MASTEROPPGAVE

Emnekode: MAT5006_1

Navn: Sigurd Skorstøl og Ole Fredrik Moen

Samspillet mellom stokastisk forståelse og samtaletype.

Dato: 18.05.2022

Totalt antall sider: 74

NORD universitet

www.nord.no

Innhold

Forord

Masteroppgaven markerer slutten på våre 5 år som lærerstudenter. Studietiden ved Nord Universitet har vært spennende og lærerik. Den har påvirket oss positivt som personer, og som fremtidige lærere. Arbeidet med masteroppgaven har gitt oss muligheten til å få en dypere forståelse innenfor flere fagfelt i matematikk, i tillegg til pedagogikk generelt. Dette vil vi ha god nytte av i våre fremtidige lærerjobber.

Vi vil takke flere personer for god støtte og hjelp til dette forskingsprosjektet. Først og fremst vil vi takke våre veiledere, Edgar Alstad og Antoine Julien, for å dele sine kunnskaper og erfaringer rundt slike prosjekter med oss. De har også kommet med konstruktiv kritikk og gode tilbakemeldinger som har vært til stor hjelp. Vi også rette en stor takk til foreldre som korrekturleste vår oppgave. I tillegg setter vi pris på læreren som ga oss lov til å gjennomføre prosjektet i sin klasse, samt elevene som deltok. Sist, men ikke minst vil vi takke våre samboere som har vært gode samtalepartnere gjennom arbeidet med prosjektet.

Levanger, mai 2022

Sigurd Skorstøl og Ole Fredrik Moen

Abstrakt

Formålet med denne masteroppgaven var å finne ut om det er en sammenheng mellom hvordan elevene kommuniserer og hvilken stokastisk forståelse de har, i arbeid med rike oppgaver. Utgangspunktet var problemstillingen "**Hvordan samspiller stokastisk forståelse og ulike samtaletyper i arbeid med rike oppgaver?". **Ut ifra denne problemstillingen utarbeidet vi et forskningsdesign som skulle avdekke elevenes samtaletyper og stokastiske forståelse i arbeidet med rike oppgaver.

Gjennom oppgaven presenterer vi relevant teori og forskning, som er med på å belyse datamaterialet vårt. Datainnsamlingen ble gjort i form av lydopptak av elever på 8.trinn. Utvelgelsen av elever ble gjort på en skole i Trøndelag. Vi brukte en kvalitativ forskningstilnærming. Resultatene og analysen ble gjort på bakgrunn av totalt ni lydopptak, av elever som arbeidet i grupper på to og to.

Vår analyse viser at elevenes stokastiske forståelse påvirker hvilken samtaletype de bruker. Elever med høyt stokastisk nivå (3 eller 4) bruker som regel samtaletypen ET, som er samtaletypen med størst læringspotensial. På samme måte bruker elever som er på et lavt stokastisk nivå (1 eller 2) i stor grad samtaletypen CT, og til en viss grad DT. Vi finner ikke nok grunnlag i datamaterialet for å konkludere med at samtaletypen kan påvirke forståelsen, men diskuterer rundt mulige årsaker til dette i diskusjonsdelen av oppgaven. Selv om vi ikke fant nok grunnlag til å trekke denne konklusjonen, er det viktig å nevne at vi fant et tilfelle som tyder på at samtaletypen kan påvirke elevenes stokastiske forståelse.

Abstract

The aim of our masters' thesis was to explore whether there is a connection between students' communication and their probabilistic thinking working with rich tasks. Our base for this research is located around the research question: "**How is the connection between students' probabilistic thinking and what types of communication they use working with rich tasks?**" Based on this question, we developed a research design to enlighten students' types of communication and their probabilistic thinking working with rich tasks.

There is an introduction of relevant theory and research to enlighten our own data. The data was collected by recording eight grade students. The selection of people included students from a school in Trøndelag. We used a qualitative approach. The results and the analysis were based on nine recordings, where the students were divided into pairs.

Our analysis shows that students' probabilistic thinking affects which type of communication they use. Students with a high level of probabilistic thinking (level 3 or 4) usually uses ET, which is the type of communication with the highest learning potential. Students with a low level of probabilistic thinking (level 1 or 2) usually uses a type of communication called CT, and sometimes DT. We do not have substantial evidence to prove that the type of communication will affect students understanding, but we discuss the reason for this. Even though we did not find enough proof to conclude with this, there were signs that the type of communication could affect students' probabilistic thinking in one case.

1.0 Innledning

Denne masteroppgaven inneholder seks kapitler. Det første kapitlet er innledning med bakgrunn for problemstilling og avklaring av begreper. I kapittel 2 redegjør vi for teorien vi har som grunnlag for våre analyser, og i kapittel 3 ser vi på vår metode. Resultatene og analysene kommer i kapittel 4, før vi diskuterer våre funn i kapittel 5. I tillegg kommer vi i kapittel 5 med forslag til videre forskning. Til slutt kommer avslutningen på vår oppgave i kapittel 6 der vi oppsummerer det viktigste.

1.1 Bakgrunn for valg av tema og problemstilling

Undervisning i matematikk er et tema som ofte blir diskutert i utdanningssammenheng. Særlig aktuelt er problemstillingen rundt hvilken tilnærming man skal ha til undervisningen. En diskusjon går på om man skal bruke en utforskende tilnærming eller om man skal følge den tradisjonelle måten å undervise matematikk på. Spørsmålet er hva som gir størst læringsutbytte for elevene, og hvilken undervisning gjør at de tar med seg nyttig kunnskap ut i samfunnet etter endt skolegang. I den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2020) er det økt fokus på hvilke kunnskaper elevene skal sitte igjen med etter endt skolegang, for å være best mulig rustet for samfunnet de skal leve i. Blant annet er kommunikasjon en sentral kompetanse elevene skal utvikle, ifølge kjerneelementet "Utforsking og problemløysing" i kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2020). Her er vi inne på bakgrunnen for vårt temavalg. Vi ønsker å se nærmere på elevenes forståelse og kommunikasjon i matematikk, og se om det er en sammenheng mellom disse to.

I det siste tiåret har utforskende undervisning vært i vinden. Noe man også tydelig ser i den nye læreplanen, der utforskning har fått en viktig rolle i flere fag (Utdanningsdirektoratet, 2020). I matematikk finner vi blant annet rike oppgaver, eller rike problem, som et eksempel på den utforskende undervisningen. Undervisning med rike problem er det vi har brukt som grunnlag for å undersøke elevenes forståelse og kommunikasjon. Derfor har vi satt oss inn i hva en rik oppgave er, og hvilke krav som stilles til denne type oppgaver. Her er elevenes forståelse sentral. Det passer godt inn i vår problemstilling, som har elevenes forståelse i tillegg til kommunikasjon som fokus. Årsaken til at vi velger å se på kommunikasjon, er at vi mener dette er en sentral del av utforskende undervisning. Som tidligere nevnt, er også kommunikasjon en sentral kompetanse som eksplisitt står beskrevet i den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Vi mener derfor at kommunikasjon er et område som er viktig å belyse.

I utarbeidelsen av en problemstilling er det flere spørsmål vi har stilt oss. Et par forskningsspørsmål som har vært sentrale i vårt prosjekt, er hvordan elevene kommuniserer og hvilken stokastisk forståelse de har. Som følge av dette har vi også stilt oss spørsmål om det kan finnes en sammenheng mellom de to variablene. En av våre hypoteser er at utforskende undervisning, ved blant annet bruk av rike oppgaver, vil stimulere elevene til å kommunisere med hverandre. Sammen med en hypotese om at arbeid med rike oppgaver gir elevene større muligheter til en dypere forståelse, mener vi at rike oppgaver er et naturlig grunnlag for vår forskning. Bakgrunnen for denne hypotesen er at rike oppgaver legger opp til at elevene må utvikle egne metoder for å løse problemet. Ett av kjennetegnene til rike oppgaver, er at det skal finnes flere ulike strategier som fungerer for å løse det (Hagland et al. 2005). Derfor vil elevene i arbeid med rike oppgaver kunne lære mye når de utveksler sine idéer med hverandre. Med andre ord er altså kommunikasjon mellom elevene en viktig faktor. Vi er da inne på en annen hypotese vi har. Nemlig at elevene bruker et mer hverdagslig språk når de arbeider med rike oppgaver. Noe av grunnen til dette kan eventuelt være at elevene ikke arbeider ut ifra en innlært prosedyre, men utvikler i stedet strategier på egenhånd. De slipper derfor å bruke ord de egentlig ikke forstår. Terskelen for å kunne komme med sine egne ideer blir derfor lavere, og gir alle elevene bedre forutsetninger for å kunne lykkes. Med utgangspunkt i dette, har vi utviklet en problemstilling vi ønsker å undersøke. Vår problemstilling er: "**Hvordan samspiller stokastisk forståelse og ulike samtaletyper i arbeid med rike oppgaver?**".

1.2 Begrepsavklaring

I den følgende delen skal vi avklare en del begreper som er sentrale i vår oppgave. Noen begreper bruker vi i vårt dagligdagse språk, som for eksempel begrepene kommunikasjon og forståelse. Vi vil likevel avklare hva vi legger i de sentrale begrepene for vår oppgave, for å tydeliggjøre hva vi legger vekt på. Dette var blant annet viktig når vi utviklet undersøkelsen vi gjennomførte. Vi måtte da avklare hva vi legger i begrepet rike oppgaver, for å kunne velge ut riktig type oppgaver. La oss se nærmere på akkurat dette begrepet.

1.2.1 Rike oppgaver

Rike oppgaver i matematikk er et begrep som blir omtalt av flere. I den engelske litteraturen omtales det ofte som "rich tasks" (Boaler & Dweck, 2015, s 57), mens det i svensk litteratur blir omtalt som "rika matematiska problem" (Hagland et al., 2005, s.28). Engelsk litteratur bruker altså ordet "oppgaver" der den svenske bruker "problem". Vi velger å bruke betegnelsen rike oppgaver. Selv om det blir brukt ulike begrep, finner vi flere fellestrekk i hva de mener en rik oppgave, eller et rikt problem, skal inneholde. Derfor velger vi å trekke ut det vi mener er de viktigste kjennetegnene for å lage vår egen definisjon av begrepet rike oppgaver. I korte trekk kan man forklare begrepet med at det er en type oppgave som blir brukt i matematikkundervisning. Oppgavene skiller seg fra de tradisjonelle oppgavene i matematikk. Særlig ved at oppgavene ikke krever at læreren skal lære elevene en bestemt strategi de skal bruke for å løse oppgaven på forhånd. Det legges heller vekt på at elevene skal komme frem til sine egne strategier gjennom utforskende arbeid. Vi vil gå mer i dybden på rike oppgaver senere i oppgaven.

1.2.2 Kommunikasjon

Forskningsspørsmålene våre handler også om begrepet kommunikasjon. Dette er et omfattende begrep, som det finnes mange tanker og teorier om. Kommunikasjon kan være både muntlig og skriftlig (Brendefur & Frykholm, 2000). Den skriftlige kommunikasjonen er ikke relevant for vår oppgave, siden våre resultater stammer fra lydopptak, og vi velger derfor å fokusere på den muntlige kommunikasjonen. For muntlig kommunikasjon i matematikk, mener vi at dialoger, diskusjoner og argumentasjoner er veldig sentralt. Kazemi og Hintz (2019) skriver om hvor stor betydning den muntlige samtalen mellom lærer-elev og elev-elev har for hvordan elevene lærer matematikk. Det har ikke bare stor betydning for elevenes forståelse, men også hvordan de selv oppfatter seg selv som matematiske tenkere. Wæge og Nosrati (2015) påpeker også viktigheten av kommunikasjon og diskusjon i matematikk, for at elevene skal utvikle relasjonell forståelse i faget. Blant kjerneelementene i den nye læreplan for matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020), blir resonnering og argumentasjon vektlagt som viktige elementer for elevenes læring. Selv om vi er enige i at kommunikasjon kan være mer enn bare muntlig kommunikasjon, er det nettopp den muntlige tilnærmingen til begrepet kommunikasjon vi velger å bruke i vår oppgave. Nærmere bestemt den muntlige kommunikasjonen mellom elev-elev.

