

MASTEROPPGAVE

Emnekode: BE305E

Navn: Tor Wingestad Flåm

«Intradagvolatilitet på Oslo Børs»

Dato: 19.05.2019

Totalt antall sider: 52

Sammendrag

Finansiell volatilitet brukes til å beregne risiko, og samspillet mellom risiko og avkastning er sentralt i finansiell økonomi. Formålet med utredningen er å undersøke intradagvolatilitet på Oslo Børs. For denne oppgaven har jeg valgt en kvantitativ tilnærming med data fra Oslo Børs sin hovedindeks. For å kunne sammenligne resultater ble prisene justert og normalisert.

Hovedfunnet til utredningen er at log-rekkevidde volatilitet (LRR) måler færre ekstremverdier, har lavere skjevhet og er nært normalfordelt. Til sammenligning viser log-absolutt avkastning (LAR) spisse og skjeve fordelinger. Volatiliteten målt av LAR er betydelig lavere enn den målt med LRR. Resultatene viser at med økning i volatilitet, øker og forskjellen i modellene eksponensielt. Analysen viser store svakheter ved å kun se på avkastning, da mange aksjer har store svingninger som ikke kommer frem i sluttpris-data. Ved beregning av investeringsrisiko måler rekkevidden i snitt samme betaverdi som avkastningen, men med en signifikant forskjell for de minste selskapene. Det kommer frem i utredningen at rekkevidden kan fungere som et alternativt mål, og investorer som kun bruker sluttpris som estimator kan ende opp med å undervurdere risikoen.

Abstract

Financial volatility is often used to calculate risk, and the interaction between risk and return is central in financial economics. The purpose of the thesis is to look at the intraday volatility on Oslo Børs. For this task i have chosen a quantitative approach with data from Oslo Børs stock index. The prices are adjusted and normalized for comparative purposes.

The main finding in my thesis is that log-range volatility (LRR) measures fewer extreme values, have lower skewness and is close to normally distributed. In comparison, log-absolute return (LAR) shows pointy and skewed distributions. The volatility measured by LAR is considerably lower than the volatility measured with LRR. The results also show that with higher volatility, the differences between LAR and LRR increases exponentially. The analysis shows weaknesses by only looking at return, as it does not measure the swings during the day. When Calculating investment risk, both the range and the return measures, on average, the same beta values but with a significant difference for the small stocks. My analysis shows that the range can be used as an alternative measurement for risk calculations, and investors who only look at return might underestimate the risk.

Forord

Denne masteravhandlingen er skrevet som et avsluttende kapittel i utdanningsprogrammet Siviløkonom, innenfor profileringen finansiering og investering ved Nord universitet.

Prosessen med å skrive avhandlingen har gitt meg mye forståelse innenfor finansiell volatilitet. Dette har vært krevende men lærerikt.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, Thomas Leirvik, både for å sette meg inn i problemstillingen, konstruktive tilbakemeldinger og god hjelp gjennom prosessen.

Nord Universitet, 19.05.2019



Tor Wingestad Flåm

Innholdsfortegnelse

SAMMENDRAG	I
ABSTRACT	II
FORORD	III
INNHOLDSFORTEGNELSE	IV
FORMELLISTE	VI
TABELLISTE	VII
FIGURLISTE	VIII
1 INNLEDNING	1
1.1 AKTUALISERING	1
1.2 PROBLEMSTILLING	1
1.3 OPPGAVENS OPPBYGGING.....	1
2 FINANSIELL VOLATILITET	2
2.1 HØYFREKVENSDATA	3
2.2 REKKEVIDDE VOLATILITET.....	3
3 STASJONARITET/IKKE-STASJONARITET OG AUTOKORRELASJON	4
3.1 AUTOREGRESJON.....	5
3.2 HVIT STØY	5
3.3 RANDOM WALK	6
3.4 DETERMINISTISK TREND	7
2.1.4 AUTOKORRELASJON	8
3.5 NORMALFORDELING.....	9
3.6 DICKEY-FULLER TEST FOR STASJONARITET	11
3.7 STATISTISK SPREDNING	11
3.7.1 Rekkevidde.....	12
3.7.2 Kvartilrekkevidde	12
3.7.3 Standardavvik.....	12
4 STATISTISKE VOLATILITETSMODELLER OG KVASI MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION (QMLE)	12

4.1	AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY (ARCH)	12
4.2	GENERAL AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY	13
4.3	QUASI-MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION	13
5	VOLATILITET PÅ OSLO BØRS	14
6	METODE	18
6.1	DATAINNSAMLING	18
6.2	BESKRIVELSE AV AKSJEVALG/INDEKSVALG	18
6.3	BEARBEIDING AV AKSJEDATA	18
6.4	UTVIDET DICKEY-FULLER TEST	19
6.5	EGENSKAPER TIL LOG ABSOLUTT AVKASTNING SOM VOLATILITETSMÅL	19
6.6	EGENSKAPER TIL LOG REKKEVIDDE SOM VOLATILITETSMÅL	19
6.7	KAPITALVERDIMODELLEN	20
7	ANALYSE	22
7.1	AUTOKORRELASJON FOR LAR OG LRR	22
7.2	ANALYSE AV LAR OG LR PÅ DE STØRSTE SELSKAPENE TIL OSLO BØRS	22
7.3	LOG-ABSOLUTT/REKKEVIDDE ANALYSE PÅ DE MINSTE SELSKAPENE TIL OSLO BØRS	27
7.4	LOG-ABSOLUTT/REKKEVIDDE ANALYSE PÅ DIVERSE INDEKSER	32
8	BEREGNING AV INVESTERINGSRISIKO VED HJELP AV REKKEVIDDE	37
9	KONKLUSJON	40
10	KILDER	41

Formelliste

Formel 1: AR(p).....	5
Formel 2: Hvit støy	5
Formel 3: Random walk	6
Formel 4: Deterministisk trend	7
Formel 5: Normalfordeling.....	10
Formel 6: Utvidet Dickey-Fuller test.....	11
Formel 7: Rekkevidde.....	12
Formel 8: Standardavvik.....	12
Formel 9: ARCH(q).....	13
Formel 10: GARCH(p,q)	13
Formel 11: A_t - Prisjustering.....	18
Formel 12: N_t Prisnormalisering.....	19
Formel 13: LAR – Log-absolutt avkastning.....	19
Formel 14: r_a - Avkastning.....	19
Formel 15: LRR – Log-rekkevidde prosent.....	20
Formel 16: RR_a – Rekkevidde (prosent).....	20
Formel 17: $E(R_t)$ - Kapitalverdimodellen.....	20
Formel 18: β_{RR_a} - Beta rekkevidde.....	21
Formel 19: B_{r_a} - Beta avkastning.....	21
Formel 20: $t - t$ -test.....	21
Formel 21: df – Frihetsgrader.....	21

Tabelliste

Tabell 1: Autokorrelasjon for LAR og LRR	22
Tabell 2: Oversikt over skjevhet/kurtose for de 15 største selskapene ved Oslo Børs	23
Tabell 3: Oversikt over skjevhet/Kurtose for et utvalg små aksjer ved Oslo Børs	28
Tabell 4: Oversikt over skjevhet/kurtose for diverse indekser ved Oslo Børs.....	33
Tabell 5: CAPM beregninger for rekkevidde/avkastning	37
Tabell 6: CAPM beregninger for rekkevidde/avkastning, de minste 10.....	38
Tabell 7: t-test for signifikant forskjell mellom betaverdier	38

Figurliste

Figur 1: "Hvit støy"	5
Figur 2: "Random walk"	6
Figur 3: "Random walk", 500 realisasjoner	7
Figur 4: "AR(1) prosess", $\varphi = 0,8$	7
Figur 5: "Deterministisk trend"	8
Figur 6: Autokorrelasjon i en "Random walk"	9
Figur 7: Autokorrelasjon i "Hvit støy"	9
Figur 8: Normalfordelingskurve over histogram av avkastningene til OSEBX	10
Figur 9: Normalfordelingskurve over histogram av avkastningene til OSEBX	11
Figur 10: Normalfordelingskurve over hvit støy (Figur 1)	11
Figur 11: Pris for OSEBX	14
Figur 12: Avkastning på OSEBX.....	15
Figur 13: Avkastning i DNO ASA	16
Figur 14: Avkastning OSEBX og DNO ASA	16
Figur 15: Aksjeutvikling (justert sluttpris) for Subsea 7	24
Figur 16: Histogram LAR Subsea 7	24
Figur 17: Histogram LRR Subsea 7	25
Figur 18: Volum for Subsea 7	26
Figur 19: Absolutt avkastning for Subsea 7	26
Figur 20: Rekkevidde-prosent for Subsea 7	27
Figur 21: Aksjeutvikling (justert sluttpris) for Nordic Nanovector	29
Figur 22: Histogram for LAR Nordic Nanovector	29
Figur 23: Histogram for LRR Nordic Nanovector	30
Figur 24: Volum for Nordic Nanovector.....	31
Figur 25: Absolutt avkastning for Nordic Nanovector.....	31
Figur 26: Rekkevidde(prosent) for Nordic Nanovector	32
Figur 27: Utvikling for OSEAX.....	33
Figur 28: Histogram for LAR OSEAX	34
Figur 29: Histogram for LRR OSEAX	34
Figur 30: Absolutt avkastning for OSEAX.....	35
Figur 31: Rekkevidde(prosent) for OSEAX.....	36

1 Innledning

1.1 Aktualisering

Volatilitet er et meget sentralt begrep i finans. Det å ha muligheten til å kunne måle volatilitet så presist som mulig er verdifullt i mange anvendelser. Det er ikke noe tvil om at over de siste 50 årene har vårt syn på beregning av volatilitet endret seg kraftig. For å kunne mest mulig presist beregne volatilitetsendringer og forutse fremtidig volatilitet er det viktig at modellen tar hensyn til observerte egenskaper ved endringer i finansielle instrumenter, som for eksempel at store utslag ofte klumper seg i samme perioder. De klassiske volatilitetsmodellene med sluttpris som estimator har vist seg å ikke være normalfordelte, samtidig som de måler mange ekstremverdier. Standardavviket til avkastningen er det vanligste målet på volatilitet. Der avkastningen ikke er normalfordelt er heller ikke volatiliteten konstant over tid, og standardavvik er ikke nødvendigvis et godt mål. Det er hensiktsmessig å anvende en modell som kan være forutsigbar og robust, to ting som kommer tydeligere frem i normalfordelte modeller. I denne oppgaven skal jeg undersøke rekkevidde med inspirasjon fra Alizadeh, Brandt, and Diebold (2002), på Oslo Børs. Modellen som ble lagt frem i Alizadeh et al., (2002) tar hensyn til intradagvolatilitet med høyeste og laveste pris, fremfor kun sluttpris. En lignende analyse på aksjemarkedet er for meg en viktig og logisk overføring. Hvis resultatet vises å være signifikant kan rekkevidde volatilitet bli et sentralt mål i vurdering av aksjer og lignende. Kapitalverdimodellen er eksempelvis en sentral modell innen finans, som har vist seg ineffektiv med dens nåværende parametere. I kapitalverdimodellen er et korrekt estimat av volatilitet særdeles viktig.

1.2 Problemstilling

«Intradagvolatilitet på Oslo Børs»

1.3 Oppgavens oppbygging

Innledningsvis skal jeg presentere historien til finansiell volatilitet, høyfrekvensdata og rekkevidde volatilitet. Stasjonaritet og autokorrelasjon forklares, som er sentrale elementer for å kunne gjennomføre analyse av tidsserier. Jeg går inn på modeller, tester og statistiske forklaringer som underbygger min analyse. Deretter diskuteres volatiliteten på Oslo Børs. I metoden presenterer jeg metoder for databehandling, formler og hvordan jeg skal gå frem med analysen. Avslutningsvis blir analysen blir presentert, etterfulgt av resultat og konklusjon.

2 Finansiell volatilitet

Volatilitet kan beskrives som svingninger i aksjer og andre verdipapirer. Høy volatilitet betyr store avvik fra gjennomsnittet, mens lav volatilitet betyr små avvik fra gjennomsnittet.

Volatilitet er ikke mulig å observere, og beregning kan være vanskelig, (Alizadeh et al., 2002).

Som nevnt i kapittel 1.1, kan kunnskap om finansiell volatilitet dateres hele 50 år bak i tid.

Våre antydninger og kunnskap rundt volatilitet bare åpner for flere spørsmål og metoder.

Volatilitet spiller en sentral rolle i finans grunnet dens hjelp i prissetting, lønnsomhetsanalyse og risikovurdering. Ofte forutsettes det konstant volatilitet i vitenskapelige arbeider. Konstant

volatilitet endres ikke over tid, og var eksempelvis forutsatt i de fleste vitenskapelige

arbeidene før år 1980, se Black and Scholes (1973) og Merton (1969). Til tross for

antakelsene om konstant volatilitet, var de fleste klar over at det ikke var tilfelle i

virkeligheten. Engle (1982) formulerte den første økonometriske modellen som tok hensyn til

at volatiliteten kan endre seg over tid. Stokastiske volatilitetsmodeller er sentrale i finans, og

er spesielt gode til å fange tid-varierende volatilitet i finansielle markeder (Shephard &

Andersen, 2009). Engle (1982) presenterte modellen Autoregressive conditional

heteroskedasticity (ARCH), som tok hensyn til endring i volatilitet ved å formulere varians

som en lineær funksjon av tidligere kvadratfeil. ARCH ble da den første populariserte

modellen som analyserte tid-varierende volatilitet. ARCH fylte et behov innen finansiell

volatilitet, men modellen var fortsatt ikke anvendbar i mange situasjoner. Bare fire år senere

kom Bollerslev (1986), med en utvidelse av ARCH, kalt General autoregressive conditional

heteroskedaticity (GARCH). GARCH er en mer anvendelig ARCH modell for tidsserier,

grunnet at den tar hensyn til egne historiske verdier. Bruken og populariteten til disse

modellene ble røttene til veldig mange modeller innen finansiell volatilitet, blant annet

EGARCH (Exponential general autoregressive conditional heteroskedaticity) presentert av

Nelson (1991) og GJR-GARCH av Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993). Ved å

inneholde mer informasjon passer disse utvidelsene ofte bedre til observasjonene, og utgjør i

de fleste tilfeller en ren forbedring. Eksempelvis har GJR-GARCH og EGARCH, i tillegg til

de samme elementene som GARCH, en estimator for belåningsgrad og effekten av lån på

avkastning. Negativ avkastning betyr at gjeld til egenkapital øker, som er dårlig for kreditt

vurdering, og igjen øker risikoen. Utviklingen kunnskap om stokastiske volatilitetsmodeller

har gjort det mulig beregne prognoser av fremtidig volatilitet. Volatilitetsprognoser er

estimerer av nåværende nivå av volatilitet og dens utvikling over tid, (Brandt & Jones, 2006).

Det er kommentert i nyere tid at problemet med standard volatilitetsmodeller er at log-avkastning preges av store avvik i forhold til normalfordeling, noe som gjør de veldig ineffektive som volatilitetsmål, (Alizadeh et al., 2002). Andersen and Bollerslev (1997), viser til kontinuerlig endring i volatilitet intradag, som heller ikke er fanget opp av disse modellene. På tross av ny utvikling og forskning, er volatilitet fortsatt utfordrende å beregne. I denne oppgaven skal jeg se videre mot stokastiske volatilitetsmodeller, og mer spesifikt mot log-rekkevidde volatilitet. Høyfrekvensdata er et begrep som ofte blir tenkt på når det er snakk om intradagvolatilitet, dette vil presenteres i neste delkapittel.

2.1 Høyfrekvensdata

Høyfrekvensdata er tidsseriedata hentet inn ved korte intervaller, ofte flere tusen observasjoner hver dag. Høyfrekvensdata har mange karakteristiske trekk som ikke kommer frem ved data av lavere frekvens, som gjør det lettere å forstå markedets oppførsel, dynamikk og mikrostruktur, (Andersen, 2000; Tsay, 2000). Andersen, Bollerslev and Lange (1999) viser for eksempel at høyfrekvensdata kan beregne volatilitet, og prognoser av volatilitet mer presist enn mindre frekvent data (daglig, månedlig). Siden tid mellom innhenting kan variere ved høyfrekvens data, utarbeidet Engle and Russell (1998) Autoregressive conditional duration (ACD) som bruker «forventet varighet». Denne modellen gjorde det mulig å innhente data ved «ultra-high frequency», som vil si alle observasjoner, selv om dette vil si at de forekommer med forskjellige intervaller. Ved bruk av «Data cleaning» og «Data management», kan presisheten til ACD øke, (Brownlees & Gallo, 2006). I min utredning er det ikke fokus på høyfrekvensdata men heller på rekkevidden intradag.

