet, bruken av en ratetabell, multiplikativ tenking og evnen til å gjenkjenne mønster.

Tallene i oppgaven er Fibonaccitall, hvor hvert tall er summen av de to foregående. Unntaket er det siste tallet i rekken (90 kg) som er valgt for å stimulere til multiplikativ tilnærming (Jacob & Fosnot, 2007). Elevene blir oppmuntret og oppfordret til å finne prisene for andre mengder enn de oppgitte, og en av hensiktene med oppgaven er å se om elevene bruker raten, altså enhetsprisen for å finne prisen for ulike mengder. Det er og et poeng at elevene kan bruke andre tall fra prislisten til å finne prisene for nye mengder av frø og oppdage sammenhengen mellom tallene i listen. Oppgaven har intensjoner i forhold til å stimulere til en praktisk anvendelse av ratebegrepet og ratetabellen, og leder mot mer effektive strategier og modeller som er med på å øke forståelse av proporsjonaliteter (Galen et al. 2007, Jacob & Fosnot 2002).

Figur 2. *Plakaten tilhørende oppgaven med fuglefrø.*

5.3 Praktisk gjennomføring

En uke før gjennomføringen var jeg på besøk i klassen og informerte om hva vi skulle gjøre, arbeidsform og oppgavetype, hvorfor det ble gjort og hva resultatene skulle brukes til. Det ble delt ut en passiv samtykkeerklæring til elevene som skulle vises til foreldrene.

Det ble i alt brukt seks skoletimer til arbeidet med de to oppgavene. Oppgaven med kattemat ble startet opp den første økta, og gjenopptatt og gjennomgått i fellesskap med klassen i neste økt. Arbeidet med å finne pris på fuglefrø ble fordelt over to dager. Antall elever som var til stede i de ulike timene varierte fra 10 – 15, og elevene jobbet alltid i par eller i grupper på tre. I alle timene var det en assistent eller en lærer med tilknytning til klassen til stede i timene. Det lave elevantallet gjorde det praktisk mulig å følge gruppenes progresjon og gi gruppene veiledning. En assistent eller en lærer fra skolen deltok i tillegg sporadisk med veiledning av gruppene.

Selv om og det å for eksempel finne enhetsprisen er en sentral ide innen ratebegrepet var det viktig at elevene skulle guides gjennom sine egne strategier frem mot denne og andre sentrale ideer. Assistent og klassens lærer ble før timene orientert om mulige og forventede strategivalg hos elevene, hvilke strategier som skulle oppmuntres videre, hvordan de kunne stimulere til ytterligere utforskning og undring. Et annet viktig poeng med denne gjennomgangen var å formidle at de ikke skulle gi elevene svarene eller demonstrere algoritmeregning for gruppene.

Jeg ledet alle timene hvor elevene jobbet med oppgavene, og må ifølge Gold (1958, i Postholm & Jakobsen, 2013) derfor anses som en fullstendig deltaker. Jeg deltok aktivt i elevenes arbeidsprosess og utvikling av strategier, og tilhørte settingen jeg skulle observere. Jeg må derfor være åpen i forhold til egen påvirkning av utfallet opp mot problemstillingen. Jeg må også være oppmerksom på at jeg kan ha møtt elever som var usikre på situasjonen og på meg som lærer. Elever kan ha trodd det var en vurderingssituasjon av deres ferdigheter, og de kan ha vært usikre på hvordan observasjonsresultatene skulle brukes i ettertid. Selv om jeg har prøvd å være åpen i observasjon av elevene, og i forhold til elevenes strategivalg, kan jeg ubevist ha oversett viktige faktorer. Litt av hensikten var å påvirke elevene og oppmuntre elevenes valg av strategier og modeller, men da med utgangspunkt i deres egne strategivalg som en del av undervisningen, og ikke for å finne svar på problemstillingen min.

5.4 Observasjon

Alle elevgrupper var i utgangspunktet objekter for observasjon, og det ble tatt notater underveis og som en oppsummering rett etter undervisningsøkten. Gruppenes og enkeltelevers arbeider er hovedgrunnlag for analyse, og alle kladdeark er samlet inn. Egne notater tatt underveis og etter undervisningsøktene fungerer som en støtte til tolking av elevarbeidene. Det ble i tillegg gjort opptak på diktafon for begge oppgavene. Lydopptak av elevene i arbeidsprosessen kunne slik bidra til innsikt i samtaler elevene imellom når de ikke var under observasjon, og potensielt gi en dypere forståelse av strategivalg.

5.6 Analyse.

Elevenes arbeider, egne notater, ferdige elevprodukter samt lydopptak av gruppene dannet grunnlag for analyse. Elevarbeider, både kladd og ferdige produkter, fra hver oppgave og hver gruppe er analysert for seg. Resultat og drøfting er presentert under ett, og materialet fra alle gruppene er strukturert, elevenes ulike strategier er vurdert, sortert, beskrevet deskriptivt og drøftet opp mot fagdidaktiske aspekter og teorier om elevers bruk av modeller og strategier. Andre elementer i elevenes strategier, som for eksempel ombytting av dividend og divisor, regnefeil og liknende er spesifisert og drøftet for hver gruppe eller strategi.

Elevene har arbeidet med to oppgaver som er en del av et utviklingsløp mot forståelse av proporsjonaliteter og modeller knyttet til utvikling av proporsjonalitetsforståelse. Det er derfor naturlig med en avsluttende analyse hvor det blir sett på eventuelle utviklinger med henblikk på elevstrategier og bruk av modeller.

6. Resultater og analyse

Syv av 10 elever laget hypoteser hvor de antok at Olivers var billigst. Av de tre andre mente én at tilbudene var like billige, og to mente at Zoopermarked var billigst. Én av disse to gjettet at Zoopermarked var billigst. Allerede i arbeidet med hypotesene har elevene anvendt ulike strategier for å kunne avgjøre hvem som er billigst. Flere av disse intuitive strategiene dukker senere opp i arbeidet med konteksten, og for noen av gruppene er det strategien i hypotesen som gir en løsning på problemet. Én av de seks gruppene klarer ikke å finne en løsning på hvem som er billigst, men gruppa prøver flere ulike strategier som ville ledet frem om de hadde vært fullført. De resterende fem gruppene løser oppgaven, og alle finner at Olivers er billigste nettbutikk. Gruppene har ulike strategier, og de fleste har brukt mer enn to ulike strategier for å finne løsningen. Elevens strategier er mangfoldige og divisjon, de distributive egenskapene for divisjon, betraktning av rest, brøkregning, bygge opp–strategier, halvering, direkte sammenlikning, pizzamodell, pengemodeller og dele ut-strategier dukker opp i elevarbeidene. Flere av strategiene er tidligere beskrevet i Jacob og Fosnot, men og andre tilnærminger har dukket opp i møtet med kattematoppgaven.

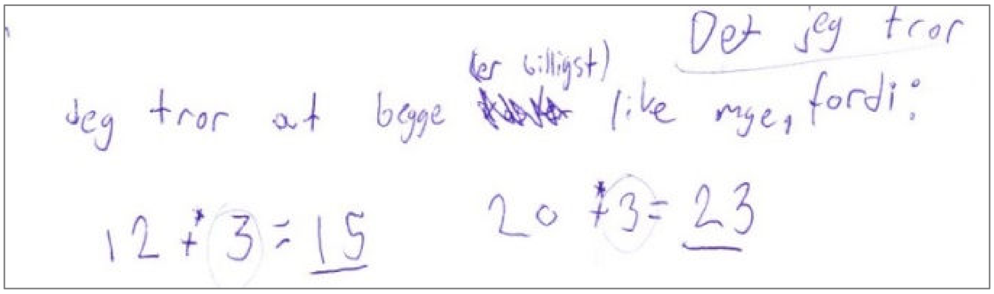
I oppgaven med fuglefrø fant samtlige grupper enhetsprisen som en start, og alle gruppene brukte addisjon for å finne prisen av to kilo. Additive innenfor-strategier dominerte blant gruppene, og én gruppe brukte raten for alle utregninger unntatt for to kilo. Én av gruppene benyttet gjentatt addisjon for samtlige utregninger, mens de fleste gruppene benyttet innenfor-strategier og verdier fra ratetabellen/prislista som grunnlag for pris av nye vekter.

6.1 Best pris på kattemat.

6.1.1 Hypoteser.

Fire av elevene var ikke til stede i oppstartstimen, og ti av elleve tilstedeværende elever skrev ned egne hypoteser. Av disse ti var det én elev som mente det var like billig hos begge, to som valgte Zoopermarked som billigste og syv elever som mente at Olivers var billigst. Som en del av den videre analysen vil jeg belyse de fleste av disse hypotesene fordi de gir en indikasjon på hvordan elevene tenker allerede i innledningen av prosessen med oppgaveløsningen.

Den ene eleven som hadde som hypotese at det var like billig hos begge fant at det ble like billig fordi: «12+3 = 15 og 20+3 = 23» (***Figur 3***). Her har trolig eleven tenkt at det ble like mye igjen hvis man fordelte én krone på hver boks, og siden det ble like mye igjen hos begge butikkene er det like billig (***Figur 3***). Eleven bekreftet dette i muntlig diskusjon med læreren.



Figur 3*. Et eksempel på hypotese hvor den identiske resten var overbevisende for at tilbudene var like bra, altså like billig hos begge (skann av elevprodukt).*

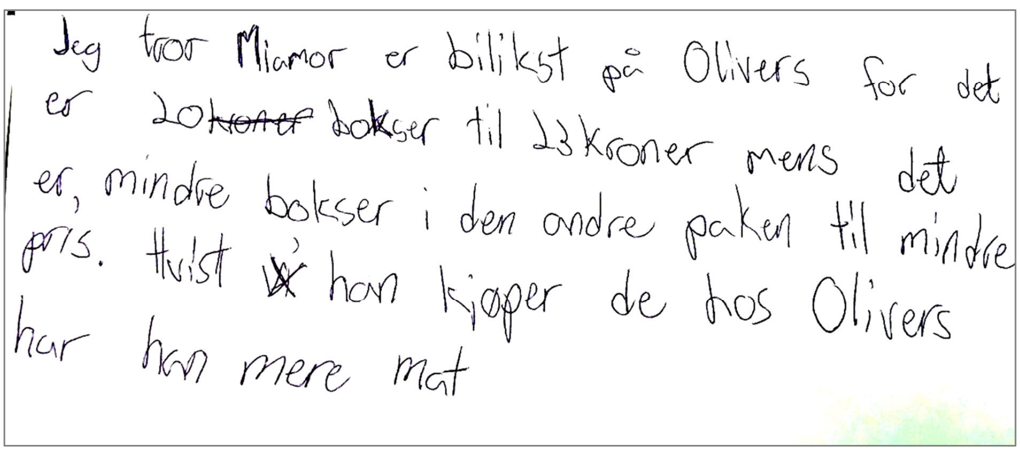
To av ti elever hadde hypoteser for at Zoopermarked var billigste nettbutikk. Den ene av disse elevene syntes det «hørtes billigst ut» hos Zoopermarked, og hadde ingen argumenter annet enn at det trolig er en ren gjetting. 15 kroner er mindre enn 23 kroner, og dette kan ha vært avgjørende for at eleven syntes det hørtes billigst ut.

