Bachelorgradsoppgave

Løsning av inquiry-basert oppgave i matematikk
Solving an inquiry-based task in mathematics

Forskjellen på når svake og sterke elever løser en inquiry-basert oppgave i matematikk
The difference between weak and strong students in solving an inquiry-based task in mathematics

Kristin Amundsen

GLU360

Bachelorgradsoppgave i Grunnskolelærerutdanning 5-10

Avdeling for lærerutdanning

Høgskolen i Nord-Trøndelag - 2015

SAMTYKKE TIL HØGSKOLENS BRUK AV KANDIDAT-, BACHELOR- OG MASTEROPPGAVER

Forfatter(e): **Kristin Amundsen**

Norsk tittel: **Løsning av inquiry-basert oppgave i matematikk**

Forskjellen på når svake og sterke elever løser en inquiry-basert oppgave i matematikk

Engelsk tittel: **Solving an inquiry-based task in mathematics**

The difference between weak and strong students in solving an inquiry-based task in mathematics

Studieprogram: **Grunnskolelærerutdanning for 5.-10. trinn**

Emnekode og navn: **GLU360 Pedagogikk og elevkunnskap 4**

[x] **Vi/jeg samtykker i at oppgaven kan publiseres på internett i fulltekst i Brage, HiNTs åpne arkiv**

[ ] **Vår/min oppgave inneholder taushetsbelagte opplysninger og må derfor ikke gjøres tilgjengelig for andre**

Kan frigis fra: ___________

Dato: 25.05.2015

Kristin Amundsen

Underskrift

Forord

Selv har jeg gjennom min egen skolegang blitt opplært til å pugge instrumentelle algoritmer, og har ikke visst hva relasjonell forståelse egentlig innebærer. Dette har jeg virkelig fått innsikt i både gjennom undervisningen jeg har fått ved lærerutdanningen på HiNT, og gjennom å skrive denne oppgaven. Ved å benytte denne metoden å løse oppgaver på i matematikk, kan måloppnåelsen til elevene snu helt om. De tradisjonelt «sterke» kan bli «svake» og motsatt. Jeg har lært utrolig mye som jeg absolutt skal ta med meg videre både i videre studier og når jeg er ferdig utdannet.

Takk til matematikkseksjonen på HiNT som har lært meg denne undervisningsmetoden. I tillegg vil jeg si spesielt takk til veileder Yvonne Grimeland for råd og god veiledning underveis i arbeidet med denne oppgaven.

Sammendrag

Formålet med oppgaven min var å finne ut hva som er forskjellen når «svake» og «sterke» elever arbeider med en inquiry-basert oppgave. Dette prøvde jeg å finne svar på ved å observere to elevpar med forskjellig antatt måloppnåelse i forhold til tradisjonell undervisning og vurdering. Jeg belyste mine funn fra observasjonen gjennom teori om sosialkonstruktivistisme, relasjonell og instrumentell forståelse og inquiry-basert oppgaveløsning. Den tradisjonelle måloppnåelsen gagner elevene som er flinke til å pugge instrumentelle algoritmer, og de som trenger tid til å gruble blir sett på som «svake». Kan dette endres ved å arbeide inquiry-basert?

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning

Grunnen til at jeg har valgt å skrive om inquiry-basert løsning av matematikkoppgaver, er først og fremst fordi dette er helt nytt for meg og jeg har lyst til å sette meg mer inn i hva dette innebærer. Jeg ble først presentert for denne typen undervisning når jeg kom til HiNT i august i fjor, og fikk da virkelig innsikt i hva uttrykket relasjonell forståelse innebærer. Jeg har i alle mine tidligere år i skolen fått undervisning som i hovedsak har ført til instrumentell forståelse, og det var en stor omveltning for meg å endre tankegang til denne undersøkende undervisningsmetoden.

I og med at inquiry-basert matematikk skal inneholde meningsfylte kontekster som skal passe alle elever uavhengig av antatt måloppnåelse, kan både svake og sterke elever bli utfordret på sitt nivå. For at dette skal bli vellykket, må elevene få god oppfølging av lærere. Denne typen undervisning innebærer en lav inngangsterskel der alle elever, uansett hvor svake de er i faget, kan komme fram med et eller annet. I tillegg skal det være såpass vanskelige og utfordrende kontekster at de sterke elevene aldri blir helt ferdige, men at de hele tiden kan fortsette å utforske og utfordre seg selv.

Jeg har valgt å se på hvordan forskjellige elevgrupper løser inquiry-baserte oppgaver i denne undersøkelsen. Elevgruppene består av elever som tradisjonelt sett har forskjellig måloppnåelse, et par er antatt «svake» og det andre er antatt «sterke». Elevene har oppnådd denne måloppnåelsen med tradisjonell undervisning og vurdering. I henhold til denne typen undervisning er de antatt «sterke» elevene flinke til å pugge og tilegne seg instrumentelle algoritmer, men vet ikke helt hvordan de skal benytte dem i forskjellige situasjoner. De antatt «svake» elevene derimot, er ikke i stand til å lære seg disse algoritmene, og blir dermed ansett som svake ut i fra denne tradisjonelle måten å undervise og vurdere på.

Jeg er interessert i å finne ut forskjellen på hvordan disse antatt «svake» og «sterke» elevene, ut i fra et tradisjonelt perspektiv, arbeider med en utforskende oppgave. Spesielt vil jeg fokusere på hvor vidt de «sterke» elevene, som behersker den instrumentelle forståelsen for matematikk, vil prøve å benytte seg av regler og algoritmer de har pugget og lært seg. Mens de «svake» elevene, som ikke behersker denne tradisjonelle tilnærmingen på samme måte, kanskje ikke har andre muligheter enn å begynne å utforske oppgaven.

Derfor har jeg valgt problemstillingen:

«Hva er forskjellen på når «svake» og «sterke» elever arbeider med en inquiry-basert oppgave i matematikk?»

2.0 Teori

2.1 Sosialkonstruktivisme

Læring i et sosiokulturelt perspektiv er veldig sentralt når det gjelder inquiry-basert undervisning. Samarbeid er sentralt, og læringen er grunnleggende *sosial*. Elevenes læring skjer i en *kontekst.* Man bruker også her uttrykket at læring er situert. I tillegg er læring i et sosiokulturelt perspektiv mediert via psykologiske og fysiske verktøy. Språket er her det viktigste psykologiske verktøyet. (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 899)

Det mest sentrale med sosialkonstruktivismen er at kunnskap konstrueres i fellesskap, gjennom samspill mellom deltakerne i kulturen. Dette bruker man gjerne uttrykket *sosial interaksjon* om. (ibid.) Under Det samarbeidende menneske i LK06 (2012) står det at «en persons evner og identitet utvikles i samspillet med andre – mennesket formes av sine omgivelser samtidig som det er med på å forme dem.» Når elevene samarbeider er det tre punkter som er viktige å følge. De skal forklare og rettferdiggjøre sine løsninger, forsøke å forstå forklaringene til de andre elevene og gi uttrykk for og begrunne enighet eller uenighet med andre forslag og ideer. (Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C., 2013, s. 138)

Læring skjer ifølge sosialkonstruktivismen i to steg, og Vygotsky kaller overgangen fra det sosiale til det individuelle *internalisering*. Internalisering betyr at individet gjør kulturens kunnskaper til sine egne, og dette skjer gjennom arbeid med tankene. Enkeltmennesket konstruerer kunnskapen etter at den sosiale og kulturelle konstruksjonen har skjedd. Læring skjer gjennom *deltakelse* i fellesskap. (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 899) Når elevene arbeider sammen kan de utvide deres proksimale utviklingssone. Det defineres som det kunnskapsområdet der en elev ikke kan klare en oppgave på egenhånd, men må ha hjelp fra en person som har mer kunnskap, for eksempel en annen elev eller en lærer. (Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E., 2010, s. 18)

2.2 Instrumentell og relasjonell forståelse

Mange elever mener at når de har lært seg en regel, har de forstått matematikken. De får som regel riktig svar på oppgavene, men forstår egentlig ikke hvorfor denne regelen fungerer. Elevene har altså mangel på relasjonell forståelse. (Skemp, 1978) En stor del av dagens matematikkundervisning er lagt opp slik; elevene lærer seg huskeregler som hjelper dem å finne løsningen på oppgavene, men de har ikke en god forståelse for hvorfor det fungerer. Dette kaller Richard Skemp (1978) for instrumentell forståelse. Fordelene med denne typen forståelse er at når du får oppgaver hvor du kun skal bruke huskereglene du har lært deg går det veldig raskt og lett, og belønningene er mer umiddelbare og tydelige. Men den største ulempen med instrumentell forståelse er at om elevene kommer opp i en situasjon hvor de ikke kan bruke akkurat den huskeregelen de har lært seg, klarer de ikke overføre kunnskapen til nye situasjoner. (ibid.).