2.2 Rekkevidde volatilitet

Rekkevidde er et mål på avstanden mellom den høyeste og laveste prisen intradag. For OSEBX er dette mellom klokken 09.00 og klokken 17.00. Avkastningsmodellene er i motsetning kun basert på slutt-til sluttpris. Mange studier gjennom de siste 40 årene har vist til log-rekkevidde som en mye mer presis estimator enn den klassiske volatilitetsestimatorene. Noen av de tidligste pådriverne for rekkevidde i volatilitetsberegningen var German and Klass (1980) og Parkinson (1980). German and Klass (1980) og Parkinson (1980), demonstrerte ved hjelp av rekkeviddeberegninger, estimatorene som var mye mer effektive enn de klassiske estimatorene (dette var før ARCH modellene). Alizadeh et al. (2002), viser i sine studier at log-rekkevidde er mye mer effektiv enn log-avkastnings modeller. I det samme studiet kommer forfatterne også frem til at log-rekkevidde kan brukes til å normalfordele

volatilitetsbevegelsene i futures-markedet for valuta. Chou, Chou, and Liu (2010), gjør en grundig analyse av tidligere tidsskrifter om log-range modeller og konkluderer i at modellen står sterkt over en sluttpris til sluttpris modell, grunnet ekstra informasjonen som kommer med i intradagvolatilitet. Chou (2005), viser at log-rekkevidde kan være nyttig i volatilitetsprognoser, som gjenspeiler robusthet og forutsigbarhet til rekkevidden. Molnár (2012), demonstrerer ineffektiviteten til standard volatilitetsmodeller og volatilitetsmål basert på at daglig data hadde store haler selv etter standardisering. Log-rekkevidde demonstrerer bedre robusthet til støy, som for eksempel tilbud/etterspørselshopp, (Alizadeh et al., 2002; Brandt & Jones, 2006). Denne robustheten ble testet av Shu and Zhang (2006), i en Monte Carlo analyse, og det ble konkludert at eksempelvis modellen til Alizadeh et al. (2002), var robust mot støy. Log-rekkevidde sin overlegenhet over log-avkastning vises tydelig i Brandt and Jones (2006), der de bruker Log-rekkevidde i en EGARCH modell (som vanligvis bruker log-absolutt avkastning) og konkluderer med tydelige forbedringer.

3 Stasjonaritet/ikke-stasjonaritet og autokorrelasjon

Et innledende tema til tidsserier er stasjonaritet og autokorrelasjon.

Det er viktig å ha stasjonaritet for testing av tidsserier. I en stasjonær prosess, endres ikke forventningen, variansen eller kovariansen med tid. En stasjonær prosess har heller ingen struktur i feilleddene. For stasjonaritet skilles det ofte mellom sterk og svak. For denne oppgaven er kun svak stasjonaritet viktig grunnet at sterk stasjonaritet ikke er tilstede i tidsserier av finansiell data. En tidsserieprosess er stasjonær hvis den oppfyller forholdene listet under, (Dougherty, 2016, pp. 478-481):

- 1) Konstant forventning: forventningen til tidsserien er uavhengig av tid.
- 2) Konstant varians: Variansen til tidsserien er ikke påvirket av tid.
- 3) Konstant kovarians: kun påvirket av lag($t - 1, t - 2 \dots t - n$), ikke tid selv.

Ved tilfelle av sterk stasjonaritet vil (1) og (2) vise at hele fordelingen er uavhengig av tid.

Ved en normalfordelt prosess er svak stasjonaritet = sterk stasjonaritet.

Hvis en prosess ikke oppfyller kravene (1), (2) eller (3) er det en ikke-stasjonær prosess. Dette vil si at en (eller flere) av variablene er avhengig av tid, (Dougherty, 2016, pp. 484-486).

I underkapitlene 3.1, 3.2 og 3.3 presenterer jeg noen stasjonære og ikke-stasjonære prosesser som vil vise seg nyttig videre i forklaringen av bevegelsen til Oslo Børs de siste årene: hvit støy (konstant forventning og varians), random walk (konstant forventning, ikke-konstant varians) og deterministisk trend (ikke-konstant forventning, konstant varians).

3.1 Autoregresjon

En AR(p) ligning kan vises med:

$$Y_t = \varphi Y_{t-1} + \varphi Y_{t-2} + \varphi Y_{t-3} + \dots + \varphi Y_{t-n} + u_t \quad (1)$$

Hvis $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n = 0$ er Y_t hvit støy

Hvis $\varphi_1 = 1$, og $\varphi_2 = \dots = \varphi_n = 0$, er Y_t en random walk.

Hvis φ_1 er $-1 < \varphi < 1$ samtidig som $\varphi_2 = \dots = \varphi_n = 0$, er Y_t stationær., (Dougherty, 2016, pp. 438-441, 478-481).

3.2 Hvit støy

Hvit støy:

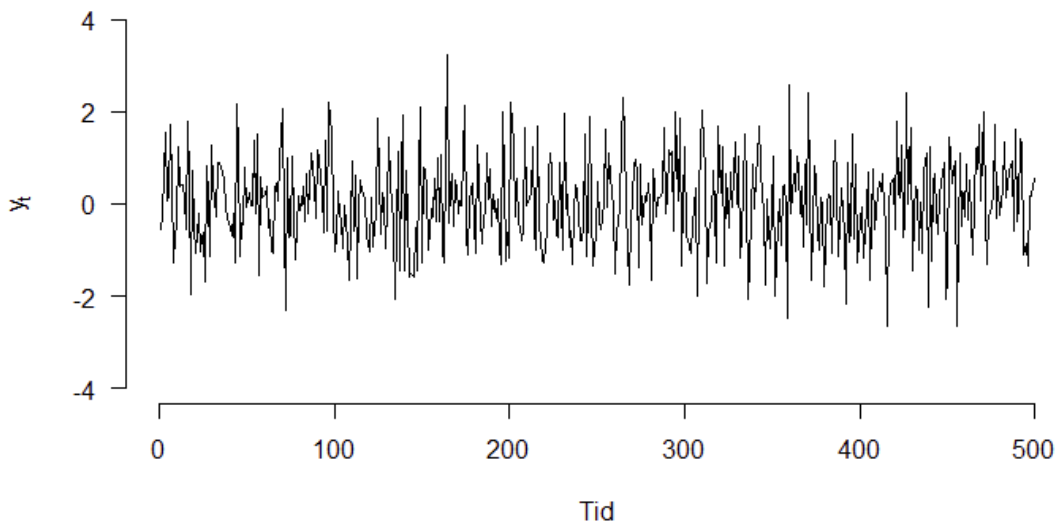
$$Y_t = u_t \quad (2)$$

der $u_t \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0,0)$

Hvit støy har både konstant forventning og konstant varians. Dette vil si at tid ikke påvirker forventningen eller variansen. Hvit støy har ingen autokorrelasjon og hvert hopp er et tilfeldig sjokk opp eller ned. Hvit støy kan ofte vises med en normalfordelt variabel som i Figur 1, (Dougherty, 2016, pp. 438-441).

Hvit støy demonstrert med 500 realisasjoner av en normalfordelt variabel:

Figur 1: "Hvit støy"



Figur 1 viser hvit støy. Det er her synlig at forventet verdi og varians er konstant. Det vises ikke til noen unormalt store hopp eller trender i modellen.

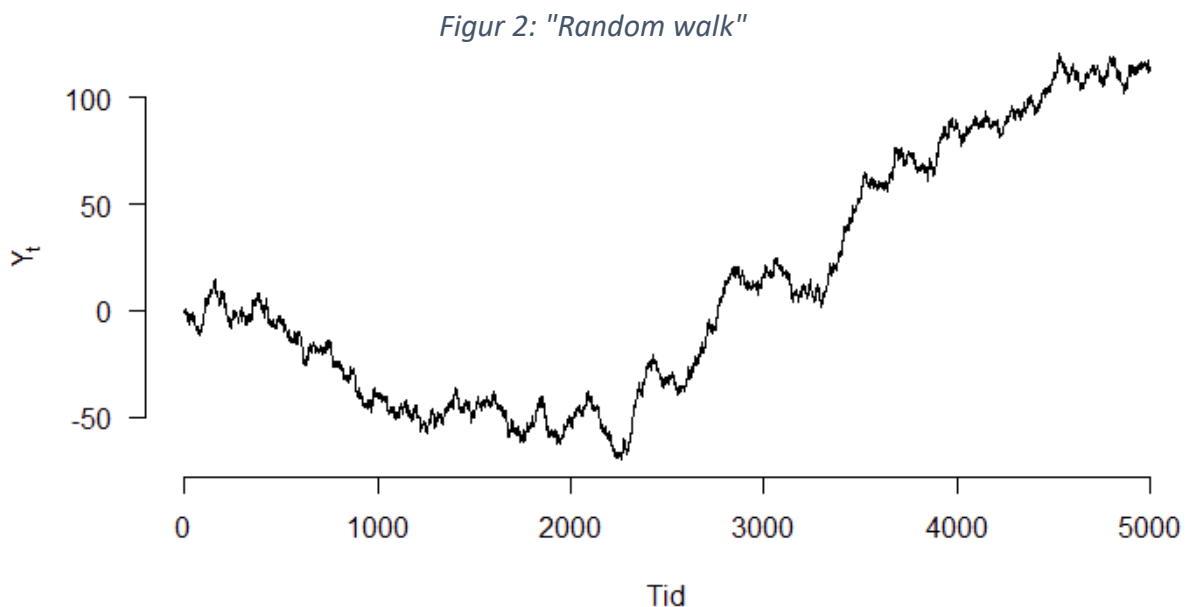
3.3 Random walk

Random walk er en AR (1) prosess. En AR prosess baserer fremtidige verdier på tidligere verdier. (1) vil si at prosessen tar hensyn til en verdi tilbake i tid. Random walk vises med:

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t. \quad (3)$$

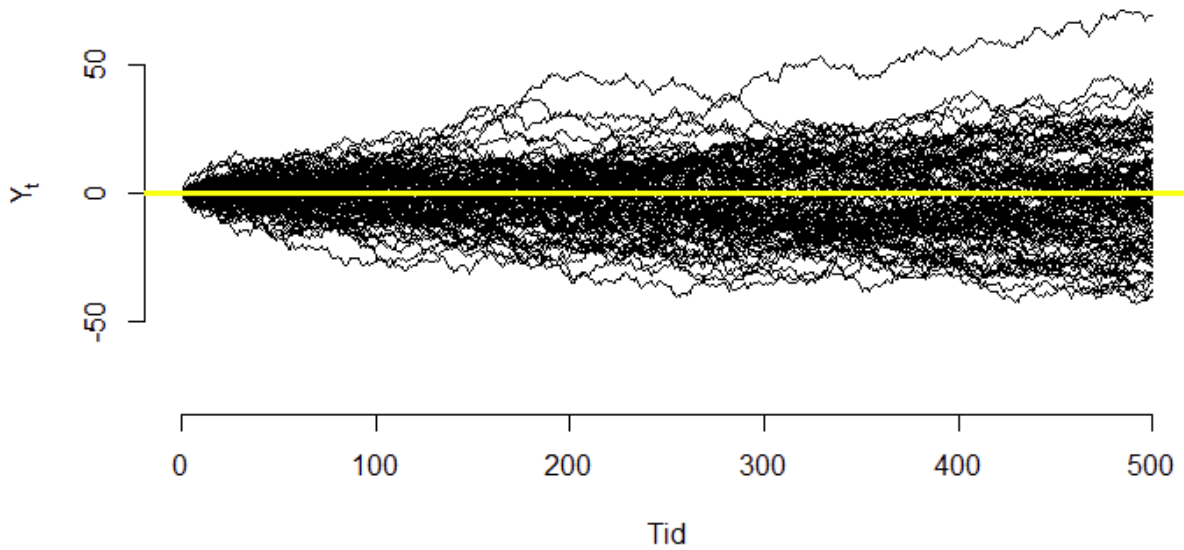
En random walk er en ikke-stasjonær prosess, med konstant forventning, men ikke konstant varians. En random walk har autokorrelasjon, noe som vil si at det er struktur i feilleddene, (Spitzer, 2013).

Random walk:



Figur 2 viser en random walk. Som navnet tilsier er denne tilfeldig. En random walk har konstant forventning som kan bedre vises med 500 realisasjoner av en random walk, illustrert i Figur 3.

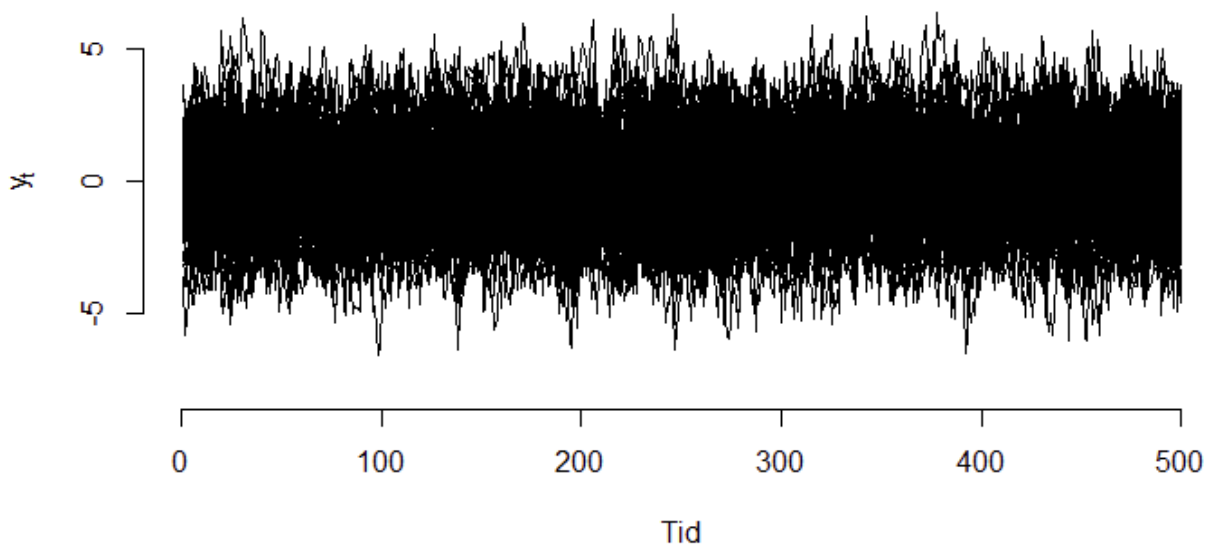
Figur 3: "Random walk", 500 realisasjoner



Figur 3 viser hvor tilfeldig utviklingen til en random walk er ved å kjøre samme prosess 500 ganger. Her er startverdien satt til 0, det vil si $Y_0 = 0$. Illustrert ved den gule linjen i figur 3 er $E[Y_t] = 0$. Figur 3 viser og at variansen øker med tiden (avvikene for gjennomsnittet blir større jo større t er). Variansen i Figur 3 er altså: $Var(Y_t) = t\sigma^2$.

Hvis $\varphi \neq 1$, for eksempel, 0,8, vil AR(1) prosessen se slik ut (500 realisasjoner):

Figur 4: "AR(1) prosess", $\varphi = 0,8$

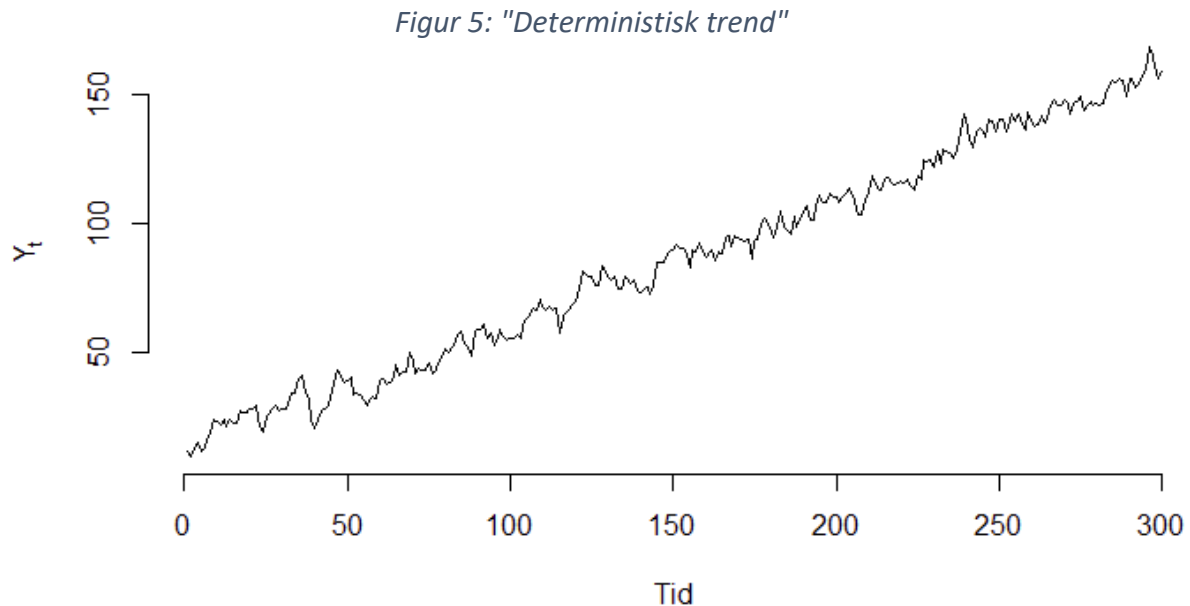


3.4 Deterministisk trend

Deterministisk trend:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + u_t. \quad (4)$$

Deterministisk trend har en forventning som beveger seg med tid, mens variansen er konstant. «Figur 5» er et eksempel på en deterministisk trend, (Dougherty, 2016, pp. 487-488):

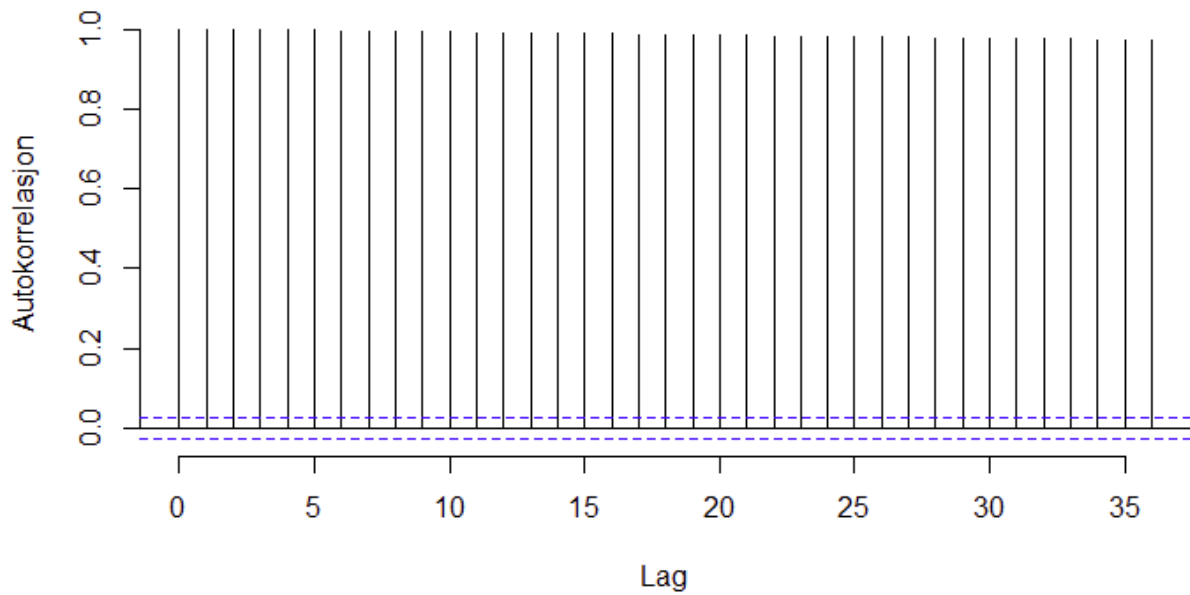


Figur 5 viser bevegelsene til en deterministisk trend. Det er tydelig her at det ikke er noen store hopp i variansen, mens forventningen stiger sakte med tid.