Den andre eleven har tippet at Zoopermarked er billigst, og har skrevet «mindre» og «mer» innenfor hhv. Zoopermarked og Olivers annonse. I tillegg står det 1,025 skrevet innenfor annonsen til Zoopermarked. Eleven har trolig prøvd å regne ut divisjonene 15:12 og 23:20 ved hoderegning, og regnet feil for den ene. Ut fra hoderegningen har trolig eleven antatt at Zoopermarked er billigst.

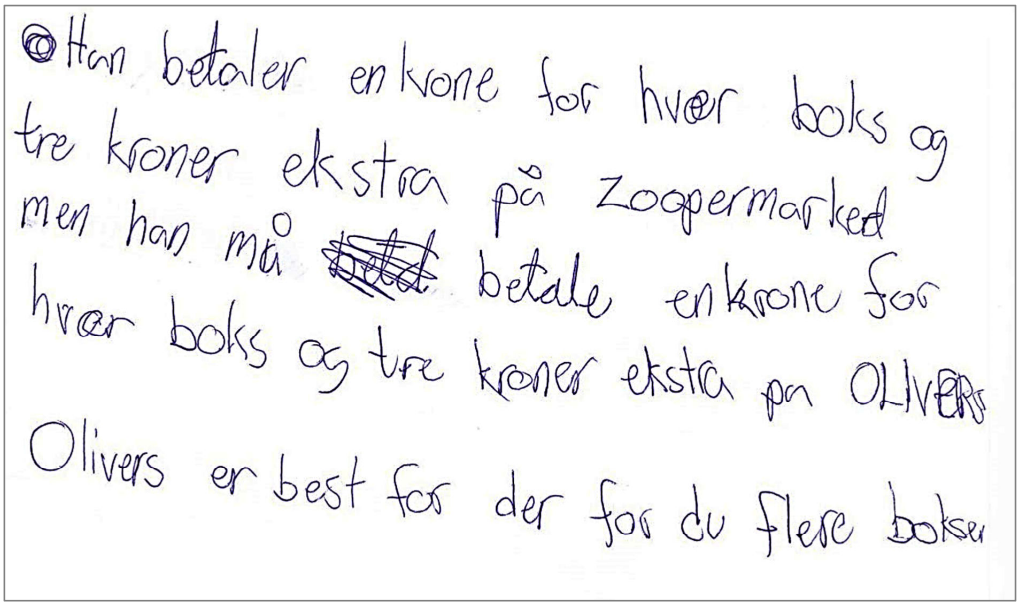
Blant de syv elevene som hadde som hypotese at Olivers var billigst var det imidlertid flere ulike varianter av hypotesene. Én elev doblet Zoopermarkeds tilbud og sammenliknet med Olivers: *«..når du ganger med to på 12 så blir det 24 bo og når du ganger med 15 så blir det 30 kr» (sitat kladdeark)*. På spørsmål om hva denne eleven egentlig mente kom det frem at eleven så på 24 bokser til 30 kroner hos Zoopermarked og 20 bokser til 23 kroner hos Olivers. Eleven argumenterte videre med at «*du får flere bokser i forhold til hvor mye man betaler*» (*lydopptak*). Eleven har skalert opp det ene tilbudet ved dobling for å sammenlikne med det andre, og eleven viser en forståelse for at forholdet/raten forblir uforandret så lenge man dobler både pris og antall. Doblingen av Zoopermarkeds tilbud gir mindre avstand i antall bokser mellom tilbudene, og det blir dermed enklere å gjøre et grovt overslag og sammenlikning av de to tilbudene.

En annen elev brukte en form for overslag men denne eleven vurderte tilbudene direkte ved å se på prisforskjell og antall bokser: «*Jeg tror at Olivers er billigst fordi der får du 20 bokser for bare 7 kroner mere» (sitat kladdeark).* Jeg tolker denne hypotesen som at eleven har sett på prisdifferansen i de to tilbudene, og eleven forklarte sidemann *«..at det var 8 bokser mer for bare 7 kroner mer, og at da må Olivers være billigst»* (*lydopptak*). Eleven kan ha vurdert at prisen da er mindre enn én krone per boks hos Olivers ut fra betraktningen av mellomværende på 8 bokser og 7 kroner (egentlig 8 kroner), og at prisen er mer enn én krone hos Zoopermarked fordi 15: 12 er større enn én.

Én tredje elev mente at Olivers var billigst fordi det var flere bokser, og dermed mere mat (***Figur 4***). Hypotesen kan tolkes på flere måter, og ut fra lydopptak mener eleven mener færre når det står «mindre», og lavere pris når det står «mindre pris» (***Figur 4***). Elevens hypotese og kan tyde på at eleven gjør et overslag, altså at man får mer mat for samme pris hos Olivers. Det kan også ligge en intuitiv antakelse av at tilbudet hos Olivers er best rett og slett fordi er flere bokser, og dermed mest sannsynlig at det er billigst hos Olivers. Slike intuitive antakelser er bla kjent fra sannsynlighetsregning hvor elever intuitivt vil anta at det er større sannsynlighet for å trekke en rød kule ut av en pose med tre røde og ni hvite enn i en pose med én rød og tre hvite (Schou, Hansen, Jess & Skott (2015).


Jeg tror Miamor er bilikst på Olivers for det
er 20 ~~kroner~~ bokser til 23 kroner mens det
er, mindre bokser i den andre paken til mindre
pris. Hvist ~~x~~ han kjøper de hos Olivers
har han mere mat

Figur 4. *Elevhypotese hvor antall bokser og mengde mat kan ha vært avgjørende (skann av elevprodukt).*


Han betaler en krone for hvær boks og
tre kroner ekstra på Zoopermarked
men han må ~~betal~~ betale en krone for
hvær boks og tre kroner ekstra på OLIVERS
Olivers er best for der for du flere bokser

Figur 5. *Et eksempel på en hypotese hvor en form for distributiv divisjon og antallet bokser var avgjørende for å vurdere hvilket tilbud som var best (skann av elevprodukt).*

De fire siste elevene har fordelt én krone til hver boks for så å sammenlikne resten på tre kroner i begge tilbud. To av disse elevene har satt opp 12 + 3 kroner for 12 bokser og 20 + 3 kroner for 20 bokser. Felles for alle fire elevene var en betrakting resten på tre kroner opp mot antallet bokser for å avgjøre at Olivers var billigst slik som i ***Figur 5***. Dette kan tolkes i retning av en forståelse av distributive egenskaper ved divisjon der elevene forstår at resten kan brukes for sammenlikning. Det kan og tenkes at elevene ser at prisen blir lavest når antall bokser er størst, altså en multiplikativ tilnærming, eller en tilnærming hvor antall bokser ses på som nevner i en brøk. En annen mulighet er at elevene ser at de har en lik pris (tre kroner), og ulikt antall bokser (12 og 20), og at det er billigst hos Olivers fordi man faktisk får flere bokser for samme pris, altså en direkte sammenlikning.

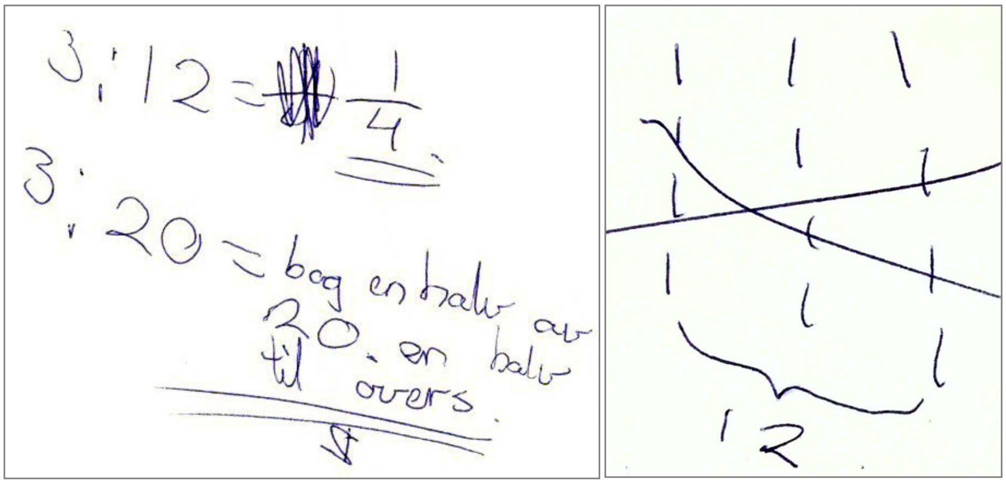
6.2 Analyse av gruppenes strategier, modellbruk og løsninger.

6.2.1Gruppe 1

Den første gruppen består av tre elever, og to av elevene på gruppa betrakter tilbudene utfra en felles rest. Den tredje eleven jobber alene med en annen tilnærming vi skal komme tilbake til. De to elevene fordeler én krone på hver boks i begge tilbudene, og finner at det er tre kroner igjen hos begge butikkene. Elevene behandler altså problemet som en delingsdivisjon (Tvete, 2015), og fordeler pengene på antallet bokser. Det kan være at eleven oppdager de distributive egenskaper for divisjonen, og at de ser at 15:12 = (12 + 3):12 = 12:12 + 3:12 = 1

15

+ 3:12. De velger altså å dele opp divisjonen i mindre, mer håndterlige biter for å kunne sammenlikne, eventuelt forenkle divisjonen, og ender opp med divisjonene 3: 12 og 3: 20 (***Figur 6***). Elevene som jobber med denne problemstillingen velger å dele ut/fordele 12 streker/ett-tall i tre rader, og fått tre kolonner med fire i hver (***Figur 7***).