Når elevene har utviklet en instrumentell forståelse for matematikken, har de ofte arbeidet med nokså like oppgaver som de kan bruke samme formel på og som ofte tar veldig kort tid. Dette mener Gert Monstad Hana at er et verdensomspennende fenomen. Matematikklasserommet er dominert av arbeid med oppgaver som består av lav kompleksitet, forventes løst på kort tid og det er som regel flere liknende oppgaver i samme time. (Hana, G.M, 2013, s. 229)

Ved bruk av undersøkende undervisning i matematikk, er ofte et av målene at elevene skal utvikle en relasjonell forståelse. Det vil si at de bygger opp begrepsmessige strukturer og ser sammenhenger mellom begrepene. Denne typen forståelse innebærer både hvordan du skal løse en oppgave og hvorfor det blir sånn. (Skemp, R., 1978) Elevene konstruerer relasjoner mellom det de kan og det nye som skal læres, og undersøker nye begreper og metoder istedenfor å bare overta en definisjon eller prosedyre. Det viktigste med relasjonell forståelse er at elevene gjør det faglige innholdet til sitt eget. (Carpenter & Lehrer, 1999, i Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C., 2013, s. 66)

Fordelene med relasjonell forståelse er at elevene blir mer tilpasningsdyktige for nye oppgaver, og de har oversikt over det brede utvalget løsningsmetoder de kan bruke i de forskjellige problemene. Kunnskapen som elevene tilegner seg, huskes lengre. En av ulempene, og en av grunnene til at den relasjonelle forståelsen ikke blir satt fokus på i skoleundervisningen i dag, er at det kan ta veldig lang tid for elevene å oppnå relasjonell forståelse. (Skemp, 1978)

2.3 Inquiry-basert oppgaveløsning

Ifølge Fuglestad (2010) er inquiry et vidt begrep som omfatter å stille spørsmål, å undre seg, å undersøke, å eksperimentere, å utforske og å søke etter kunnskap. Videre sier hun også at:

«Inquiry er ikke en bestemt metode eller noen prosedyrer, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforsking for å finne svar.» (Fuglestad, 2010)

Inquiry-baserte oppgaver er altså åpne oppgaver som elever kan løse på forskjellige måter, og ofte få flere svar. For å forklare denne måten å regne matematikk på, innførte Skovsmose i 1998 begrepet undersøkelseslandskap. I et slikt landskap får elevene selv muligheter til å undersøke og prøve å løse oppgaver i matematikk uten å følge bestemte regler. (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 1029-1030)

Undersøkelseslandskap er det motsatte av et oppgaveparadigme, hvor læringen av matematikk dreier seg om å regne oppgaver som kun har et fasitsvar og hvor det ofte er en bestemt fremgangsmåte som forventes. Denne typen oppgaver er lukkede i og med at elevene må holde seg til bestemte måter å løse dem på. Undersøkelseslandskapet i motsetning et åpent landskap med valgfrihet til å utforske og prøve ut nye alternativer. (ibid.)

Det er viktig at læreren som arbeider med undersøkelseslandskap, eller inquiry-basert undervisning som det også kalles, velger kontekster som er så konkrete at elevene kan sette seg inn i dem. I tillegg er det viktig at læreren støtter overgangen fra uformelle og kontekstavhengige løsninger til formelle løsningsmetoder og begreper. Det må etableres muligheter for sosial interaksjon mellom elevene og forskjellige innholdsområder må flettes inn i hverandre. (Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C., 2013, s. 379-413) Det er altså viktig med et godt forarbeid fra lærerens side med klare rammer og at god informasjon på forhånd blir gitt.

Wells (1999 i Fuglestad, A.B., 2010) forklarer inquiry som at elevene skal ha «en vilje til å undre seg, til å stille spørsmål og søke å forstå ved å samarbeide med andre i forsøket på å finne svar.» Så det er som regel best at elevene får gjøre inquiry-baserte oppgaver i grupper.

Etter elevene har arbeidet med en slik oppgave er det viktig med god oppsummering for å samle trådene. (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 1035)

En av de store fordelene med inquiry-basert undervisning er at elevene får opplevelsen av selv å oppdage sammenhenger og at de selv tar initiativet. Ifølge Roe (2011) blir motivasjon påvirket av egen deltakelse i læringsprosessen. Så denne typen oppgaver kan føre til motivasjon, eierforhold til kunnskapen og ikke minst mestring uansett lav eller høy måloppnåelse.

«Opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen og lærekandidaten.» (*Opplæringsloven*, 1998, §1-3)

Inquiry-baserte oppgaver skal tilrettelegges ut i fra forkunnskapene til elevene. De skal være såpass åpne at både «sterke» og «svake» elever får utfordringer ved å løse dem, men har mulighet til å kunne løse dem. Under Det arbeidende menneske i LK06 (2012) står det at «en god skole og en god klasse skal gi rom nok for alle til å bryne seg og beveges, og den må vise særlig omtanke og omsorg når noen kjører seg fast eller strever stridt og kan miste motet.»

Mason og Johnston-Wilder kommenterer inquiry-baserte oppgaver slik: (Hana, G.M, 2013, s. 240)

> *«Lærende som er vant til direkte instruksjon kan først være forvirret av spørsmål som inviterer dem til å ta avgjørelser. Men over en tidsperiode hvor de ser at de får anledning til å ta avgjørelser, vil sannsynligvis deres kreativitet og eventyrlyst åpne seg opp. En åpenbar mulighet er å spørre elever om å svare på spørsmålet på så mange forskjellige måter som mulig. En annen er å spørre dem om å vurdere ulike dimensjoner av mulig variasjon.»*

Når elevene skal arbeide med inquiry-baserte oppgaver er det viktig at de inneholder kontekster som virker meningsfylte for elevene. Elevene bør altså ha umiddelbar kjennskap til situasjonen. Situasjonen trenger ikke være en elevene har tilgang akkurat nå, men at de hvertfall har umiddelbare erfaringer med sammenhengen. Det kan altså også være et eventyr eller en historie som elevene kan leve seg inn i. Konteksten trenger ikke handle om barnas hverdagsliv. (Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C., 2013, s. 386)

I boka Rika matematiska problem (Hagland, K., Hedrén. R., Taflin, E., 2010, s. 28-30) er det skrevet ned sju kriterier for at et problem skal være rikt, altså en meningsfylt kontekst:

1) Introduserer viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier.
2) Lette å forstå, og alle skal ha en mulighet til å arbeide med det.
3) Oppleves som en utfordring, kreve anstrengelser og ta tid.
4) Kunne løses på flere måter, med ulike strategier og representasjoner.
5) Kunne initiere en matematisk diskusjon med utgangspunkt i elevenes løsninger som viser ulike typer strategier, representasjoner og matematiske ideer.
6) Fungere som brobygger mellom ulike matematiske områder.
7) Lede til at elever og lærere formulerer nye interessante problem.

3.0 Metode

Jeg valgte å bruke en kvalitativ forskningsmetode i og med at jeg ville få en utvidet forståelse av inquiry-basert matematikk. I tillegg ville jeg se på forskjellen mellom «svake» og «sterke» elever i utførelsen av oppgaven, både i forhold til hvordan de samarbeidet, hvordan de snakket sammen og hvilken forståelse de satt inne med på forhånd. Da syntes jeg det passet best å gå i dybden på færrest mulig enheter.

Jeg har samlet inn primærdata på egenhånd ved å både observere og skrive ned hva elevene sa, og så har jeg også brukt en del sekundærdata for å sette meg litt inn i inquiry-basert oppgaveløsning på forhånd før datainnsamlingen.

3.1 Utvalg

Jeg valgte å forske på et «svakt» og et «sterkt» elevpar for å prøve å se noen forskjeller på hvordan de utførte den inquiry-baserte oppgaven. Disse fire elevene gikk alle i niende klasse på den skolen jeg har vært i praksis på, og jeg hadde god kontakt med læreren til disse elevene på forhånd. Han fikk se gjennom oppgaven jeg hadde tenkt å bruke og godkjente den, og så hjalp han meg med å plukke ut to av de antatt «svakeste» og to av de antatt «sterkeste» elevene i klassen. Grunnen til at jeg valgte disse variablene er at alle typer matematiske oppgaver har som mål at elevene skal oppnå en relasjonell forståelse, og jeg var spent på om begge parene ville vise tegn til det når de arbeidet med oppgaven. Jeg valgte å sette dem i par ut i fra en sosialkonstruktivistisk tankegang. Elevene konstruerer ofte kunnskapen best sammen i par.

3.2 Observasjon

Da jeg observerte elevene hadde jeg en såkalt «aktiv medlemskapsrolle». Det vil si at jeg kunne gi respons som kunne være støttende, men også utfordrende ved å stille kritiske spørsmål til det som ble observert. (Postholm, 2008 i Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I, 2011, s. 53) Jeg observerte for det meste, og kom med et par spørsmål til hver av gruppene, men kom ikke med noe svar på noen måte.

I og med at problemstillingen min er relativt åpen, var jeg på forhånd åpen for hva som ville skje under utføringen av oppgaven. Jeg hadde ikke så mange forventninger for hva som kunne skje.

3.3 Prosedyre

Siden jeg på forhånd hadde lest meg en del opp på inquiry-basert undervisning og løsning av slike oppgaver, vil jeg si at jeg hadde en pragmatisk tilnærming, altså en blanding av det induktive og det deduktive. (Postholm, M.B. & Jacobsen D.I., 2011, s. 41) Jeg hadde noen antakelser om hvordan oppgaveløsningen ville foregå. Når jeg skulle analysere dataene jeg hadde samlet inn, fant jeg ut at noen av antakelsene ble bekreftet, mens andre ble avkreftet. Det kom også frem en del som jeg ikke hadde tenkt på på forhånd.

3.3.1 Oppgaven

Jeg brukte boka Rika matematiska problem (Hagland, K., Hedrén. R., Taflin, E., 2010, s. 111) til å finne en passende oppgave til forskningsprosjektet mitt. Der fant jeg en oppgave som hadde en diofantisk likning som utgangspunkt. Dette har vi i pensum på HiNT, og jeg syntes det ville være spennende å se hvordan elevene arbeidet med det uten å få servert likningen. Når vi som studenter skulle arbeide med diofantiske likninger, fikk vi selve likningen og skulle bruke instrumentelle algoritmer for å finne alle løsninger av den. Elevene, derimot, fikk en tekst hvor de kunne komme frem til en tankegang rundt en diofantisk likning istedenfor, og på den måten finne alle positive løsninger. Algoritmen for å løse diofantiske likninger er langt over det elever på ungdomstrinnet forventes å kunne, og jeg syntes det ville bli interessant å se hvordan elevene ville løse dette problemet uten å bruke den instrumentelle metoden.

Jeg brukte kriteriene som står i samme bok som oppgaven om hvordan et problem er rikt, eller meningsfylt som vi også sier, til å se om elevene arbeidet på samme måte som disse tilsier.

3.3.2 Oppgaveløsningen

Elevene fikk utgitt oppgaven og jeg ga beskjed om at jeg skulle observere, og om de lurte på noe skulle de først prøve å samarbeide litt før jeg eventuelt kom med videre spørsmål eller noen form for hjelp. Oppgaven jeg ga skulle være undersøkende, og et av poengene var at elevene skulle prøve seg frem på egenhånd. Det fantes mange forskjellige måter å komme frem til riktig svar på. Jeg tok opp på lydopptaker når elevene arbeidet med oppgaven, som jeg på forhånd hadde fått tillatelse til av foreldrene, og transkriberte det i ettertid før jeg slettet det. Ellers skrev jeg notater underveis i forhold til kroppsbevegelser og andre observasjoner. Både de «svake» og de «sterke» elevene brukte rundt en halvtime på oppgaven.