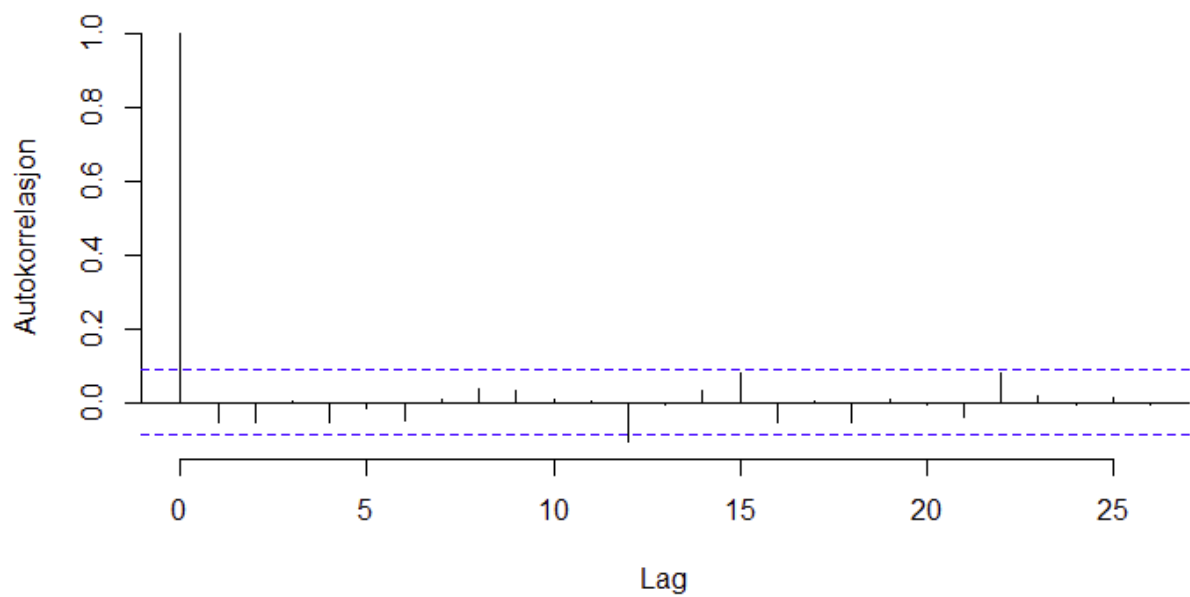
2.1.4 Autokorrelasjon

En forutsetning for vurdering av stokastiske modeller er at det ikke er noe sammenheng i feilleddene. Denne forutsetningen sier at det ikke skal være seriekorrelasjon = ikke noe struktur i feilleddene: $Cor(u_t, u_s | X) = 0 \forall s \neq t$. (Dougherty, 2016, pp. 445-448). For demonstrasjon har jeg tatt en autokorrelasjonstest av en random walk og hvit støy:

Figur 6: Autokorrelasjon i en "Random walk"



Figur 7: Autokorrelasjon i "Hvit støy"



Grunnen til forskjellen i Figur 6 og Figur 7 er at variansen i en random walk er, som beskrevet tidligere, påvirket av tid. I dette tilfellet det konkluderes med at det er autokorrelasjon (sammenheng i feilleddene) i en random walk, men ikke i hvit støy.

3.5 Normalfordeling

Normalfordeling er viktig å greie ut om da det er sentralt for videre analyser i oppgaven.

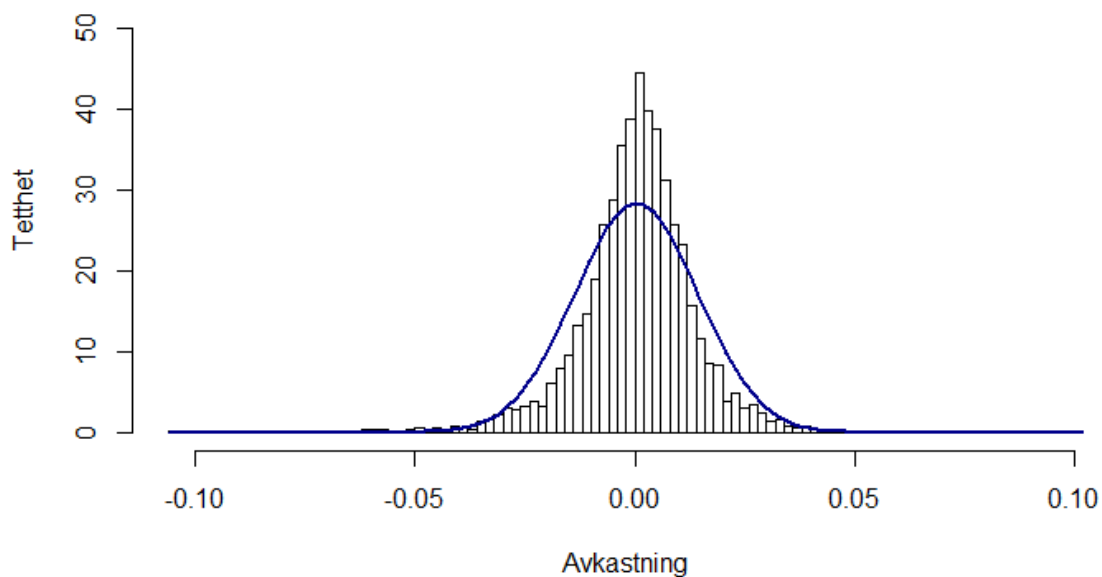
Normalfordeling er en sannsynlighetsfordeling som viser hvor stor sjanse det er for at en

variabel ligger mellom to yttergrenser. En standard normalfordeling (X) har egenskapene, (Ubøe, 2015, pp. 139-144):

$$\begin{aligned} E(X) &= \mu \\ \text{Var}(X) &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (5)$$

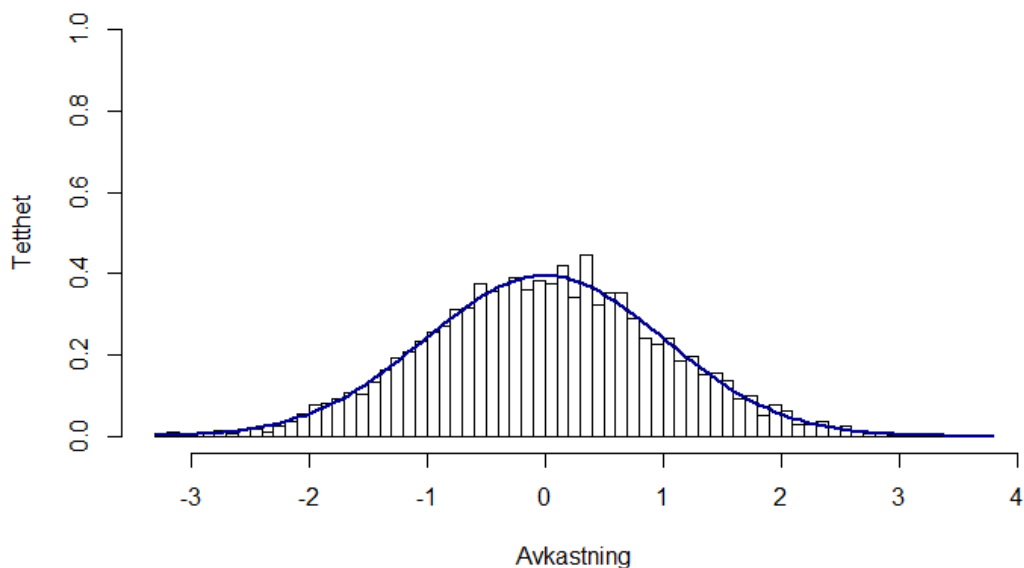
Videre er normalfordelingskurven sentral for oppgaven. Kurven lagt over et datasett gir et bilde på hvor mange observasjoner som kommer utenfor fordelingen. Som eksempel her har jeg laget et histogram av avkastning på OSEBX og tilpasset en normalfordelingskurve over dette:

Figur 8: Normalfordelingskurve over histogram av avkastningene til OSEBX



Figur 8 viser en normalfordelingskurve over et histogram. Figuren indikerer at avkastningen på OSEBX basert på sluttpris hver dag ikke er normalfordelt. For en normalfordelt variabel vil nesten alle verdiene vært inne under kurven. Figur 8 viser at det er veldig høy tetthet på midten, og store haler på kantene. Videre vil et histogram av en hvit støy prosess, illustrert i Figur 1, sammen med en normalfordelingskurve, bli illustrert i Figur 9:

Figur 9: Normalfordelingskurve over histogram av avkastningene til OSEBX



3.6

Dickey-Fuller test for stasjonaritet

Hovedideen med en Dickey-Fuller test er å teste for stasjonaritet i data. En simpel Dickey-Fuller test tar utgangspunkt i en AR (1) modell:

$$Y_t = \varphi Y_{t-1} + u_t \quad (3)$$

Hvor det testes om $\varphi = 1$, hvis det er tilfelle er det en random walk, som tidligere i kapittelet ble omtalt som en ikke-stasjonær modell. Hvis $-1 < \varphi < 1$ er det en stasjonær modell, (Dougherty, 2016). Dette er en simpel Dickey-Fuller test. Hvis modellen ikke viser seg som stasjonær med en simpel test må det gjennomføres en utvidet Dickey-Fuller test som tar flere «lag» i testen, eksempelvis: $Y_t = \varphi Y_{t-1} + \varphi Y_{t-2} + \varphi Y_{t-3} + \dots + \varphi Y_{t-n} + u_t$

Utvidet Dickey-Fuller test kan skrives som:

$$DF_\tau = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \quad (6)$$

3.7 Statistisk spredning

I statistikk skiller det ofte mellom tre hovedformer for statistisk spredning: rekkevidde, kvartilrekkevidde og standardavvik. Disse hovedformene har tre ulike tilnærminger når det kommer til å beregne spredningen i data, (Manikandan, 2011). Rekkevidden er min tilnærming i denne oppgaven, men det kan være interessant å se hvordan kvartilrekkevidden og standardavvik skiller seg fra rekkevidden.

3.7.1 Rekkevidde

Rekkevidden er kanskje den enkleste måten å beregne statistisk spredning på, noe som også gjør at den har en del ulemper. Rekkevidden er forskjellen mellom den største observasjonen og den minste observasjonen. Rekkevidden er veldig sensitiv til store avvik, (Manikandan, 2011). Rekkevidden i aksjekurs (intradag) kan vises med følgende:

$$P_H - P_L \quad (7)$$

3.7.2 Kvartilrekkevidde

Kvartilrekkevidden er som rekkevidden, bare at dataen nå er sortert. Kvartilrekkevidden forklarer forskjellen mellom kvartil en og tre (Q3-Q1). Hvis denne forskjellen er stor vil det si at observasjonene er veldig spredt, (Manikandan, 2011). I tilfellet for daglig tidsseriedata i aksjemarkedet er det ikke tilgang på data med kvartilobservasjoner.

3.7.3 Standardavvik

Standardavvik er det mest brukte målet i statistisk spredning. Standardavvik måler hvor langt enkelte observasjoner ligger unna gjennomsnittsverdien, (Manikandan, 2011). Formelen for standardavvik kan vises med:

$$SA = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} \quad (8)$$

Standardavvik er også et ofte brukt volatilitetsmål i finans. Om standardavvik skal kunne brukes som volatilitetsmål må fordelingen være normalfordelt, noe som ofte ikke er tilfelle for relativ avkastning til en tidsserie.

4 Statistiske volatilitetsmodeller og Kvasi maximum likelihood estimation (QMLE)

I delkapitlene under skal jeg presentere noen vanlige modeller for å modellere volatilitet, samt metoder for å estimere slike modeller.

4.1 Autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)

ARCH er egnet for å vurdere data med varians i feilledet, som for eksempel avkastningsdata. I avkastningsdata er ofte en periode med lav volatilitet fulgt av en periode med lav volatilitet, og motsatt. Det er derfor endring i variansen i feilledet og det kan ikke antas konstant varians.

Andersen, Davis, Kreiß, and Mikosch (2009), dekomponerer ARCH som følger:

La ε_t være en tilfeldig variabel, som har et gjennomsnitt og en forventet verdi betinget av F_{t-1} (F_{t-1} beskriver all informasjon tilgjengelig ved tid $t - 1$).

Anta følgende egenskaper:

1. $E\{\varepsilon_t | F_{t-1}\} = 0$
2. $h_t = E\{\varepsilon_t^2 | F_{t-1}\}$

ARCH(q) modell kan vises som følger, (Chen, 2013):

Der r_t er regresjonen for avkastning og h_t er variansen i periode t .

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$$

$$z_t \xrightarrow{i.d.d.} N(0,1),$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L) \varepsilon_{t-1}^2 \quad (9)$$

ARCH modellen sine bruksområder er mange. Bollerslev, Chou, and Kroner (1992), gjorde en omfattende undersøkelse av ARCH modellering i finans og fant modellen til å være et godt grunnlag i for eksempel hegding og opsjonsprising. ARCH sine mange begrensninger, for eksempel dens korte hukommelse, førte til et ønske om en modell som passet bedre til tidsseriesdata.

4.2 General autoregressive conditional heteroskedasticity

GARCH bygger på ARCH-modellen.

I GARCH er variansen avhengig av dens egne historiske verdier, (Brooks, 2014). Dette vil altså si at det kan da formes en ny ligning, GARCH(p,q) der GARCH(q) er det samme som ARCH(q), (Chen, 2013):

$$h_t = \alpha_0 + \alpha(L) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(L) h_{t-1} \quad (10)$$

GARCH modellen er mer anvendelig med flere parametere og mange «lags».

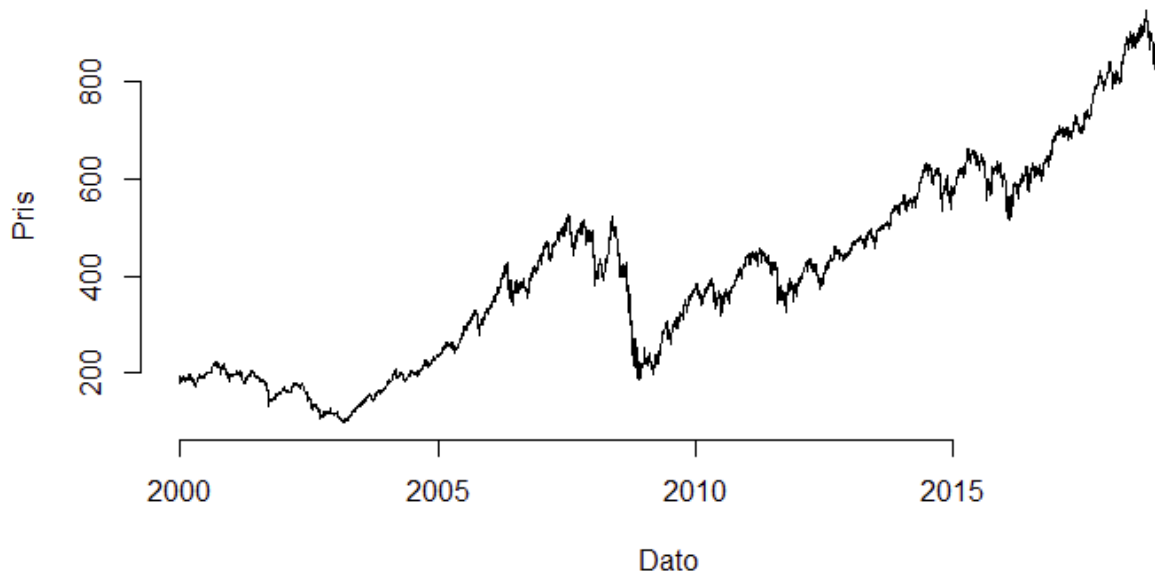
4.3 Quasi-maximum likelihood estimation

Det er ikke veldig realistisk å anta normalfordeling for finansiell data. Som vist i Figur 8 har fordelingen mange haler og er veldig sentrert rundt gjennomsnittet. Sentraliseringen er ofte et problem med r_t , der $r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$, (Chen, 2013). Det kan for eksempel antas en t -fordeling i data. Estimatorene i eksempelvis GARCH, kan bli estimert med maksimering av

log-sannsynlighet passende til den valgte t -fordelingen. Dette er en metode som ofte er referert til som «Quasi maximum likelihood estimator».