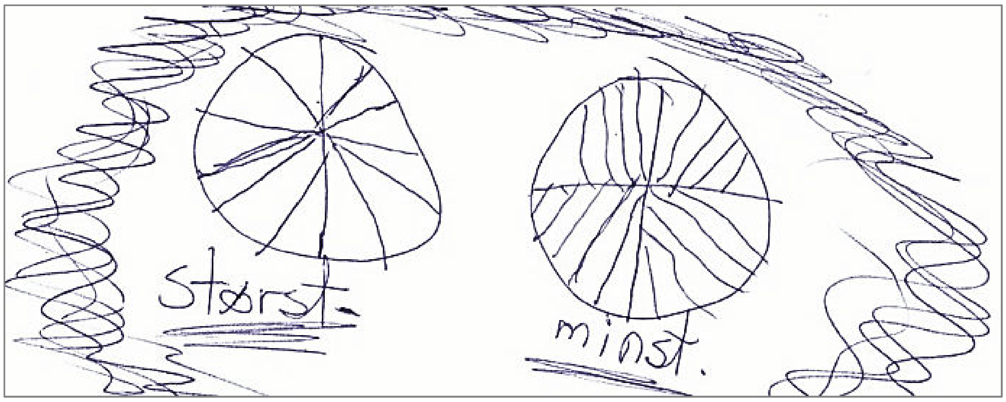
Figur 6 og 7. *Elevenes behandling av resten på tre kroner og figurativ løsning av 12:3 ved dele ut strategi/fordeling (skann av elevprodukt.*

Reelt sett har elevene da delt 12 på 3, og ikke 3 på 12 slik elevene har skrevet (***Figur 6***). Elevene gjør det samme for divisjonen 3: 20, og fordeler 20 streker/ett-tall i tre separate kolonner/bunker (***Figur 8***). Elevene skriver videre at $3 : 12 = \frac{1}{4}$(***Figur 6***), noe som kan antyde at elevene identifiserer divisjon og brøk som ekvivalente uttrykk, i dette tilfellet gjenkjenner ekvivalensen mellom $\frac{3}{12}\ og\ \frac{1}{4}$. Den figurative løsningen av 3:12 er krysset over (***Figur 7***), og elevene har trolig forlatt denne løsningen til fordel for et svar gitt ved brøk. Den figurative løsningen av divisjonen 3:20 (***Figur 8***) kan tolkes som opphavet til utsagnet: «*3:20 = 6 og en halv av 20, og en halv til overs*» i ***Figur 6.*** Løsningen er en form for dele ut-strategi hvor eleven deler en til hver, så en halv til hver, osv. Dersom en ser på på ***Figur 8*** har elevene fordelt seks og en halv til tre grupper, og har da en halv til overs. Elevene har i begge de figurative løsningene byttet om divisor og dividend.

Fischbein (1985, i Tvete 2015) belyser ombytte av divisor og dividend som et klassisk problem som blir forsterket innenfor delingsdivisjon. Ombyttet skyldes forventninger til at dividend er større enn divisor (ibid). Eleven har endret divisjonene ved å benytte de distributive egenskapene for divisjonen, og i behandling av resten er divisor nå større enn dividend. Dette kan ha vært medvirkende for å fremprovosere ombyttet av divisor og dividend.

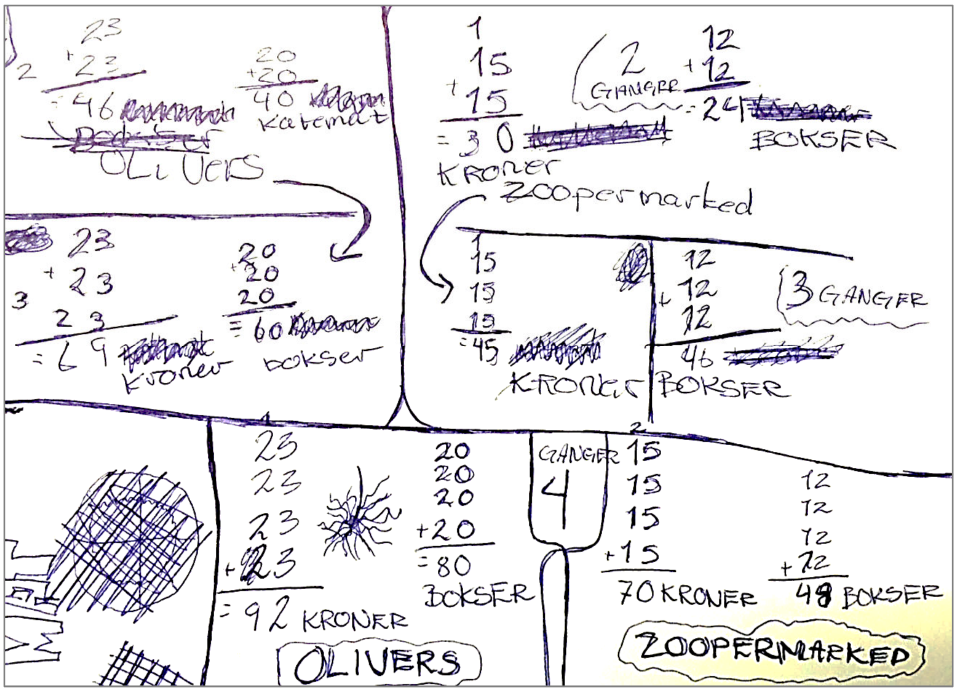
Elevene valgte enda en figurativ modell for å vurdere de to divisjonene, og tegner pizzamodeller for å avgjøre hva som er størst/minst. Elevene tegner imidlertid en unøyaktig modell hvor den ene pizzaen har 22 pizzastykker hvor bare fire linjer skjærer sentrum (***Figur 9***). Modellene er like vel god nok for at elevene kan konkludere med at Olivers er billigst, fordi 3:20 er mindre enn 3:12 (***Figur 9***).

Figur 8. *Figurativ løsning av 20:3 ved en dele ut-strategi (skann av elevprodukt)*



Figur 9. *Pizza/kakediagram for å sammenlikne 3:12 og 3:20 (skann av elevprodukt).*

Den tredje eleven på gruppa prøver å sammenlikne de to tilbudene ved å bruke et annet antall bokser en det som ble oppgitt i oppgaven. Eleven bygger oppover ved bruk av gjentatt addisjon, altså en innenfor-tenkemåte for begge tilbudene (Tvete, 2015). Eleven setter begge tilbudene opp som ratetabeller (Fosnot & Dolk, 2002; Jacob & Fosnot, 2007; Tvete, 2015; Van Galen et al. 2008), og finner pris og antall opp til 80 bokser hos Olivers, men stopper opp ved 48 bokser hos Zoopermarked (***Figur 10***).

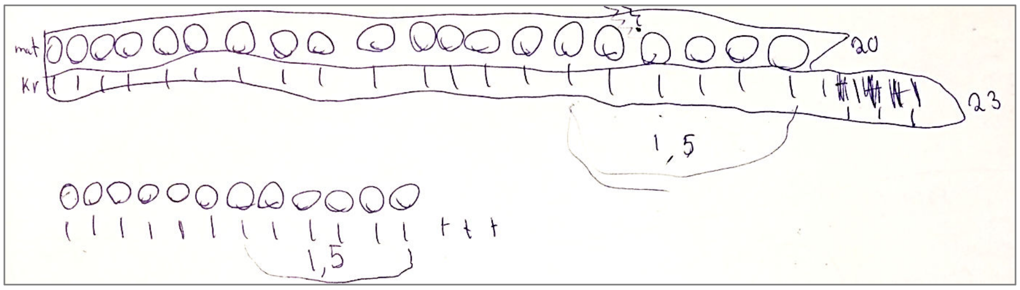


__Figur 10.__ Elevens oppbygging av ratetabeller for de to tilbudene.

Eleven har notert hvor mange ganger hvert tilbud øker, og sammenlikner bare de to tilbudene når de er økt like mange ganger ***(Figur 10***). Eleven viser en viss forståelse av rate og ser trolig at hvis man øker antall bokser og pris like mye bevares forholdet mellom dem. Eleven klarer derimot ikke å se at de to tilbudene kan, og må kunne bygges opp uavhengig av det andre tilbudet for å finne en felles enhet. Eleven gjør i tillegg en regnefeil i den fjerde økningen for Zoopermarked, og får at 48 bokser koster 70 kroner (***Figur 10***). Elevens løsning ble ikke ferdig før eleven med pizzadiagrammene hadde funnet en løsning på oppgaven. Sammenlikningen ved bruk av pizzadiagrammene var overbevisende og gruppa konkluderte de med at tilbudet hos Olivers var billigst.

6.2.2 Gruppe 2

Gruppen starter med å tegne en modell med alle boksene som rundinger og alle kronene som streker for hvert tilbud. De fordeler en krone (strek) til hver boks (runding) (***Figur 11***), og finner at det blir tre kroner til overs i begge tilbudene. Elevene prøver å fordele de tre kronene på boksene, og prøver seg først frem med å fordele 1,5 på seks bokser (***Figur 11***) altså halvparten av resten til halvparten av i tilbudet fra Zoopermarked (***Figur 11***). Ideen er i utgangspunktet en gunstig strategi for å finne enhetspris i tilbudet fra Zoopermarked. Elevene gjør ytterligere en forenkling ved å halvere antall bokser og resten i forsøket på å løse oppgaven. Forholdet er fremdeles intakt, og elevene viser en forståelse for proporsjonalitet ved at de ser at de kan gjøre det samme med både pris og antall bokser. Ideen med å finne enhetsprisen er i seg selv en sentral ide innenfor proporsjonalitetstenking (Jacob & Fosnot, 2007; Tvete, 2015; Van Galen et al., 2008), og elevene lager i tillegg en modell av situasjonen. Slike uformelle modeller som er oppgavespesifikke og egnet for å løse konkrete oppgaver, en modell for tanken, kan ha stor betydning for videre utvikling av mer generelle modeller (Jacob & Fosnot, 2007; Fosnot & Dolk, 2002; Fosnot & Dolk, 2007 og Van Galen et al., 2008). Eleven bruker i dette tilfelle modellen som et redskap i et forsøk på å løse problemstillingen, men kommer ikke i mål med den figurative løsningen.