1.2.3 Forståelse

Forståelse er et annet begrep som kan defineres på ulike måter. I vår undersøkelse er det elevenes stokastiske forståelse vi er interesserte i. Forståelse i matematikk er grovt delt inn i to kategorier. Relasjonell og instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Kort forklart er en relasjonell forståelse en dypere og mer inngående forståelse enn en instrumentell. Instrumentell forståelse handler i stor grad om å lære seg algoritmer, for så å bruke de på oppgaver, uten særlig forståelse for hva de faktisk gjør. Relasjonell forståelse er den forståelsen Skemp (1976) mener vi burde ønske at elevene skal ha. Flere, blant annet Skemp

(1976), mener at instrumentell forståelse ikke er forståelse. Vi deler dette synet i vår definisjon av forståelse, og kommer senere tilbake til begrepene instrumentell og relasjonell forståelse. Vi mener at forståelse i matematikk handler om å ha inngående kunnskaper om ulike matematiske idéer. Forståelse handler om å vite hvorfor ulike strategier fungerer, ikke bare ha kjennskap til strategier og deres fremgangsmetode.

2.0 Teori

I denne delen av prosjektet finner vi litteratur og forskning som er aktuell for vår problemstilling. Dette bygger vi opp ved å starte med et grunnlag for hvordan kommunikasjon og matematikk foregår i klasserommet, og gradvis spisse det inn mot vår problemstilling.

Det første vi skal inn på, handler om hvordan elevene tilegner seg kunnskap, og vi ser derfor nærmere på læringssyn og hvordan dette påvirker elevene. Det finnes mange syn på læring, men i nyere pedagogisk psykologi har særlig sosiokulturell teori en sentral plass (Imsen, 2017, s. 46). Tyngden på denne teorien ligger på at mennesker lærer og utvikler seg ved bruk av språket, og i sosial samhandling. Denne teorien vil gi et grunnlag for læringssynet i vår oppgave, der våre funn blir analysert i lys av denne. Siden vi gjennomførte undersøkelsen med smågrupper i et klasserom, er dette læringssynet svært aktuelt. I tillegg skal vi se på flere kilder som omhandler kommunikasjon. Dette er viktig for å få en forståelse av samtalene i gruppene, der man med et reflektert syn kan utforske kommunikasjonen til elevene. Det kan for eksempel ligge mange gode matematiske idéer bak argumentasjonen i gruppene, der kunnskap rundt dette gir oss bedre oversikt.

2.1 Læringsprosessen i matematikk

For å forstå hvordan læringsprosessen i matematikk fungerer, er det mulig å studere de ulike læringsteoriene som er utviklet gjennom historien. Som lærer vil undervisningen bli påvirket av hvordan man tror at mennesker lærer, det kan stamme fra en eller flere av læringsteoriene som finnes (Van de Walle et al., 2020). Teorier om konstruktivisme og sosiokulturell læringsteori har blitt viktig for hvordan matematikkfaget blir undervist. Disse teoriene er viktige hver for seg, men viktige elementer fra begge kan gi oss et helhetsinntrykk på hvordan synet på læring kan hjelpe oss med å forstå hvorfor undervisningen bør gjennomføres som den gjør.

Konstruktivismen er bygd på Jean Piaget sitt arbeid på 1930 tallet, og har fotfeste i dagens samfunn. Denne teorien går ut på at mennesker tilegner seg kunnskap gjennom å konstruere egen læring. I undervisningssammenheng kan derfor ikke læreren "fylle på med kunnskap" hos elevene gjennom å forklare hvordan han/hun forstår det, men det må skje en prosess hos eleven der de gjør en endring i sine kognitive skjema (Van de Walle et al., 2020). Elevene sitt kognitive skjema består av deres kunnskap og virkelighetsforståelse, og dette endres i arbeid som kan utfordre den tidligere forståelsen i et emne. Hvis elevene tilegner seg ny kunnskap, kan denne enten knyttes opp mot tidligere kunnskap, eller erstatte/modifisere denne kunnskapen. Denne teorien leder til en undervisning der elevene i stor grad er aktive i egen læring. Det vil ifølge denne læringsteorien ikke fungere like godt med forelesninger fra læreren. Undervisningen vil heller være preget av arbeid og kommunikasjon fra elevene, som kan påvirke deres kognitive skjema. I overordnet del i læreplanen er det en egen overskrift som heter: «Skaperglede, engasjement og utforskertrang» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Denne inneholder blant annet at "skolen skal respektere og dyrke fram forskjellige måter å utforske og skape på". Denne delen av læreplanen stemmer overens med noe av det den konstruktivistiske teorien går ut på.

Problemet med denne kognitive konstruktivismen er at den i mindre grad tar hensyn til at læring skjer i sosiale omgivelser (Imsen, 2017). Sosialkonstruktivisme er et læringssyn som har konstruktivismen i bunn, men tar også hensyn til det sosiale perspektivet. Kunnskap og læring må sees på i sammenheng med språket, kulturen og det sosiale fellesskapet vedkommende er i. Denne teorien har blitt godt etablert i pedagogisk sammenheng, og kan godt knyttes opp mot klasseromskontekster. Den sosiokulturelle læringsteorien har flere likhetstrekk med den sosialkonstruktivistiske teorien, ved at man ser på læring gjennom en sosial samhandling der språket blir brukt i utviklings- og læringsprosessen. I tillegg til dette, er det en teori innenfor det sosiokulturelle som blir kalt den proksimale utviklingssonen. Det går i korte trekk ut på hvilke muligheter man har til å tilegne seg kunnskap i emnet på egenhånd, og hvilke muligheter man har til å tilegne seg kunnskap med hjelp av en person som har mer kunnskap i emnet enn en selv.

Aspekter ved alle disse teoriene danner til sammen et grunnlag for hvordan matematikkundervisningen kan foregå. Van de Walle et al. (2020) snakker om viktigheten av at elever arbeider med samme idéer i undervisningssammenhengen. På denne måten vil diskusjoner i klasserommet (elev-elev eller lærer-elev) fremprovosere reflekterende tenking hos elevene. De vil da til stadighet enten utvide eller endre sitt kognitive skjema i kommunikasjonen med sine medelever eller lærere.

2.2 Relasjonell og instrumentell forståelse

Forståelsen elevene har i matematikk er som nevnt vanlig å dele inn i to kategorier: relasjonell og instrumentell forståelse. Skemp (1976) omtaler disse to begrepene når han forklarer hva han mener ligger i dem. Han påpeker at han lenge mente det fantes bare én type forståelse, og at dette var likt det som omtales som relasjonell forståelse. Med dette mener han at instrumentell forståelse ikke kan forbindes med forståelse. Skemp (1976) mener at forståelse er å både vite hva man skal gjøre og samtidig vite hvorfor man skal gjøre det. Det er nettopp dette relasjonell forståelse handler om. Den instrumentelle forståelsen handler om at man bruker regler uten å nødvendigvis kunne begrunne eller forstå hvorfor. Dette kan kjennes igjen i arbeid i skolen, der elevene får se eksempler i boka på hvordan oppgavene skal løses og deretter løse liknende oppgaver på samme måte. Denne typen oppgaver er det Hagland et al. (2005) beskriver som rutineoppgaver. Elevene har blitt kjent med en løsningsstrategi, der de skal reprodusere denne i oppgaver som skal løses på samme måte. Skemp (1976) mener at relasjonell forståelse ikke kan bli bygd på denne måten, da denne typen forståelse har et viktig aspekt ved at det reflekteres rundt hvorfor oppgaven kan løses slik. Eventuell instrumentell forståelse hos elevene blir ikke særlig omtalt videre i vår oppgave, og det er relasjonell forståelse vi bygger prosjektet på.

2.3 Rike oppgaver

Det stilles en del krav til hva en rik oppgave er, og hva den skal inneholde (Boaler & Dweck, 2015; Hagland et al.,2005; Wolf, 2015). Forskere og teoretikere omtaler rike oppgaver både direkte, men også indirekte når de snakker om andre begreper som ligner på begrepet rike oppgaver. Vi har derfor sett på hvilke kriterier ulike forfattere kommer med. I tabellen under har vi laget en liten oversikt med et lite utvalg forfattere og hva de mener kjennetegner en rik oppgave.

Hvem?	Hagland, Hedrén og Taflin (2005)	Boaler & Dweck (2015)	Wolf (2015)
Deres kjennetegn	Oppgaven eller problemet skal introdusere store matematiske ideer eller strategier.	Problemet skal være åpent for at elevene skal kunne bruke en utforskende tilnærming.	Problemet skal være autentisk. Dette er ikke et krav, men en

på rike oppgaver			fordel. Det viktigste er at det er interessant for elevene å løse.
	Problemet skal være forståelig for alle, slik at alle har mulighet til å få til noe.	Problemet skal være forståelig for alle, slik at alle har mulighet til å få til noe. De bruker begrepet «lower floor, higher ceiling», som altså vil si at det skal være mulig for alle å løse det, men det skal også være utfordrende for alle.	Problemet skal være forståelig for alle, slik at alle har mulighet til å få til noe.
	Problemet skal utfordre alle, arbeidet med å løse det skal kunne ta tid.	Problemet skal utfordre alle, arbeidet med å løse det skal kunne ta tid.	Problemet skal utfordre alle, arbeidet med å løse det skal kunne ta tid.
	Det skal finnes flere måter å løse å problemet på. Man skal altså kunne bruke ulike strategier og matematiske ideer for å komme frem til en løsning.	Det skal finnes flere måter å løse å problemet på. Man skal altså kunne bruke ulike strategier og matematiske ideer for å komme frem til en løsning.	Det skal finnes flere måter å løse å problemet på. Man skal altså kunne bruke ulike strategier og matematiske ideer for å komme frem til en løsning.
	Problemet skal legge til rette for at man i etterkant skal kunne ha en matematisk diskusjon. Diskusjonen skal være rundt de ulike strategiene, ideene og representasjonene som blir brukt for å løse problemet.	Oppgaven burde inneholde et krav om at elevene skal overbevise hverandre og begrunne sine strategier.	Oppgaven skal legge til rette for samarbeid og diskusjon. Dette ut ifra perspektivet om at elevene kan lære fra å høre på hverandre.
	Problemet skal knytte sammen ulike matematiske områder, og fungere som en brobygger mellom disse.		Problemet skal gjøre elevene engasjerte, nysgjerrige og stimulere til kreativitet.

	Arbeidet med problemet skal føre til at man lager seg nye problemer.		Det er en fordel om det er mulig å bygge på (utvide) problemet.

Figur 1.