3.3.3 Analyse

Dataene jeg har brukt i analysen er lydklippene som jeg har transkribert, og observasjonene jeg gjorde underveis mens elevene arbeidet med oppgaven. Analyseringen ble gjort ved at jeg reflekterte en del rundt dataene. Jeg kategoriserte de «svake» og de «sterke» elevene først hver for seg, og skrev deretter ned sentrale punkter i forhold til hva de hadde sagt og gjort under oppgaveløsningen. Deretter så jeg etter likheter og ulikheter, og prøvde å ha problemstillingen som utgangspunktet for analyseringen. Analysen min fulgte altså den hermeneutiske spiralen som utgjør kjernen i prosessen som skaper forståelse og mening. Det vil si at hver enkelt del ble studert for å få bedre forståelse av helheten. (Krogh, 2009 i Postholm, M.B & Jacobsen, D.I., 2011, s. 102)

Jeg har prøvd å knytte teori til det meste jeg har analysert av data, og jeg har fjernet det som jeg ikke syntes var relevant for problemstillingen. Det er altså metoden *meningsfortetting* jeg har brukt under analyseringen. Det vil si at jeg tok for meg en del av materialet, klippet bort alt som var unødvendig og brukte problemstillingen som «briller» når jeg analyserte. (Christoffersen, L. & Johannessen, A., 2012)

3.3.4 Etiske betraktninger

Før jeg satte i gang med datainnsamlingen fortalte jeg hele klassen, hvor jeg skulle plukke ut noen elever, om at jeg skulle skrive en bacheloroppgave og hva det innebærer. Deretter sa jeg at jeg trengte hjelp av noen av dem til oppgaven, og at ingen kom til å få vite hva som ble svart av hvem. I tillegg ga jeg dem et ark med informasjon omtrent en uke før datainnsamlingen, som de skulle gi til foreldrene sine slik at de fikk mulighet til å reservere seg mot at barna deres deltok i undersøkelsen. Når jeg plukket ut elever spurte jeg først og fremst om de hadde gitt arket til foreldrene, og om de hadde snakket om det hjemme. Det hadde alle gjort, og det var selvfølgelig frivillig å være med på oppgaveløsningen. I oppgaven min er alle navn anonymisert ved at jeg har kalt dem for de «svake» og de «sterke» elevene.

4.0 Resultat

Undersøkelsen min har altså bestått av at to «svake» og to «sterke» elever i matematikk har løst en inquiry-basert oppgave, og så har jeg sett på forskjellen på løsningsmetodene deres. Jeg har derfor valgt å dele resultatkapittelet i to deler, en for hvert av disse elevparene etter antatt tradisjonell måloppnåelse.

4.1 Elevene med lav måloppnåelse

I vedlegg 2 er kladden til disse elevene. I begynnelsen av oppgaveløsningen var elevene uenige om personen i oppgaven, Allan, skulle få mest mulig baller eller om han skulle få jevnest mulig antall pingpong- og tennisballer. Oppgaveteksten sier ingenting om dette, så da ble de enige om at de skulle prøve litt forskjellig.

Etter hvert fokuserte de veldig på multiplikasjon og divisjon, og prøvde seg frem med forholdstall uten at de tenkte spesielt over at det var det det var. De var tydeligvis ikke trygge nok på hva som skulle være teller og hva som skulle være nevner. Men det ble likevel en bra løsningsmetode. De multipliserte antall golfballer, som de skulle bytte vekk, med forholdstallet mellom golfballer og pingpongballer.

Den ene eleven forklarte denne løsningsmetoden slik:

> *«Hvis du tar antallet golfballer ganger med verdien av fem tennisballer i golfballer ganger tennisballer. Så hvis du har 24 golfballer, og skal bytte om dem til tennisballer, så vet du at 3 golfballer er verdt 5 tennisballer. Det blir 24 deler på 3 ganger 5.»*

$$24:3\cdot 5=\underline{\underline{40}}$$

For å finne ut hvilke antall golfballer de skulle bytte til pingpongballer og tennisballer, fant de to tall som til sammen blir summen 26. Det ene tallet måtte være i 2-gangen, altså 12 i dette eksempelet, og det andre i 3-gangen, 14 her. Så skrev de et 7-tall ved siden av hvert tall i 2-gangen, fordi de kunne bytte 2 golfballer mot 7 pingpong-baller. Det samme gjorde de ved hvert tall i 3-gangen, bare at de satt opp 5-tall istedenfor, siden de kunne bytte 3 golfballer mot 5 tennisballer. Elevene skrev 2-gangen til de kom til 14, og 3-gangen til de kom til 12. Til slutt adderte de 7-erne og 5-erne hver for seg, og kom da frem til hvor mange baller de fikk av hver type. De fikk altså her 49 pingpong-baller og 20 tennisballer. Her er de inne på en slags kombinering.

Disse var veldig kreative og var åpne for å både finne flere løsningsmetoder og for å finne flere svar. Det var tydelig at en slik meningsfylt kontekst engasjerte dem, til tross for at de ikke pleier å være så interesserte i å arbeide med matematikkoppgaver ellers. Kanskje kan det ha noe med måten de arbeider med matematikk til vanlig. De var raske med å oppdage at svarene ikke kunne bestå av desimaltall, og hvorfor det ble ugyldige svar. På spørsmål om hvordan de kunne vite at de hadde funnet alle de positive løsningene, svarte den ene eleven:

«Fordi vi har brukt opp alle i 3-gangen».

4.2 Elevene med høy måloppnåelse

Vedlegg 3 viser til kladden til disse elevene. De var, i motsetning til elevene med lav måloppnåelse, enige om hva de skulle fokusere på. De skulle finne jevnest mulig antall tennisballer og pingpong-baller.

Disse elevene skjønte veldig tidlig at det ble flere svar, men de trodde det tok altfor lang tid å finne alle løsningene. Jeg fikk inntrykk av at de mente det nesten var uendelig med løsninger. De brukte blant annet denne strategien for å finne løsninger:

«Bare det går opp så tror jeg det blir rett.»

Den første løsningsmetoden disse elevene brukte var en av de samme som elevene med lavere måloppnåelse brukte. De multipliserte antallet golfballer de ville bytte bort med forholdstallet mellom golfballer og den typen ball de ville bytte mot. Elevene satt seg godt inn i oppgaveteksten, og mente at siden det stod «bytt i tennisballer OG pingpong-baller», gikk det ikke an å bytte golfballer i kun en av de to typene baller.

En av elevene spurte den andre hvorfor det ble mer for tennisballer enn for pingpong-baller. Fordi forholdet var 3:5, svarte den ene eleven at grunnen til det var at:

«Du tjener tre på hver.»

At oppgaven var såpass åpen, var ikke noe disse to elevene satt veldig stor pris på. De snakket om at de kunne tenkt seg å ha kun en variabel og ikke to, fordi det var slike oppgaver de var vant med i den tradisjonelle undervisningen de til daglig er en del av. En generell formel var noe de traktet etter gjennom mesteparten av oppgaveløsningen, og de hadde en diskusjon sammen om hva som kunne være de ukjente. Da den ene eleven spurte den andre om de skulle finne en generell formel, svarte den andre elevenkontant:

«Ja! Det er jo mye lettere å regne.»

Elevene forstod at dette kunne bli en likning, men reagerte på at de hadde to ukjente, altså antall pingpong-baller og tennisballer. De konkluderte med at dette måtte bli to forskjellige oppgaver istedenfor én, og siden de ikke visste hvordan de skulle fortsette, ga de seg. Når de la vekk tanken om likninger, skrev de heller opp 2- og 3-gangen ved siden av hverandre i hver sin kolonne. Her var disse elevene også inne på kombinering ved at de dro streker mellom 2- og 3- gangen for å se hva som ble 26 til sammen. Slik fant også de «sterke» elevene alle de positive løsningene.

Det som tydet mest på at denne oppgaven engasjerte elevene var at de fant et mønster i forhold til svarene. Det hadde ikke noe å si for løsningen av oppgaven, men det var interessant å se at elevene kunne finne andre matematiske funn uten at det var relevant for oppgaven. De fant ut at det var 11 tall mellom hvert svar: 47 – 58 – 69 – 80 – 91.

5.0 Drøfting

Målet med denne oppgaven var å finne ut forskjellen på når «svake» og «sterke» elever løser en inquiry-basert oppgave sammen i par. Dette forsket jeg på ved å gi to og to elever en oppgave de skulle løse sammen, og så skulle jeg observere og høre etter hva som ble sagt og gjort under oppgaveløsningen. Nå vil jeg bruke teorien og metoden jeg har med i oppgaven min til å drøfte resultatene jeg fikk ut av datamaterialet mitt.

Jeg vil først oppsummere kort hvordan utførelsen av datainnsamlingen foregikk, før jeg kobler det til teori etterpå. Både de «svake» og de «sterke» elevene var motiverte og var villige til å gjøre oppgaven jeg ba dem om å utføre. Først begynte begge parene å diskutere oppgaveteksten og satte seg godt inn i den. De hadde en del like løsningsmetoder til tross for at de er på helt forskjellige nivåer i forhold til tradisjonell måloppnåelse i matematikk. Noen forskjeller var det naturligvis, men jeg fant flere likheter enn jeg på forhånd hadde trodd skulle forekomme.

5.1 Drøfting av resultat

Det første både de «svake» og de «sterke» elevene gjorde når de fikk oppgaven var å diskutere antall golfballer de skulle bytte til hver av de to typene. De «sterke» var raskt enige om at de skulle ha jevnest mulig antall baller, mens de «svake» var litt uenige om de skulle ha jevnest mulig antall baller eller mest mulig baller igjen etter byttingen. Det var god samtale innad i begge parene, og det gjorde at de forhåpentligvis internaliserte en del av kunnskapen. Dette skjer ved at individet gjør kunnskapene til sine egne. (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 900) Først kom hver av elevene med sine egne tanker og så ble de enige etter hvert om hvordan de skulle løse oppgaven. Ifølge LK06 (2012), utvikles en persons evner og identitet i samarbeid med andre, og det kunne se ut som om dette skjedde med elevene når de arbeidet med oppgaven i undersøkelsen min. Elevene utvidet kanskje også sin proksimale utviklingssone ved at de hjalp hverandre. Det vil si at de kan få til mer på egenhånd etter hvert som de får hjelp av en som har mer kunnskap enn seg selv. (Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E., 2010, s. 18)

Når elevene arbeider sammen, som de gjorde i undersøkelsen min, er det viktig at de kan forklare sine egne løsninger, at de prøver å forstå den andre parten sine løsninger og kunne begrunne enighet eller uenighet med andre forslag og ideer ut i fra om eleven er enig med den andre part eller ei. (Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C., 2013, s. 138) Da de «svake» elevene arbeidet sammen, kom den ene eleven med et forslag til utregning, og så kom den andre eleven med et motargument og forklarte hvorfor det ikke kunne stemme.