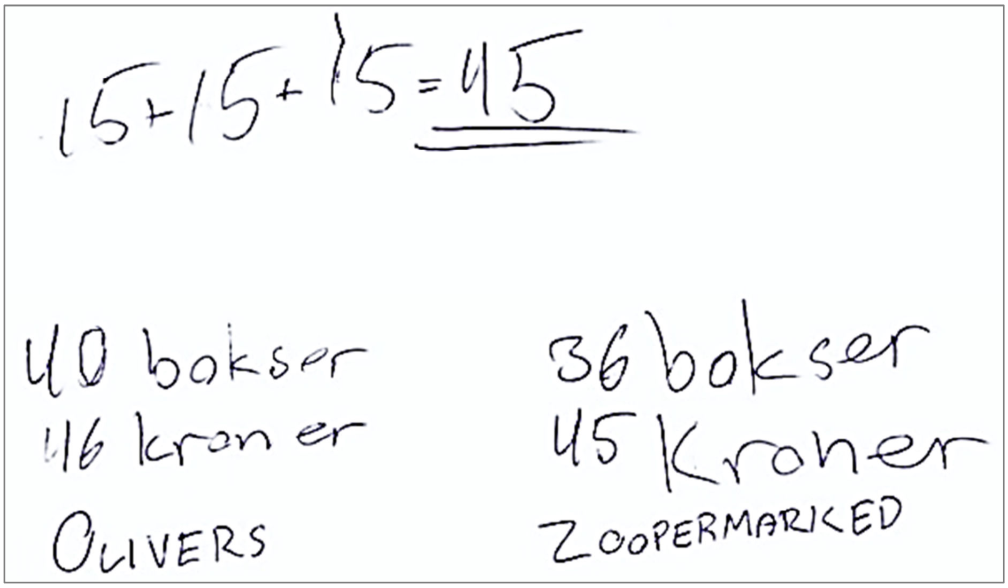


***Figur 11**. Elevene lager en modell av situasjonen og fordeler penger på boksene med kattemat. Modellen brukes videre for å prøve å finne enhetsprisen (skann av elevarbeid).*

Ut fra lydopptakene av gruppa ser de at de vil ende opp med «én komma et desimaltall», og de prøver de seg frem ved å gjette på ulike desimaltall. De ser at det blir 1 hel krone til hver boks, pluss et desimaltall, og prøver 0,1, 0,2 og 0,3. De summerer de ulike desimaltallene 12 ganger, men får dem ikke til å gå opp i 12. Fischbeins teori (1985, i Tvete 2015) sier at barn styres av primitive tankemodeller for de fire regneartene i møte med tekstoppgaver. I dette tilfellet møter elevene en delingsdivisjon hvor tre kroner skal fordeles på hhv 12 og 20 bokser. Det er elevenes figurative løsningsstrategi som har ledet dem til å distribuere divisjonen, noe som kompliserer løsningen fordi divisor i den gjenværende divisjonen nå er større enn dividend. En skulle forvente at elevene forfølger divisjon som strategi, men elevene velger heller å prøve å gjette seg frem til riktig desimaltall som kan passe i oppgaven. Dette kan være en tilnærming for å unngå mer krevende utregninger (Tvete, 2015). Elevenes strategi med å prøve å feile passer og inn i Verschaffels (2000, i Tvete 2015) forskning på elevers holdninger til tekstoppgaver hvor elever leter etter tallene og prøver seg frem med ulike regnemetoder, altså det didaktikkforskere kaller tekstoppgavespillet (Tvete, 2015).

Elevene har kjørt seg fast i sporet med å finnet desimaltallet inntil de får hint fra læreren om å se på pris for andre mengder med kattemat. Elevene bygger opp med dobling, og tegner nå opp sirkler for 40 bokser og 46 kroner for tilbudet fra Olivers. Når eleven har doblet tilbudet på Olivers bygger de opp tilbudet fra Zoopermarked ved gjentatt addisjon til 45 kroner for 36 bokser (***Figur 12***).

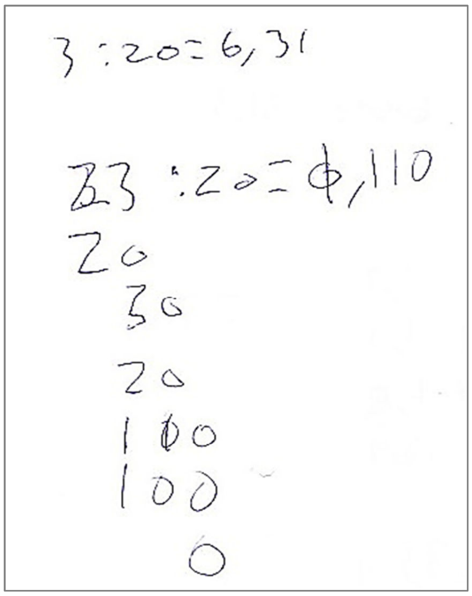
Elevene setter de to tilbudene opp ved siden av hverandre, og finner nå at 40 bokser hos Olivers koster én krone mer enn 36 bokser hos Zoopermarked (***Figur 12***), og siden det er fire bokser i forskjell er Olivers billigst.



Figur 12*. Sammenlikning av nær identisk kostnad og antall bokser for Olivers og Zoopermarked (skann av elevarbeid).*

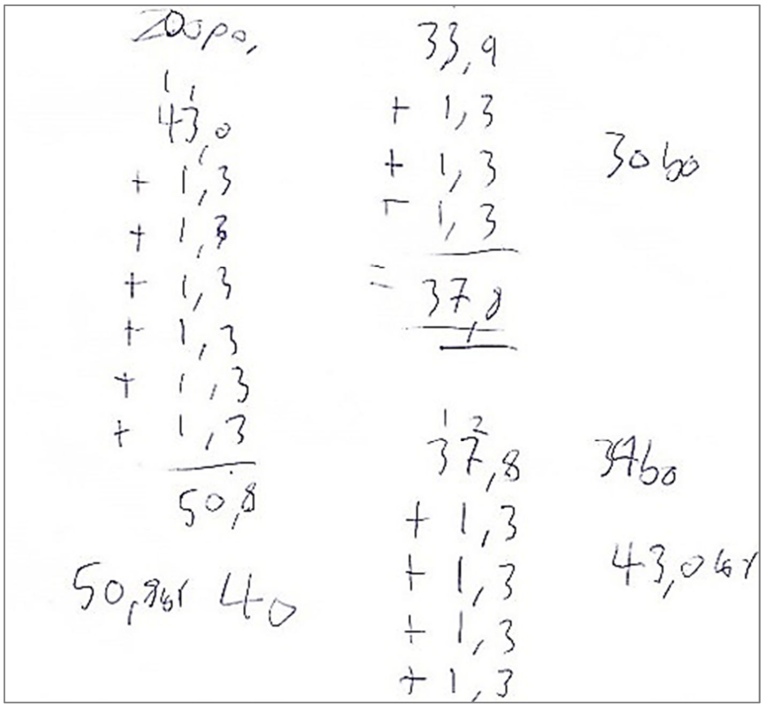
6.2.3 Gruppe 3

Gruppa starter med divisjonen 23:20, og får 1,11, altså en feil i slutten av utregningen (***Figur 13)*** og prøver så divisjonen 15:12, men stopper opp før de har løst denne divisjonen. De starter med et forsøk på å finne enhetsprisen ved divisjon, som i seg selv er en sentral ide innen rateforståelsen (Jacob & Fosnot, 2007; Fosnot & Dolk, 2002; Van Galen et al. 2008) De kunne funnet raten hvis de hadde fullført divisjonen, og kunne da sammenliknet tilbudene ut fra prisforskjellen for én boks. Gruppa velger imidlertid å hoppe av strategien med å finne enhetsprisen ved divisjon og prøver istedenfor å sammenlikne et større antall bokser. Gruppa finner prisen for 40 bokser hos Olivers og 24 bokser hos Zoopermarked ved å doble, og viser



med det multiplikativ tenking. De viser og at de trolig har forstått at man kan øke begge størrelsene like mye uten at forholdet endres, noe som er sentralt innen rateforståelse (Jacob og Fosnot, 2007, Fosnot og Dolk, 2002, Tvete, 2015 og Van Galen et al., 2008). Gruppa prøver videre å finne prisen for 40 bokser også hos Zoopermarked, og ser at de må legge til 16 bokser til de 24 de allerede hadde funnet for å få 40 bokser.

Figur 13. *Utregning av enhetspris (nederst) for Olivers, og divisjon av rest med ombytte (øverst) (skann av elevarbeid).*

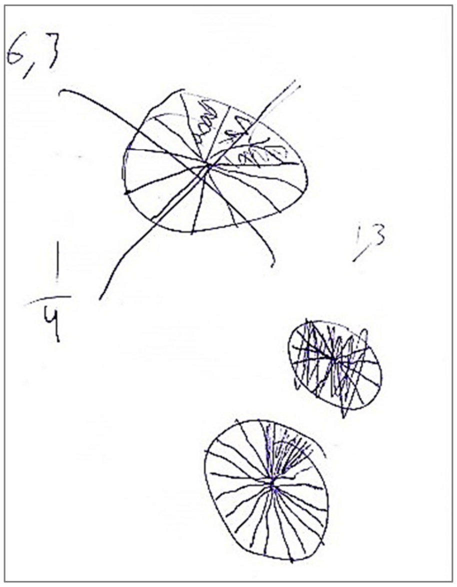


Figur 14*. En oppbygging av prisen for kattemat hos Zoopermarked fra 24 til 40 bokser ved additiv bruk av enhetspris på 1,3 kroner. (Skann av elevarbeid)*

Gruppa opererer videre med en enhetspris på boksene hos Zoopermarked på 1,3 kroner. Det er vanskelig å avgjøre hvordan de har kommet frem til denne enhetsprisen, og det kan virke som om elevene her har gjort et overslag eller at de har gjettet at divisjonen 15: 12 har en løsning lik 1,3. En av elevene på gruppa har satt opp ulike regnestykker med 1,3 som enhetspris, både 20:23=1,3, 12+1,3=13,3, og 12x1,3 uten at det finnes utregninger på elevarkene som gir mening eller forklaring på enhetsprisen.