2.3.1 Hvordan undervise med rike oppgaver

Minst like viktig som oppgavene i seg selv, er hvordan man bruker oppgavene i sin undervisning. Van de Walle et al. (2020) kommer med tre ulike måter å undervise problemløsning i matematikk på. Siden et viktig aspekt ved rike oppgaver er at de inneholder problemløsning, kan vi se på begrepene Van de Walle introduserer for undervisning i problemløsning. Han kommer med tre ulike tilnærminger; a) å undervise for problemløsning, b) å undervise om problemløsning og c) å undervise gjennom problemløsning. Det kommer implisitt frem at Van de Walle (2020) mener at det siste punktet er det man burde gjøre. Den første tilnærmingen kan vi finne igjen i flere lærebøker som blir eller tidligere ble brukt i skolen. Å undervise for problemløsning handler om å lære elevene en strategi de skal bruke når de senere skal løse oppgaver. Dette blir altså en form for problemløsning der elevene bare må finne ut hvilken strategi de skal bruke, ikke utvikle den selv. En slik tilnærming stemmer ikke overens med det Hagland et al. (2005) mener problemløsning og rike oppgaver burde være. En av de klare svakhetene med en slik tilnærming vil være at elevene vil kunne bruke strategiene de har lært på forhånd uten å forstå verken hvordan de fungerer eller hvorfor de skal brukes. Vi har selv erfaring med dette fra praksisfeltet, der elevene velger en strategi de tror fungerer og putter inn tallene som står i oppgaven, uten en gang å ha lest hva oppgaven handler om. Virkelig gode problemløsere stiller seg selv nøkkelspørsmål om den gitte og ukjente informasjonen i oppgaven (Chapin et al., 2003). Disse menneskene evaluerer egen problemløsing i prosessen, der de stadig reflekterer over egne valg som er gjort i oppgaven.

Å undervise for problemløsning er punkt b). I denne tilnærmingen skal man lære elevene hvordan de skal løse problemer. Tilnærmingen handler i stor grad om at læreren skal være til støtte for elevene. For eksempel ved å veilede elevene til å bruke tegninger eller modeller. Elevene skal så langt det lar seg gjøre bruke en metode som fungerer best for seg selv. Her kommer Van de Walle med et viktig poeng som også leder til punkt c): det er viktig at man ikke tar bort problemløsningen fra problemløsningsoppgaver ved å lære elevene en metode for å løse den på forhånd eller underveis i arbeidet. Læreren skal heller stille elevene spørsmål som er med på å rettlede de til å lage en egen strategi. Noe av de samme tankene finner vi i punkt c), som er å undervise gjennom problemløsning. Denne tilnærmingen legger vekt på at elevene skal arbeide utforskende for å oppdage viktige matematiske strategier og ideer. Vi ser altså fellestrekk mellom denne tilnærmingen til undervisning, og det vi tidligere skrev om hva en rik oppgave er. Cai (2010) er inne på noe av det samme når han skriver at elevene lærer matematikk gjennom å gjøre matematikk, og gjennom å gjøre matematikk lærer de matematikk. Ved å la elevene arbeide utforskende, vil de kunne arbeide med matematiske ideer de ikke vet finnes, gjennom å bruke sine egne metoder (Van de Walle et al., 2020). Når læreren i etterkant kan dra sammen de viktige ideene elevene kommer med, og sette det i sammenheng med de store matematiske ideene læreren vil at elevene skal forstå, har elevene en større mulighet til å få en relasjonell forståelse for dette. Punkt a) er en slags motpol til denne tilnærmingen. Der vil elevene bli fortalt en strategi de skal lære. De arbeider seg ikke frem til den på egenhånd, og lærer ikke gjennom å gjøre matematikk. Dette vil kunne føre til at flere elever får en instrumentell forståelse, og ikke relasjonell. Læreren må altså tenke gjennom hvordan undervisningen blir lagt opp. I tillegg må læreren tenke gjennom sin rolle i undervisningen.

2.3.2 Lærerens rolle i utforskende undervisning

Læreren sin rolle i utforskende undervisning kan være omfattende, der både planlegging, gjennomføring og evaluering inngår (Chapin et al., 2003). Under planleggingen bruker læreren blant annet tiden på å identifisere de store idéene som inngår i oppgaven, og finne mulige misoppfatninger elevene kan ha. Selv om økta er nøye planlagt, består fortsatt gjennomføringen av improvisasjon, der man umulig kan forutse akkurat hva som vil skje i undervisningen, og om alt går etter planen. Etter økta er ferdig er det viktig å reflektere over matematiske idéer, påstander og argumenter som kom frem i økta.

Under selve gjennomføringen kan læreren få mange spørsmål, og han/hun har en veiledende rolle, der vedkommende hjelper elevene uten å gi elevene en løsningsstrategi de må eller kan bruke. For å veilede elevene til å utvikle sin matematiske tenking og deres læring, har Chapin et al. (2003) funnet fem kommunikasjonsverktøy.

1. Gjentakelse (Læreren gjentar deler av, eller hele resonnementet til en elev).

2. Eleven gjentar hva en annen elev sa, med egne ord.

3. Eleven bygger sine egne idéer på en annen elev sine idéer (Læreren spør om han/hun er enig eller uenig, og hvorfor).

4. Fremprovosere videre deltakelse (Ved å spørre om noen har noe å legge til)

5. Bruke tid (Elevene må få tid til å utrykke hva de skal si).

Disse kommunikasjonsverktøyene som læreren bruker, kan både fremme matematisk tenking, fremme elevdeltakelsen og samtalen mellom elever, og danne et klasserom hvor alle har mulighet til å delta med sine tanker. Læreren sin rolle vil være avhengig av klasseromssituasjonen, der vedkommende enten kan snakke med hele klassen, elevgrupper eller enkeltelever. Alle punktene har hver sin funksjon, og til sammen vil man som lærer ha mange verktøy å bruke i undervisningen. Kommunikasjonsverktøyene er rettet mot elevdeltakelse, der læreren sin jobb vil være å få elevene til å utvikle sin forståelse gjennom refleksjon og kommunikasjon i arbeidet med oppgaven. Ingen av punktene går ut på at læreren skal "gi sin kunnskap" til elevene, men har en veiledende rolle i deres egen konstruksjon av læring.

Van de Walle et al (2020) har strukturert et rammeverk for lærerens rolle i klasserommet for å fremme elevene sin læring.

TABLE 3.1 EIGHT MATHEMATICAL TEACHING PRACTICES THAT SUPPORT STUDENT LEARNING.

Teaching Practice	To Enact the Mathematics Teaching Practice, a Teacher:
1. Establish mathematics goals to focus learning	• Articulates clear learning goals that identify the mathematics students will learn in a lesson or lessons. • Identifies how the learning goals relate to a mathematics learning progression. • Helps students understand how the work they are doing relates to the learning goals. • Uses the articulated goals to inform instructional decisions involved in planning and implementation.

2. Implement tasks that promote reasoning and problem solving	• Selects tasks that:
	  • Have maximum potential to build and extend students' current mathematical understanding.
	  • Have multiple entry points.
	  • Require a high level of cognitive demand.
	• Supports students to make sense of and solve tasks using multiple strategies and representations, without doing the thinking for the students.

3. Use and connect mathematical representations	• Supports students to use and make connections between various representations. • Introduces representations when appropriate. • Expects students to use various representations to support their reasoning and explanations. • Allows students to choose which representations to use in their work. • Helps students attend to the essential features of a mathematical idea represented in a variety of ways.
4. Facilitate meaningful mathematical discourse	• Facilitates productive discussions among students by focusing on reasoning and justification. • Strategically selects and sequences students' strategies for whole class discussion. • Makes explicit connections between students' strategies and ideas.

5. Pose purposeful questions	• Asks questions that
	  • Probe students' thinking and that require explanation and justification.
	  • Build on students' ideas and avoids funneling (i.e., directing to one right answer or idea).
	  • Make students' ideas and the mathematics more visible so learners can examine the ideas more closely.
	• Provides appropriate amounts of wait time to allow students to organize their thoughts.

6. Build procedural fluency from conceptual understanding	• Encourages students to make sense of, use, and explain their own reasoning and strategies to solve tasks. • Makes explicit connections between strategies produced by students and conventional strategies and procedures.
7. Support productive struggle in learning mathematics	• Helps students see mistakes, misconceptions, naïve conceptions, and struggles as opportunities for learning. • Anticipates potential difficulties and prepares questions that will help scaffold and support students' thinking. • Allows students time to struggle with problems. • Praises students for their efforts and perseverance in problem solving.
8. Elicit and use evidence of student thinking	• Decides what will count as evidence of students' understanding. • Gathers evidence of students' understanding at key points during lesson. • Interprets students' thinking to gauge understanding and progress toward learning goals. • Decides during the lesson how to respond to students to probe, scaffold, and extend their thinking. • Uses evidence of students' learning to guide subsequent instruction.

Source: Based on Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success For All (NCTM), © 2014.

Figur 2 (Van de Walle et al., 2020).

Her er det listet opp åtte punkt med underpunkter, som viser grep læreren kan gjøre for å veilede eleven til læring. Punkt 3 på denne figuren handler om å bruke og knytte sammen matematiske representasjoner. Ett av kriteriene for hva en rik oppgave er, er at den skal kunne løses med ulike strategier og med bakgrunn i ulike matematiske idéer. I tillegg handler ett av kriteriene om diskusjoner rundt strategiene som har blitt brukt. Punkt 3 i figur 2 handler om hvordan læreren kan fremprovosere denne typen tenking (bruke og knytte sammen matematiske representasjoner).

Punkt 5 i figur 2 handler om å stille meningsfulle spørsmål. Det handler blant annet om at læreren stiller spørsmål på bakgrunn av idéene til elevene, fremfor å stille ledende spørsmål som kan føre til en bestemt fremgangsmåte. Dette er også sentralt i arbeid med rike oppgaver. Siden et kriterium for en rik oppgave er at den skal kunne løses på ulike måter, med ulike strategier og representasjoner, vil spørsmålene fra læreren være viktige for å spille videre på idéene til elevene, slik at oppgaven kan bli løst på forskjellige måter.

Punkt 3 og 5 som nevnt eksempelvis, utgjør kun to av åtte punkter fra rammeverket til Van de Walle et al. (2020). Omfanget av hvert enkelt punkt synliggjør hvor stor lærerens rolle i klasserommet er. I vår undersøkelse interagerer vi i svært liten grad med elevene, så det er veldig lite av rammeverket som blir praktisert i vår undersøkelse. Dette var for å vektlegge den rike oppgaven, og elevene sin kommunikasjon uten lærerens påvirkning. Det er derfor viktig å påpeke at lærerens rolle i det ordinære klasserommet er svært viktig.

2.4 Kommunikasjon i matematikk

2.4.1 Muntlig kommunikasjon

Å kommunisere i matematikk kan gjøres på flere måter, og ofte flere måter samtidig. En form for kommunikasjon i matematikk vil være muntlig kommunikasjon. Nettopp dette med muntlig kommunikasjon er en del av matematikkfaget, som ble forsterket gjennom læreplanreformen LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Et viktig punkt i den nye læreplanen er at elevene muntlig skal være i stand til å drøfte, diskutere og utvikle sine strategier med hverandre. Elevene skal altså skape matematisk mening gjennom samtaler med andre. Den muntlige kommunikasjonen er det vi har fokus på i denne oppgaven.

Muntlig kommunikasjon i matematikk baserer seg ofte på matematiske begreper eller ideer. Vi kan finne grunnlag for en slik påstand i kjerneelementene for matematikk i LK20, der det står følgende om kommunikasjon: ‘’*Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer*.’’ (Utdanningsdirektoratet, 2020). Beskrivelsen i læreplanen kan vi se på i lys av Vygotskys teori om spontane og vitenskapelige begreper (Vygotsky 2001). Dagligdagse begreper er de begrepene elevene lærer i sine daglige omgivelser utenfor skolen, for eksempel i samvær med foreldre eller venner. Kjennetegn på slike begrep er at de ofte er knyttet sammen med egne konkrete erfaringer. De er altså ikke abstrakte, i motsetning til de vitenskapelige begrepene.