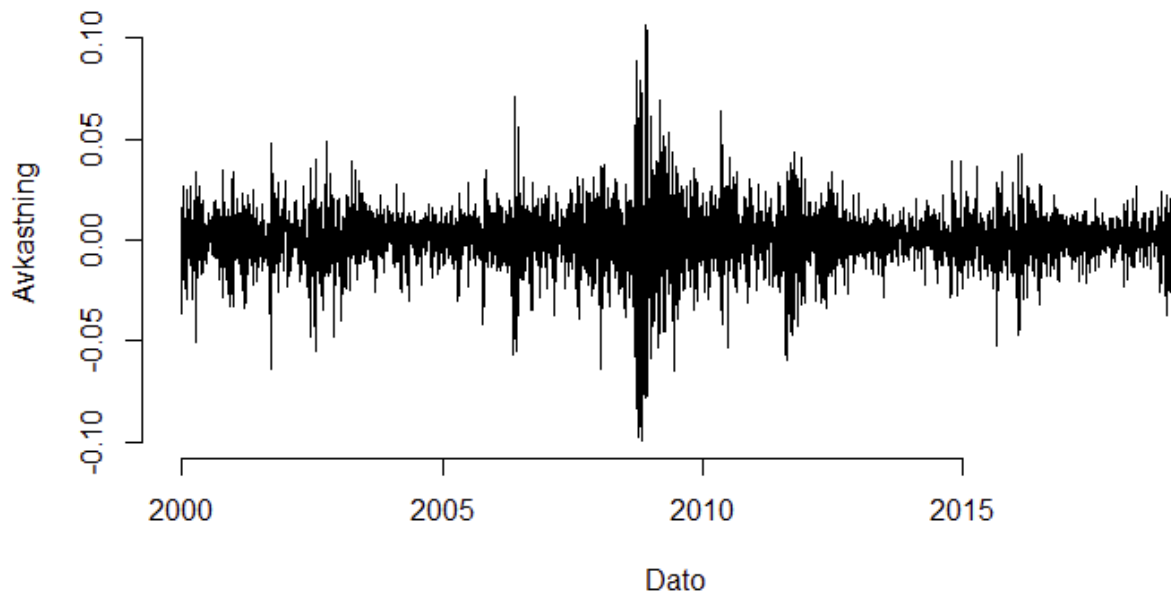
5 Volatilitet på Oslo Børs

Figur 11: Pris for OSEBX



Figur 10 viser OSEBX sin bevegelse de 20 siste årene som har vært for det meste positiv med noen større korreksjoner. Det er tydelig fra figuren at volatiliteten virker mye lavere lengre tilbake i tid, da prisen var lavere. Dette kan også være tilfeldig, siden 20 år ikke nødvendigvis er et veldig godt historisk bilde. Figuren bærer mange likheter med Figur 2, som er en tilfeldig linje. Hovedargumentet for at aksjeutviklingen ikke er lik som en random walk, er at ved en autokorrelasjonstest slår random walk kraftig ut, altså at det er struktur i feilleddene. Den samme testen på avkastningen til OSEBX vil slå litt ut på halene (grunnet hukommelse), men ellers er det ikke noe struktur i feilleddene. Det var lenge forutsatt konstant volatilitet i aksjebevegelse. Figur 4 demonstrerer hvordan bevegelsen til OSEBX ville sett ut om forventningene beveget seg over tid, mens variansen var konstant. Ved en sammenligning mellom Figur 4 og Figur 10 er det klart at volatiliteten på OSEBX ikke har vært konstant over tid. Det er fra denne modellen vanskelig å se hvor store de daglige svingningene er, grunnet mengden observasjoner. Dette kommer bedre frem i en modell av avkastningen på OSEBX. Figur 11 viser dette:

Figur 12: Avkastning på OSEBX

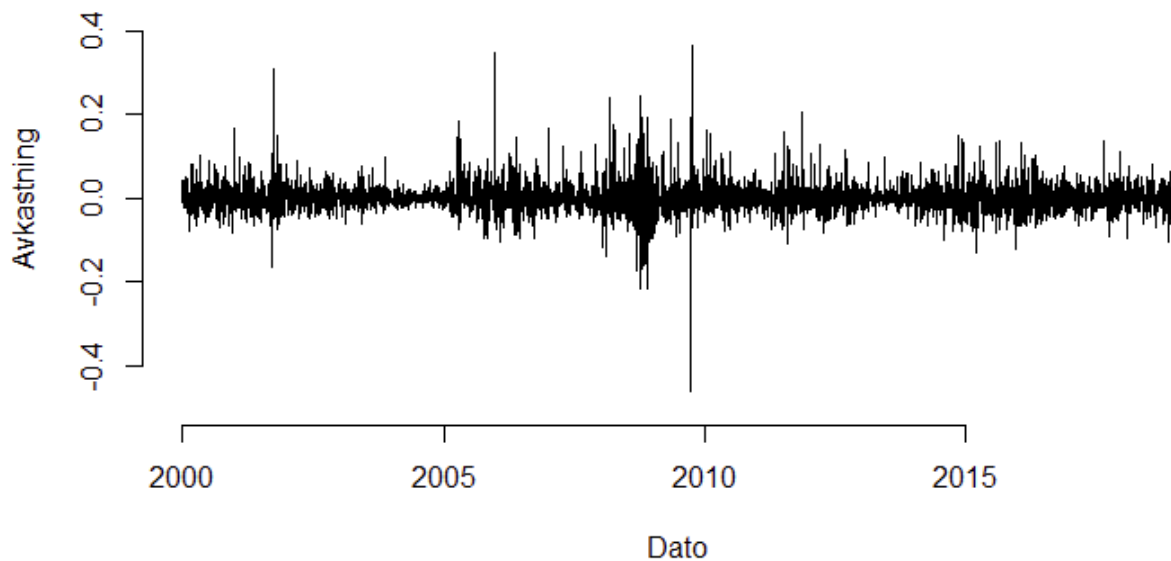


Ved første øyekast kan Figur 11 ligne på Figur 1 som ble presentert i kapittdel 3.2. Ved nærmere undersøkelse er det klart at i Figur 11 er det perioder med lav volatilitet og perioder med høy volatilitet. Det er og synlig at det er store haler i Figur 11. Volatilitetssjokkene ser ut til å forsvinne ganske sakte, dette kommer av «hukommelsen» i aksjemarkedet. Av den grunnen er det mye klumping, altså lengre perioder med enten lav eller høy volatilitet. Klumpingen skjer fordi observasjoner med høy volatilitet er ofte fulgt av observasjoner med høy volatilitet og motsatt for lav volatilitet, (Andersen, Bollerslev, Diebold, & Ebens, 2001; Black, 1976).

Det kan se ut som at avkastningen til OSEBX endrer seg over tid. Hvis avkastningen til OSEBX hadde vært uavhengig av tid (konstant volatilitet) ville det sett ut som Figur 1 og møtt forutsetningene for svak stasjonaritet. I Figur 8 ble normalfordelingen til avkastningen på OSEBX vist. Der var det tydelig at verdiene er veldig midtsentrert, og at det er en del store haler. Dette er og tydelig i Figur 11. Finanskrisen, mot slutten av 2008, er en kraftig bidragsyter til halene. Finanskrisen skapte sjokk i markedet. Stor uro er bidragsyter til høy volatilitet.

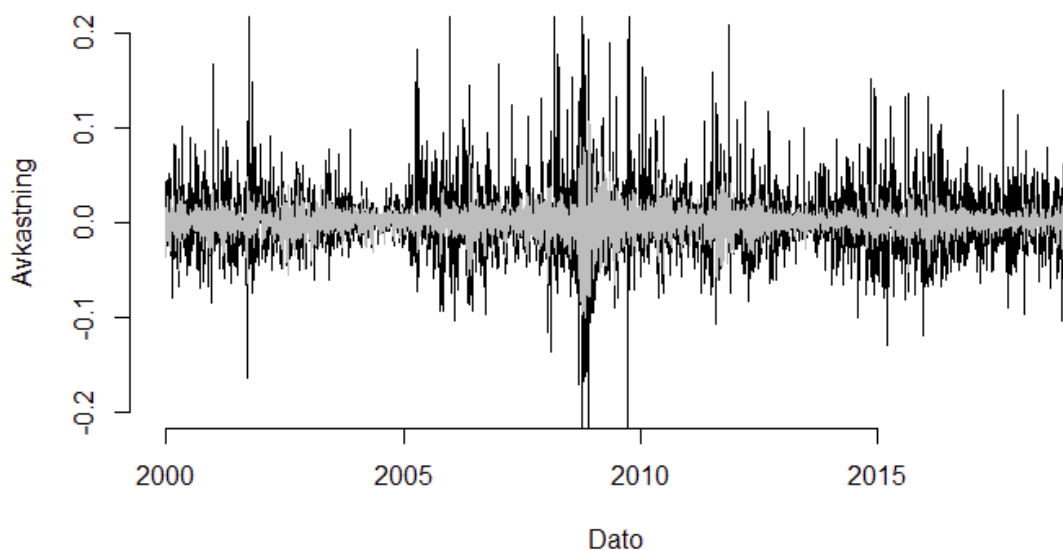
Som nevnt tidligere er OSEBX en samling av mange verdipapirer. Til sammenligning har jeg gjort tatt ut ett verdipapir på OSEBX, DNO.

Figur 13: Avkastning i DNO ASA



Figur 12 viser en mye høyere volatilitet enn OSEBX (Viktig å legge merke til at y-aksen har en betraktelig økning i verdier). Figur 12 viser at DNO har mange tilfeller av store hopp i avkastning. Det virker som om hukommelsen i enkeltelskap er kortere enn den til indekser. Volatiliteten i enkeltelskap kan og i større grad skyldes nyhetsstrøm enn det OSEBX gjør. Grunnen til dette er at en nyhet for et selskap bare er en liten vekt for en indeks, i hvert fall av OSEBX sin størrelse. Det er selvfølgelig noen selskap som er vektet mer enn andre, eksempelvis Equinor og Telenor.

Figur 14: Avkastning OSEBX og DNO ASA



Figur 13 viser Figur 11 lagt over Figur 12. De overlappende modellene viser to ting: 1. Modellene beveger seg ganske likt, 2. DNO har mye større svingninger både opp og ned. Dette kommer av at endringen i aksjekursen til DNO er et direkte utslag på relativavkastning. I samme tilfelle for OSEBX har den 70 aksjer sin avkastning, der noen kan veie opp for andre.

6 Metode

6.1 Datainnsamling

Denne oppgaven går ut på å se på intradagvolatilitet ved hjelp av rekkevidden. Denne testen skal utføres med data fra 2000 til 2018. For hver dag de siste 18 årene har jeg hentet inn åpning, høyeste, laveste og sluttpris. Disse tallene er hentet fra TITLON, som er en database bestående av dagsoppdatert finansiell data fra Oslo Børs tilgjengelig for alle universiteter og høyskoler i Norge. Hva som er hentet har variert litt gjennom oppgaven grunnet at noen selskaper i utvalget ikke eksisterte i 2000, eventuelt at åpning/høyest/lavest ikke strekker seg tilbake til 2000 for alle aksjene.

6.2 Beskrivelse av aksjevalg/indeksvalg

For å få et bredt utvalg har jeg valgt 14 store og 10 små selskaper fra Oslo Børs sin hovedindeks. Jeg har også undersøkt forskjellige aksjeindekser. Et stort utvalg vil gjøre det lettere å se svakhetene og eventuelt fordelene med log-absolutt avkastning (LAR) og log-rekkevidde volatilitet (LRR). Størrelsen er valgt ut fra markedsverdi på Oslo Børs.

For indekser har jeg valgt OSEAX og OSEBX, som er henholdsvis alle aksjene ved Oslo Børs, og et utvalg av de 70 største aksjene ved Oslo Børs. De andre tre indeksene jeg har valgt er på bakgrunn av deres diverse utviklinger og verdiskapninger. OBOSX er en indeks med de mest likvide oljeaksjene på Oslo Børs. OBSFX er Oslo Børs sin sjømatindeks. OBSHX er Oslo Børs sin shipping-indeks.

6.3 Bearbeiding av aksjedata

Observasjonene er hentet fra TITLON, hvor jeg har hentet: Dato, selskapsnavn, åpning, høyeste, laveste, slutt, justert slutt og volum. En viktig transformasjon for å kunne behandle og sammenligne aksjedata er at alle prisene justeres. Grunnen til at jeg bruker justerte priser er utslaget en eksempelvis aksje-split vil ha. I en aksje-split vil en aksje blir til flere aksjer med lavere verdi, og dette kan utgjøre store forskjeller fra en dag til neste, uten at selskapet har tapt verdi, eller at aksjonærene har tapt verdi. TITLON tilbyr ikke justert pris for åpning, høyeste og laveste, bare for sluttpris. Måten jeg beregnet åpning, høyeste og laveste var:

$$A_i = \frac{O_i}{C_i} * Adj. C_i \quad (11)$$

Der O_i er åpningspris, C_i er sluttpris og $Adj. C_i$ er justert sluttpris. For høyeste og laveste ble samme prosess gjennomført, bare at åpningspris er erstattet med høyeste/laveste.

Jeg har også valgt å normalisere alle prisene, da dette skaper et godt sammenligningsgrunnlag. Dessuten elimineres alle usikkerheter rundt prisstørrelsens

eventuelle påvirkning på resultatene. For å normalisere har jeg gjort en lignende prosess til den jeg gjorde tidligere. For normalisering har jeg tatt:

$$s_i = \frac{Adj.O_i}{Adj.C_1} * 100 \quad (12)$$

Der telleren, $Adj.O_i$ endres med tid mens nevneren, $Adj.C_1$ er justert den justerte sluttprisen dag 1. Samme prosess er gjort med høyeste og laveste, samt justert sluttpris.

6.4 Utvidet Dickey-Fuller test

For å vite at jeg har stasjonære data ønsker jeg å gjennomføre en Utvidet Dickey-Fuller test i analysen min. Grunnen til at jeg velger en utvidet test er fordi den enkle testen ikke fungerer i en lang tidsserie. Resultatene fra denne undersøkelsen vil bli presentert i en modell der:

Dickey-Fuller: t -statistikken til modellen (*Formel 6*)

Lag order: For testen i R er denne satt til standardverdi. R genererer automatisk denne, og den blir ofte større med antall observasjoner.

p -verdi: Der et signifikant resultat på 5% nivå vil anta en stasjonær tidsserie.

6.5 Egenskaper til log absolutt avkastning som volatilitetsmål

I litteraturen er log-absolutt avkastning et av de vanligste målene for finansiell volatilitet.

Dette målet tar hensyn til endringen fra gårsdagens verdi til dagens verdi i prosentform.

Formelen kan vises med:

$$LAR_i = \ln\left(\text{abs}\left(\frac{s_i - s_{i-1}}{s_{i-1}}\right)\right) \quad (13)$$

Der s_i er dagens verdi, og s_{i-1} er gårsdagens verdi. For logaritmisk verdi må absoluttverdi brukes. Absoluttverdi er enkelt og greit tallverdien, uavhengig om resultatet er negativt eller positivt, er absoluttverdien alltid positiv. Denne modellen måler altså logaritmisk verdi av daglig avkastning. For å se videre på volatiliteten er det ønskelig å se nærmere på avkastning, formelen brukt der er:

$$r_a = \frac{s_i - s_{i-1}}{s_{i-1}} \quad (14)$$

6.6 Egenskaper til log rekkevidde som volatilitetsmål

I litteraturen er rekkevidden som volatilitetsmål sjeldent tatt hensyn til. Det er ofte bare det grunnleggende, som lagt frem i kapittel del 3.7.1. Modellen jeg legger frem og bruker i min oppgave er en forenklet/justert modellen av den som er lagt frem av Alizadeh et.al (2002). Modellen brukt i Alizadeh et.al (2002) tar ikke hensyn til prosentvis endring, men bare endring, det vil si: log-endring og log-rekkevidde. Slike modeller er prissensitive, noe

som vil si at en høyere pris vil ha en annen påvirkning enn lav pris. For eksempel: en 1% endring der prisen på aksjen er 1000 kroner, mot 1% endring der aksjen er verdt 100 kroner. Vil gi i den rekkefølgen log (10) og log (1), noe som ikke gir et likt resultat. I artikkelen passet denne godt for valutamarkedet, men jeg føler at ved en overføring til aksjemarkedet gir en prosentvis endring mer mening. Jeg ønsker da å sammenligne LRR med LAR.

$$LRR_i = \ln\left(\frac{sup_i - inf_i}{inf_i}\right) \quad (15)$$

Der sup_i er høyeste pris intradag og inf_i er laveste pris intradag. Det rekkevidden gjør som ikke LAR gjør, er at den tar hensyn til hele volatiliteten for hver dag. LAR har en innhentingsfaktor, der verdien på aksjen kan svinge enormt i løpet av dagen, men ende der den startet på slutten av dagen. En annen formel som ofte er brukt for log-rekkevidde er $\ln\left(\frac{sup_i}{inf_i}\right)$ noe jeg går bort fra grunnet at jeg tar utgangspunkt i modellen til Alizadeh et. al (2002). Det er og en korrelasjon ≈ 1 mellom LRR_i og $\ln\left(\frac{sup_i}{inf_i}\right)$, hvilket viser at begge modellene ville gitt omtrent samme resultat. Det er og ønskelig å se på «avkastningen» isolert. Dette er gjort ved å ta:

$$RR_a = \frac{sup_i - inf_i}{inf_i} \quad (16)$$

Denne kan direkte sammenlignes med r_a for å se forskjellen på svingningene i verdipapiret hver dag.