Gruppa bygger opp antall bokser og pris hos Zoopermarked med innenfor-tenkemåten (Tvete, 2015) ved gjentatt addisjon fra 24 bokser opp til 40 bokser, altså 16 ledd (***Figur 14***). I og med at gruppa har doblet antall bokser og pris som en start kunne det tenkes at de ville legge til 12 bokser og 15 kroner for å komme nærmere 40 bokser, men de velger en additiv tilnærming i de videre beregningene. Gjentatt addisjon regnes som en primitiv modell for multiplikasjon (Tvete, 2015), og er i tillegg betydelig er arbeidskrevende over så mange ledd. Utregningen viser at Zoopermarked er dyrere enn Olivers (50,8 kroner mot 46 kroner) for 40 bokser, og sluttsummen for Zoopermarked er bare 80 øre mer enn den korrekte kostnaden på 50 kroner. Gruppa velger like vel ikke å legge vekt på denne løsningen, trolig fordi de ikke stoler på at enhetsprisen er riktig. Gruppa jobber videre med å fordele de 3 kronene på hhv 12 og 20 bokser, og prøver først divisjonen 3: 20, og får 6,31 til svar (***Figur 13***). Også denne gruppa bytter om divisjonen til tross for at oppsettet av divisjonen er korrekt. Gruppa har gjennom å løse divisjonen 23:20 (***Figur 13***) vist at minst en av elevene har en viss kontroll på algoritmen, men når divisor blir større enn dividend byttes divisjonen om i tråd med Fischbeins teorier (Tvete, 2015).

Gruppa får nye hint og spørsmål fra læreren og oppfordres til å ta en ny titt på hypotesen, og teste den. Gruppa hadde som hypotese at var tre kroner igjen i hvert tilbud, og at Olivers var best fordi det var flere bokser. En av elevene tegner pizzamodeller med 20 og 12 biter, og skraverer tre deler i begge (***Figur 15***). Elevene bruker modellen til avgjøre at 3/20 er mindre enn 3/12. I tillegg oppdager gruppa at 3/12 er det samme som ¼. Elevene tenker nå i brøk, og bytter strategi fra å prøve å gjennomføre divisjonsalgoritmer til å lage modeller for tanken (Fosnot & Dolk, 2002). Eleven bruker nå modellen for å sammenlikne brøker med ulik nevner, og elevene oppdager og at 3/12 er ekvivalent med ¼ som er viktige milepæler innen brøkforståelse (Fosnot & Dolk, 2001, 2002 og 2007) i tillegg til å være en viktig oppdagelse knyttet til proporsjonalitetsforståelse (Fosnot & Dolk 2001 og 2002; Jacob & Fosnot, 2007; Van Galen et al., 2008). Oppdagelsen er og en av mange sentrale oppdagelser knyttet til selve

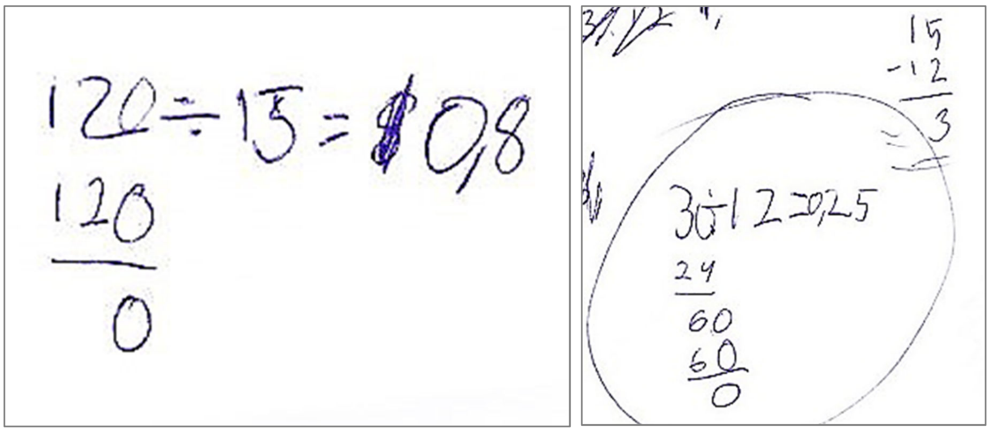


kontekstoppgaven og opplegget (Jacob & Fosnot, 2007). Van Galen et al. (2008) er opptatt av proporsjonalitet som bindeledd mellom regnearter som brøk og divisjon, og elevenes oppdagelser er sentrale for å bygge forståelsen av både proporsjonalitet og de ulike regneartene.

Figur 15. *Pizzamodeller av brøkene 3/12 og 3/20 (skann av elevarbeid).*

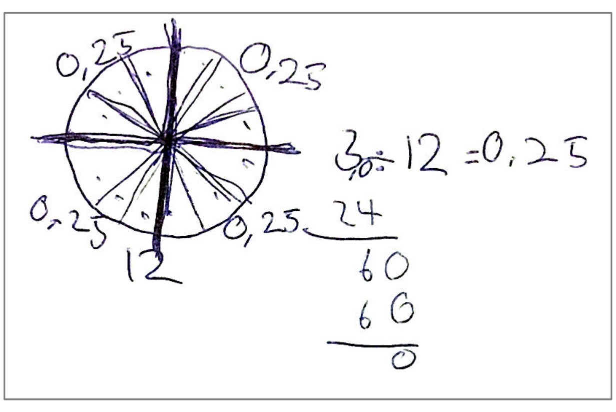
6.2.4 Gruppe 4

Den fjerde gruppen hadde som hypotese at Zoopermarked var billigst, og starter med å gjennomføre divisjonene 23:23 og 12:15 for å finne enhetspris. De får hhv 1,15 og 0,8 som enhetspris (***Figur 16***). Det å forstå at enhetsprisen kan finnes ved divisjon er ifølge (Jacob & Fosnot, 2007) en sentral ide i forhold til proporsjonalitetstenking og forståelse. Elevene har imidlertid byttet divisor og dividend for Zoopermarked, og lydopptak av gruppen avslører at de bytter om også for Olivers. Ut fra lydopptakene er de usikre på resultatet for Zoopermarked, fordi svaret er mindre enn én, og de forventer et tall større enn én ut fra oppgaven. Gruppa korrigerer divisjonen 12:15 ved å trekke 12 fra 15, og gjennomfører så divisjonen 3:12 og får 0,25 til svar (***Figur 17***). Prisen blir da 1,25 for Zoopermarked, og de konkluderer med at Olivers var billigst. De distribuerer divisjonen, og ser relasjon mellom 15-12 = 3 og at resten på tre må divideres på 12. Man kan tolke dette som at eleven ser at 12-12 = 0 tilsvarer at man da fordeler en krone til hver, og har igjen resten til fordeling, altså det samme som 15:12 = 12:12 + 3:12 =1 + 3:12. De setter så sammen prisen for en boks ved 1+ (3:12) =1,25. I utførelsen av divisjonsalgoritmen med divisor større enn dividend virker det som om elevene først multipliserer dividend med ti, og så dividerer svaret med én dekadisk enhet til slutt (***Figur 16 og 17***). Dette gjennomføres av begge elevene på gruppa i alle oppsett hvor divisor er større enn dividend, noe som kan antyde at de har lært denne strategien for algoritmeregning når divisor er større enn, og ikke går opp i dividend. Elevenes bytte av divisor og dividend for Zoopermarked, samt at de prøver ulike utregninger hvor de gjør ombytte også for Olivers kan være et uttrykk for at elevene kan ha hovedfokus på svaret og svarproduksjon (Tvete, 2015). De prøver ulike kombinasjoner for så å bruke det svaret de tror passer best, noe som passer godt inn i Verschaffels teorier og forskning på elevers holdninger til tekstoppgaver (2000, i Tvete 2015).



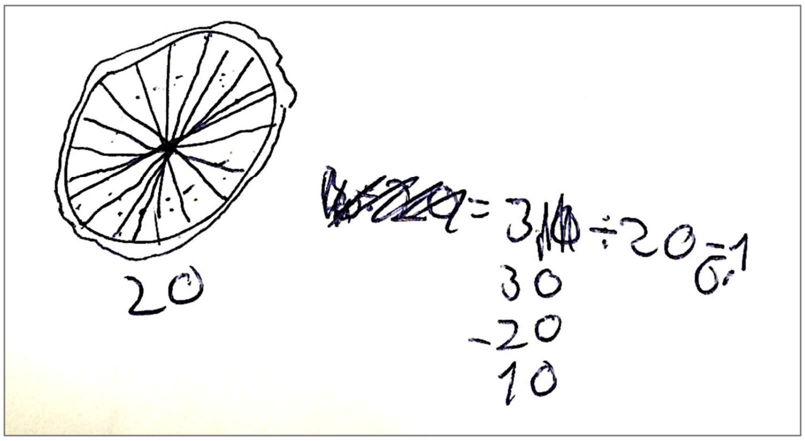
Figur 16 og 17*. Eksempel på bytte av divisor og dividend og multiplikasjon og divisjon med dekadisk enhet som strategi i løsning av divisjonsalgoritme (skann av elevarbeid).*

Modeller av situasjonen, gjerne representert ved skisser eller tegninger kan hjelpe elevene til å løse problembaserte oppgaver, og til å utvikle gode strategier for problemløsning (Tvete, 2015). Dette gjelder spesielt for tekstoppgaver, og det å lage modeller for tanken (Fosnot & Dolk, 2001og 2007; Van Galen et al. 2008) kan hjelpe eleven å holde orden og oversikt i problemløsningsprosessen. Den ene av elevene på denne gruppen tegnet pizzamodeller med 12 og 20 stykker (***Figur 18 og 19***).



Figur 18. *Pizzamodell som viser tolvdeler og 0,25 samt utregning av 3:12(skann av elevarbeid).*

24



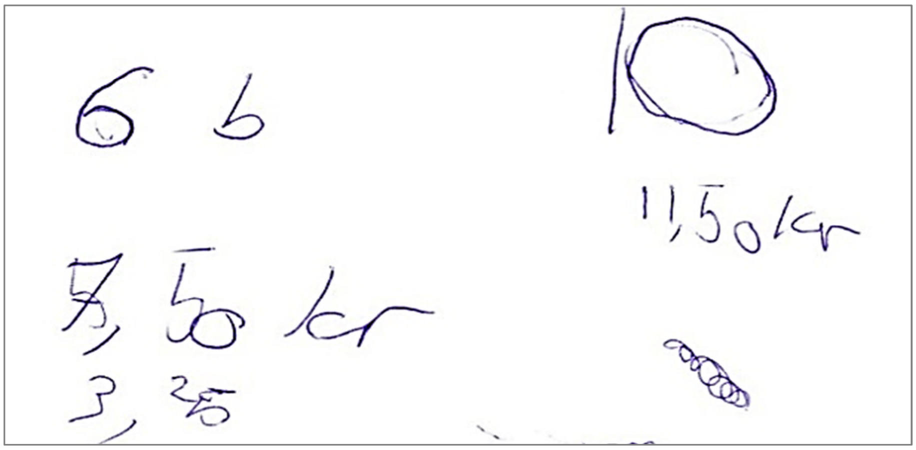
Figur 19. *Pizzamodell som viser tjuedeler samt utregning av 3:20. (Skann av elevarbeid)*

Pizzamodellene representerer egentlig 1/12 og 1/20 i og med at eleven ikke skraverer eller markerer 3 av delene i modellene (***Figur 18 og 19***). Det kan tenkes at eleven forstår at det er likegyldig om man sammenlikner 1/12 og 1/20 eller 3/12 og 3/20 ettersom telleren lik, og det er nevneren som da påvirker størrelsen på kvotienten. Eleven ser ut fra diagrammet at 3:12 er det samme som 0,25, og markerer i tillegg hver fjerdedel i pizzamodellen, noe som kan tyde på en oppfatning av at 0,25 er det samme som ¼. Eleven gjennomfører divisjonen 3:12, men nå med støtte fra en modell, mens den andre eleven har gjennomført og testet ulike varianter av ombytter av divisor og dividend. Modellene viser hvilket tilbud som er det billigste (***Figur 18 og 19***), men gruppen velger å støtte seg på utregninger ved bruk av standardalgoritme som det mest overbevisende argument.