Vygotsky mener at elevene må ha utviklet en viss forståelse for de dagligdagse begrepene, før de kan forstå hva som ligger i de vitenskapelige. Vi ser derfor harmoni mellom flere av Vygotsky sine tanker og arbeid med rike oppgaver. Når elevene arbeider med rike oppgaver, utvikler de sine egne strategier og begreper. De opparbeider seg derfor en forståelse for de spontane begrepene. Når læreren da trekker dette sammen med de vitenskapelige begrepene, vil elevene ha en større forutsetning for å kunne forstå disse (Vygotsky, 2001). Både samtaler som er preget av dagligdagse begreper, og samtaler som er preget av vitenskapelige begreper, betrakter vi derfor som en matematisk samtale.

Herbel-Eisenmann skriver om noe av det samme i sin artikkel om språkbruk i matematikkundervisning (Herbel-Eisenmann, 2002). Hun poengterer at det er viktig at det formelle språket i matematikk ikke blir påtvunget for tidlig i klasserommet. Hvis elevene bruker sitt dagligdagse språk, kan man bruke matematikken til å lage en sammenheng med det formelle språket som kan danne et grunnlag for arbeidet videre. Denne artikkelen inneholder lærerens viktige rolle i denne prosessen. Den veiledende læreren kan stille de riktige spørsmålene, for at det skal skje en refleksjonsprosess hos elevene. Selv om vår undersøkelse skal ta fokuset litt bort fra læreren, er fortsatt denne teorien svært interessant for oss. Grunnen til det er at vår hypotese på problemstillingen går ut på at elevene har et mer hverdagslig språk når de arbeider med utforskende oppgaver, og et mer formelt språk når de arbeider med tradisjonelle oppgaver i matematikk. Denne hypotesen kommer av egen erfaring i skolen, der vi i flere tilfeller har prøvd ut både utforskende og tradisjonell undervisning. Det har vært interessant å observere hvordan elevene i klassen som sliter med å pugge regler og formler i matematikk, viser mye interesse og kunnskap i utforskende arbeid. På dette grunnlaget velger vi å fokusere på observasjon av kommunikasjonen mellom elevene i arbeid med utforskende, rike oppgaver.

2.4.2 Språk som en hindring for kommunikasjon

I følge Vygotsky er språket et viktig verktøy for å utvikle begrepsforståelse (Vygostsky, 2001). Barn snakker ofte med seg selv når de leker eller holder på med andre aktiviteter. Vygotsky kaller dette egosentrisk tale, og han mener dette er en viktig del av barns språk og begrepsutvikling. Ettersom barn blir eldre avtar den egosentriske talen og går over til indre tale, og etter hvert til tenkning. Selv som voksne er dette noe vi har med oss. Ofte når vi blir stilt vanskelige spørsmål, kan vi plutselig begynne å “tenke høyt” (Høines, 2011). Når vi “tenker høyt” bruker vi et hverdagslig språk, eller i det minste et språk vi selv forstår. Vi velger et språk som vi synes gjør det enkelt å få uttrykt det vi vil få frem, og bryr oss ikke så mye om hvilke tolkninger mottageren gjør av dette. Fokuset ligger i å gjøre begrepene forståelige for oss selv. Først når vi har klargjort våre egne tanker, kan det bli aktuelt å forklare det på en annen måte til mottageren. Som Høines (2011) også påpeker, er det viktig at vi tar med oss dette inn i undervisningen. Det er viktig at elevene kan bruke sitt eget språk for å uttrykke seg best mulig. Her ser vi likheter med Herbel-Eisenmann (2002) sin tenkning om at det matematiske språket ikke skal bli påtvunget for tidlig på elevene. Høines skiller mellom språk av 1. og 2. orden for å forklare bakgrunnen for denne tankegangen. Om et begrep er språk av 1. eller 2. orden varierer fra person til person, og avhenger av hver enkelt sin forståelse av begrepet. Dersom et gitt begrep er lett forståelig, uten at man trenger å tolke det, kan man si at det er språk av 1.orden. Om man derimot ikke umiddelbart forstår hva som menes med begrepet, og ikke har særlige assosiasjoner rundt det, vil det være språk av 2.orden. Et eksempel på språk av 2.orden er når vi skal lære oss fremmedspråk. Vi kan høre et fransk ord, men vi har ikke peiling på hva det betyr og det gir ingen assosiasjoner. Språket er da av 2.orden. På samme måte kan vi tenke oss i matematikk. Noen begreper vet vi hva betyr, og vi har umiddelbare assosiasjoner til begrepene, mens andre har vi aldri hørt om før. Dersom vi forlanger at elevene skal bruke matematiske begreper før de vet hva de betyr, vil det bli som å forlange av oss selv at vi skal snakke fransk før vi har lært oss språket. Dette vil bare føre til mer forvirring for elevene. Samtidig vil det hindre elevene i å uttrykke sin forståelse, siden språket blir en hindring for kommunikasjon. En viktig del av undervisningen blir derfor å legge til rette for at elevene kan bruke sitt språk av 1.orden (Høines, 2011). Dette vil kunne føre til gode dialoger og diskusjoner mellom elevene. Samtidig er det viktig å påpeke at Høines mener at det er pedagogenes oppgave å gjøre språk av 2.orden forståelig for elevene.

2.4.3 Diskusjoner i matematikk

En viktig del av det å kommunisere i matematikk er å diskutere. Dette kan vi blant annet se i den nye læreplanen, der det eksplisitt står at elevene skal kunne diskutere seg frem til en felles matematisk forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020). Rike oppgaver skal stimulere elevene til å diskutere. Ett av kjennetegnene på en rik oppgave i matematikk, er at den skal kunne initiere en matematisk diskusjon (Hagland et al., 2005). Det er ulike faktorer som kan starte en diskusjon mellom elevene. En faktor kan for eksempel være at elevene har ulike strategier for å løse en oppgave (Hoyles, 1985). Elevene må da legge frem sin argumentasjon om hvorfor deres strategi fungerer. Likefult kan elevene også argumentere for hvorfor den andres ide ikke fungerer eller er like effektiv. Dette mener Holyes (1985) vil kunne føre til at elevene utvikler seg. I et sosiokulturelt læringssyn vil en slik teori passe godt inn. Likevel er det også viktig å påpeke at diskusjon i seg selv ikke automatisk fører til positiv utvikling. Dette vil avhenge av elevenes motivasjon, men også av mer komplekse faktorer, som for eksempel læringskultur og sosiale relasjoner.

2.4.4 Hvorfor diskutere matematikk

Klasseromsdiskusjoner fremmer elevenes læring og forståelse i matematikk (Chapin et al., 2003). Gjennom å diskutere matematikk i klasserommet, vil elevene få tilgang til ulike ideer, fakta og strategier. Dette er noen av faktorene Cahpin et al. (2003) mener har en direkte positiv innvirkning på elevenes læring i matematikk. I tillegg mener de at det å diskutere matematikk i klasserommet vil ha en indirekte positiv innvirkning, ved at det opparbeides et fellesskap i klassen. Et felleskap som fremmer læring. Å diskutere matematikk i klasserommet vil altså både være med på å legge til rette for at de grunnleggende faktorene for læring er på plass, samt være med på å fremme elevenes læring og forståelse. Med grunnleggende faktorer tenker vi i hovedsak på sosiale faktorer som må være til stede for at elevene skal kunne lære (Chapin et al., 2003). Dette er faktorer som trygghet, tilhørighet og respekt.

2.5 Sannsynlighet

Sannsynlighet er et emne i matematikk som er virkelighetsnært, og mange bruker begreper relatert til sannsynlighet i sitt dagligdagse språk (Schou et al., 2013). Utsagn som “mulig”, “umulig”, “sikkert” og “femti-femti sjans” er uttrykk som blir brukt til vanlig i det norske språk, uten at sannsynligheten for det stemmer. Utsagnene kan brukes i setninger som kjennetegner *kvalitative* sannsynlighetsutsagn, som for eksempel: “det er mulig at jeg rekker møtet klokka 12” eller “jeg når sikkert frem til møtet klokka 12”. Ordene “mulig” og “sikkert” blir brukt for å angi i hvilken grad det er sannsynlig at man rekker møtet. Ordet “sikkert” blir for øvrig ikke brukt som i matematikken, men ordlyden tilsier at sannsynligheten er stor. Problemet med det kvalitative sannsynlighetsbegrepet er at det er knyttet til dagligspråkets tvetydighet (Schou et al., 2013). Hvis man mener at noe er sikkert skal det i matematikken tilsi at sannsynligheten er 1, og hvis noe er umulig er sannsynligheten 0. Det vil derimot ikke alltid bety det samme i dagligtalen. På denne måten finnes det ikke et matematisk resonnement for uttalelsene. Det gjør det derimot i de k*vantitative* sannsynlighetsbegrepene. Kjernen ved alle disse er at en sikker hendelse har sannsynligheten 1, en umulig hendelse har sannsynligheten 0 og en usikker hendelse har en sannsynlighet på mellom 0 og 1. Det er tre kvalitative sannsynlighetsbegreper: Subjektiv sannsynlighet, statistisk sannsynlighet og kombinatorisk sannsynlighet.

2.5.1 Subjektiv sannsynlighet

Subjektiv sannsynlighet er forskjellig fra person til person. Hvis en klasse hadde elever som regnet ut ifra subjektiv sannsynlighet, ville man fått mange forskjellige svar på bakgrunn av enkeltelevene sine erfaringer og tro. Hvis en elev i klassen sier at han er 100% sikker på at han husker matteboka i morgen, så vil det være sant hvis det stemmer, men ikke sant hvis han glemmer den. Hvis han sier at det er 50-50 sjans for at han husker boka, vil det være sant uavhengig av om han husker den eller ikke. På denne måten trenger ikke den subjektive sannsynligheten å basere seg på noen andre sitt syn på sannsynlighet, men kun sitt eget.

2.5.2 Statistisk sannsynlighet

Denne typen sannsynlighet handler om å eksperimentere seg frem til en mulig løsning. Ved å undersøke hvor mange ganger en hendelse inntreffer, blir en handling gjentatt flere ganger. Resultatet vil bli å dele antall ganger utfallet forekommer på antall ganger eksperimentet blir gjennomført. Forsøket kan for eksempel være å kaste en terning der målet er å få et partall. Spørsmålet er hvor mange ganger man skal riste for å få et godt nok svar. Hvis eksperimentet blir gjentatt 10 ganger, og terningen lander på partall 1 gang, blir resultatet i forsøket 10%. Det at terningen skal kastes "mange ganger" er vanskelig å definere. Hvis terningen hadde blitt kastet 1000 ganger, hadde terningen kanskje landet på partall 400 ganger, og vi ville fått et helt annet svar (40%). Jo flere ganger forsøket gjentas, desto nærmere vil du komme den teoretiske sannsynligheten (Schou et al., 2013).

2.5.3 Kombinatorisk sannsynlighet

Kombinatorisk sannsynlighet kjennetegnes ved at sannsynligheten bestemmes teoretisk. Den statistiske sannsynligheten kan være veldig tidkrevende hvis man gjennomfører alle eksperimentene "for hånd", så derfor vil det både være mer tidseffektivt og nøyaktig å bestemme sannsynligheten teoretisk. Prinsippet går ut på at sannsynligheten for hvert enkelt utfall er 1/n, der n utfall i eksperimentet er symmetriske og derfor like sannsynlige. En hendelse som består av m av utfallene, vil få sannsynligheten m/n. På denne måten er sannsynligheten for å få et partall hvis man kaster en terning med 1 til 6 øyner 3/6, som er lik ½.