Elever som har utviklet en instrumentell forståelse for matematikk, har ofte arbeidet med oppgaver som består av lav kompleksitet, forventes løst på kort tid og det er som regel flere liknende oppgaver etter hverandre. (Hana, G.M., 2013, s. 229) Når de «sterke» elevene arbeidet sammen kommenterte de tidlig at det måtte bli flere riktige svar, men at det ville ta altfor lang tid å finne alle løsningene. De var vant til å svare på oppgaver veldig raskt, og at en oppgave skulle ta lang tid var tydeligvis ikke interessant. De «svake» elevene ga ikke noe tegn til dette, men var heller interessert i å utforske og prøve ut nye løsningsmetoder.

Richard Skemp (1978) mener at den største ulempen med instrumentell forståelse er at om elevene kommer opp i en situasjon hvor de ikke kan bruke akkurat den huskeregelen de har lært seg, klarer de ikke alltid å overføre kunnskapen til nye situasjoner. De «sterke» elevene mislikte at oppgaven var såpass stor, og ville gjerne lage seg en generell formel. Dette var noe de hadde arbeidet med før, og derfor mente de at de måtte finne en ukjent. Samtidig var dette ikke likt en situasjon elevene hadde vært borti før. Den var litt annerledes i og med at de skulle finne to ukjente i en og samme likning, og dette var ikke kjent for elevene. Disse elevene hadde kanskje noe instrumentell forståelse for likninger, altså at de skulle finne ut hva den ukjente var. Men å kunne arbeide med likninger i denne oppgaven krever nok en relasjonell forståelse utover det man kan forvente av elever på dette skoletrinnet.

Gruppa med de «sterkeste» elevene brukte bare et par minutter på å se at det måtte være flere løsninger, og ikke bare én. Dette leste de raskt ut fra oppgaveteksten og konteksten den innebærer. Den andre gruppa, derimot, snudde seg og så bekreftende på meg etter å ha funnet et svar. Men når jeg spurte dem om det kunne være flere løsninger, og om de ville sjekke det ut, var de åpne for det. De var tydelig interesserte i å arbeide med en slik åpen oppgave, som hadde en hverdagslig kontekst i seg. Etter hvert viste de kreativitet og at de var engasjerte ved at de prøvde ut både nye løsningsmetoder og prøvde å finne nye svar. Mason og Johnston-

Wilder (2004b, i Hana, 2013, s. 240) har kommentert slike åpne oppgaver ved å si at lærende som er vant til direkte instruksjon kan først være forvirret av spørsmål som inviterer dem til å ta avgjørelser. Men etter hvert vil kreativiteten åpne seg opp, og de blir villige til å svare på så mange forskjellige måter som mulig. Det var akkurat dette som skjedde her, på den måten at elevene var interesserte i å prøve ut nye metoder å løse oppgaven på.

Fuglestad definerte inquiry som et vidt begrep som omfatter å stille spørsmål, å undre seg, å undersøke, å eksperimentere, å utforske og å søke etter kunnskap. Hun sa også at inquiry ikke er en bestemt metode eller noen prosedyrer, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforsking for å finne svar. Den ene av de «sterke» elevene kom med utsagnet om at «bare det går opp så tror jeg det blir rett», og her viser det at inquiry kan føre til at elevene vil prøve flere metoder og at det kan finnes flere svar.

I begynnelsen av oppgaveløsningen spurte den ene «sterke» eleven den andre om det skulle være like mange baller av hver type. Den andre eleven svarte da kontant at «det skal vi sikkert finne ut selv». De forstod at de skulle undersøke selv, og at de skulle prøve å finne ut av det på egenhånd. Etter hvert kom også sitatet «Det kan jo komme flere svar også da.». De fortsatte da å arbeide, og det var tydelig at konteksten var med på å få elevene til å arbeide videre med å eksperimentere og søke etter flere svar. Elevene arbeidet da i det Ole Skovsmose (1998 i Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011) kaller *et undersøkelseslandskap*, altså et åpent landskap med valgfrihet til å utforske og prøve ut nye alternativer.

Parene hadde flere nokså like løsningsmetoder. En av dem gikk ut på at de brukte forholdstallet mellom golfballer og de to andre typene baller hver for seg, og så multipliserte de det med antall golfballer de skulle bytte i den typen baller. Denne løsningsmetoden fungerte veldig bra, og de fant løsninger. Forskjellen mellom de to gruppene var her at de «svake» elevene slet med hva som skulle være teller og nevner i brøken de multipliserte med. De blandet multiplikasjon og divisjon også, så de brukte en del tid på det grunnleggende innenfor matematikk. Elevene med tradisjonelt sett høyere måloppnåelse, derimot, forsto veldig raskt hvordan de skulle regne med forholdstallet.

For å finne ut hvilket antall golfballer som skulle byttes i hver av de andre ballene, brukte parene samme type utregning, men på litt forskjellige måter. Begge gruppene satte opp 2- og 3-gangen for å kombinere dem og se hvilke tall i disse to gangene som kunne brukes for å få hele tall. Både de «svake» og de «sterke» elevene var fullt forstått med at de ikke kunne få svar med desimaltall, og hvorfor dette ble ugyldige svar. Forskjellen på hvordan gruppene utførte denne løsningsmetoden var måten de kombinerte på. De «sterke» elevene trakk enkelt og greit streker mellom 2- og 3- gangen for å finne ut hvilke tall som til sammen ble summen 26. De «svake» utførte kombineringen ved å skrive en femmer ved siden av hvert tall i 3-gangen og en sjuer ved siden av hvert tall i 2-gangen, for så å legge sammen alle femmerne og sjuerne hver for seg. Tallene de kom frem til da var antall baller av hver type de fikk ved å bytte golfballene.

5.2 Metodekritikk

Da jeg planla hvordan oppgaveløsningen skulle foregå, hadde jeg egentlig planer om at elevene skulle få tilgang til konkreter. Grunnen til det var for å se om noen av gruppene ville prøve å finne ut noe ved hjelp av disse. Jeg besluttet å ikke bruke dem fordi oppgaven jeg skulle skrive var veldig begrenset i forhold til både tid og antall sider. Derfor fant jeg ut at jeg heller ville fokusere på hvordan de arbeidet sammen uten disse konkretene. Mulig at jeg kunne fått andre resultater ved at konkretene hadde blitt tatt frem, men jeg tror ikke det ville gitt store utslag.

Jeg valgte å utføre dette forskningsprosjektet kvalitativt i og med at jeg ville komme nært innpå elevene når de arbeidet med konteksten, høre hva de sa, se hvordan de reagerte, hvordan de arbeidet sammen og så videre. Dette er jeg glad for at jeg gjorde, fordi jeg fikk, ved å både observere og ta opp på lydopptaker det de sa, et godt innblikk i hvordan de arbeidet med en slik åpen oppgave. For å få et mer pålitelig svar på min problemstilling kunne jeg ha observert flere elever, men her også på grunn av tid og oppgavens omfang har jeg ikke gjort det. Det er derfor kanskje litt for få forskningsresultater til at det kan overføres til andre klasser, men jeg tror likevel disse svarene kanskje ville blitt nokså like.

Etter jeg hadde fått inn alle dataene til undersøkelsen min, kom jeg på at jeg hadde gitt oppgavene til parene på forskjellige tidspunkt på dagen. De «svake» elevene løste oppgaven klokka ett om formiddagen, mens de «sterke» elevene fikk oppgaven klokka ti om morgenen.

Dette kan ha hatt innvirkning på hvor opplagte elevene har vært, men jeg fikk ikke noe spesielt inntrykk av det under oppgaveløsningen. I tillegg hadde det vært interessant å observere læreren deres, som de er godt vant med, utføre opplegget for datainnsamlingen. Kanskje hadde elevene arbeidet på en annen måte og kommet med andre spørsmål når de er inne med en lærer som de kjenner godt, i forhold til en student de har kjent i to uker.

6.0 Konklusjon

I dette bachelorarbeidet skulle jeg prøve å finne forskjellen på når elever med lav og høy måloppnåelse arbeider med en inquiry-basert oppgave i matematikk. For å finne svar på problemstillingen min, samlet jeg teori først og knyttet den til observasjonene jeg fikk av elevene som arbeidet med en inquiry-basert oppgave i matematikk.

En del av hypotesen min var at de «sterke» elevene kom til å tenke i forhold til instrumentelle algoritmer og at de «svake» elevene ville være nødt til å utforske mer siden de ikke behersker disse algoritmene. Dette stemte veldig bra. Det var også tydelig at de «sterke» elevene savnet mer informasjon, mens de «svake» elevene var fornøyde med at oppgaven var såpass åpen og utforsket godt sammen. De «sterke» fikk vist at de besitter mye forståelse i matematikkfaget, blant annet ved løsningsmetoden når de anvendte forholdstall. De viste at de hadde en dypere forståelse for hvordan disse forholdene fungerte enn de «svake» elevene.

Men til tross for disse forskjellene, var det mye jevnere mellom parene selv om de på forhånd var antatt å ha tradisjonelt sett forskjellig måloppnåelse i matematikk. Måloppnåelsen disse elevene hadde på forhånd, ifølge tradisjonell vurdering, skulle egentlig tilsi at de elevene som til vanlig er «sterke» skulle oppnå større resultater enn de som til vanlig er «svakere». Men det stemte altså ikke her i en slik inquiry-basert oppgave. Elevene som ble ansett som «svake» fikk vist seg frem på en helt annen måte enn de kanskje var vant til i klasserommet. Dette er en av styrkene ved å arbeide med matematikk på denne måten, at det ofte kan jevne ut resultatene til elevene i en klasse. I min undersøkelse utjevnet resultatene seg mellom de «sterke» og de «svake» ved at det ble bedre kvalitet på matematikkforståelsen i begge gruppene. I og med at elevene arbeidet med en inquiry-basert oppgave, var det blant annet nettopp denne kvaliteten jeg var ute etter, og forskjellene var mindre enn jeg på forhånd hadde trodd.