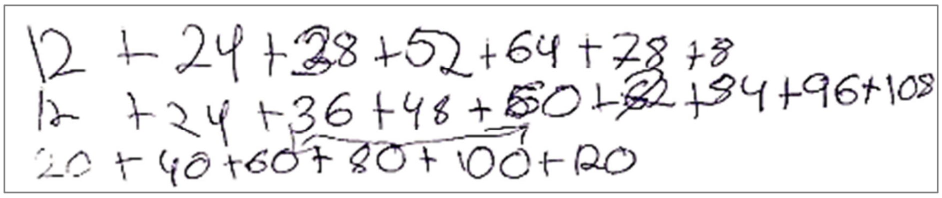
6.2.5 Gruppe 5

Den femte gruppen prøver å finne enhetsprisen ved å halvere antall bokser og pris (***Figur 13***). Gruppen gjør feil med halveringen av 7,5 og stopper ved prisen 3,25 kroner for 3 bokser, og stopper ved første halvering for Olivers (***Figur 20***). Feilen i den siste halveringen til 3,25 gjør veien videre vanskelig, og halvering ville uansett ikke vært en enkel strategi videre. Elevene hadde trolig sett at 3,75 delt på 3 er 1,25 om de hadde rettet opp feilen. Det kan og virke som de ser på veien videre fra 10 bokser og 11,50 kroner som utfordrende, men en naturlig vei videre ville vært å dele på ti og finne enhetsprisen på 1,15. Det kan virke som elevene ser verdien i å finne kostnaden for én boks, noe som vil gi en direkte sammenlikning av hvilken nettbutikk som er billigst. Dette er en sentral ide innen proporsjonalitetsforståelse og ikke minst for utvikling av ratebegrepet (Fosnot & Dolk, 2001, 2002; Jacob og Fosnot, 2007 og

Van Galen et al. 2008). Elevene stopper opp når de møter tall som utfordrer, og gir opp strategien med å halvere seg ned mot enhetsprisen.



Figur 20. *Forsøk på å bygge ned til enhetspris ved halvering(Skann av elevarbeid)*

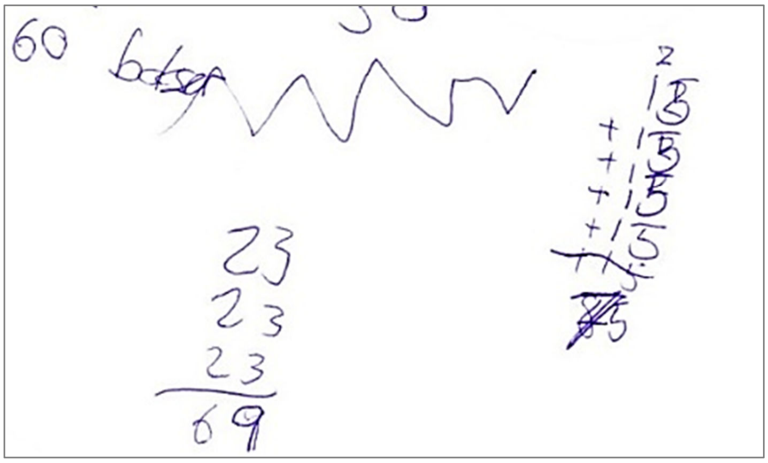


Figur 21. *oppbygging av antall bokser for Zoopermarked (øverste to rader) og Olivers (nederste rad) for å finne felles antall bokser. (Skann av elevarbeid)*

Elevene beholder fokuset på proporsjonalitet og velger å fortsette med sammenlikning, og velger å bygge opp (Tvete,2015) til et større antall bokser. En av elevene lager tallrekker for antall bokser for både Zoopermarked og Olivers (Figur 21), og finner at 60 bokser er felles for begge nettbutikkene.

Elevene bygger så opp prisen hos Zoopermarked og Olivers ved bruk av gjentatt addisjon til de har kostnaden for 60 bokser hos begge (***Figur 22***). En direkte sammenlikning viser da at Oliver er billigst med 69 mot 75 kroner.

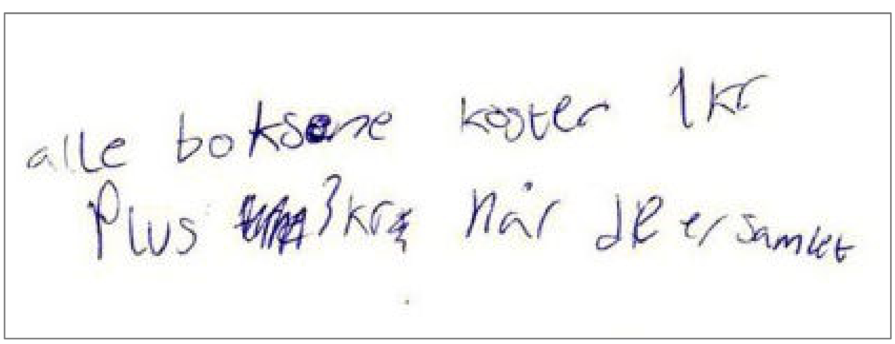
I strategiene med å bygge ned for å finne enhetsprisen ved halvering, og når de bygger opp mot 60 bokser jobber elevene med innenfor-strategier (Tvete, 2015), og elevenes strategi er et viktig steg mot å lage en ratetabell som modell av situasjonen. Å halvere og doble slik elevene gjør krever multiplikativ forståelse og en forståelse av proporsjonalitet. Elevene må ha en viss forståelse for at de må mangfoldiggjøre eller redusere både antall og kostnad for å bevare forholdet mellom dem. De ser dessuten at de kan sammenlikne direkte når den ene av faktorene er felles, noe som senere kan overføres til sammenlikning av, addisjon og subtraksjon av brøk hvor felles nevner er sentralt (Jacob & Fosnot, 2007; Van Galen et al., 2008).



Figur 22. *Eleven bygger opp kostnaden for 60 bokser ved gjentatt addisjon (Skann av elevstrategier)*

6.2.6 Gruppe 6

Denne siste gruppen ser at hvis man fordeler én krone til hver boks med kattemat er det tre kroner igjen i begge tilbudene (***Figur 23***). De prøver seg med en dobling av Zoopermarkeds tilbud til 30 kroner for 24 bokser, og setter og opp divisjonsstykkene 23:20 og 30:24. Elevene prøver ikke å regne ut divisjonsstykkene, og kommer heller ikke videre i betraktninger rundt resten på tre kroner.



Figur 23. *Elevene ser at de kan fordele en krone til hver boks og får tre kroner til overs.*

Elevene setter så opp to tabeller som kan tolkes til antall bokser og kostnader i de to tilbudene. Antall og pris hos Zoopermarked dobles for hvert trinn (***Figur 24***). I en tilsvarende tabell for Olivers er det dobling for kostander, mens antall bokser økes additivt, altså en økning med 20 (***Figur 24***). Denne gruppen klarer ikke å løse oppgaven, men gjør ulike forsøk på å løse oppgaven. De klarer heller ikke ut fra hint og oppmuntringer som gis i forhold til strategier de har forlatt eller avbrutt, og blir etter hvert lite mottakelige for nye impulser og ideer.

Figur 24. *Forsøk på å skalere opp tilbudene fra Zoopermarked (Venstre) og Olivers (Høyre)'*

6.3 Mathcongress – minilesson.

Elevenes strategier og argumenter ble drøftet i plenum etter at alle elevgruppene hadde jobbet frem en løsning, eller gitt opp å finne løsning på hvilken nettbutikk som var billigst. Hypotesene ble gjennomgått i oppstarten av oppgaven etter at de hadde diskutert dem i gruppene. Hypotesene ble tatt frem igjen i denne økta, og elevene var ærlige i forhold til egne hypoteser og villig til å diskutere hypotesen til tross for at flere nå hadde falsifisert sine egne hypoteser. Gruppenes ulike løsningsstrategier ble presentert, dels av gruppene selv, og dels av lærer. Flere av gruppene kom frem på tavla og Smart Board for å vise og forklare hvordan de hadde tenkt, og hvordan de kom frem til sine løsninger. Strategier ble drøftet, gjennomgått og forklart i en rekkefølge bestemt ut fra en vurdering av elevstrategier i forhold til at elevene kan se sammenhengen mellom dem, og at de bygger opp mot sentrale ideer. Strategier som nærmer seg modeller som leder mot ratetabeller, bygge opp- og bygge ned -strategier (Tvete 2015), ble gjennomgått ekstra grundig, hvor stegene i opp/nedbygging ble gitt særlig fokus. Strategiene med direkte sammenliknbare størrelser, sammenlikning av brøk, divisjon og modeller med ratetabell er alle sentrale i forhold til proporsjonalitetsforståelse (Fosnot & Dolk, 2008, Van Galen 2008, Jacob & Fosnot 2007). Mathcongress og minilesson ble i dette tilfellet ikke slik Fosnot & Dolk (2002; 2008) og Jacob og Fosnot (2007) legger opp til i sine didaktiske modeller, og tidsrammene var i denne sammenhengen begrensende for en slik gjennomføring. Elevenes strategier og ideer ble diskutert og delt i fellesskap, og med spørsmål fra både medelever og lærer. Elevene var ikke vant til å jobbe etter en slik arbeidsprosess som Fosnot og Dolk (2002;2008) og Jacob og Fosnot (2008) beskriver, noe som og var grunnlag for avgjørelsen om å lage en vri på mathcongress.