Eksemplene som ble brukt i de forskjellige sannsynlighetsbegrepene inneholdt en terning, og hva sannsynligheten var får å få ulike utfall når man kaster den. Hvis man legger til en terning til, vil det være andre måter å finne ut av sannsynligheten på. En måte å finne ut av de ulike utfallene på, kan være å sette det opp i en tabell:

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

Figur 3.

Her er øynene på den ene terningen på venstre side, og øynene på den andre terningen øverst. Rutenettet på 6x6 viser at det er 36 mulige utfall når man kaster to terninger. Oversikten gir også muligheten til å bruke dette som et verktøy i arbeid med denne typen oppgaver. Den kan også sees opp mot formelen som blir brukt for å finne sannsynligheten for at to uavhengige hendelser inntreffer (A og B): P(Både A og B) = P(A) x P(B). Et eksempel kan være å finne sannsynligheten for å få to seksere når man kaster to terninger. Sannsynligheten for å få en sekser er 1/6 (en av seks) på begge terningene, og vi får regnestykket P(A) x P(B) = 1/6 x 1/6 = 1/36. Sannsynligheten for å få to seksere er 1/36. Figuren ovenfor viser også at det er ett tilfelle ut av 36 mulige som gir to seksere. Schou et al. (2013) mener også at man er avhengig av å ha brøkforståelse for å forstå multiplikasjonsprinsippet i sannsynlighetsregning (Schou et al., 2013).

2.5.4 Aktuelle stokastiske misoppfatninger blant elever

Rettferdighet i spill er noe de fleste barn og unge har en formening om (Jones, 2005). Barn er generelt opptatt av at ting skal være rettferdig. Slik er det også i spill. Når de skal vurdere om et spill er rettferdig eller ikke, er det noen misoppfatninger som ofte dukker opp. For eksempel når de skal vurdere om en terning med seks like sider er rettferdig eller ikke. Vi kan her trekke frem en relevant studie utført på åttende trinn (Jones, 2005). I denne undersøkelsen skulle elevene fordele sidene på en terning mellom to elever, slik at begge skulle ha like stor sjanse til å vinne. Flere elever kom da frem til at det ikke var rettferdig dersom den ene eleven fikk sidene 1, 2 og 3, og den andre 4, 5 og 6. Grunnen til dette var at elevene mente at det var større sannsynlighet for å få 1, 2 og 3. En lignende studie (Williams, 1999) viste at 25% av elevene mente at 6 var det vanskeligste tallet å få på en terning. Elevene setter altså ulik sannsynlighet på de ulike sidene på en terning, fordi de mener at det er større sjanse for å få noen av sidene.

3.0 Metode

I metodedelen av oppgaven vil vi redegjøre for begrunnelsene av våre valg av problemstilling og forskningsmetode. For å utarbeide en studie, har vi blant annet brukt samfunnsvitenskap. Samfunnsvitenskapelige metoder har som formål å rettlede i arbeidet med å få fram informasjon om den sosiale virkeligheten, og hvordan man skal tolke informasjonen (Johannessen et al., 2016, s.25). Vi har altså en metodisk tilnærming. Som Ottar Hellevik (2002) skriver: “Metodelæren hjelper oss å treffe hensiktsmessige valg. Den gir oss oversikt over alternative fremgangsmetoder og konsekvenser av å velge de enkelte alternativene”. Vi kommer inn på begreper som ontologi, epistemologi, casestudie, validitet og relabilitet. Innenfor disse begrepene er det flere valg vi har måttet gjøre, og støttet oss på samfunnsvitenskap. I alle studier som gjennomføres, er det mange valg som må tas på bakgrunn av hva studiens formål er. Et slikt valg er å bestemme hvordan selve undersøkelsen skal gjennomføres. Dette kalles i forskningssammenheng for forskningsdesign (Johannessen et al., 2016). Vi skal nå se på vårt forskningsdesign.

3.1 Ontologi og epistemologi

Før vi gjennomførte vår forskning, var det viktig å avklare hvilket forskningsperspektiv vi har. Dette hadde påvirkning på hvordan vi gjennomførte undersøkelsen og tolket våre funn. Vi måtte derfor stille oss spørsmål til hvilket syn vi har på kunnskap og om det finnes flere sannheter. På forskningsspråket omtales dette som henholdsvis epistemologi og ontologi. Epistemologi handler altså om hvilket syn en har på kunnskap og hvordan kunnskap kan tilegnes (Johannessen et al., 2016, s.50). Som lærere er dette noe vi i høyeste grad har gjort oss noen meninger om, også før vårt forskningsprosjekt. Dersom vi skal plassere oss i en læringsteori, som er aktuelt i lærerprofesjonen, blir det i den sosiokulturelle kategorien. Vår antagelse er at læring skjer gjennom samspill og deltagelse. Dette er også noe av grunnen til at vi valgte å se på kommunikasjonen mellom elever i samarbeid. En slik arbeidsform bygger på denne oppfatningen av hvordan læring skjer. Det er viktig at vi ikke bruker vårt læringssyn til å påvirke våre analyser, men i stedet til å forstå andre sine oppfatninger og erfaringer. Her kommer vi litt inn på vårt ontologiske ståsted. Selv om vi håper at vår forskning kan gi nyttig informasjon til andre i vår yrkesgruppe, mener vi at det ikke finnes bare en sannhet. Selv om vår forskning kommer med svar, betyr ikke det av svarene vi finner er endelige eller fullstendige. Vi er her så vidt inne på et tema som kan gå under begrepet hermeneutikk. Hermeneutikken i vår oppgave kommer vi straks tilbake til. Dette handler om hvordan vi tolker vårt datamateriale. Et sentralt ontologisk spørsmål er om man tror at mennesker sine handlinger blir gjort ut ifra hva som er fornuftig for dem, eller om deres handlinger blir styrt av ytre faktorer de ikke selv er klar over (Johannessen et al., 2016, s.50). Vår antagelse er at handlingene til elevene i vår studie i stor grad blir styrt av faktorer de ikke nødvendigvis er klar over selv. Hvilke faktorer det er snakk om, er ett av våre forskingsspørsmål. En mulig faktor vi undersøkte, var oppgavetypen elevene arbeidet med. Hypotesen vår var at rike oppgaver har en positiv effekt på elevene sin kommunikasjon. Det vil også være andre viktige faktorer som er med på å påvirke, men flere av de faktorene kan i seg selv være grunnlag for egne forskningsprosjekt. Her sikter vi til faktorer som klassemiljø, læreren og lærerrollen, sosial status og motivasjon, for å nevne noen.

3.2 Hermeneutikk

Hermeneutikk handler i samfunnsvitenskapen om å tolke og forstå sine datamaterialer (Nilssen, 2012, s. 71). Ordet hermeneutikk er gresk og kan oversettes på norsk til forklaringskunst (Gilje & Grimen, 2007). Dette gir mening når vi sier at det i samfunnsvitenskapen handler om å tolke og forstå fenomener man observerer på en eller annen måte. Siden tolkning og forståelse er sentralt i de fleste samfunnsvitenskapelige studier, kan man si at alle samfunnsvitenskapelige studier vil ha en hermeneutisk komponent (Taylor, 1971). Hermeneutikken i vårt prosjekt vil komme til utrykk når vi skal tolke transkripsjon. Når vi skal tolke, er det flere forskjellige spørsmål vi kan stille oss, og de ulike spørsmålene vil kunne ha forskjellige svar. Svarene vi får på hvert enkelt spørsmål vil avhenge av vår egen bakgrunn, forskingsmetode og formål. Det er viktig at vi er klar over dette. Likevel er det nødvendig at vi har med oss noen forkunnskaper og forutsetninger inn i arbeidet. For å kunne gi et fenomen mening, er det viktig at vi har en forforståelse av hva som kan skje. I arbeidet med dette prosjektet kan vi dele forforståelsen vår inn i to kategorier. På den ene siden har vi forforståelse fra fenomener ved elevenes kommunikasjon og arbeid med rike oppgaver gjennom egne erfaringer i praksis. Disse erfaringene er i liten grad preget av teoretiske perspektiver fra andre, og er i hovedsak basert på vår fortolkning. Dette kan vi kalle vår bakgrunnsteori, eller forventningshorisont (Gilje & Grimen, 2007). Forventningshorisonten er med på å gi retningen til prosjektet. I arbeidet med prosjektet har vi skaffet oss forforståelse på en annen måte. For å skaffe oss forforståelse om hvordan vi kan tolke kommunikasjonen mellom elevene, har vi brukt teoretiske tilnærminger fra fagfeltet. Teoriene vi har brukt hjelper oss med å tolke innholdet i transkripsjon. Uten en forforståelse av hva man ser etter i en transkripsjon blir det umulig å tolke det på en hensiktsmessig måte.

3.3 Casestudie

En casestudie kan som regel kjennetegnes ved to enkle kjennetegn (Johannessen et al., 2016, s. 81). Det ene kjennetegnet er at det er at man avgrenser oppmerksomheten sin til en spesifikk case, eller en enkelt situasjon. Dersom man skal gjennomføre flere forsøk, er det viktig at det blir gjennomført med nøyaktig de samme forutsetningene hver gang. Kjennetegn nummer to er at casen og forskningen generelt blir nøye beskrevet, noe som kan sies å ha sammenheng med det første kjennetegnet. I vårt prosjekt har vi valgt å fokusere på kommunikasjonen mellom elevene i arbeid med rike oppgaver. Dette må kunne sies å være en spesifikk case, og vi mener derfor at prosjektet vårt kan beskrives som en casestudie. Målet med en casestudie er at analysen og resultatene skal kunne gi leseren en forståelse for tematikken i studien (Johannessen et al., 2016, s.81). Yin (2014) mener at en casestudie kan ha tre ulike formål: at den er beskrivende, forklarende og/eller utforskende. Formålet med vårt prosjekt er at det skal være utforskende og beskrivende. Særlig ønsker vi å beskrive hvordan elevene kommuniserer. Med utgangspunkt i dette, vil vi ha en utforskende tilnærming rundt årsaker til ulike kommunikasjonstyper. Sett bort i fra kjennetegnene og formålene med en casestudie, som vi her har forklart i korte trekk, menes det at man i en casestudie har ganske frie hender for hvordan studien skal gjennomføres (Stake, 1995).

Når vi skal gjøre analyser i etterkant, vil dette være med bakgrunn i empiri. Dette egner seg godt til å utvikle modeller og teorier (Johannessen et al., 2016, s. 213). Empirien vi bruker er transkripsjonene vi har laget i forbindelse med lydopptakene. Målet med analysen vil da være typisk for casestudier, nemlig å avdekke ett eller flere mønster i datamaterialet. Eventuelle funn vil vi sammenligne med teori, for å støtte oss i arbeidet med å forstå funnene våre.

Det er viktig for oss å få frem at det er flere interessante innfallsvinkler når en skal analysere elevene sin kommunikasjon i arbeid med rike oppgaver. Blant annet kunne det vært interessant å se på hvordan læreren er med på å påvirke elevene før, underveis og i etterarbeidet med oppgavene. Dette har vi valgt å ta helt bort fra vår studie, ved at vi bare skal være observatører i gjennomføringen. Et annet alternativ kunne vært å se på kommunikasjonen mellom lærer og elev. I en slik studie hadde også resultatene våre i stor grad handlet om lærerrollen. Flere av de nevnte innfallsvinklene kan også bli utviklet til casestudier. I vårt prosjekt er det selve kommunikasjonen mellom elevene og deres forståelse i arbeid med rike oppgaver som blir vektlagt.