6.1 Videre studier

Denne oppgaven kunne gjerne vært mye større ved at jeg hadde undersøkt flere «svake» og «sterke» elever mot hverandre, og sett om forskjellen mellom dem faglig sett ville jevnes ut som den gjorde her i min oppgave. Det ville også vært veldig interessant om jeg kunne vært med å observere når læreren deres hadde utført opplegget for datainnsamlingen istedenfor at jeg gjorde det, for å se om det er stor forskjell når jeg som student og læreren gjør det. I tillegg hadde det vært spennende å prøvd dette med en klasse over tid, og sett om de faglige resultatene i klassen ville jevnes mer ut og om elevene ville bli mer engasjerte i forhold til ved undervisning som i hovedsak består av oppgaveparadigme.

7.0 Litteratur

Christoffersen, L., Johannessen, A. (2012). Forskningsmetode for lærerutdanningene. Oslo: Abstrakt forlag.

Fuglestad, A.B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry. *Tangenten,* 4, 2.

Hagland, K., Hedrén,. R, Taflin, E. (2010) *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

Hana, G.M. (2013). *Matematiske byggesteiner.* Bergen: Caspar.

Hinna, K. R. C., Rinvold, E. A. & Gustavsen, T. S. (2011). *QED 5-10*. Oslo: Høyskoleforlaget.

LK06. Norsk skoleinformasjon. (2012). *Kunnskapsløftet – mål og innhold i skolen*. PEDLEX.

Opplæringslova – oppll. (1998). (2014, 1. august). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova).* Hentet 24. april 2015 fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61/KAPITTEL_1?q=oppl%C3%A6ringsloven+1-3#KAPITTEL_1.

Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2011). *Læreren med forskerblikk.* Oslo: Høyskoleforlaget.

Roe, A. (2011) *Lesesdidaktikk; etter den første leseopplæringen.* Oslo: Universitetsforlaget.

Skemp, R.R., (1978). *Relational understanding and Instrumental understanding. Mathematics Teaching* ,77, 20-26.

Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2013). *Matematik for lærerstuderende. DELTA. Fagdidaktik.* Frederiksberg C: Forlaget Samfundslitteratur.

8.0 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1 – Oppgaven som skulle løses

Oppgaven elevene skulle løse er hentet fra boka Rika matematiska problem – inspiration till variation av Rolf Hedrén, Eva Taflin og Kerstin Hagland:

Ballbytte

Allan har sluttet å spille golf. Nå vil han bytte bort golfballene sine mot tennisballer og pingpong-baller. Bodil bytter gjerne sine tennisballer mot Allans golfballer. Werner bytter gjerne sine pingpong-baller mot Allans golfballer.

De blir enige om at Allan kan bytte

3 golfballer mot 5 tennisballer,

2 golfballer mot 7 pingpong-baller.

Hvor mange tennisballer og pingpong-baller kan Allan få om han bytter bort alle sine 26 golfballer?

8.2 Vedlegg 2 – De «svake» elevenes kladd

26

3 Gb = 5 Tb

2 Gb = 7 PB

14 : 2 · 7 = 49

12 : 3 · 5 = 20

7 · 13 = 91

26 − 12 = 14 = 49 Pb 12 Gb ~~40 Tb~~

49 pingpongballer og 40 t

3 5
6 5
9 5
12 + 5
= 20

2 7
4 7
6 7
8 7
10 7
12 7
14 + 7
= 49

3 - 6

2 - 4 - 6

5 - 10 - 15 - 20 - 25 - 30 - 35

7 - 14 - 21 - 28 - 35

[illegible] 3 · 6

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{7} = \frac{21}{35} \qquad \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{35} + \frac{21}{35} = \frac{31}{35}$$

3GB = 5TB 2 GB = 7PB

18 : 3 · 5 = 30 6 : 2 · 7 = 28

24 : 3 · 5 = 40 2 : 2 · 7 = 7

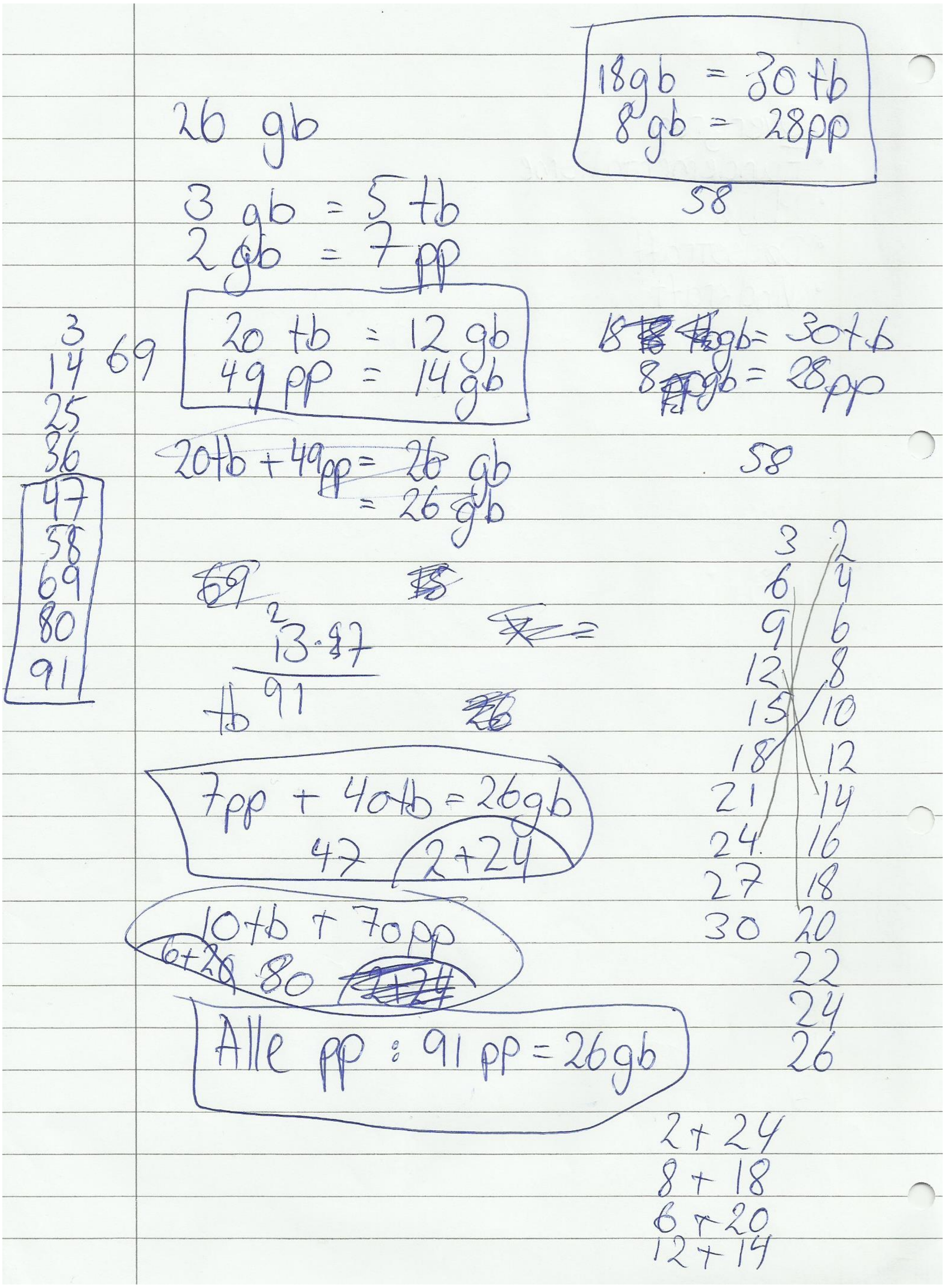
6 20

6 : 3 · 5 = 10 20 : 2 · 7 = 70

45 : 3 · 5 = 25 11 : 2 · 7 = 38,5

10 : 3 · 5 = 16,67 16 : 2 · 7 = 56

8.3 Vedlegg 3 – De «sterke» elevenes kladd



26 gb

3 gb = 5 tb
2 gb = 7 pp

18gb = 30 tb
8 gb = 28pp

58

3
14 69
25
36
47
58
69
80
91

20 tb = 12 gb
49 pp = 14 gb

20tb + 49pp = 26 gb
= 26 gb

~~18~~ ~~4~~gb = 30tb
8 ~~pp~~gb = 28pp

58

~~69~~ ~~18~~

13 · 7
91
tb

~~26~~

7pp + 40tb = 26gb
47 2+24

10tb + 70pp
6+20 80 ~~2+24~~

Alle pp : 91 pp = 26gb

3 2
6 4
9 6
12 8
15 10
18 12
21 14
24 16
27 18
30 20
22
24
26

2 + 24
8 + 18
6 + 20
12 + 14

8.4 Vedlegg 4 – Transkribering, de «sterke» elevene

Transkribering, «sterke» elever

12.03.15 Elev 1 og 2

1 = langt hår, 2 = ikke så langt

K: Sånn, her e oppgaven dåkkas.

2: Skal det være like mange ca. da?

1: Det skal vi sikkert finne ut selv.

2: Ja, okei.

Mumling

2: Det skal sikkert gå opp da. Eller… Nei, for det spørs jo hvor mange vi skal ha av hver.

1: Skal vi bare regne sånn da?

2: Vet ikke.

2: Vi kan jo bare prøve oss fram da.

1: Ja, men hvor mange personer er det som vil bytte da?

2: Ja, men. Det er jo to.

1: Emil, Bente. Ja det er bare to.

2: Dem har jo ikke ubegrenset med tennis- og pingpongballer de heller da.

1: Nei. De har jo ikke det.

2: Ok. Ehm… Ja, skal vi bare prøve oss fram?

1: Det står ikke noe om hvor mye han vil ha av hver.

2: Nei, det gjør ikke det. Vi må bare prøve oss fram. Det kan jo komme flere svar også da. !