6.4 Pris på fuglefrø.

14 elever deltok og var fordelt i seks grupper. Hver gruppe laget plakat med prisliste for fuglefrø hvor alle utregningene skulle demonstreres. Én av gruppene laget to plakater da de ikke ble enige om utregningene, de øvrige fem laget en felles plakat. Gruppene skulle og vise i hvilken rekkefølge utregningene ble utført. Denne oppgaven er ment å utfordre elevene til bruk av ratetabeller som et verktøy (Jacob & Fosnot, 2007) for å finne pris for ulike mengder. Tvete (2015) vektlegger og effekten av at eleven må lage en modell av prislisten som de vil oppfatte som en tabell, og oppgaven har et mål å gi elevene erfaring med en ratetabell hvor det er en åpenbar sammenheng mellom de to størrelsene, pris og mengde. Tallene har og en logisk innbyrdes sammenheng hvor hvert tall er summen av de to foregående tallene (Fibonacchitall). Dersom eleven ser denne sammenhengen vil de ha et effektivt verktøy for å finne prisene for de oppgitte vektene. Oppgaven vil utfordre og stimulere til å bruke både innenfor-tenking (additiv) og til utviklingen av mellom-tenking (multiplikativt)(Tvete, 2015).

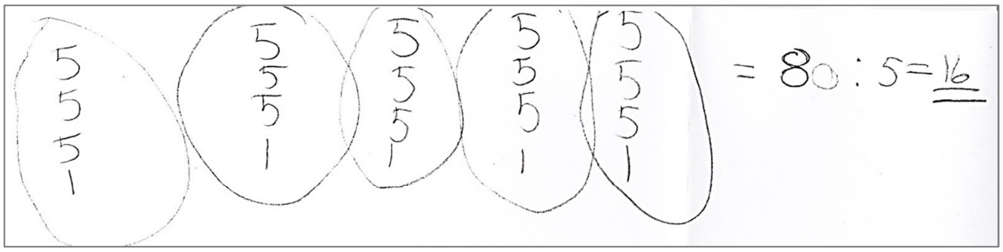
6.4.1 Enhetspris

Alle gruppene prøver å finne enhetsprisen som en start på oppgaveløsningen, og fire av seks grupper starter med å finne prisen av én kilo frø ved bruk av standard divisjonsalgoritme. Alle disse gruppene løser divisjonen direkte (80:5= 6). Den femte gruppen distribuerer divisjonen 80:5 til (50:5 + 30:5) og den siste gruppen prøver seg på halvering, altså et forsøk på bygge ned-strategi (Tvete 2015), men bytter etter første halvering til divisjonen 80:5.

Felles er at alle gruppene starter med å finne prisen av en kilo ved divisjon, og Jacob & Fosnot (2007) fremhever nettopp det at enhetsprisen kan finnes ved divisjon som en sentral ide innen rate- og proporsjonsforståelse. En kunne forventet at noen grupper doblet til 160 kroner for 10 kg, og så fant enhetsprisen ut fra 160:10 (Ibid), men elevene virket å være fortrolige med delingsdivisjonen 80:5.

6.4.2 Dele ut-strategi.

Innad i gruppene er det noen ulike tilnærminger til divisjonen 80:5, og i den ene av gruppene deler en av elevene 80 kroner i mindre enheter, for så å dele ut til fem grupper for å løse divisjonen (***Figur 25***). En av elevene i en annen gruppe starter å tegne en strek for hver av de 80 kronene, og kommer til 59 streker før en av de andre på gruppa løser divisjonen. På spørsmål om tanken bak komer det frem at eleven har tenkt «å dele dem i fem grupper etterpå» som en løsning på divisjonen, altså en form for dele ut-strategi hos begge elevene. Dette er regnet som en primitiv tilnærming til delingsdivisjon, altså et intuitivt forstadium til divisjon hvor additiv tilnærming trenger støtte av figurative løsninger og modeller for å løse oppgaven.



Figur 25. *En dele ut-strategi for divisjonen 80 kroner :5kg (skann av elevprodukt)*

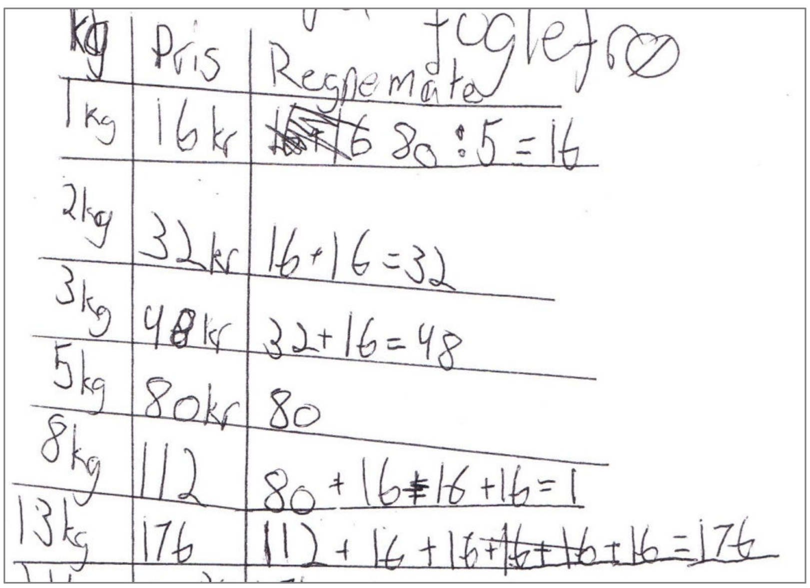
6.4.3 Rate og multiplikasjon.

Veien videre med oppbygging av prislisten er noe ulik, og bare én gruppe regner ut vesentlige deler av prislisten ved multiplikasjon av enhetspris og vekt, altså en mellom-strategi hvor raten er sentral (Tvete, 2015). Unntaket er to kilo, hvor de adderer 16 +16 i istedenfor 2 x 16. Denne gruppa oppdager etterhvert at alle tallene i prislista er summen av de to foregående, men fortsetter med mellom-strategi, altså ved en mutiplikasjon av rate og vekt (Tvete, 2015). Unntaket er for brøken ¾ hvor elevene multipliserer prisen av ¼ med 3, og for 90 hvor gruppa finner prisen av 10 kg for så å multiplisere med 9, en strategi hvor de bruker en kommutativ forståelse (Aarnes, 2009), og hvor elevene ser at 90 x 16 er det samme som 10 x 9 x 16, og videre at dette er identisk med 9 x 16 x 10. Denne gruppa fant ingen andre priser enn de oppgaven bestilte med unntak av varianten for 90 kilo. Gruppa viser en forståelse for ratebegrepet.

6.4.4 Additiv tilnærming

Samtlige grupper, uavhengig av andre strategivalg. finner prisen for to kilo ved addisjonen 16+16=32, altså en additiv strategi (Tvete, 2015).

Én av gruppene benytter gjentatt addisjon for alle verdiene i tabellen, med unntak for brøkene (¼ kg og ¾ kg) hvor gruppa dividerer 16 på hhv 4 og 2. Gruppa bruker altså en multiplikativ strategi for brøk, selv om det ble ukorrekt fremgangsmåte for ¾ kg. Denne gruppa bruker det foregående tallet i lista, og legger til 16 like mange trinn som det var opp til neste tall, f.eks. finner de 13 kilo ved å starte med 80 kroner, og legge til 16 fem ganger (***Figur 26***). Elevene på denne gruppa viser liten grad av multiplikativ forståelse, og benytter en lite effektiv strategi gjennom arbeidet med prislisten. Mens prislisten er laget for å stimulere for det Tvete (2015) kaller innenfor-tenking, er spriket mellom 34 kilo og 90 kilo i følge Jacob og Fosnot (2007) lagt inn for å stimulere elevene til å tenke multiplikativ, altså en bruk av enhetsprisen/raten og mellomstrategier (Tvete, 2015). Denne gruppa benytter verdien for 34 kilo som var det forrige tallet i lista, og benytter gjentatt addisjon i alt 56 ganger for å finne prisen for 90 kilo.



Figur 26. Gjentatt addisjon som strategi for å regne ut prisene på fuglefrø.

Strategien med gjentatt addisjon når antall trinn/gjentakelser blir mange fører til feil i utregningene. Denne gruppa har ikke bare flere feil i prislista enn de andre gruppene, men leverer to prislister fordi de ikke blir enige om hvilken som var korrekt. Begge disse listene inneholder for øvrig flere feil enn noen andre grupper. Situasjonen består av like typer, dvs. at det samme leddet skal mangfoldiggjøres i alle oppgavene, og strategien med gjentatt addisjon er i følge Tvete (2015) en måte å angripe multiplikasjonen på, selv om det er ineffektivt og fare for feil.

De øvrige gruppene benytter gjentatt addisjon når forskjellen mellom mengdene er lave, altså få trinn for addisjonene. Når sprangene blir større bytter de fleste av disse gruppene strategi til å addere andre vekter/priser de allerede har funnet. For eksempel har mange grupper funnet 34 kilo ved å addere prisen for 13 og 21 kilo.

6.4.5 Supplering av listen, andre verdier

Én gruppe supplerer prislisten for alle hele tall opp til ti kilo, og to andre grupper finner pris for alle vektene opp til åtte kilo. Alle tre gruppene bruker gjentatt addisjon og innenfor – strategier.

Fire av de seks gruppene finner andre verdier enn de som var oppgitt i prislisten, og gruppene bruker disse i varierende grad for å finne de etterspurte prisene i prislista. For eksempel finner én av gruppene prisen av syv kilo, og bruker den for å finne prisen for 21 kilo ved å multiplisere syv kilo med tre. Den samme gruppa finner 13 kilo ved å addere prisen av syv kilo med seg selv, og trekker fra prisen for én kilo. En annen gruppe fortsetter fra 34 kilo med å finne pris for 44, 54, 64, 74 og 84 ved å legge til prisen for ti kilo (160 kroner) for hvert steg. Denne gruppa adderer så prisen av 84 kilo med prisen av seks kilo for å finne prisen av 90 kilo. Tre andre grupper finner prisen for ti kilo og 100 kilo, og bruker disse for å finne 90 kilo ved at de trekker kostnaden for ti kilo fra kostnaden for 100 kilo.

6.4.6 Bruk av Fibonacciegenskapene

Bare én gruppe bruker en strategi hvor summen av de to foregående vektene er benyttet for hele prislista, unntaket er for to kilo, hvor alle gruppene bruker addisjon av enhetsprisen. Denne gruppen fant i tillegg prisen for ti kilo og 100 kilo, som ble benyttet for å finne 90 kilo ved å trekke kostnaden for ti kilo fra kostnaden for 100 kilo.