3.4 Våre krav til en rik oppgave

Oppgaven vi velger å bruke i vår undersøkelse må oppfylle kravene som blir stilt til en rik oppgave. Siden det er mange som mener noe om akkurat dette, har vi valgt å lage vår egen liste over hva en rik oppgave er. Denne er utformet på bakgrunn av hva forskjellige teoretikere mener. Punktene vi har med i vår liste er punktene vi ser flere forfattere i fagfeltet er enige om, og de punktene vi mener er viktigst. Det er viktig å merke seg at flere av forfatterne bruker formuleringen "burde være med", når de nevner hvilke kjennetegn de har på en rik oppgave. Det er altså ikke et absolutt krav at alle kjennetegnene er innfridd. Hvordan læreren implementerer og bruker oppgaven i sin undervisning, er like viktig som at oppgaven i seg selv har de rette kjennetegnene. Her er vår liste over hva som kjennetegner en rik oppgave:

Kjennetegn på rike oppgaver

- At oppgaven kan løses på flere måter, med ulike strategier og representasjoner.
- Oppgaven skal legge til rette for at skal kunne oppdage viktige matematiske ideer.
- Elevene må kunne løse oppgaven uten at de har lært *hvordan* oppgaven skal løses. De skal heller ikke trenge å ha inngående kunnskaper om de matematiske ideene oppgavene bygger på. Dette er et viktig punkt for at arbeidet skal være utforskende og utfordrende.
- Oppgaven skal være forståelig, slik at alle har en mulighet til å starte å arbeide med den.
- Oppgaven skal knytte sammen ulike matematiske områder.
- Oppgaven skal ha elementer som gjør den enkel nok til at alle kan arbeide med den, samtidig som at den gir en utfordring til elevene med mest kunnskaper i emnet. For å få til dette er det viktig at oppgaven legger til rette for bruk av ulike strategier, men det kan også være nyttig dersom man kan komme frem til ulike svar.

3.5 Oppgaven vi brukte i prosjektet

Ut ifra kjennetegnene vi har utarbeidet for en rik oppgave, fant vi en oppgave vi mener passer. Oppgaven som ble brukt i undersøkelsen heter "casino-konteksten" (vedlegg 1), og har sin hovedtyngde innenfor sannsynlighet. Del 1 av oppgaven handler om at du går inn på et marked/casino der det tilbys forskjellige spill. Personen som går inn har 100 kroner å spille for, og han/hun må velge hvilke spill som er best å spille på, og hvorfor. Det er fire spill med ulik *innsats* og *premie*, og man kan også finne ut at det er ulik *sannsynlighet* på de ulike spillene. Det vil være viktig å se på sammenhengen mellom disse tre faktorene for å komme med en fremgangsmåte og et løsningsforslag. Del 2 av oppgaven snur om på problemstillingen, der elevene selv skal late som de jobber for casinoet. De skal være med på å utvikle spill som skal være fristende å spille for gjestene, samtidig som at det er lønnsomt for casinoet. Deres jobb blir å finne innsats og premie for de ulike spillene. Alt elevene kommer frem til på disse oppgavene begrunnes, og det gir et utgangspunkt for hvordan deres forståelse blir vurdert.

I oppgaver med sannsynlighet er det mange kunnskaper elevene kan tilegne seg. Van de Walle (2020) trekker frem noen «big ideas», eller «store ideer» på norsk, innenfor sannsynlighet. Disse omfatter hvordan man kan bygge forståelsen i emnet. Noen av de store idéene lyder slik:

> - Sannsynligheten for at noe vil skje ligger en plass mellom 0 (umulig) til 1 (sikkert). En sannsynlighet på ½ indikerer at det er like stor sannsynlighet for at noe vil skje, som at det ikke vil skje.
>
> - Frekvensen på utfall (gjennom simulering eller eksperiment) kan brukes til å estimere sannsynligheten for at noe vil skje. Jo flere ganger det prøves ut, desto nøyaktigere vil estimatet bli. Her er vi inne på matematiske begreper som forventningsverdi og de store talls lov. De store talls lov sier at dersom vi utfører et tilfeldig forsøk mange nok ganger med identiske forutsetninger, vil den relative frekvensen for et gitt utfall nærme seg den teoretiske sannsynligheten for utfallet (Bjerke & Eriksen, 2019). Dersom vi kaster en terning mange nok ganger, vil vi altså ende opp med å få tilnærmet like mange enere, toere, treere, firere, femmere og seksere. Vi kan da summere disse verdiene og dividere på antall verdier for å finne den forventede verdien av ett kast (Hagen, 2021). Forventningsverdien på en terning er derfor 3,5, selv om det ikke er mulig å få denne verdien på ett kast.
>
> - I noen tilfeller kan den eksakte sannsynligheten bestemmes ved å analysere alle de mulige utfallene. Dette kalles teoretisk sannsynlighet.

Noe av formålet med rike oppgaver i undervisningen, er at elevene skal kunne oppdage noen av de fundamentale idéene for å forstå sannsynlighet. For å få til dette, har vi sett på ulike krav som stilles til oppgavene som blir brukt, for at de skal kunne kalles rike. Oppgaven vi har brukt i vårt prosjekt er utformet etter disse kjennetegnene. Blant annet innebærer dette at oppgaven ikke har noen bestemt prosedyre for å kunne løses. Dette gjør at det må skje en refleksjonsprosess for å komme frem til mulige løsninger. I denne prosessen vil det være mulig å oppdage nettopp disse store idéene, som vil være viktige for å argumentere for svarene som er gitt i undersøkelsen. Elever som har jobbet mye med rike problem kan ha et reflekterende syn i møte med oppgavene. Dette gir dem et godt grunnlag for å resonnere seg frem til løsninger.

3.6 Utvelgelse av deltagere i prosjektet

Utvelgelsen av deltagere til forskningsprosjekt er en viktig del av samfunnsforskning (Johannessen et al., 2016). I kvalitative studier er det ikke vanlig at utvelgelsen gjøres tilfeldig. For vårt prosjekt var det noen spesifikasjoner deltagerne måtte oppfylle for at forsøket skulle være relevant. Formålet med prosjektet var å finne ut hvordan elever kommuniserer i arbeidet med rike oppgaver. Derfor måtte deltagerne være elever i skolen. Arbeid med rike oppgaver og kommunikasjon i skolen er aktuelt på alle trinn. Begrensningen i vårt prosjekt er det faglige nivået på oppgaven elevene skal jobbe med. Når vi valgte ut hvilke klassetrinn som var aktuelle, brukte vi læreplanene (Utdanningsdirektoratet, 2020). Vi tok da utgangspunkt i oppgavene elevene skulle arbeide med i prosjektet, og konkluderte med at oppgaven passet best inn på ungdomskolen med tanke på kompetansemål som var aktuelle. Oppgaven går under temaet sannsynlighet, og tar for seg stokastiske idéer og metoder. Slike kompetansemål finner vi spesifikt beskrevet først i 9.trinn. Etter 9.trinn heter det at elevene skal "beregne og vurdere sannsynlighet i statistikk og spill" (Utdanningsdirektoratet, 2020). I utvelgelsen av klasse var vi derfor primært ute etter 9.klasse. Av ulike grunner ble ikke det gjennomførbart, og vi måtte derfor bruke en 8.klasse. Vi mener likevel at de har forutsetninger for å bidra med relevante data for å belyse vår problemstilling.

I kvalitative studier er det viktig å finne riktig antall deltagere, også kalt utvalgsstørrelse (Johannessen et al., 2016). Det var vanskelig å avgjøre på forhånd hvor mange elever vi trengte. Det ble derfor naturlig å bruke en hel skoleklasse, for å forsikre oss om at vi fikk inn nok data. I forskning sies det at en tommelfingerregel kan være at utvalget må være så stort at vi kan belyse vår problemstilling (Kruzel, 1999). Et utvalg på 10 til 25 informanter er ikke uvanlig i kvalitative studier, avhengig av størrelsen på prosjektet og dets problemstilling (Malterud, 2011). Relevansen av utvalget er viktigere enn størrelsen. En skoleklasse på 23 elever passet derfor dette forsøket godt.

Rekruttering av informanter kan gjøres på flere måter. Det er vanlig å bruke en kvantitativ tilnærming, og snevre denne inn til å passe til den aktuelle kvalitative undersøkelsen (Johannessen et al., 2016). Slik løste også vi utfordringen med å finne en aktuell klasse til vårt forsøk. Vi startet med å spørre rektorer på ulike skoler i Trøndelag, om de hadde lærere med klasser som kunne være aktuelle for vårt prosjekt. Disse sendte vi ut informasjonsskriv til, som de kunne gi ut til sine lærere. Her møtte vi på utfordringer. På grunn av korona-situasjonen, fikk vi nei fra flere skoler, fordi de ikke hadde tid til å bruke av skoletiden på prosjekt fra utenforstående. Derfor valgte vi å kontakte lærere vi hadde kjennskap til fra før i Trøndelag, og som underviste på ungdomstrinnet. Dette kalles personlig rekruttering (Johannessen et al., 2016). Ved å velge denne løsningen, kunne vi forsikre oss om at læreren vi spurte hadde tiltro til oss, og dermed vårt prosjekt. Læreren fikk også en prosjektbeskrivelse skriftlig, som hun kunne se igjennom før hun godkjente at prosjektet kunne gjennomføres i hennes klasse. Med denne tilnærmingen til rekruttering, lyktes vi å få låne en 8.klasse i Trøndelag, i en dobbeltime med matematikk.

Etter at læreren hadde godkjent prosjektet, fikk hver enkelt elev og foresatte muligheten til å bestemme om vedkommende skulle delta eller ikke. I forkant av prosjektet sendte vi ut samtykkeskjema som måtte underskrives av elev og foresatte (vedlegg 3), der de godkjente at eleven kunne delta i prosjektet eller ikke. Dette skjemaet ble også godkjent av NSD i forkant (vedlegg 2). Noen av elevene i klassen vi valgte ut reserverte seg mot lydopptak, men ville delta i prosjektet uten opptak. Vi løste dette med å sette disse elevene på samme gruppe. På denne måten kunne vi ha fokus på disse i observasjonen vår, slik at vi kunne notere ned viktige deler av samtalen og arbeidet. Elevene som godtok lydopptaket ble forvisset om at de ville bli anonymiserte i transkripsjonene, slik at ingen kunne kjenne de igjen. Det var fra gruppene med lydopptak vi fikk klart mest data. Vi hadde totalt ni grupper med lydopptak. På tre av disse gruppene var kvaliteten på lyden for dårlig til å kunne lage transkripsjon. Dette kom av at gruppene delvis satt for tett, og at noen elever ikke snakket høyt nok. Vi fikk altså laget transkripsjon av seks grupper, og alle blir brukt i vår resultatdel.