1: Ja, det BLIR flere svar.

2: Ok, vi må prøve å få det til å gå opp da.

1: Ja ja.

2: Hvis vi tar… den tennisballen og så…

1: Bare det går opp så tror jeg det blir rett.

2: Ja

2: Jeg prøver å ta halve sånn at det blir ca. det samme liksom.

1: Ja

2: Men da blir det 26 til sammen, og så …

2: Hva er det du finner ut, du?

1: Hæ? Nei, jeg holder på å notere «som æ sjø». Men det er jo egentlig lurt at du noterte ned dette da.

2: Ja, for hvis han gir bort 12 golfballer. Så får han 20. Og så hvis han gir bort 14 da, som er resten, så får han 49.

1: Ja

2: Det blir jo 26.

1: Men det finnes jo flere måter å sette det opp på.

2: Er det meningen å finne ALLE svarene? Eller en? Å ja, de kan ikke svare oss sikkert.

1: Vi kan jo prøve flere måter da.

2: Ja, eller… Hvor mye er det? Nei.

1: For dette er jo mest likt da.

2: Ja, ikke på denne da.

1: Men mest likt i forhold til golfballer. Men vi kan jo prøve å finne mer likt på den og, ja.

2: Ok, da må vi gjøre om litt.

1: Ja ja.

2: Ehm, hvis vi tar…

1: Vi skal jo ha 26 til sammen. Vi må ha litt mindre av den med pingpong-baller.

2: Ja, fordi den var 5. Ok, hvis vi tar..

1: Det går jo så mange ganger.

2: 15 eller 18

1: Ja, det går jo an på mange måter.

2: Men det ble jo mye forskjell der da, ettersom det kun var 2 der. Hvis vi tar 18 da.

1: 18 ja.

2: Og så, ehm.. 8?

1: 8 ja

2: 8 ja

1: Du noterer du, jeg liker å snakke.

2: 18 tennisballer. Det blir… Nei, det går ikke.

1: Hæ? Nei, nå snakker jeg om…

2: Den ble feil

1: …golfballene! Ja, hvis 18 golfballer!

2: Jeg skrev tennisballer jeg. 18, og så 8 golfballer her og ikke pingpong. Da blir det 26. Ja, da blir det 26 til sammen. Og så, hvor mange 8 golfballer blir i pingpong-baller. Da får du.. Ganger det med fire. Sju ganger fire.

1: 28.

2: 28 pingpong-baller. Og 18 golfballer til tennisballer.

1: 18 delt på 3 er 6. 6 gange fem e tretti.

2: Tretti. Det ble mest likt!

1: Ja, foreløpig. Eller, hehe, det er kanskje det som kommer til å bli mest likt.

2: Ja, det er det.

1: Men, skal vi…

2: Ja, det var jo stor forskjell her igjen.

1: Ja, men vi fikk jo… Kanskje de vil ha noe likt vet du.

2: Hvor mange…

1: Ja men, ja men, ja men…

2: Å ja!

1: Det må jo være en grunn til at det er tre golfballer…

2: Det er hvor mange tennisballer og pingpong-baller til sammen, kan Arne få. Vil bytte bort alle. Nei, det blir feil.

1: Nei, han vil jo ha begge deler!

2: Ja, ja.

1: Tennisballer og pingpong-baller.

2: Men til sammen. For her ble det femtiåtte til sammen, og her er det jo sekstini.

1: Ja! Hæ?

2: Ja, til sammen.

1: Ja. Farsken, det er det. Hvorfor i all verden?

2: Den har vi jo mange flere av.

1: Hun vil kanskje ha så mange som mulig til sammen? Da må vi jo kanskje bare ta pingpong-baller.

2: Ok. Skal vi prøve på det også da? Vi får nå mange forskjellige svar.

1: Ja, vi får det.

2: Ok, må skrive opp svarene. 18 ….

1: Hvis den ene her hadde vært bestemt, så hadde det vært lettere å finne ut det endelige svaret.

2: Ok, så dette er et svar.

1: Ja.

2: Og dette her. Ikke dette.

1: Nei.

2: Og så..

1: Vi kan notere hvor …

2: Fordi her ble det jo femtiåtte til sammen. Her ble det sekstini. Hvis vi tar flere pingpong-baller. Hvis vi tar 14. Alle bortsett fra en. Da får vi mest av den.

1: Ja, det gjør vi jo. Ja, men tenk litt da… Hvorfor blir det mer for tennisballer enn for pingpong-baller?

2: For her bytter du ut tre mot fem, så her blir det jo en mer. Og her får du to mer enn du får.

1: Ja, her mister du en…

2: Du tjener tre på hver, liksom. Hvis du skjønte? Skjønte du det?

1: Ehm… Skal vi finne frem alle mulige løsningene?

2: Det tar lang tid

1: Det kommer til å ta lang tid.

2: Ok. Det er vel bare til å prøve seg frem, er det ikke det?

1: Men skal vi kanskje prøve å finne en generell formel for det? Vet ikke jeg.

2: Ja, det går an. Ja, hvis vi.. x og sånn ja?

1: Ja! Det er jo mye lettere å regne.

2: Ja, men hva skal vi ha da.. Men tennisballer. Tennisballer og pingpong-baller er jo, ja.. Hvis vi har.. Må bare prøve. X er lik… Nei, hva er x da?

1: Det somu det blir til sammen kanskje? Vi må kanskje ta en formel.

2: 26 er jo delelig!

1: Ja!

2: Og så…

1: Nei. Kall det x du.

2: Vi vet jo hva x er.

1: Vi vet hvor mange golfballer vi har til sammen ja, men vi vet ikke hvor mye dette blir til sammen.

2: Hvis du har…

1: Vi kan prøve på litt forskjellig.

2: Men det kan jo være hvor mange tennisballer du får av alle de 26, eller hvor mange pingpong-baller.

1: Men det står jo hvor mange tennisballer OG pingpong-baller kan en få.

2: Hvor mange tennisballer kan liksom være en annen oppgave.

1: Ok. Ta en for hver sin da.

2: Ja, tennisballer kan vi ta først da.

1: Tre golfballer er fem tennisballer. Hvis du deler 26 på tre og ganger med fem.

2: Ja.

1: Vet ikke om det blir helt… 26 delt på tre. Jeg surrer… Jo!

2: Nei

1: Nei. Nå tenkte jeg delt på 2 jeg. Nei, det går ikke. Fordi det må bare gå opp. Det er sikkert bare det, vet du. Hvis det går opp, så er det greit.

2: Vi har nå funnet noen svar som går opp da.

1: Ja, vi har funnet to.

2: Ja. Men går det ikke an hvis vi bruker…

1: 21, det går ikke.

2: Men det går med… Vi skriver opp fem-gangen. Nei, ikke fem-gangen. Tre-gangen. 3… Sånn. 26 er jo maks, så vi slutter her.

1: Da noterer vi to-gangen med det samme, sånn at vi får tallene nærme hverandre. Det er lettere å se da.

2: Ja. Sånn. Nå har vi alle. Fem-gangen trenger vi ikke da.

1: Og så hva som blir 26 da, det er jo bare å kombinere dem da.

2: Eller to-gangen hvis vi får til det.

1: Bare fortsett du. Dette har vi hatt på tentamen også, hehe. Jeg noterte noe sånt og så kombinerte jeg og da fikk jeg tydeligvis rett ja. Det var litt artig!

2: Okei! Men hvis du har…

1: Dette går ikke. Da får vi 26.

2: Hvis du bare, 7 pingpong-baller…

1: Han skal altså ikke bare ha pingpong-baller, så den kan vi ikke ha alene.

2: Nei, men hvis du har 7 pingpong-baller, så får du jo en alene. En sånn, liksom. Og så åtte sånne. Det blir jo… 8 ganger tre er jo tjuefire. Åtte ganger fem er jo førti. Tennisballer er lik 26 golfballer.

1: Du, jeg bare drar litt her jeg for å se hvilke kombinasjoner som blir 26.

2: Ja.

1: Det kan vi jo se litt på.

2: 18 og… Nei, hehe.

1: 12 og 14 går i lag.

2: Eh… 18 og 8. Og 21 og… Nei, det går ikke.

1: Det skal være 5. Det er kanskje ikke så mange kombinasjoner som vi tror. Jeg trodde det var flere jeg skjønner du.

2: Vi må skrive dem ned. Skal vi se. To pluss 24, 8 pluss 18, 6 pluss tjue, 14 og tolv.

1: Ja, det var kanskje det.

2: Det er bare dem. Vi har nå tatt 18 og 8, 12 og 14. Da har vi 6 og 20 igjen, og 2 og 24. Så hvis vi tar, skal vi se.. Eh.. 2 og 24 først.

1: Ja.

2: Det blir…

1: Det blir eh.. 7 pingpong-baller.

2: Vi har tatt den!

1: Gjorde du den? Ja!

2: Nei, men den… Jo, vi har tatt 2 og 24! Da har vi tatt den og da. Og så 6 pluss 20 har vi ikke tatt enda. Nei, fordi den ble … 47.

1: 47 ja!

2: 2 blir ti tennisballer.

1: Men seks var tatt ja. Det er jo seks igjen og.

2: Ja, men…

1: Ja, men det er jo ikke fire nei. Nei, så da må sekseren kommer der fra.

2: 70 pingpong-baller. Blir det det?

1: Mm.. Er det pingpong-baller? Hva er det vi gjør nå? Ja, 70 ja!

2: Blir det det? Sikker? Ja, det må jo bli det.

1: Du deler jo med to og så ganger du med sju ja.

2: Ok, det ble åtti til sammen.

1: Ja.

2: Så vi har både 58, nei. 47, 58.

1: Hehe, her har vi rota litt.

2: Nei, du vent nå litt. Nå må vi skrive opp. Jeg tror det er et mønster her ser du. Ja, det er det. Tror du ikke det?

1: Ja!

2: Da er det sikkert 36, 25, 14, 3. Sånn. Det plusser på elleve for hver gang. På den siste av dem vi finner. Men, ja. Det var nå et mønster da ca.

1: Ja ja.

2: Da har vi fire forskjellige svar.

1: Ja.

2: Er det noen flere vi kan ha da?

1: Spørs hva en velger da. Hva en vil ha mest av da, egentlig.