7. Konklusjon

I den første oppgaven hvor elevene skulle avgjøre hvilket tilbud som hadde best pris, var det et bredt utvalg av strategier hos elevene. Hypotesene var trolig viktig for elevenes intuitive oppfattelse av situasjonen, og allerede i arbeidet med disse har elevene anvendt ulike strategier for å kunne avgjøre hvem som er billigst. Flere av disse intuitive strategiene dukket og senere opp i arbeidet med konteksten. Hypotesebyggingen virket å engasjere elevene og bidro til oppgavediskusjon i starten på gruppearbeidet.

Oppgaven med kattemat utfordret elevene i og med at de to tilbudene var svært nær hverandre i pris. Bare én gruppe klarte å løse oppgaven ved bruk av standard divisjonsalgoritme, og de andre gruppene prøver mange ulike strategier. Elevene hadde vansker med å definere hvilke forhold som skulle sammenliknes, og elevene gjorde ombyttinger av divisor og dividend og andre feil som er beskrevet i faglitteraturen. Fischbein (1985, i Tvete 2105) belyser ombytte av divisor og dividend som et klassisk problem innenfor delingsdivisjon fordi forventningen er at dividend er større enn divisor. Delings- og målingsdivisjon, tekstoppgavespillet og at elever velger alternative tilnærminger for å unngå oppstillinger som gir brysomt regnearbeid har overrasket meg i arbeidet med elevene, og gitt utfordringer i analyseprosessen.

Elevene brukte flere strategier beskrevet i Jacob og Fosnot (2007) og i Fosnot og Dolk (2008), men det kom og frem nye varianter og noen overraskende strategivalg. Fem av seks grupper kom frem til en løsning på hvilken nettbutikk som hadde best tilbud. De fleste av disse gruppene trengte to eller flere strategier som ga samme utfall før de konkluderte. Dette kan tyde på at elevene selv var usikre på de uformelle strategiene, og den felles gjennomgangen, mathcongress, hadde trolig stor betydning for elevenes tillit til strategiene og modellene.

I den andre konteksten gis det tydeligere føringer for hva elevene skulle gjøre, og elevene fikk en bestilling og skulle levere deretter. Dette var nok en situasjon som var mer lik matematikkundervisningen de var vant med. Elevenes strategier varierte også i denne oppgaven, men i mindre grad enn den forrige.

Bare én gruppe anvendte raten og multiplikasjon (mellomstrategi) som metode for å regne ut prisene, mens de andre gruppene støttet seg på additive tilnærminger og innenfor-strategier. Disse gruppene fant og prisen for andre mengder enn de som var oppgitt, og brukte allerede kjente mengder additivt for å finne nye.

Et interessant element var at samtlige grupper startet med å finne enhetsprisen i denne oppgaven, mens bare fire av gruppene hadde samme tilnærming i den første oppgaven. Dette kan tolkes dit at elevene har oppdaget at enhetsprisen var en smart strategi for å kunne lage prislisten. Alle de didaktiske kildene brukt i denne oppgaven fremhever enhetsprisen, eller raten som en sentral ide innenfor forståelse av ratebegrepet. Elevenes manglende bruk av raten i utformingen av prislisten kan tyde på usikkerhet i forhold til multiplikative tilnærminger, noe som underbygges av elevenes utstrakte bruk av gjentatt addisjon.

En vurdering av utviklingen i matematikkforståelsen hos elevene ut fra disse to oppgavene vil være vanskelig, og datagrunnlaget og empirien blir for liten for en slik vurdering. Elevene virker imidlertid å ha grepet tak i noen av de sentrale ideene og strategiene som ble løftet frem i mathcongress/minilesson, og har brukt disse for å løse oppgaven med fuglefrø. Noen av elevene virket å ha oppdaget anvendelsen av ratetabellen i arbeidet med fuglefrøoppgave, og flere av gruppene har brukt mer effektive strategier mot slutten av oppgaven enn i starten.

Ratemodellen er en svært anvendelig modell for å løse en rekke matematiske problem (Van Galen et al., 2008), og dette var elevenes første møte med slike tabeller. Jeg mener at elevenes erfaringer med modellene og strategiene har gitt dem mer kunnskap om modellene, enn om jeg hadde prøvd å lære dem bruk av ratetabellen gjennom klassisk tavleundervisning.

Det å la elevenes egne strategier og modeller danne basis for undervisningen engasjerte elevene, og virket å stimulere til å prøve nye modeller og strategier i arbeidet med oppgavene. Guided reinvention eller inquiry-basert undervisning hvor elevene får anledning til en matematisering av problemer har absolutt sin plass i matematikkundervisningen, også i norsk skole. Holboeprisen til Ingunn Valbekkmo er et stort steg på veien mot å implementere kontekstbaserte undervisningsmetoder i norske klasserom, og kunnskapsministeren har bidratt til økt fokus på Valbekkmos arbeidsmetoder.

«*Ved å satse på grunnleggende forståelse av matematikk og at elevene skal utvikle egne strategier for å finne løsninger, har hun bidratt til å løfte undervisningen.*»

Torbjørn Røe Isaksen (NRK, 2016).

8. Litteraturliste

Aarnes, J. F. (2009). *Den kommutative lov*. Store Norske Leksikon hentet den 25.05.2015 fra https://snl.no/den_kommutative_lov

Abels, M. Wijers, M., Pligge, M. & Hedges, T. (2006). *Models You Can Count On*.In Wisconsin in Center for Education Research & Freudethal Institute (Eds.), Mathematics in Context. Chicago: Encyclopedia Britanica, Inc.

Fosnot, C. & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work : Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, N.H: Heinemann.

Jacob, B. & Fosnot C. T. (2007). *Best buys, ratios, and rates : Addition and subtraction of fractions*. Portsmouth, N.H: Firsthand/Heinemann.

NRK (2016). *Trondheimslærer vant mattepris.* Nyhetsoppslag lastet den 27.04.2016 fra http://www.nrk.no/trondelag/trondheimslaerer-vant-mattepris-1.12918983

Postholm, M., & Jacobsen, D. (2011). *Læreren med forskerblikk : Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforl

Schou, J., Hansen, H. C., Jess, K., Skott, J (2015). *Matematik for lærerstuderende. Stokastik 1. – 10.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Skott, J., Hansen, H.C., & Jess, K. (2008). *Delta : Fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Lastet den 9. mars, 2016 fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/

Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K, Van Herpen, E. & Keijzer, R. (2008). *Fractions, percentages, decimals and proportions : A learning-teaching trajectory for grade 4,5 and 6*. Rotterdam: Sense.

9. Vedlegg, Kontekstplakater med tekstlig innhold

To nettbutikker har tilbud på kattemat

zoopermarked
KJÆLEDYRENES SUPERMARKED

SUPERTILBUD DENNE UKEN

12 BOKSER MIAMOR

KATTEMAT

KUN 15 KRONER

OLIVERS
Love in a bag since 1998

Løp og kjøp! kun i dag!

20 bokser

SUPERPRIS 23 kroner

Er det billigst kattemat hos Zoopermarked eller hos Olivers?

1) Hvem tror du er billigst? Skriv ned hvilken nettbutikk du tror er billigst og hvorfor du mener den er den billigste.

2) Diskuter i gruppa. Er dere enige? Prøv å bevis at påstanden din/deres er rett. Skriv og forklar hvordan dere tenker og hvordan dere fant ut hvem som er billigst.

PRIS PÅ FUGLEFRØ

Ornitologisk forening skal begynne å selge en spesiell fuglefrøblanding.

Dere må hjelpe foreningen å lage en prisliste for:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 \; og \; 90 \text{ kg}$$

Hvis dere vil ha med andre vekter, er det lov (og det kan være lurt ☺)

Fuglefrøene leveres i poser på 5 kg, men foreningen vil også selge fuglefrøene i løsvekt og i enda større sekker (13, 21, 34 og 90 kg).

Foreningen ønsker at frøene blir like billige uansett størrelse på sekkene eller om man kjøper i løsvekt.

De vil ha hjelp til å lage en prisliste for ulike mengder fuglefrø slik at medlemmene vet hva de skal betale.

I denne oppgaven er måten dere løser problemene og rekkefølgen veldig viktig. Derfor skal dere **forklare hva dere gjør** og i kladden skal dere notere **hvordan og hvorfor** dere gjør som dere gjør. Det er og lov til å ta med flere vekter enn det som står i listen. Rekkefølgen dere velger er også viktig å ha med.

Når dere har funnet alle prisene skal dere skal lage en oversiktlig plakat som viser deres prisliste for fuglefrø. På plakaten skal dere ha med en kort forklaring og utregning/hvilke metode dere brukte for å finne prisen **for de ulike vektene** i listen deres. Hvis dere brukte samme metode for flere vekter så kan dere forklare dem sammen. I tillegg skal rekkefølge dere fant de ulike prisene være med, og hvorfor. (f.eks. prisen for 34 kg ble regnet ut sånn og sånn før 3 kg fordi…)

2 OPPGAVE

Opplasting av samtykkeskjema

Opplasting samtykkeskjema

Last opp pdf.-filen her. Maks én fil.

BESVARELSE

Filopplasting

Filnavn	5225992_cand-5437376_5224941
Filtype	pdf
Filstørrelse	82.095 KB
Opplastingstid	30.05.2016 05:50:50

Neste side
Besvarelse vedlagt

SAMTYKKE TIL BRUK AV PROSJEKT, KANDIDAT-, BACHELOR- OG MASTEROPPGAVER

Forfatter(e): **Sverre Øksenberg**

Norsk tittel: Elevers strategier og bruk av modeller i møtet med kontekstoppgaver som har intensjoner mot proporsjonalitetsforståelse.

Engelsk tittel: Students strategies and use of models investigating contexts with intentions towards proporsonal reasasoning

Studieprogram: **GLU 5. – 1.0**

Emnekode og navn: GLU 360 Pedagogikk og elevkunnskap 4, bacheloroppgave

[X] **Vi/jeg samtykker i at oppgaven kan publiseres på internett i fulltekst i Brage, Nords' åpne arkiv**

[ ] **Vår/min oppgave inneholder taushetsbelagte opplysninger og må derfor ikke gjøres tilgjengelig for andre**

Kan frigis fra: ________________

Dato: 30.05.2016

Sverre Øksenberg

underskrift