3.7 Valg av metode og hvordan vi brukte vår utvalgte metode

For å besvare vår problemstilling kom vi frem til at en kvalitativ undersøkelse kunne gi oss mest presise svar. Det er et stort utvalg av kvalitative studier og velge mellom, og det finnes ingen kjent enighet blant forskere rundt hvilken kvalitativ metode som er best (Johannessen et al., 2016). En grunn til dette kan være at kvalitative studier kan gjennomføres på svært ulike måter. Derfor mener vi at det er viktig for oss å begrunne hvorfor vi har valgt det forskningsdesignet vi har valgt. Dersom noen andre skal gjennomføre et lignende prosjekt, er det mulig at de har andre preferanser, og dermed velger en annen metode. I tillegg til å forklare våre valg, vil vi ta for oss hvordan vi utførte prosjektet. Noe av det første vi måtte kartlegge var hvor mange elever vi hadde behov for. Her valgte vi å følge Malterud (2011) sitt anslag om at 10-25 deltagere var vanlig i en kvalitativ studie. Det ble derfor naturlig å bruke en hel skoleklasse på 23 elever. Vi delte elevene inn i 10 par, og en gruppe med tre personer. Denne størrelsen på grupper mener vi legger til rette for best mulig samarbeid mellom elevene. Dersom gruppene er større, er det erfaringsmessig fort gjort at noen elever ikke blir inkludert i samtalen og arbeidet. Inndelingen av grupper ble gjort på forhånd i samråd med lærer. Elevene ble delt inn i par med personen de normalt sitter ved siden av, for å gjøre situasjonen så naturlig som mulig for dem. Vår datainnsamling består av seks grupper der lydopptakene er transkribert og analysert. Problemet med de resterende gruppene handler om at elevene snakket så lavt (eller for langt unna mikrofonen), at det var umulig å tyde hva som ble sagt. I tillegg var det et par grupper som ikke ønsket å bli tatt opptak av. Det gjorde at vi fikk seks transkripsjoner som ble brukt i resultatet. Ved å analysere de seks gruppene, fant vi ut at det var variasjoner innenfor både kommunikasjonen og deres stokastiske tenking, så vi kom frem til at dette utvalget var nok til å belyse problemstillingen.

Prosjektet gikk over en dobbelttime, altså 90 minutter. I utgangspunktet ønsket vi å gjennomføre 90 minutter sammenhengende, men dette var ikke ønsket av læreren vi var hos. Elevene fikk derfor en pause midt i økten, som avbrøt kommunikasjonen mellom elevene. Økten startet med at vi presenterte oss selv og vårt prosjekt for elevene. Dette var viktig for oss, slik at elevene skulle oppleve at prosjektet ikke var farlig, og at settingen ble mest mulig naturlig. Blant annet brukte vi tid på å forklare hva som skjedde med lydopptakene i etterkant. Etter dette brukte vi også litt tid på å forklare elevene hvordan selve prosjektet skulle gjennomføres. Særlig med tanke på hvordan de skulle gjøre lydopptakene, siden de gjorde opptakene med sine egne mobiltelefoner. Vi kom også med en oppfordring om at de skulle snakke mest mulig, så klart som mulig og med høy nok stemme til at lydopptakene ble tydelige. Det er viktig å påpeke at vi ikke sa noe om hvordan de skulle snakke med hverandre.

Helt til slutt gikk vi nøye gjennom den rike oppgaven de skulle arbeide med. Dette gjorde vi for å sette elevene inn i oppgaven, og hjelpe de litt i gang med arbeidet. Igjen er det viktig å påpeke at vi heller ikke her ga de noen ideer om hvordan oppgaven skulle løses. Gjennomgangen av oppgaven handlet bare om å sette elevene inn i konteksten, og klargjøre hva problemet gikk ut på. Etter gjennomgangen av oppgaven, ba vi elevene om å starte lydopptaket, og starte på oppgaven. For å kunne skille de ulike gruppene, fikk de beskjed om å si gruppenummeret vi hadde gitt de på starten av opptaket. Underveis i arbeidet gikk vi rundt og gjorde observasjoner som vi noterte ned. Observasjonene gikk i hovedsak på kommunikasjonen mellom elevene, men vi noterte også ned relevant kroppsspråk og andre handlinger. Alternativet vi hadde til lydopptak, var å bare gjøre observasjoner i sanntid. Ved å gjøre det hadde vi sannsynligvis mistet en del viktig informasjon.

Grunnen til at vi valgte å gjennomføre lydopptak med observasjon er at vi mener dette var det beste alternativet for å få svar på vår problemstilling. For oss var det viktig at elevene ikke opplevde at det var en konstruert situasjon, men en helt vanlig undervisningssituasjon. Derfor var ikke for eksempel et intervju like aktuelt. Ved å la elevene arbeide for seg selv i de gruppene de er delt inn i, håpet vi at de ikke skulle oppføre seg annerledes enn normalt. For noen kunne det dog virke som at det var litt skummelt at det ble gjort opptak av stemmen deres. Dette kan være en faktor som spiller inn på hvordan kommunikasjonen ble. Lydopptakene ga oss også en mulighet til å analysere kommunikasjonen flere ganger i etterkant, som var en viktig faktor i vår avgjørelse av metode.

Selv om vi var til stede underveis i elevenes arbeid med oppgaven, ga vi ikke matematisk veiledning, slik en lærer vanligvis gjør. Det var viktig for oss at vi ikke påvirket resultatet i den ene eller andre retningen. Ved å veilede elevene i for stor grad kunne vi påvirket både deres kommunikasjon og forståelse. Selv om dette normalt er det en lærer ønsker, valgte vi altså ikke å gjøre det. På tross av at vi valgte å ikke gi matematisk veiledning til elevene, ble det underveis nødvendig å minne noen av gruppene på hva de skulle arbeide med. Dette var bare i tilfeller der elevene forstyrret andre, eller ikke hadde fokus på oppgaven de skulle arbeide med. Avgjørelsen ble vurdert nøye, der vi så på fordelene og ulempene med å gjøre det på denne måten. Konklusjonen ble at omfanget av prosjektet fort kunne bli for stort dersom vi skulle ta hensyn til lærerrollen i tillegg.

Siden det var liten grad av veiledning i denne økta, ble ikke oppgavens utforskende karakter svekket. Oppgaven ble ikke svekket på den måten at læreren sin kommunikasjon med elevene ikke påvirket hvilke matematiske idéer og hvilke løsningsstrategier de hadde. Det ble ikke introdusert noen fremgangsmåte for å løse oppgavene, og heller ikke tabeller, figurer eller liknende. Den mest vanlige måten å gå frem på, er at man øver med en fremgangsmåte først, for så å løse et problem etterpå (samme som i de fleste mattebøker) (Van de Walle et al., 2020). Det største problemet med dette er at elevene lærer tidlig at mattefortellinger de møter skal løses på en måte de allerede har lært. Elevene trenger i mange tilfeller ikke å lese hele fortellingen, men kan plukke ut tallene, og plassere dem inn i formelen som skal brukes. Elevene vil senere slite med å løse kontekstoppgaver og problem med høyere vanskelighetsgrad.

3.8 Analyseverktøy

Yin (2014) foreslår fire ulike strategier som kan brukes når man skal analysere og tolke data (Johannessen et al., 2016). Den ene strategien er å gjøre en analyse som baserer seg på teoretiske antagelser. Nummer to er å ta utgangspunkt i empiri for å gjøre analysen. En tredje strategi er å utvikle casebeskrivelser, og den siste er å utvikle ulike forklaringer som står i strid med hverandre. Det er den første strategien som anbefales av Yin (2014). Unntaket vil være dersom man ikke har teoretiske antagelser på forhånd. Strategien vi har valgt er å gjøre analysen basert på teoretiske antagelser. Ved å bruke denne strategien, kan vi bruke de teoretiske antagelsene som briller når vi analyserer (Johannessen et al., 2016). Vi har derfor sett på ulike teoretiske antagelser som kan passe vårt prosjekt. De teoretiske antagelsene vi har brukt fungerer som et rammeverk når vi skal analysere våre data. Dataene blir plassert i de kategoriene de passer inn i, og blir så analysert på bakgrunn av dette.

3.8.1 Analyseverktøy for kommunikasjon

Mercer (1996) utviklet tidligere et analyseverktøy som kan brukes til å tolke og analysere kommunikasjon. Symons og Dunn (2019) har videreutviklet dette analyseverktøyet, slik at det er mer relevant for matematikk. Dette verktøyet deler kommunikasjon inn i tre kategorier. Kategoriene har beskrivelser som sier noe om hva som kjennetegner de. Kjennetegnene er svært relevante inn mot vår problemstilling, og kan derfor være med på å belyse den. Vi velger av den grunn å bruke dette verktøyet som ett av to rammeverk for å gjøre vår analyse. De tre kategoriene de deler kommunikasjon inn i er "Disputational talk" (DT), "Cumulative talk" (CT) og Exploratory talk (ET). La oss se på hva som kjennetegner de ulike kategoriene, og eksempler vi kan se etter.

En dialog som er klassifisert som DT er preget av uenighet mellom elevene. Uenigheten fører ikke til læring siden elevene ikke bruker den til å utvikle sine ideer. Elevene vil i stedet fortsette individuelt med sin egen strategi. Med andre ord er det ikke en konstruktiv samtale. Samtalen vil også bære preg av at elvene er frustrerte, og at samtalene er korte. Siden samtalene er korte, og elevene vil arbeide individuelt, finner vi ikke mange eksempler på hva en slik samtale inneholder. Et eksempel kan være: “Nei, jeg vil ikke gjøre det slik, jeg gjør det på min måte”. Eller: “Det du gjør er feil, du får arbeide på egenhånd”. Vi ser av eksemplene at samtalen preges av irritasjon og misnøye rettet mot samarbeidspartner. Siden de ikke spesifiserer hva den andre gjør feil, eller hvorfor de selv gjør det på en annen måte, vil de ikke ha noe nytte av hverandres ideer. Symons og Dunn (2019) mener av den grunn at denne samtaletypen ikke er å foretrekke.

Kjennetegnene på en samtale, eller dialog, i betegnelsen CT er blant annet at elevene godtar det den andre sier svært ukritisk. De vil ukritisk godta det den andre sier og bygge videre på dette ved å bygge opp en felles forståelse for arbeidet. I matematiske samtaler er det flere kjennetegn vi kan se etter i CT. Et kjennetegn er at elevene er svært generelle i sine spørsmål, og ikke spesifikke inn mot problemet de arbeider med. Elevene vil stille generelle spørsmål som for eksempel: “kan du hjelpe meg?”, “hvordan skal jeg gjøre det?” eller “jeg skjønner ingenting, kan du gi meg svaret?”. Det siste eksemplet på spørsmål elevene kan stille fører oss inn på et annet kjennetegn. Nemlig at elevene i samtalen kun er ute etter å finne svaret, de snakker ikke om strategier og løsningsmetoder. Innholdet i samtalen vil derfor ikke i særlig grad inneholde tall eller matematiske representasjoner. Tilbakemeldingene de gir hverandre er generelle, og tar ikke for seg ideene den andre kommer med. De vil altså ikke komme med konstruktiv kritikk eller forslag til hvordan ideene kan endres eller forbedres.

ET er den dialogtypen Symons og Dunn (2019) mener man burde etterstrebe i matematikklasserommet. I en slik type samtale vil alle involverte parter være engasjerte i medelevenes tanker og ideer. Til forskjell fra CT vil elevene her komme med konstruktive tilbakemeldinger med argumenter som gjør at de kan diskutere sine strategier med hverandre på en fruktbar måte. Tilbakemeldingene de gir til hverandre vil også være mer spesifikke, med konkrete tanker om det den andre har lagt frem. Et eksempel på en type tilbakemelding som er typisk for CT er “godt jobba”, mens et eksempel fra ET kan være “det var lurt at du la sammen tallene fra alle observasjonene, før du delte det på antallet deltakere. Kan det være lurt om du ...?”. På samme måte er også spørsmålene som blir stilt i ET av en mindre generell grad enn i CT. Spørsmålene vil være mer spesifikke inn mot problemet de arbeider med. Som for eksempel “hvilke ulike typer brøker er det som finnes, jeg kan ikke huske det.”. Forskjellen er altså at spørsmålene oppstår fra problemet de arbeider med, og er ment for å kunne gjøre fremgang i arbeidet. Det de kommer frem til i sin dialog vil også inneholde en beskrivelse av hva de har tenkt for å komme frem til svaret. Svaret i seg selv vil ikke være det viktigste her. Det er hvordan de tenker som er det viktige.