6.7 Kapitalverdimodellen

For bruksområde til rekkevidden har jeg kommet frem til at den sammenligningen som gir mest mening er beregning av avkastningskrav ved hjelp av RR_a og r_a . Markedet jeg skal bruke er OSEAX. Markedet blir satt opp fra korrekt dato, og jeg er bevisst på at jeg må bruke datasett der ingen dager er eliminert grunnet ingen gjennomførte handler. For beregning av avkastningskrav bruker jeg kapitalverdimodellen, (Bodie, Kane, & Marcus, 2018, pp. 278-286):

$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i \quad (17)$$

Der $E(R_i)$ er avkastningskrav, R_f er risikofri rente, $(E(R_m) - R_f)$ er markedsrisikopremie (E_{rp}) og β et betaverdien. For å gjøre sammenligningen enkel, siden β_i er den viktige

faktoren, bruker jeg Credit Suisse sin $E_{r_{pp}}$ på 6% og forutsetter en risikofri rente på 2% for alle utregninger.

Ved beregning av β i kapitalverdimodellen er det to vanlige tilnæringer: kovarians og standardavvik. Standardavvik fungerer ofte godt hvis data er normalfordelt, men for denne analysen synes jeg at kovarians gir den beste sammenligningen. Det er viktig å bemerke seg at for beregning av β går jeg ut fra Formel (14), r_a og Formel (16), RR_a . Jeg bruker altså ikke lenger logaritmen.

$$\beta_{RR_a} = \frac{Cov(RR_a, RR_m)}{Var(RR_m)} \quad (18)$$

$$\beta_{r_a} = \frac{Cov(r_a, r_m)}{Var(r_m)} \quad (19)$$

Formel (18) og Formel (19) viser beregning av beta ved hjelp av RR_a og r_a der RR_m og r_m er avkastning til marked. Kovarians er forholdet mellom marked og enkeltaksje.

Det vil videre være interessant å se om forskjellen i betaverdiene er signifikant. Dette kan testes med en enkel t -test. Formel 20 tester forskjellen mellom to forventninger i populasjonene $\mu_1 = \beta_{r_a}$ og $\mu_2 = \beta_{RR_a}$, (Defusco, Mcleavey, Pinto, & Runkle, 2015, pp. 302-305) gitt ved:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)} \quad (20)$$

For testen i denne oppgaven er s_1^2 standardavviket til β_{r_a} , n_1 er antall observasjoner for β_{r_a} , \bar{X}_1 er gjennomsnittlig β for β_{r_a} og μ_1 er forventningen i populasjonen for β_{r_a} . Dette testes mot β_{RR_a} som er vist med s_2^2, n_2, \bar{X}_2 og μ_2 . Frihetsgrader er beregnet med:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2}} \quad (21)$$

Hypotesen er videre: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ og $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$.

7 Analyse

I dette kapittelet undersøker jeg LRR sin evne til å fange opp volatilitet i det norske markedet, opp mot LAR. I analysen skal jeg regne ut skjevheten og kurtosen til et utvalg av forskjellige selskaper/ indekser for å se om disse er normalfordelt. Empiri viser at LRR er normalfordelt, eller nesten normalfordelt, og er en bedre estimator for volatilitet enn LAR basert på dette. Det vil si en mye høyere sannsynlighet for at morgendagens verdi vil passe inn i en normalfordeling. For data har jeg valgt å ikke fjerne noen haler eller andre ekstremverdier. Ved å gjøre dette kan jeg mest sannsynlig øke normalfordelingen til modellene, grunnet at flere av aksjene inneholder finanskriser og har høy volatilitet. Grunnen til at jeg ikke har fjernet ekstremverdiene er at jeg ønsker å undersøke om LRR har mindre haler/ekstremverdier enn LAR.

7.1 Autokorrelasjon for LAR og LRR

Innledende til analysen ser jeg det som hensiktsmessig å presentere resultatene for autokorrelasjon i LAR og LRR.

Tabell 1: Autokorrelasjon for LAR og LRR

	Utvidet dickey-fuller test					
	LAR			LRR		
	Dickey-fuller	Lag order	p-verdi	Dickey-fuller	Lag order	p-verdi
Equinor	-10,43	16,00	> 0,01	-6,34	16,00	> 0,01
Den Norske Bank	-12,93	16,00	> 0,01	-6,08	16,00	> 0,01
Telenor	-12,99	16,00	> 0,01	-6,93	16,00	> 0,01
Funcom	-10,78	13,00	> 0,01	-8,41	13,00	> 0,01
Thinfilm Electronics	-11,94	13,00	> 0,01	-6,67	13,00	> 0,01
Avance Gas Holding	-8,35	10,00	> 0,01	-5,13	10,00	> 0,01
OSEAX	-9,69	16,00	> 0,01	-6,54	16,00	> 0,01

Tabell 1 viser data for en utvidet Dickey-Fuller test for LAR og LRR. Ut fra data som er presentert antar jeg stationaritet for modellene. Utvalget jeg har tatt representerer store aksjer, små aksjer og indekser. Alle testede aksjer/indekser har hatt høyt signifikansnivå. Ut fra dette antar jeg stasjonaritet for all videre data i analysen.

7.2 Analyse av LAR og LR på de største selskapene til Oslo Børs

I tabell 2 tar jeg for meg et utvalg av de største selskapene på Oslo Børs. De store aksjene gjenkjennes gjerne ved høy markedsverdi og høy likviditet. For det meste har de store selskapene har en ganske stabil utvikling, men det er tilfeller av større volatilitetsperioder, eksempelvis går flere aksjer gjennom finanskrisen i 2008.

Tabell 2: Oversikt over skjevhet/kurtose for de 15 største selskapene ved Oslo Børs

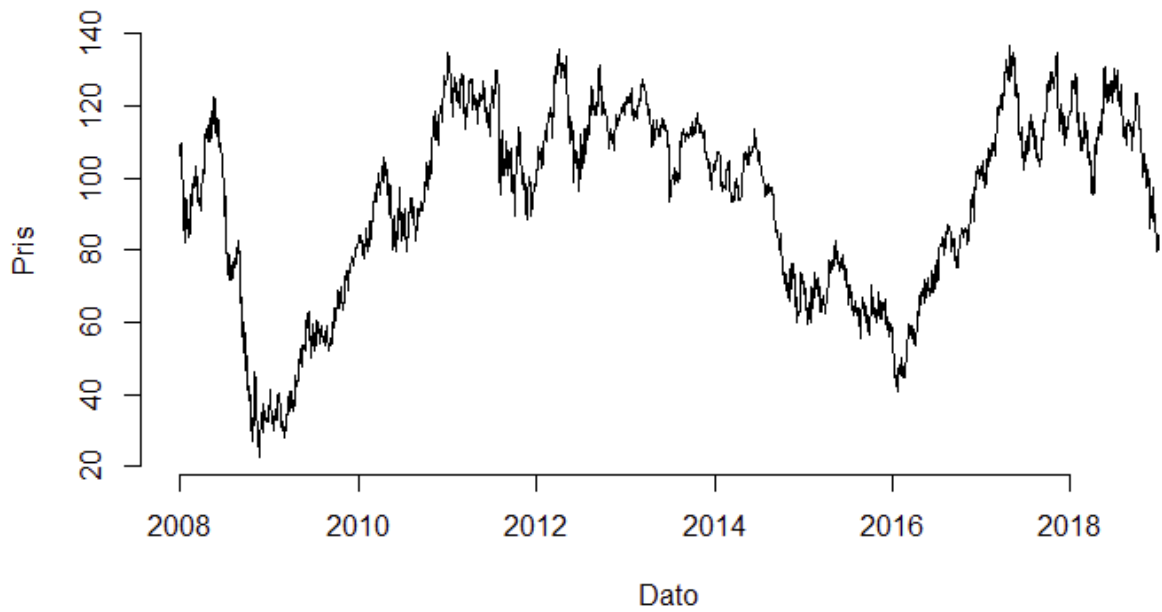
	KURTOSE		SKJEVHET	
	ABSOLUTT	LOGRANGE	ABSOLUTT	LOGRANGE
Equinor	3,05	0,31	1,17	0,33
Den Norske Bank	2,83	0,75	1,17	0,58
Telenor	3,18	0,35	1,11	0,41
Aker BP	2,41	0,16	0,71	0,13
Yara International	2,72	0,57	0,48	0,51
MOWI	2,30	0,30	0,65	0,55
Gjensidige	4,03	0,32	1,26	0,30
Norsk Hydro	3,73	0,48	0,42	0,35
Orkla	2,69	0,44	1,27	0,38
Aker	2,43	0,36	1,43	0,15
Salmar	3,15	0,50	1,37	0,03
Schibsted B	2,81	0,51	1,42	0,46
Tomra	1,74	0,29	1,30	0,11
Subsea 7	1,72	0,26	0,31	0,34
	Oppsummering			
Gjennomsnitt	2,79	0,40	1,00	0,33
Standardavvik	0,61	0,14	0,37	0,16
Median	2,77	0,36	1,17	0,34
Miste verdi	1,72	0,16	0,31	0,03
Største Verdi	4,03	0,75	1,43	0,58

Tabell 2 viser store forskjeller mellom LAR og LRR. For kurtosen er det målt 2,79 i snitt mot 0,33. Måten kurtose blir regnet i Excel, indikerer 0 kurtosen til en normalfordeling. Alt over 0 blir «eksess kurtose». Siden kurtose sier noe om sannsynligheten for at ekstremverdier intreffer, er det synlig fra Tabell 2 at ekstremverdier forekommer mye mindre i logaritmisk rekkevidde. LAR er altså i større grad mesokurtosisk, og det vil som nevnt tidligere i oppgaven si at den har tykkere haler og er spissere. For skjevheten er det ikke veldig stor forskjell på LAR og LRR, men et mye høyere standardavvik. LAR måler skjevhet med en spredning fra 0,31 til 1,42, mot 0,03 til 0,58 for LRR. Alle de observerte selskapene måler positiv skjevhet for LRR og LAR.

For de store selskapene kan det tilsynelatende virke som om en stor diversifisering i antall aksjer ikke har en større gjennomsnittlig betydning for LRR. Til sammenligning har LAR et høyere standardavvik, som muligens vil bli gjevnet ut ved et større utvalg.

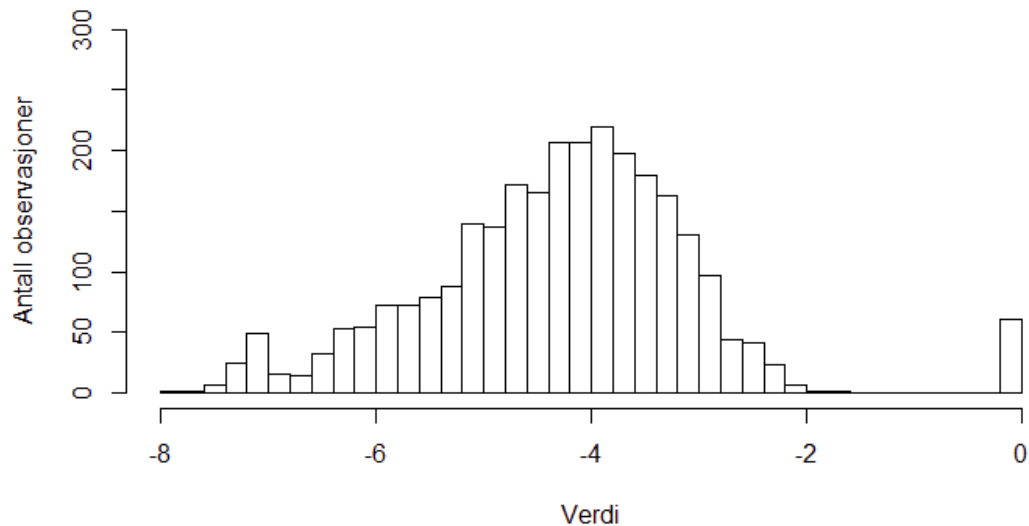
For å undersøke volatiliteten nærmere tar jeg for meg Subsea 7, og sammenligner LAR og LRR. Subsea 7 er et selskap i oljeservicebransjen, og i likhet med mange av de ikke-diversifiserte selskapene i den sektoren, bringer også dette høy volatilitet.

Figur 15: Aksjeutvikling (justert sluttpris) for Subsea 7

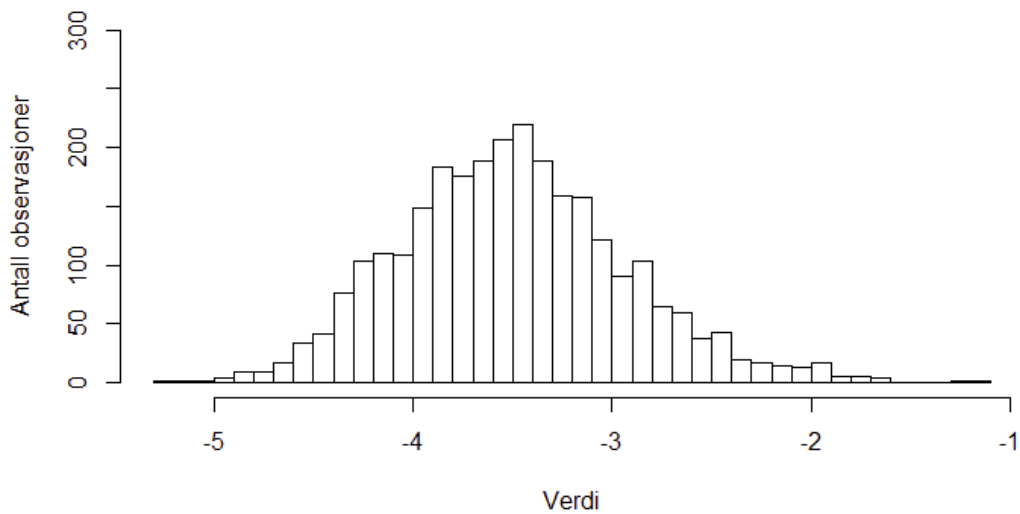


Figur 14 viser aksjeutviklingen til Subsea 7. Subsea 7 har over de siste 10 årene hatt en utvikling som ender omtrent der den startet. Verdipapiret er preget av høy volatilitet med store svingninger. Det er her interessant å se på histogrammene til modellene, for å se hvilken modell som fanger opp disse svingningene best.

Figur 16: Histogram LAR Subsea 7

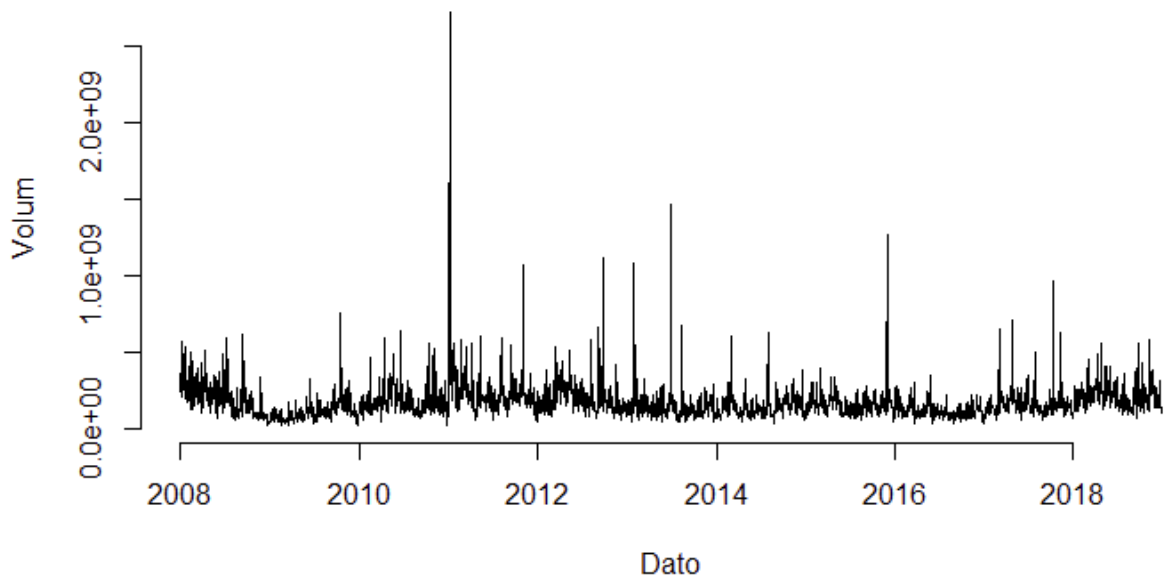


Figur 17: Histogram LRR Subsea 7



Figur 15 og 16 viser alle de målte dagsverdiene for Subsea 7 til LAR og LRR i et histogram. Visuelt ser det ut til at det måles veldig ulik volatilitet på aksjen. LAR har en tykk venstre-hale og et spissere midtpunkt. LRR har en liten, men tydelig høyrehale og det ser ellers ut som verdiene er ganske jevnt fordelt. Figur 15 viser en sentralisering rundt -4.4, mens Figur 16 viser en sentralisering rundt -3.5. Dette betyr at i snitt måler LRR mye større svvinginger enn LAR, og det betydelig. Nullverdiene i Figur 15 kommer veldig sterkt frem. Dette histogrammet består av 3000 observasjoner, og for omtrent 50 av disse observasjonene har sluttverdien stått nøyaktig lik to dager på rad. Disse nullobservasjonene høyner kurtosen og skjevheten for LAR. I Tabell 2 viser skjevheten 0,31 for Subsea 7. Hvis modellen hadde vært foruten nullverdier ville denne skjevheten målt -0,58. Dette gir mening da en tykk venstrehale ofte resulterer i en negativ skjevhet. Nullverdiene har altså en påvirkning på skjevheten og kurtosen, men jeg har valgt å ikke fjerne verdiene. Bakgrunnen for valget er at en inkludering av ekstremverdier gir et mer fullstendig bilde av volatiliteten. I Figur 16 er det ikke en eneste nullverdi for rekkevidden, og det viser at nullverdiene i Figur 15 ikke kommer av at aksjen har lav likviditet. Det er og mulig å se volumet på aksjen over tidsperioden jeg har tatt mine observasjoner.