2: Skal vi se… 24. Ja. Har vi ikke fått de fleste nå?

1: Jo, jeg tror ikke det går an noe mer. Skal du ha denne alene da? Nei, det skal være begge deler. Det skal det være.

2: Skal vi skrive opp hvis de hadde vært alene også da?

1: Men det stod jo at…

2: Vi kan skrive opp hvordan det hadde vært hvis hadde hatt dem alene. Skal vi gjøre det? Så har vi…

1: Det er bedre med for mye svar, enn for lite kanskje? Jeg vet ikke, jeg. Bare noter du! 13 ganger sju. Nei nei, hva er det jeg driver og tenker med nå! Jo! Jo! Jo, det blir det.

2: 26 delt på tre, hva var det nå igjen?

1: Hvorfor deler du på tre?

2: Det er det.

1: Nei, det er for pingpong-baller det.

2: Å ja, jeg tenker på tennisballer jeg.

1: Derfor deler du på to, sant. Ja, men da går det ikke opp vet du. Det var den som ikke gikk opp det.

2: Ja, det var det ja!

1: Men det kan være at hun kanskje vil at vi skal bytte, nei det går forresten ikke.

2: For hvis du har tre... Her er tre-gangen ja. 24 da pluss… Men det er jo allerede tatt! Det var jo. Dette var…

1: Nå er jeg litt vekke.

2: Dette var 2 pluss 24, det er det svaret her. Og så 8 pluss 18, det blir det. 12 pluss 14… Nei hæ…

1: Hva er det du holder på med nå egentlig?

2: 2 pluss 24, det er dette. 8 pluss 18. 12 pluss 14. Da må denne siste være 6 pluss 20! Blir det det, da? Nei.

1: Hva er det som er galt med det?

2: Fordi 6 pluss 20 det skal jo være denne. Det skal jo være 6 golfballer mot pingpong-baller og 20 golfballer… Nei, 20 mot pingpong-baller!

1: Ja.

2: Ja.

1: Ååå, har du holdt på å surra?

2: Nei, jeg vet ikke.

1: 6 pluss 20, men det er jo den der.

2: Er det der 6… Ja, det er det ja! Da er denne 6 pluss 20. Da blir denne 2 pluss 24. Ja, det blir det. Sånn. Ja, men hva mer skal vi finne ut da? Hvis du skal ha alle i tennisballer så går det ikke opp. Men i pingpong-baller går det jo opp. Hvis du har…

1: Ja.

2: Da må jeg ha 13 ganger sju. Hva er det?

1: 13 gange sju. Regn det ut i boka du! Men du kan jo… 91!

2: Ja, det blir 91 pingpong-baller for 26 golfballer. Det er hvis du skal ha alle pingpong-baller. Men vi skal jo ikke det, da.

1: Nei. Er vi helt på bærtur? Dette er jo primtall også vet du, så den kan ikke deles på, nei. Og så finner du ikke…

2: Det hadde vært lettere hvis det kun var pingpongballer.

1: Vi kan få sånn halve baller.

2: komma fem ja. Ja, men har vi ikke de fleste svarene nå da?

1: Jo, vi har jo det.

2: Dette, dette, dette, dette, dette. Ja!

K: Er dere fornøyde? Vil dere si dere ferdige?

1: Ja, vi har jo funnet mye forskjellige muligheter da.

2: Ja.

K: Dere har det!

1: Veldig rotete da, men!

2: Ja, hehe. Det blir det. Det blir jo 11-gangen bare at det starter på tre. Det blir jo det til sammen.

1: Men var det egentlig du regnte ut der? Fordi det skjønte jeg ikke helt. Er det bare summen til dem eller?

2: Ja, summene! Hvor mange tennisballer pluss pingpong-baller Arne får til sammen.

1: Ja, men vi har vel ikke fått tre til sammen på noen? Vi fikk kanskje 47.

2: Ja, vi fikk alle disse.

1: Og det er liksom elleve mellom dem ja.

2: Ja, elleve mellom hver av dem ja. Og så fortsetter det nedover og så fortsetter det oppover. Men, ja. Går det an å få 36, tror du?

1: 36?

2: Eller blir det for smått tror du?

1: Vi får se da.

2: Da vi fikk det minste tok vi jo 2 pluss 24. Hvis vi tar 0 pluss 26. Har vi tatt det? Ja, det har vi. Her tok vi det. Der fikk vi 91.

1: Ja, det er pingpong vi snakker om.

2: Men hvis vi tar… For dem var jo minst av.

1: Hvis du tar mest tennisballer. Det går jo ikke opp ellers. Da bruker vi mindre enn 26. Jeg tror bare det er dem som går an.

A: Det er lov å si seg ferdig!

K: Ferdig?

Begge to: JA!

8.5 Vedlegg 5 – Transkribering, de «svake» elevene

Transkribering 2

16.03.15 «Svake» elever

K: Sånn. Der er oppgaven.

J: Har du lest ferdig?

G: Hm.

J: Enn om vi tar og plusser opp da? Finner ut hvor mange? Eller noe sånn.

G: Ja. Skal vi se da.

J: Hvis han har 26 golfballer, kan han kanskje få 2 mer tennisballer, og hvis han har 26 golfballer igjen da så kan han få 5 mer pingpongballer.

G: Ja, det er noe med det.

J: Vi kan jo prøve det.

G: Men, enn hvis vi tar først å regner ut alle golfballene til pingpongballer så kan vi ta minus med tennisballer da. Så hvis en har 26 golfballer, og så er to verdt 7. Så da gange vi begge med, så det blir 13. Skal vi se. Hvis vi ganger 7 gange 13 skal bli, hvis 2 er verdt 7, så blir det. 2 er verdt 7. Da blir det 4 verdt 14.

K: Hvis dere har kalkulator, så må dere bare bruke det.

J: Ja, det har vi her.

G: Skal vi se, bare så det blir rett dette her. Ja, da blir det 7 gange 13.

J: Hvor får du 13 i fra?

G: Fordi jeg deler denne på 2, for da…

J: Å ja, ja!

G: Så blir det 7 gange 13, da blir det… 7 gange 13. Det blir 91 golfballer da. Så hvis vi ser da. 26 golfballer. 6 ,9, 12. Hvis du tar minus tolv golfballer. Hvis en har 26 minus 12 så blir det 14. Da har en. For da får en… Hvis en bruker 14 til å bytte mot pingpongballer, og dem til å bytte mot tennisballer så blir det 12 gange… Skal vi se. 3. Da skal han ha 40 golfballer for de tennisballene da. Så får han… Hvis han har 14 der. 14 golfballer, så skal han ha. Deler 14 på 2, det blir 7. 7 ganger 7 er 47. Nei, det er ikke det.

J: 49 det!

G: Sikker?

J: Ja. Bare test ut det.

G: Ja, 49 ja. Så blir det 49 golfballer. Så det er det en får hvis en skal ha mest igjen av tennisballer og pingpongballer. Da har han 49 pingpongballer og 40 tennisballer hvis han skal ha mest IGJEN. Hvis det er spørsmålet…

J: Men det skal ikke være likt fordelt på tennis- og pingpongballer da?

G: Men det tror jeg ikke går.

J: Jo. Jeg tror det skjønner du. Vi kan jo prøve. Må vi ikke… Noen må det jo være mer av og noen må det være mindre av. Vi kan jo prøve oss frem.

G: Jeg tror dette blir det jevneste svaret med 14 og 12 fordi hvis vi tar 13 på begge får vi det ikke til å gå opp i noen av gangene fordi vi kan liksom ikke ha 42 og en halv ball.

J: Men vi kan jo ta 14 og 12 da.

G: Ja, det er jo det vi har nå. Så det er det jeg tror blir det jevneste svaret da.

J: Hm.

G: Vi kan jo prøve å gjøre det omvendt med 14 og 12 kanskje.

J: Vent da.

G: Nei, men jeg tror det er det som er jevnest.

J: Hva fikk du som svar da?

G: Jeg tror det blir 49 pingpongballer og 40 tennisballer.

J: Hvordan fikk du det da?

G: Fordi at 26. Fordi at jeg tok først denne, altså 14 deler på 2 som er 7. Ja, 14 deler på 2 er 7. Så det blir 7 ganger med 7 blir 49. Fordi når vi har golfballer mot pingpongballer så må vi dele på 2. Fordi 2 er verdt 7. Så hvis vi deler 14 på 2 så får du at 1 blir verdt 7. Og så på tennisballene, så tok jeg 12 deler på 3 som blir 4 gange 5, som da blir 40.

J: Hm. Jeg tok det slik at han hadde 14 golfballer og 12 golfballer. Men at de 14 golfballene ble byttet bort med tennisballer og da fikk en 16 tennisballer. Og da tok jeg 14 minus 2. Siden det er 3 minus 2 her. Nei, hæ? 5 minus 2. Og 16 minus. Pluss 2 blir det gjerne da. Og så tok jeg 12 pluss 5 så ble det 17 golfballer. Nei, det ble ikke golfballer nei. Jeg skrev feil. Pingpongballer! For da får en 16 og 17 da.

G: Men det er jeg usikker på om blir rett.

J: Hæ?

G: Jeg tror ikke det blir rett.

J: Det blir 33 til sammen.

G: Men det går jo an å ta å gange, skal vi se 14. Hvis 2 golfballer er verdt 7 pingpongballer. Så ganger du 7 med 14 og deler på 2. Det blir 49. For da tror jeg det blir rett hvis vi deler. For hvis vi tar 7 ganger 14 deler på 2, får vi rett svar. Hvis vi tar 12 ganger 5 deler på 3. 5 deler på 3… 12 ganger 5 deler på 3. Det får jeg ikke rett svar på… Kanskje 20 som blir rett. Men jeg vet ikke?

J: Hm. Kanskje vi må prøve å finne en fellesnevner på den og prøve å gange eller noe sånn? Mer som en brøk og at vi utvider den. Vi kan jo prøve det. Vi kan jo skrive opp 3-gangen og 2-gangen, så kan vi se hvor 5 og 7…

G: Det blir 6. Det går altså opp der og så…

J: Vent da.

G: Hvis du setter den som 3 femdeler og den som 2 sjudeler.

J: Ja, vi kan sette den som 3 femdeler og den som 2 sjudeler ja!

G: Så må du gange, nei dele med 2 på hver. For da blir det, hvis du ganger 3 gange 2 og 5 gange 2 så blir det 6 tideler. Så det blir 6, 3 ganger 7… 14, 21. 6 tjueendeler. Da tror jeg vi har gjort feil. Vi må finne DEN.

J: Hvilken?

G: Vi må finne de to, fordi det er de som står underst, tennisballene og pingpongballene. Jeg tipper vi havner på 35 jeg, som felles første. Så hvis du tar 35 da, da blir det 3 femdeler så skal det ganges med 1-2-3-4-5-6-7. Det skal ganges med 7. 3 ganger 7 er 21, og 7 ganger 5 blir 35 da. Så må vi gjøre det samme på 2 sjudeler. Og så ganger den med 1-2-3-4-5, fem! Så blir det 10 trettifemdeler. Så hvis det blir sånn at, så er det jo slik at vi plusser opp disse så skal en jo få trettien baller for ballene sine egentlig virker det som.

J: Hm, for jeg fikk jo 33. Så det må være noe med 30 tror jeg.

G: Ja.

J: Vi er nå nært!

G: 31. Jeg fikk til… Dette tror jeg jeg regnet feil. Hvis vi plusser opp dette. Jeg har ikke peiling på om dette er rett, men.

J: 31 da kanskje.

G: 31 femdeler. Hvis…

J: Men det er jo bare hvis vi har 14 golfballer og liksom…

G: Vi må bare prøve å skrive opp et par andre, bare for å pluss..

J: Kanskje noe sannsynlighet, jeg vet ikke jeg nei. Kan prøve det.

G: Ja. Så hvis vi tar 14 tennisballer om til pingpongballer og 12 golfballer til tennisballer så skal det være… Det blir 5 for hver der, så det blir 20 der. Så skal vi… Skal vi se. 2, 4 … Nei, fordi den har jeg regnet feil. Det ble rett den måten der jeg delte på. At det blir 12 gange 7 delt på 2. Da fikk vi 20. 12 gange 7… Da fikk jeg 42 igjen. Men den tok jeg ikke da. 14 ganger 5! Nei, det blir jo feil. 12 gange fem skal det være! Men vi hadde svaret 20 i sted skjønner du.

J: Hvordan fikk du til det da?

G: Jo… Fordi det blir jo tennisballer. Jeg tror jeg har tatt 4 gange 5 fordi JA, jeg har delt opp. Skal vi se… Da blir det rett vet du. Hvis jeg deler 12 på 3 på golfballer, gange tennisballer så får jeg da 20. Og når jeg ganger 14, nei deler 14 på 2 og ganger med 7. Altså deler 14 golfballer på 2 golfballer og ganger med 7 pingpongballer så blir det 49. Så jeg tror det blir rett hvis du ganger… Skal vi se.. 14

ganger… 14 ganger… Nei, 14 deler på 2 ganger 7 er lik 49. Og 12 ganger, nei 12 deler på 3 ganger 5 blir da 20. Det tror jeg skal bli rett. Jeg tror det skal være rett.

K: Dere har skikkelig spennende tankegang, altså. Og for all del, det er helt rett! Det er kjempebra!

J: Er det rett?

K: Men jeg lurer på en ting jeg. Bare for å være enda litt vanskeligere. Kan dere finne flere løsninger?

J: Det kan vi sikkert.

K. Går det an å bytte på andre måter?

G: Vi kan jo bytte med tallene. For da kan vi bytte om… Kan ta 15, skal vi se. Hvis vi tar 15. Da må det være.

J: 11! 15 pluss 11 blir 26.

G: Ja, men det blir ikke rett med 2 skjønner du. 18 det blir rett med 2. Så hvis vi tar 18, og så blir det 8.

J: 2-gangen begge to.

G: Mhm. 18 og 8. Da får den 18, så da skal vi se. Hvis 3 golfballer er lik 5 tennisballer. Jeg skriver bare opp det. Og så er 2 golfballer lik 14 pingpongballer. Så hvis vi starter med golfballene til tennisballer, så blir det 18 deler på 3 ganger 5. Det skal bli 30. Og så tar vi 8 deler på 2 ganger 7. Så blir det 7 ganger 4. Da blir det 28.

J: Altså 58 baller til sammen.

G: Fikk vi ikke det i stad?

J: Men det blir jo en forskjell sånn sett da, så det går jo ikke an å sammenligne.

G: Han får jo flest baller hvis han gjør det på den andre måten, men det er fordi han har flere pingpongballer enn tennisballer per ball. Fordi han får jo 3 og en halv for en golfball og så får han sånn ca. 1,66 for en golfball. Nei, en… Jo sånn ca. 1,6 ca, noe sånt. Jeg tror det skal bli rett. For hvis vi tar 18. Jeg tror det blir rett. Det blir det svaret.

J: 58 til sammen.

K: Jeg har lyst til å holde dere litt til, fordi jeg er så utrolig fornøyd med dere. Har ikke lyst til å slippe dere helt enda. Men når dere ikke har lyst mer så gir dere beskjed, sant? For jo mer jeg får med, jo mer kan jeg skrive om. Nå har dere funnet to løsninger. Tror dere det finnes uendelig mange løsninger eller?

J: Det finnes flere ja. Det er jo etter hvordan man gjør det med tallene. Hvor mange man tar av de to balltypene og sånn da. Det blir noen løsninger hvis en vil ja!

K: Ja, tror dere det er mange?

J: Ja…

K: Vil dere prøve med et par til?

G: Ja!

J: Vi kan jo prøve ja.

G: Med forskjellige tall eller en annen måte å løse det på?

K: Nei, det… Dere kan gjøre det på den måten dere vil.

G: 24 og 2 da.

J: Ja, hehe. Skal vi ta 24, sånn at …. Hva var dette? Tennisballer. Vi kan jo ta den til pingpongballer og den til tennisballer? Og bare gjøre om det sånn?

G: Da må vi dele smått igjen. Da må vi dele 3 på 2, og det går jo ikke.

J: Å ja.

G: Da blir det så mange kommatall.

K: Vil helst ha hele baller.

G: Hehe, ja en og en halv tennisball. Men hvis du tar 24 deler på 3 ganger 5. Så 2 deler på 2 ganger 7, blir til 1 ganger 7 som da blir 7.

J: Mhm. 47.

G: Det blir rett tror jeg.

K: Ser dere noe mønster her?

G: Ja, det blir jo…

K: Går det an å lage noe generelt, for å finne ut hvor mange løsninger det faktisk er?

G: Hvis du tar antallet golfballer gange med verdien av fem tennisballer i golfballer gange tennisballer. Så hvis du har 24 golfballer, og skal bytte om dem til tennisballer, så vet du at 3 golfballer er verdt 5 tennisballer. Det blir 24 deler på 3 ganger 5.

K: Men hvordan vet dere at det går med 24 og 2?

G: Fordi vi må se på hvor mange golfballer det er, og hvis det er f.eks. 3 her da. Så er 24 med i 3-gangen og 2 er med i 2-gangen.

J: Tar de to gangene ja.

K: Men hvordan finner dere ut det da? Bare tar det i hodet?

G: Tja, kan jo gangen.

K: Så bra! Kan jeg få to løsninger til bare?

J: Ja… Skal vi ta…

G: Prøve med 6 og 20?

J: Ja.

G: 6 dele på 3 ganger 5, og så blir det 20 dele på 2 gange med 7. Det blir 70. Deler på 2 gange med 7, det blir 70.

J: Er det rett? Altså åtti.

G: Og hvis vi tar 9 gange, nei… 12 har vi tatt.

J: Vent da. 15 da? Eller?

G: Vi kan prøve det. For hvis vi tar 15… og så 11. For da må vi dele den i to og da får man jo en halv da bare. 15 ganger 3, nei deler på 3 ganger 5, er 25 ja. 11 ganger, nei deler på 2 ganger 7, det blir 5,5 ganger 7, det blir…

J: 38 og en halv!

G: 38 og en halv ja.

K: Det siste svaret der, er dere fornøyde med det?

G: Nei. Det ble en halv ball.

K: En halv ball ja, hmm… Men hvis dere bare skal ha hele baller?

J: Da må vi fjerne den halve.

K: Fjerne den halve ja, men kan dere bruke 15 og 11 da eller?

Begge: Nei.

K: Kanskje det er noen andre tall dere kan bruke?

G: Hvis vi tar 9 så blir det 17 igjen da. Hvis vi tar 12, det har vi brukt. 15 brukte vi. 18…

J: Enn 10?

G: 10?

J: 10 og 16!

G: 10 og 16… Vi kan prøve! Men jeg tror vi får halve tall da skjønner du. 10 deler på 3.

J: Det blir 3,33333 og så videre.

G: Sikker på at 10 deler på 3 ganger 5?

J: Vi kan jo prøve da? Nei, 16,6666…. Det runder vi opp til 16,7.

G: Ja. Og så dette blir 16 delt på 2, 8 gange 7 som blir 56. Men vi kan ikke bruke denne fordi den andre blir en halv ball.

J: Nei.

K: Det svaret da. Er dere fornøyde med det?

G: Nei. Eller det er rett svar, men det går ikke an å bruke det fordi han skal mest sannsynlig ha hele baller.

K: Nå er dere inne på det jeg vil dere skal innpå skjønner dere.

J: Jaha.

G: Nei, for det at du kan ikke bruke opp mer tall. Fordi du kan kun bruke tallene som er opp til 26 i 3-gangen og 6-gangen.

K: Har dere funnet alle løsningene?

G: Jeg tror det.

J: Vi kan jo klare det her også da, hvis vi gjør om… Flytter på dem liksom.

K: Hvordan kan dere sjekke om dere har brukt dem opp? Om dere har funnet alle løsningene?

G: Vi kan jo bruke 4 på den til høyre, men da blir det jo… Skal vi se. 22. Og da blir det heller ikke.. Vi har brukt opp alle løsningene det går an å få hele tall på tror jeg.

K: Tror du det?

G: Mhm. Fordi vi har brukt opp alle i 3-gangen og da finner du ut hvis du har brukt opp alle der. Så hvis vi bruker noen andre der så blir det ikke hele tall.

K: Genialt! Jeg er veldig fornøyd jeg altså. Har vi noen flere spørsmål der? Nei, da stopper vi her.