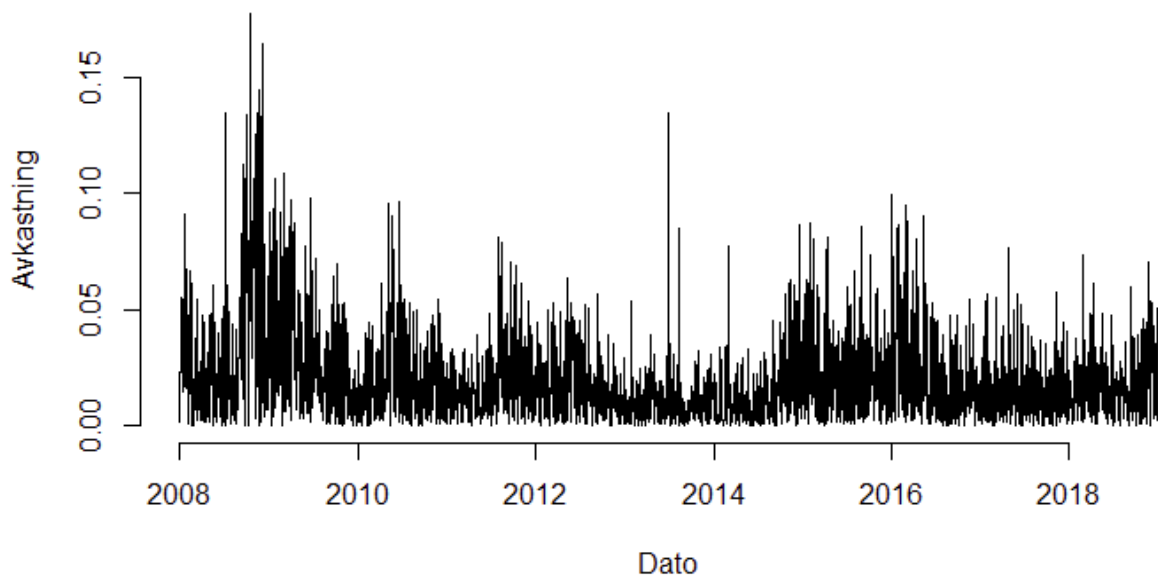
Figur 18: Volum for Subsea 7



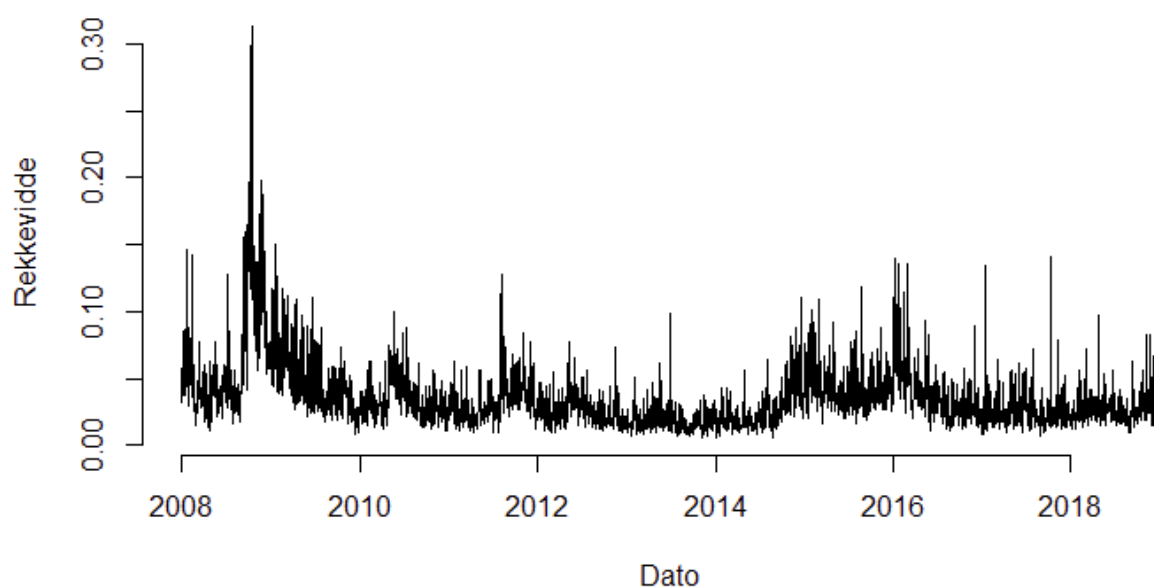
Figur 17 viser volumet for Subsea 7 over perioden. Subsea 7 er en aksje som blir handlet veldig mye, og nullobservasjonene kommer ikke av at verdipapiret er lite omsatt.

For å se nærmere på volatiliteten til Subsea 7, kan absolutt avkastning og rekkevidde prosenten demonstrere hvor store forskjeller det er på dagssvingningene til verdipapiret.

Figur 19: Absolutt avkastning for Subsea 7



Figur 20: Rekkevidde-prosent for Subsea 7



Figur 18 og Figur 19 viser daglige verdissvingninger for absolutt avkastning og rekkevidden. Figur 19 viser en høyere volatilitet for Subsea 7 enn det Figur 18 gjør. Rekkevidden som beskrevet tidligere i oppgaven måler hele differansen fra høyeste til laveste verdi. Absolutt avkastning har derimot mulighet til å hente seg inn. Eksempelvis: en aksje starter dagen med å gå ned 5% (fra sluttverdi dagen før), for å så stige og ende ned 1%. Absolutt avkastning vil da måle 1% endring. Dette kan gi et feilaktig bilde av volatiliteten i verdipapiret, for den faktiske svingningen for dagen var 5%. Forskjellene i disse modellene kan vises ved å ta gjennomsnittet for alle observasjonene. Ved å gjøre dette viser Figur 18 et gjennomsnitt på 1,99%, mens Figur 19 viser et gjennomsnitt på 3,6%. Dette gjennomsnittet demonstrerer hvor stor påvirkning innhentingen har. Det forklarer også hvorfor vi ser en stor forskjell på histogrammene sin gjennomsnittsverdi.

7.3 Log-absolutt/rekkevidde analyse på de minste selskapene til Oslo Børs

Videre i analysen ønsker jeg å ta for meg noen av de små selskapene på Oslo Børs. Her har jeg tatt små selskaper (basert på markedsverdi), som også handles ofte. Jeg ønsker å se hvordan veldig høy volatilitet påvirker modellen, noe som ikke like ofte er tilfelle for aksjer med høy markedsverdi, som vist i Tabell 2. Jeg har her valgt å ha med aksjer uavhengig av størrelse. Hvis jeg hadde ekskludert penny-stocks (Aksjer under 5 dollar = ca. 40 norske kroner), ville det plutselig vært de største selskapene og de som ligger under der. Oslo Børs er ikke så stort, og de fleste selskapene er små.

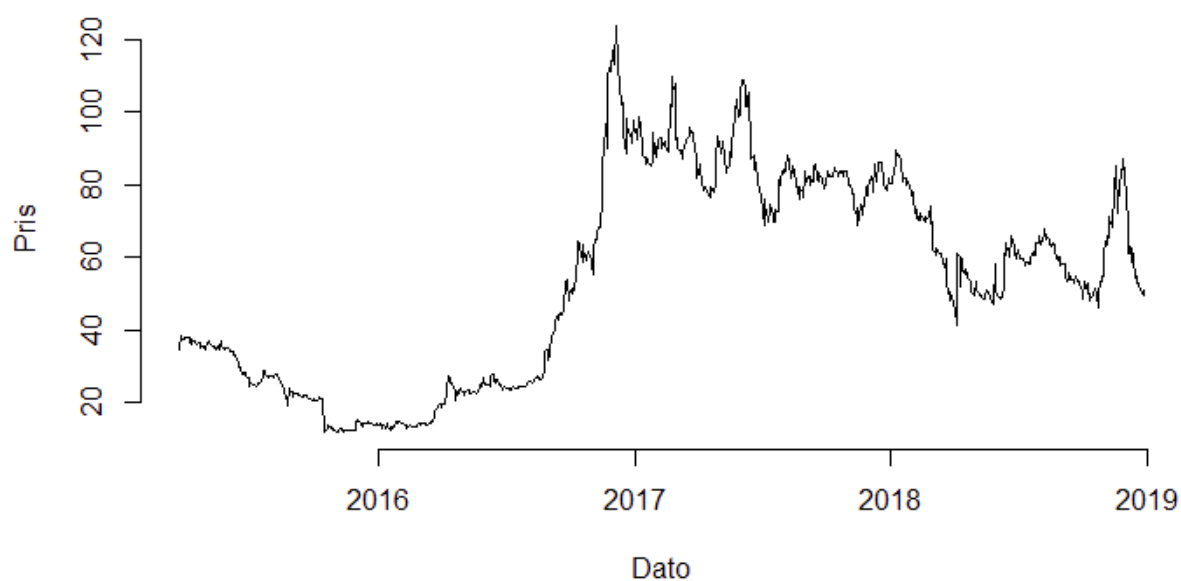
Tabell 3: Oversikt over skjevhet/Kurtose for et utvalg små aksjer ved Oslo Børs

	KURTOSE		SKJEVHET	
	ABSOLUTT	LOGRANGE	ABSOLUTT	LOGRANGE
Panoro Energy	1,22	0,72	0,99	-0,08
Electromagnetic Geoservices	1,07	1,21	0,79	0,13
Funcom	0,86	1,02	0,82	-0,04
Thinfilm electronics	0,99	0,78	1,00	0,05
Archer	1,71	0,44	0,72	0,44
Avance	1,88	-0,10	1,10	0,06
Querrestone Energy Corporation	1,42	0,36	0,74	0,21
Prosafe	7,45	1,14	0,32	0,31
Nordic nanovector	1,50	0,51	0,69	0,20
Gaming innovation	2,37	0,04	1,02	0,43
	Oppsummering			
Gjennomsnitt	2,05	0,61	0,82	0,17
Standardavvik	1,95	0,45	0,23	0,18
Median	1,46	0,61	0,81	0,16
Minste verdi	0,86	-0,10	0,32	-0,08
Største verdi	7,45	1,21	1,10	0,44

Tabell 3 viser at det er store forskjeller mellom LAR og LRR, også for de små aksjene. I utgangspunktet skulle jeg se på litt flere av de minste selskapene til Oslo Børs, men det måtte en del eliminering til for å få en liste uten selskaper med veldig svak likviditet. Til sammenligningen her er det ganske tydelig at høyere volatilitet, som de små selskapene har, gir en større variasjon i kurtosen og skjevheten. Siden kurtose er et mål på ekstremverdier, var det forventet at de små aksjene skulle ha flere ekstremverdier enn de store. De mindre aksjene har heller ikke den samme spissheten som de store aksjene får. Dette kommer av at det er høy volatilitet i de små aksjene, noe som gjør at det blir en stor spredning i verdiene.

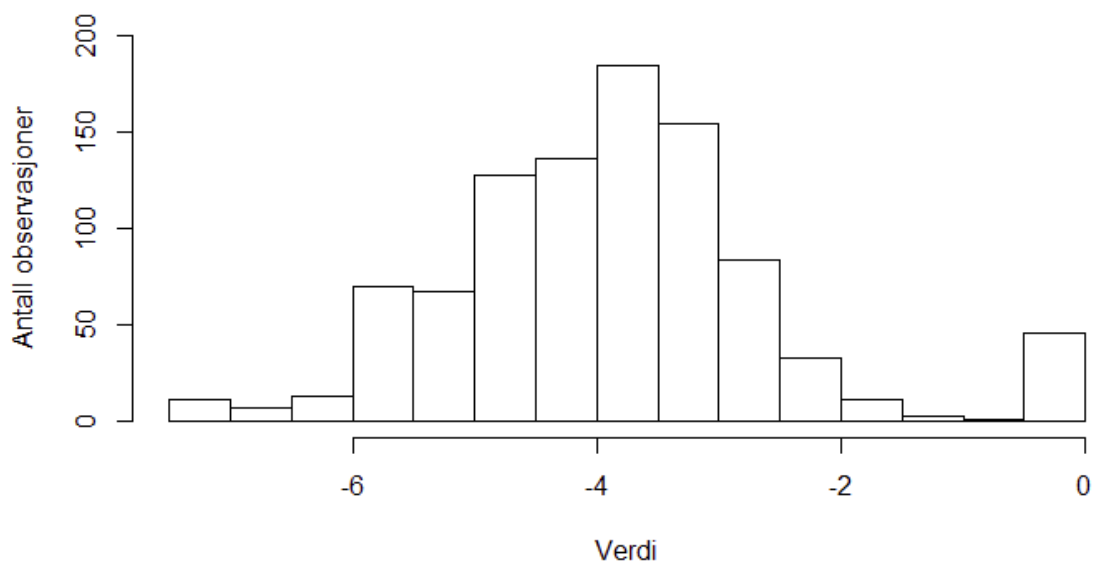
Utviklingen til de små aksjene er ofte ganske ulik fra de store, grunnet et lavere market cap øker sensitiviteten og volatiliteten.. Videre har jeg valgt Nordic Nanovector som er et bioteknologisk selskap. Det som er interessant med et slikt selskap er at pris reflekterer en forventning om at selskapet skal lykkes med forskning. Aksjen er dermed veldig styrt av nyheter og årsrapporter. Dette gjør at svingningene kan være store, både for avkastning og rekkevidde.

Figur 21: Aksjeutvikling (justert sluttpris) for Nordic Nanovector

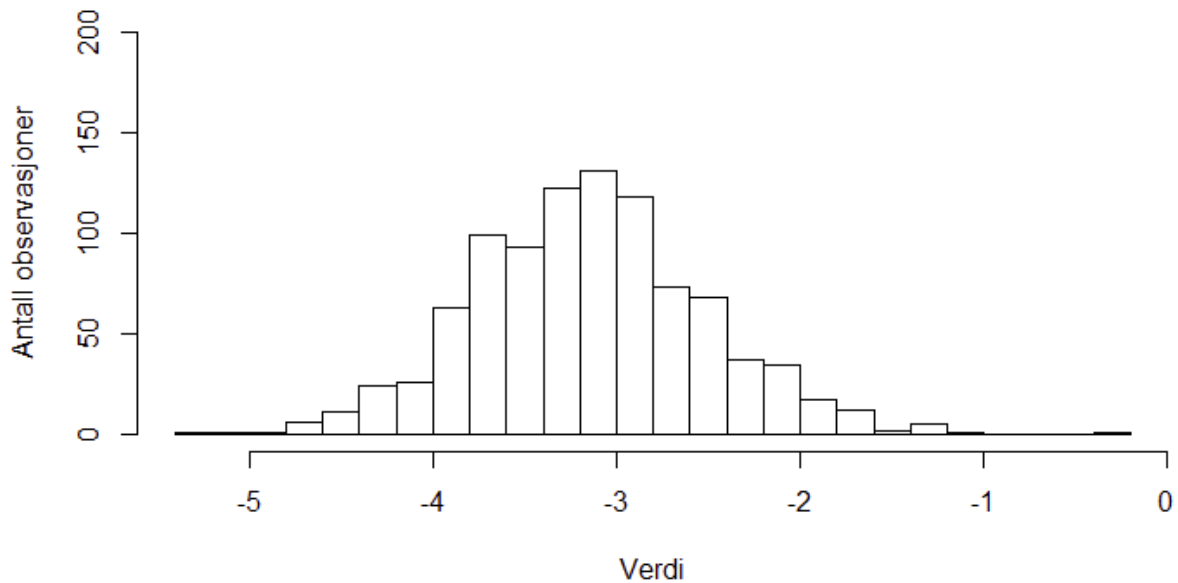


Figur 20 illustrerer utviklingen til Nordic Nanovector de 4 siste årene. Aksjen er i stor bevegelse og fremstiller høy volatilitet. Videre ser jeg på histogrammene til LAR og LRR for Nordic Nanovector:

Figur 22: Histogram for LAR Nordic Nanovector

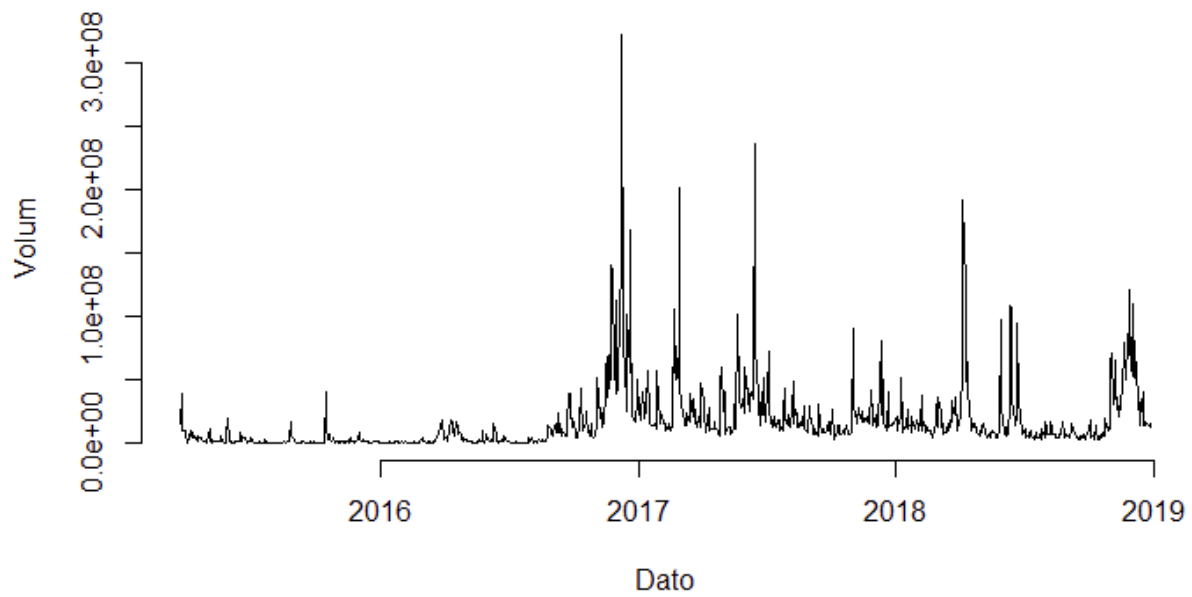


Figur 23: Histogram for LRR Nordic Nanovector



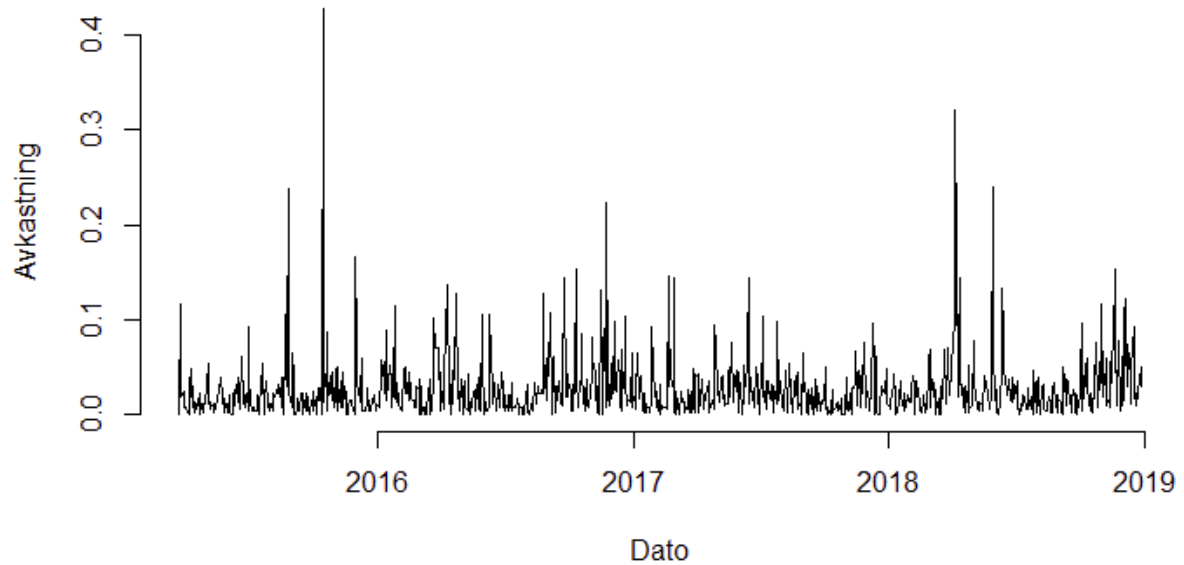
Figur 21 og 22 viser alle de målte dagsverdiene for LAR og LRR til Nordic Nanovector i et histogram. Det er ikke like tydelige forskjeller her som i Figur 18 og 19, men modellene er langt fra like. Det er ikke like mange målte verdier for denne aksjen som for Subsea 7, og for LAR og LRR kommer forskjellene i histogrammet ofte tydeligere frem ved et større utvalg. LAR er spissere, og har en kraftigere venstrehale, mens LRR har en svak høyrehale, og en liten spiss. For LAR er det en sentralisering rundt -3,9 og rundt -3,1 for LRR. Dette tilsier at det er mye høyere volatilitet i denne aksjen sammenlignet med Subsea 7, som ble analysert tidligere i oppgaven. Det viser også at LRR måler mye høyere volatilitet enn LAR. Som nevnt for Subsea 7 har nullverdiene en innvirkning på kurtose og skjevhet. Tilfellet er det samme i Subsea 7 og Nordic Nanovector. Skjevheten er målt til 0,69 for LAR, men foruten nullverdiene ville denne målt -0,31. Det er heller ikke her målt noen nullverdier for LRR. Det tilsier at det er aktiv handling i denne aksjen.

Figur 24: Volum for Nordic Nanovector

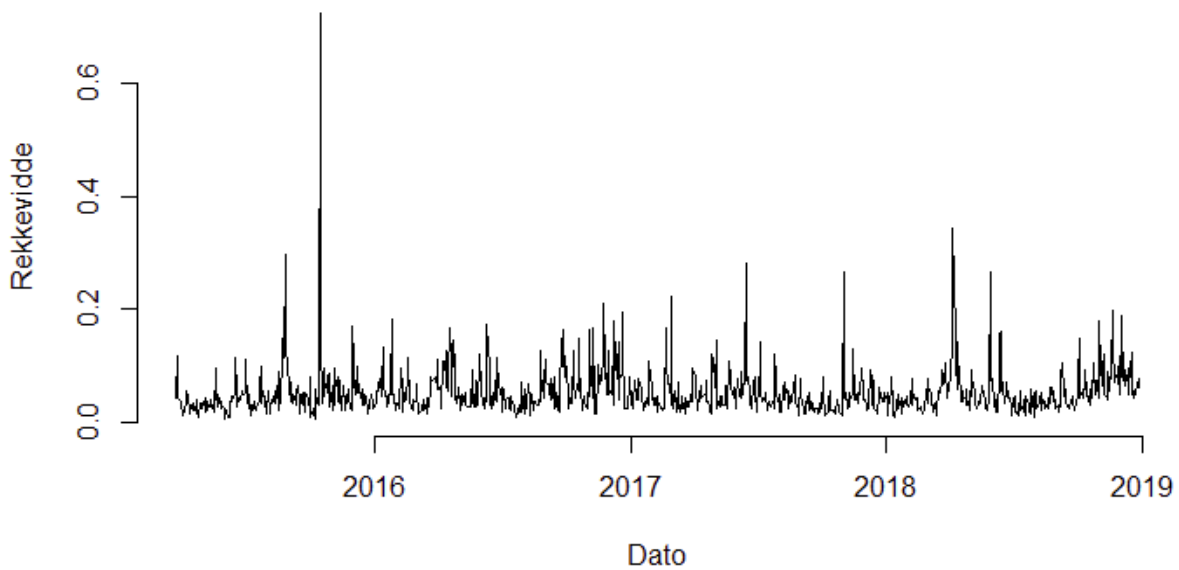


Figur 23 viser daglig volum for Nordic Nanovector. Ser nå nærmere på volatiliteten til Nordic Nanovector gjennom daglig avkastning og daglig rekkevidde.

Figur 25: Absolutt avkastning for Nordic Nanovector



Figur 26: Rekkevidde(prosent) for Nordic Nanovector



Figur 24 og Figur 25 viser daglige verdisvingninger for absolutt avkastning og rekkevidde. Rekkevidden (Figur 25) viser her en mye høyere volatilitet enn absolutt avkastning (Figur 24) for Nordic Nanovector. Forskjellene i modellene kan vises ved å ta gjennomsnittet for alle observasjonene. Ved å gjøre dette viser Figur 24 et gjennomsnitt på 2,69%, mens Figur 25 viser et gjennomsnitt på 5,31%. De daglige observasjonene i rekkevidde er nesten to ganger den til absolutt avkastning. Det ser og ut til at forskjellen, da rekkevidde mot absolutt avkastning, øker med volatiliteten til aksjen. For Subsea 7 var forskjellen i volatilitet en del lavere.

7.4 Log-absolutt/rekkevidde analyse på diverse indekser

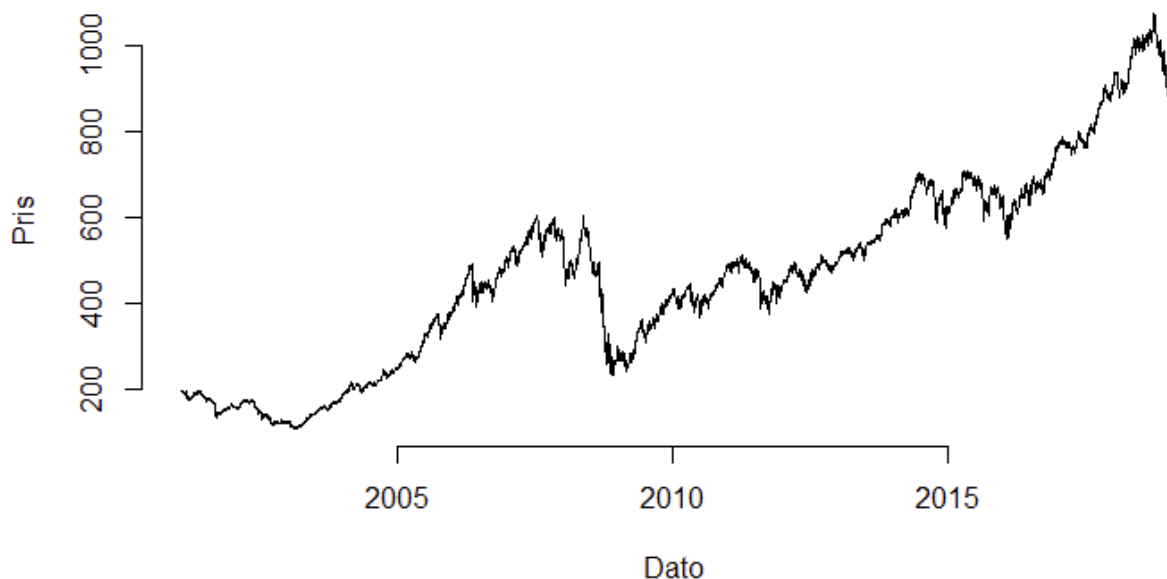
LRR har vist seg mer effektiv enn LAR på mange enkeltaksjer, men om dette overføres til fond gjenstår å se. Begge fordelingene jeg har presentert for LAR har vist seg å være dominert av nullobservasjoner. Ved å ta indekser vil dette problemet bli løst. Indekser vil også gi en interessant synsvinkel for modellene, da det her er mye lavere volatilitet enn for enkeltaksjer.

Tabell 4: Oversikt over skjevhet/kurtose for diverse indekser ved Oslo Børs

	Kurtose		Skjevhet	
	ABSOLUTT	LOGRANGE	ABSOLUTT	LOGRANGE
OSEAX	3,20	-0,33	-1,10	-0,27
OSEBX	2,99	-0,29	-1,13	-0,28
OBOSX	1,87	-0,13	-0,91	0,19
OBSFX	3,57	-0,28	-1,56	0,20
OBSHX	2,63	0,27	-1,31	0,44
Oppsummering				
Gjennomsnitt	2,85	-0,15	-1,20	0,05
Standardavvik	0,58	0,22	0,22	0,28
Median	2,99	-0,28	-1,13	0,19
Minste verdi	1,87	-0,33	-1,56	-0,28
Største verdi	3,57	0,27	-0,91	0,44

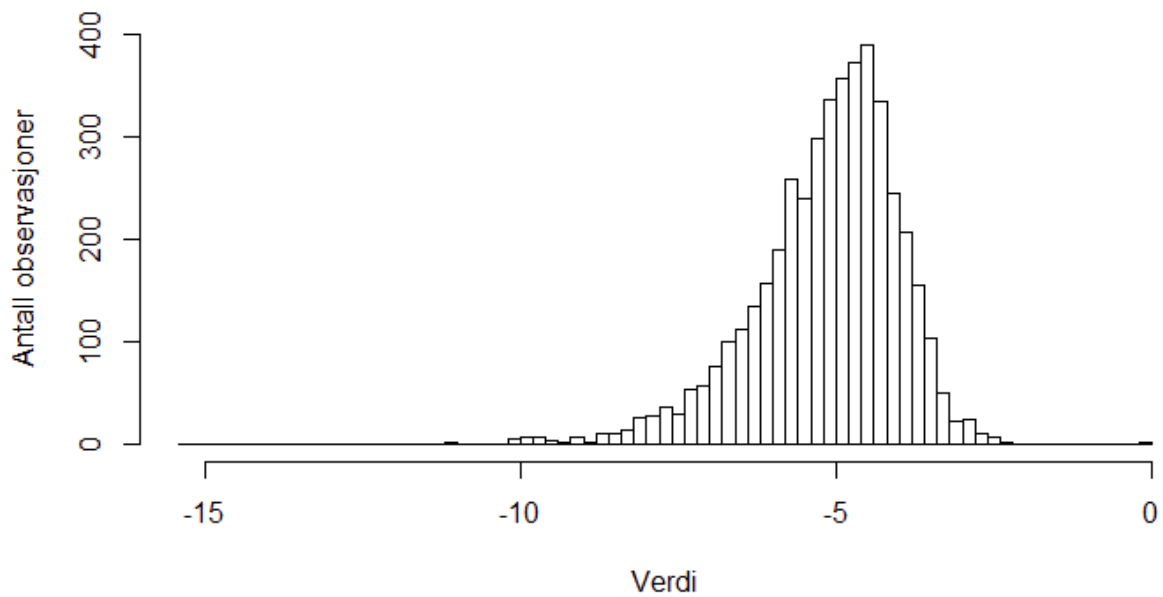
Tabell 4 viser den største forskjellen for modellene til nå. LRR har fremdeles et lavere gjennomsnitt sammenlignet med LAR. Det som skiller seg ut her er det høye standardavviket til kurtosen for LRR. Det er og tydelig, som diskutert tidligere i oppgaven at LAR ofte har en kraftig venstrehale. På den andre siden har LRR en ganske kraftig høyrehale. I indeksene ovenfor er det ingen nullobservasjoner for LAR, og den kraftige negative skjevheten kommer tydelig frem. Det er derimot nullobservasjoner for rekkevidden. Dette forklarer den høye kurtosen og kraftige skjevheten både for OSEAX og OSEBX (de resterende har ingen nullobservasjoner).

Figur 27: Utvikling for OSEAX

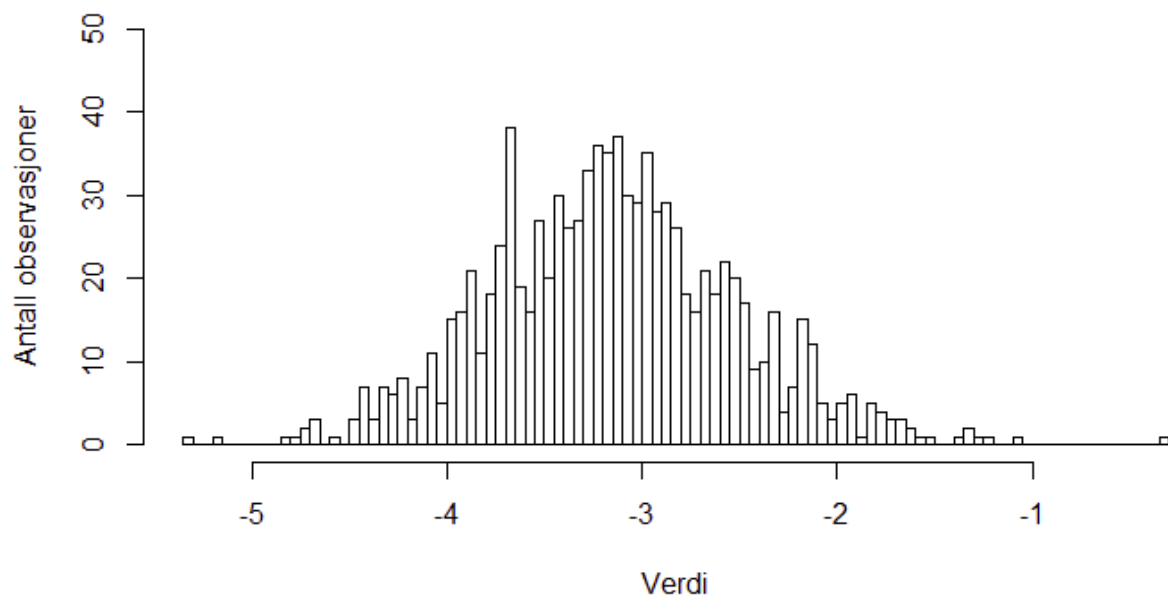


OSEAX har den mest solide utviklingen som er sett på til nå. Det eneste store avviket for denne utviklingen er finanskrisen i 2008. Det er tydelig at en samling verdipapirer ikke har i nærheten av like store svingninger som enkeltaksjene. Den lave volatiliteten kommer frem i histogrammene til LAR og LRR:

Figur 28: Histogram for LAR OSEAX

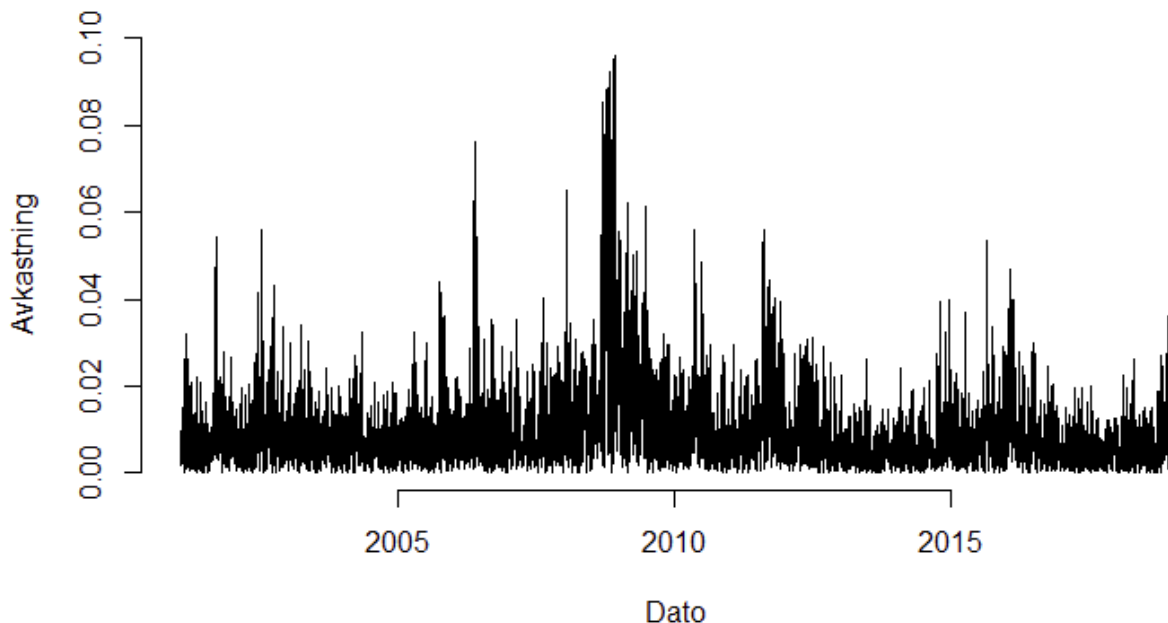


Figur 29: Histogram for LRR OSEAX

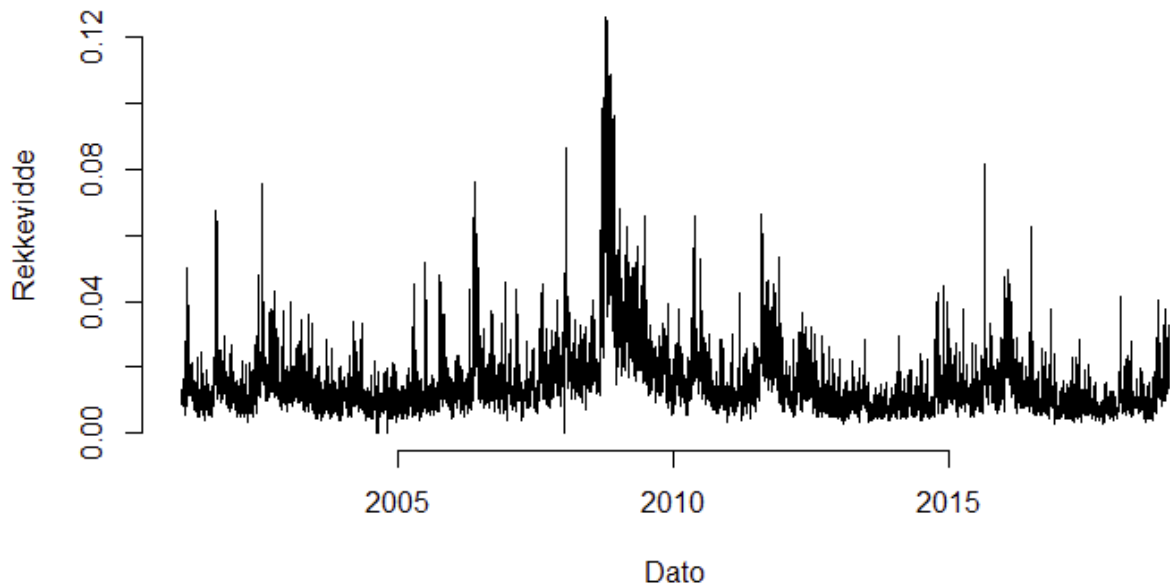


Figur 27 og 28 viser alle de målte dagsverdiene for LAR og LRR til OSEAX i et histogram. I begge histogrammene er det målt over 4500 verdier, og med dette kommer forskjellene i modellene klart frem. I Figur 27 kommer den kraftige venstrehalen og spisse figuren frem, mens i Figur 28 kommer det frem en liten høyrehale, mye preget av nullverdiene som er målt. For LAR er det en sentralisering her rundt -5 og for LRR -4,5. Dette er de laveste verdiene som er målt til nå, og det tilsier at det er lav volatilitet på OSEAX. Dette var forventet da OSEAX, som er en indeks med alle aksjene på Oslo Børs, ikke er preget av svingninger på samme måte som er synlig i enkeltaksjer. Det er og den minste forskjellen som er observert. Dette kommer av at endringene ikke er like sensitive for sjokk, og de ekstreme LRR verdiene reduseres. Nullverdier for OSEAX er ikke til stede på samme måte som de er i de andre modellene. Det er ingen målte nullverdier for LAR, men det er fire nullverdier målt for LRR. Indekser er ikke styrt av volum, men endringen i markedet. Uten nullverdiene ville både kurtosen og skjevheten målt lavere for LRR, men ville fremdeles vist positive verdier. Kurtosen og skjevheten for OSEAX og OSEBX uten nullverdiene ville blitt ganske like som de resterende indeksene i Tabell 4. Volum er ikke tilgjengelig men det er fremdeles mulig å se på daglig avkastning for OSEAX.

Figur 30: Absolutt avkastning for OSEAX



Figur 31: Rekkevidde(prosent) for OSEAX



Figur 29 og Figur 30 viser daglige verdisingninger for absolutt avkastning og rekkevidden. Her vises det igjen at rekkevidden (Figur 30), har en høyere volatilitet enn absolutt avkastning (Figur 29) for OSEAX. Forskjellen er ikke like stor her som den har vært i aksjene som er sett på tidligere i oppgaven. Forenelig med tema diskutert i teorikapitlet, vises det en stor forskjell i volatilitet mellom indekser og et enkelt verdipapir. Gjennomsnittet av Figur 29 blir 0,95% mens Figur 30 viser et snitt på 1,54%. Dette er som nevnt over de laveste verdiene vist i oppgaven, og det med god margin. Dette støtter også opp tidligere observasjoner, hvor det ble sett at høy volatilitet øker differansen mellom avkastning og rekkevidde. Risiko blir beregnet ved hjelp av volatiliteten. I kapittel 8 skal jeg kort se om denne forskjellen i volatilitet målt mellom rekkevidden og avkastningen overføres til en forskjell i risiko.

8 Beregning av investeringsrisiko ved hjelp av rekkevidde

Frem til nå har det blitt diskutert rekkevidde som mål på volatilitet, som har vist seg å ta hensyn til svingninger, i tillegg til å bedre fange opp uroheter i forskjellige verdipapirer. Rekkevidden måler også mindre ekstremverdier enn absolutt, samt er ikke like spiss, slik som vi kan se i avsnitt 7.4 for indekser. Det kan være viktig for investorer å ta hensyn til rekkevidde når de beregner risiko for investeringen. For å se om rekkevidden kan være et godt mål på risiko har jeg beregnet betaverdi og avkastningskrav for både r_a og RR_a .

Tabell 5: CAPM beregninger for rekkevidde/avkastning

	r_a		RR_a	
	Beta	Avkastningskrav	Beta	Avkastningskrav
Aker	1,11	8,7 %	1,07	8,4 %
Aker BP	1,64	11,8 %	1,64	11,9 %
Telenor	0,86	7,2 %	0,85	7,1 %
Bakkafrost	0,66	6,0 %	0,52	5,1 %
Den Norske Bank	1,06	8,4 %	1,23	9,4 %
NEL	1,03	8,2 %	0,72	6,3 %
MOWI	0,71	6,2 %	0,39	4,4 %
DNO	1,86	13,2 %	1,22	9,3 %
Gjesidige Forsikring	0,66	6,0 %	0,47	4,8 %
Grieg Seafood	0,70	6,2 %	0,49	4,9 %
Lerøy Seafood Group	0,72	6,3 %	0,38	4,3 %
Norsk Hydro	1,05	8,3 %	0,90	7,4 %
Norwegian Air Shuttle	0,87	7,2 %	0,71	6,3 %
Orkla	0,61	5,7 %	0,43	4,6 %
Petroleum Geo-Services	0,68	6,1 %	1,24	9,4 %
Salmar	0,70	6,2 %	0,46	4,8 %
Storebrand	1,11	8,6 %	0,89	7,4 %
Subsea 7	1,59	11,6 %	1,33	10,0 %
TGS-NOPEC Geophysical Company	1,46	10,8 %	1,18	9,1 %
Yara International	0,89	7,3 %	0,53	5,2 %
Element	0,38	4,3 %	1,15	8,9 %
Thinfilm-Electronics	0,98	7,9 %	1,69	12,1 %
Panoro Energy	1,42	10,5 %	1,42	10,5 %
Electromagnetic Geoservices	1,16	9,0 %	1,50	11,0 %
Querrestone Energy Corporation	1,02	8,1 %	1,24	9,5 %
Prosafe	1,76	12,6 %	1,86	13,1 %
Gaming Innovation Group	0,37	4,2 %	1,69	12,1 %
Archer	2,36	16,2 %	2,07	14,4 %
Nordic Nanovector	0,79	6,7 %	0,79	6,8 %
Funcom	0,45	4,7 %	1,21	9,3 %
		Oppsummering		
Gjennomsnitt	1,02	8,1 %	1,04	8,3 %
Standardavvik	0,46	2,8 %	0,47	2,8 %
Median	0,94	7,6 %	1,11	8,7 %
Største	2,36	16,2 %	2,07	14,4 %
Minste	0,37	4,2 %	0,38	4,3 %

I Tabell 5 måler rekkevidden og avkastningen omtrent den samme betaverdien, noe som resulterer i et nesten likt avkastningskrav. Med et bredt utvalgt, som vist her, er det grunn til å kunne konkludere med at dette er et realistisk snitt å forholde seg til. For tungvektene, de 20 første aksjene presentert i Tabell 5, måles det høyere volatilitet ved bruk av r_a enn ved bruk av RR_a . For de 10 nederste aksjene som er presentert, måles det betydelig høyere volatilitet i snitt for RR_a . Ut fra analysen i kapittel 7, var forventningene at betaverdien skulle være betydelig høyere for RR_a , noe som ikke var tilfelle i Tabell 5. Det er videre mulig å teste om forskjellen er signifikant eller ikke. Dette kan vises med en t -test (Formel 20). Før t -testen blir presentert, legges en egen tabell for de 10 minste aksjene frem:

Tabell 6: CAPM beregninger for rekkevidde/avkastning, de minste 10

	r_a		RR_a	
	Beta	Avkastningskrav	Beta	Avkastningskrav
Thinfilm-Electronics	0,98	7,9 %	1,69	12,1 %
Panoro Energy	1,42	10,5 %	1,42	10,5 %
Electromagnetic Geoservices	1,16	9,0 %	1,50	11,0 %
Element	0,38	4,3 %	1,15	8,9 %
Querrestone Energy Corporation	1,02	8,1 %	1,24	9,5 %
Prosafe	1,76	12,6 %	1,86	13,1 %
Gaming Innovation Group	0,37	4,2 %	1,69	12,1 %
Archer	2,36	16,2 %	2,07	14,4 %
Nordic Nanovector	0,79	6,7 %	0,79	6,8 %
Funcom	0,45	4,7 %	1,21	9,3 %
	Oppsummering			
Gjennomsnitt	1,07	8,4 %	1,46	10,8 %
Standardavvik	0,61	3,7 %	0,36	2,1 %
Median	1,00	8,0 %	1,46	10,8 %
Største	2,36	16,2 %	2,07	14,4 %
Minste	0,37	4,2 %	0,79	6,8 %

Tabell 7 med t -statistikk for Tabell 5 og Tabell 6:

Tabell 7: t -test for signifikant forskjell mellom betaverdier

	t -statistikk	Frihetsgrader	p -verdi
β , Tabell 5	-0,17	60	< 0,1
β , Tabell 6	-1,76	16	> 0,1

Ikke overraskende viste Tabell 5 ingen signifikans, og det er da ingen signifikant forskjell mellom betaverdiene. For Tabell 6 kan H_0 forkastes på et 10% nivå (Siden testen er to-sidig med $df = 16$, så $t < -1.746$ eller $t > 1.746$). Det er da en signifikant forskjell i betaverdier for de minste selskapene. Dette kan bety at rekkevidde modellen er en alternativ løsning i for eksempel en verdsettelse, der det er helt avgjørende å kunne regne et presist avkastningskrav.

En forskjell i avkastningskrav på 1% til eller fra, kan være forskjellen mellom en kjøpsanbefaling og salgsanbefaling. Det kan, med utgangspunkt i analysen gjort ovenfor, være hensiktsmessig å vurdere begge modellene. Et tilfelle som ofte kommer frem i verdsettelse er at ikke alle aksjer korrelerer like mye med indeksen den er målt mot, og resultatet blir en for lav betaverdi. Begge modellene burde bli tatt hensyn til, og hvilken modell som passer best kan vurderes ut fra risikopreferanse.

9 Konklusjon

I denne oppgaven har jeg undersøkt intradagvolatilitet på Oslo Børs. Jeg har gått inn på volatiliteten rekkevidden måler og hvordan den sammenligner seg med en klassisk avkastningsmodell. I oppgaven er et bredt utvalgt aksjer undersøkt. Jeg har og brukt kapitalverdimodellen for å undersøke om en økning i volatilitet kan videreføres til en økning i risiko.

I første del av oppgaven beskriver jeg flere økonometriske modeller jeg mener har relevans for oppgaven. Jeg ser også på tidligere litteratur som viste at rekkevidden er en mer robust og forutsigbar modell.

I andre del av oppgaven analyserer jeg flere store og små selskaper på Oslo Børs. Ved å se på skjevhet og kurtose for selskapene kan jeg konkludere mot normalfordeling. Jeg ser her også på volatilitet og risiko målt ved rekkevidde/avkastning.

Analysen viser at det ikke er normalfordeling i rekkevidden, ved bruk av modellen LRR. Analysen viser at LRR måler en lavere skjevhet og kurtose enn LAR. Analysen viser videre at LRR er et bedre mål til å fange volatilitet enn LAR. For alle undersøkte verdipapirer er det en betydelig forskjell mellom disse modellene. Denne volatilitetsforskjellen overføres ikke til risiko i samme grad, men investorer som vurderer risiko ved hjelp av avkastning kan ende opp med å undervurdere den. For de selskapene som ikke har høy korrelasjon med Oslo Børs, viser rekkevidde-modellen seg som et bedre mål. Det kan diskuteres om det er viktig å vite hva dagssvingningene er på, så lenge slutt-verdien blir som det blir. Ut fra de enkle undersøkelsene som er gjort, og med resultatene som kommer frem er det overraskende at rekkevidden ikke er et mål som anvendes mer.

10 Kilder

Alizadeh, S., Brandt, M. W., & Diebold, F. X. (2002). Range-based estimation of stochastic volatility models. *The Journal of Finance*, 57(3), 1047-1091.

Andersen, T., & Bollerslev, T. (1997). Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets. *Journal of Empirical Finance*, 4(2-3), 115-158.

Andersen, T., Bollerslev, T., & Lange, S. (1999). Forecasting financial market volatility: Sample frequency vis-a-vis forecast horizon. *Journal of Empirical Finance*, 6(5), 457-477.

Andersen, T. G. (2000). Some Reflections on Analysis of High-Frequency Data. *Journal of Business & Economic Statistics*, 18(2), 146-153. doi:10.2307/1392552

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Ebens, H. (2001). The distribution of realized stock return volatility. *Journal of Financial Economics*, 61(1), 43-76.

Andersen, T. G., Davis, R. A., Kreiß, J.-P., & Mikosch, T. V. (2009). *Handbook of financial time series*: Springer Science & Business Media.

Black, F. (1976). The pricing of commodity contracts. *Journal of Financial Economics*, 3(1-2), 167-179.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. 81(3), 637-654.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2018). *Investments* (Vol. 11). New York: McGraw-Hill Education.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.

Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, 52(1-2), 5-59.

Brandt, M. W., & Jones, C. S. (2006). Volatility Forecasting With Range-Based EGARCH Models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 24(4), 470-486.

Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance*: Cambridge University Press.

- Brownlees, C. T., & Gallo, G. M. (2006). Financial econometric analysis at ultra-high frequency: Data handling concerns. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(4), 2232-2245.
- Chen, M.-Y. (2013). *Time Series Analysis: Conditional Volatility Models*. Department of Finance, National Chung Hsing University.
- Chou, R. Y. (2005). Forecasting financial volatilities with extreme values: the conditional autoregressive range (CARR) model. *Journal of Money*, 561-582.
- Chou, R. Y., Chou, H., & Liu, N. (2010). Range volatility models and their applications in finance. *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management* (pp. 1273-1281): Springer.
- Defusco, R. A., Mcleavey, D. W., Pinto, J. E., & Runkle, D. E. (2015). *Quantative Investment Analysis* (Vol. 3). Hoboken, New Jersey.: John Wiley & Sons, Inc.
- Dougherty, C. (2016). *Introduction to Econometrics*: Oxford University Press.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
- Engle, R. F., & Russell, J. R. (1998). Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Transaction Data (Vol. 66).
- German, M., & Klass, M. (1980). On the Estimation of security Price volatility from historical data. *Journal of Business*, 67-69.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Manikandan, S. (2011). Measures of dispersion. *Journal of pharmacology & pharmacotherapeutics*, 2(4), 315-316.
- Merton, R. (1969). Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3), 247-257.
- Molnár, P. (2012). Properties of range-based volatility estimators. *International Review of Financial Analysis*, 23, 20-29.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.

Parkinson, M. (1980). Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return. *Journal of Business*, 53(1), 61-65.

Shephard, N., & Andersen, T. G. (2009). Stochastic volatility: origins and overview. In *Handbook of Financial Time Series* (pp. 233-254): Springer.

Shu, J., & Zhang, J. E. (2006). Testing range estimators of historical volatility. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, Other Derivative Products*, 26(3), 297-313.

Spitzer, F. (2013). *Principles of Random Walk* (Vol. 34): Springer Science & Business Media.

Tsay, R. S. (2000). Editor's Introduction to Panel Discussion on Analysis of High-Frequency Data. *Journal of Business & Economic Statistics*, 18(2), 139-139.

Ubøe, J. (2015). *Statistikk for Økonomifag* (Vol. 5): Gyldendal.