Vi kan trekke sammenheng mellom dialogtypen ET og noen av kjennetegnene på rike oppgaver. I betegnelsen på ET ser vi at diskusjonen skal være konstruktiv og at diskusjonen skal føre arbeidet fremover. Når vi ser på kjennetegnene til en rik oppgave, ser vi at de skal føre til at elevene stiller seg nye spørsmål i arbeidet med oppgaven. En annen likhet mellom disse to er at man i ET diskuterer ulike metoder og strategier, og et kjennetegn på en rik oppgave er at oppgaven skal legge til rette for ulike strategier og metoder. Det vil si at rike oppgaver på denne måten legger til rette for at elevene skal bruke dialogtypen ET. Derfor blir det interessant å se om arbeidet med rike oppgaver stimulerer til den dialogtypen som Symons og Dunn (2019) mener er best (ET), eller om elevene bruker andre dialogtyper.

3.8.2 Nivåer av stokastisk tenkning som analyseverktøy

I alle klasserom vil vi finne elever som befinner seg på ulike nivå innenfor forståelse i de ulike fagene og de ulike emnene. Matematikkfaget er delt inn i mange emner igjennom grunnskolen, der blant annet sannsynlighetsregning inngår. I denne oppgaven velger vi å bruke begrepet «stokastisk tenking» om det som omfatter statistikk eller sannsynlighet. Innenfor stokastisk tenking, finnes det teorier som kan hjelpe med å forstå hvordan elevene tenker, samt klassifisere deres forståelse. Det er mulig å dele inn forståelsen i emnet i fire nivåer (Jones, 2005).

Nivå 1: Det første nivået har et subjektivt syn på sannsynlighet. Et eksempel på et utsagn på dette nivået kan være at man mener at det er størst sannsynlighet for at terningen lander på sekser hvis man kaster den, fordi seks er favoritt-tallet til vedkommende.

Nivå 2: Det andre nivået er i en overgang mellom det subjektive og en naiv kvantitativ tenking innenfor sannsynlighet. Her kan det argumenteres for at det er større sannsynlighet for å lande på rødt i forhold til hvitt hvis man spinner på et lykkehjul, fordi det er mer rødt enn hvitt på hjulet. Selv om man kan si at det er mer rødt enn hvitt på hjulet, trenger ikke dette alltid å stemme for hva som er mest sannsynlig. Dersom det er ulik størrelse på de ulike delene av hjulet, vil ikke nødvendigvis antallet ha så mye å si. Lykkehjulet kan for eksempel ha to felter med hvitt, og en stor del med rød som er over halvparten av lykkehjulet. Om man er på nivå 2, vil man altså ikke ta hensyn til størrelsesforskjellen, men heller se bare på antallet.

Nivå 3: Det tredje nivået kjennetegnes ved at det brukes en mer kvantitativ tenking, men med et mer uformelt språk. I samme eksempel med et lykkehjul, kan man her argumentere for at det er fire deler rødt og to deler hvitt, og det er derfor større sannsynlighet for å lande på rød.

Elevene på dette nivået klarer også å velge ut relevant informasjon i oppgaven som kan brukes for å komme frem til en mulig løsning. I denne prosessen klarer de å tilegne seg ny kunnskap ved å bygge på det de allerede vet. Jones (2005) bruker begrepet "generative strategies" i beskrivelsen av denne prosessen.

Nivå 4: Det siste nivået skiller seg fra forrige nivå ved at man har en mer numerisk tilnærming. I det samme tilfellet kan man på dette nivået si at det er "fire sjettedeler" sannsynlig for å lande på rød og "to sjettedeler" sannsynlig å lande på hvit. Jones (2005) mener at dette nivået stemmer overens med relasjonell forståelse i emnet. Elever på dette nivået klarer å integrere relevante aspekter ved oppgaven med meningsfulle modeller og strukturer, samtidig som at det er en abstrakt numerisk tilnærming.

I noen klasser kan man kanskje finne elever på alle nivåene som er nevnt ovenfor. Etter undersøkelsen ble nivåene brukt som et analyseverktøy. Det kommer utsagn som peker oss mot noen av nivåene, selv om det er vanskelig å avgjøre akkurat. Hvilket nivå de "blir satt på" kan jo også være avhengig av vår oppgave. Fra egen erfaring i praksisfeltet har vi erfart at elevene har et mer hverdagslig språk når de jobber med rike oppgaver fremfor tradisjonelle oppgaver. Vil det da si at vår oppgave kan gjøre at elevene kan oppfattes på nivå tre i stedet for fire? Hvis man ikke har jobbet mye utforskende, kan refleksjonsprosessen rundt matematikken være krevende i starten. Med en sånn type matematikk snakker man mye mer om hvorfor man gjør som man gjør, og da er det kanskje mer naturlig å bruke et hverdagslig språk. I en klasse hvor utforskende undervisning er del av hverdagen, er det mulig at man får et annet resultat. Kanskje elevene har begynt å knytte sammen matematiske idéer, kommet lenger i prosessen, og klarer derfor å bruke et mer matematisk språk enn tidligere. Dette vil jo også spille inn på om eleven ligger på nivå tre eller fire i denne konteksten.

3.9 Etiske betraktninger rundt vårt prosjekt

I vårt prosjekt gjennomførte vi en undersøkelse i skolen, der det er elevene som er kilden for resultatene vi fikk. Med slik type arbeid er det mange faktorer som må ligge til rette for å ta vare på elevene. Vi måtte gjøre forberedelser for at barna skulle ha det greit gjennom prosessen, og ikke oppleve den som ubehagelig. Vi tok lydopptak i alle gruppene i klassen som hadde godtatt dette, og noe som muligens kan være en vanskelig situasjon for enkelte elever. Vi informerte elevene om hva prosjektet går ut på, der det både er frivillig å delta, i tillegg til at man har mulighet til å trekke seg ved et hvilket som helst tidspunkt. Elevene ble også anonymisert gjennom transkribering, som kan være betryggende for noen. All denne informasjonen ble tydeliggjort i informasjonsskrivet vi sendte ut i forkant. På denne måten fikk elevene mulighet til å sette seg inn i prosjektet med sine foresatte før de bestemte seg. I det samme skrivet måtte de skrive under på om de hadde lyst til å delta eller ikke. Informasjonsskrivet kan leses i eget vedlegg. Samtykke kommer til slutt, etter informasjonen som er nødvendig, der både foreldre og elever måtte godkjenne det. Ved første utkast som ble sendt til NSD, var det behov for noen endringer før dette infoskrivet kunne brukes. Noe av det mest sentrale gikk på å bruke ord og begreper som også barna har mulighet til å forstå når de skal lese arket. Hvis både foreldre og elever har skrevet under på at de ønsker at eleven skal bli med i undersøkelsen, har de når som helst mulighet til å trekke seg (enten underveis eller før). Hvis noen sier nei eller trekker seg underveis, vil vi fremdeles ha mulighet til å gjennomføre undersøkelsen som planlagt, så det vil ikke ligge noen forventning eller håp om at alle elevene skal delta. Men for å få en god undersøkelse, ønsker man at elevene vil delta, og da bør det ikke påvirke elevene negativt dersom de velger å delta. Deltakerne i forskningen må så langt det lar seg gjøre ikke bli utsatt for alvorlige belastninger eller skader (Nilssen, 2012). Som forskere er det i vårt tilfelle vanskelig å forutse om noen kan utsettes for slike belastninger i undersøkelsen, men vi gir ut den informasjonen vi selv innehar så de kan ta en reflektert beslutning.

Elevene ble også bli anonymisert når de deltok i undersøkelsen, siden lydopptakene ble gjort om til tekst, der det ikke kommer frem noen av navnene til de involverte. I tillegg til at alt av materiellet blir anonymisert, vil menneskene som har tilgang til lydopptakene ha taushetsplikt. Dette var viktig for oss å presisere til elevene under gjennomgangen av informasjonsskrivet, i tillegg til at materiellet blir slettet før juli måned samme år. Prosessen med å transkribere lydopptakene handlet ikke bare om å anonymisere elevene, men å få frem det som blir sagt på en riktig måte. I denne prosessen mistet vi blant annet tonefall, gester og mimikk, noe som svekket transkripsjonene i forhold til det som skjedde i klasserommet. Men siden vi som forskere transkriberte selv, hadde vi mulighet til å luke ut "feilene" som oppstod. Dersom vi hadde vi fått andre til å skrive ned det som ble sagt på opptakene, hadde vi ikke hatt den samme muligheten. Vi er også veldig godt kjent med oppgavene som det jobbes med i undersøkelsen. Dette var også en fordel for oss i arbeidet med transkribering. Noe av kommunikasjonen var knyttet tett til oppgaven, og det kan derfor være lettere for oss å presisere hva elevene snakker om, peker på eller viser til. Hvilke elever som snakker, er også viktig å få med seg når man skriver transkripsjon. Tydeliggjøringen på hvilke elever som snakket til enhver tid gjorde analysearbeidet enklere og ryddigere for oss. I tillegg er det en viktig del av analyseprosessen å gjøre transkriberingen selv (Nilssen, 2012). Man kan få mange nye idéer og tanker ved å lytte og skrive, som kan ligge til grunn for refleksjon senere.

3.10 Relabilitet og validitet

3.10.1 Relabilitet

En viktig faktor i all forskning er hvorvidt dataene er pålitelige. Man kan se på dataene fra undersøkelsen, og i hvilken grad de er nøyaktige, hvordan de samles inn, og hvordan de bearbeides. Ved å utforske dette, utforsker man *reliabiliteten* ved undersøkelsen (Johannessen et al., 2016). Hvis man eksempelvis skal undersøke hvor mye tid en gruppe mennesker bruker på mobilen i løpet av en dag, kan man sjekke mobilens skjermtid, som viser antall timer og minutter vedkommende har brukt på telefonen den dagen. Et annet alternativ er å stille spørsmål til denne gruppen mennesker. Svarene vil ha større pålitelighet (reliabilitet) om man sjekker den faktiske skjermtiden, enn om mennesker gjør et anslag om hva de tror. Dette vil særlig være viktig i kvantitative studier, men i kvalitative studier brukes ikke strukturerte datainnsamlingsteknikker på samme måte. Vi som skal gjennomføre en kvalitativ studie kan styrke påliteligheten ved å gi en inngående beskrivelse av metoden vår. Dette kan være som en casebeskrivelse, der det til enhver tid er en åpen og detaljert beskrivelse av fremgangsmåten som blir brukt i prosessen.

3.10.2 Validitet

Et annet aspekt som er viktig i samfunnsvitenskapelig forskning er validitet. Dette begrepet omhandler begrepene troverdighet og overførbarhet. I forskning kalles det for henholdsvis intern validitet og ekstern validitet. Intern validitet handler om hvorvidt den valgte metoden undersøker det den skal undersøke. I vår kvalitative undersøkelse blir det viktig at formålet med studien blir gjenspeilet i vår fremgangsmåte, samt at den representerer virkeligheten (Johannessen et al., 2016). Det at undersøkelsen skal representere virkeligheten, handler om at man ikke skal gi et feilaktig bilde av de faktiske forholdene. Jobben vår blir derfor å bevise for leseren at resultatene er troverdige, og stemmer overens med konteksten vi har gjennomført studien i (Nilssen, 2012). Siden vi har gjennomført lydopptak i vår undersøkelse, har vi mulighet til å få utsagnene til elevene ordrett. Dette er en styrke ved lydopptak som metode. Utfordringen blir tilleggsinformasjonen til utsagnene, som kan handle om kommunikasjon som ikke er verbal. Når vi noterer noen form for kroppsspråk, er det en tolkning fra vår side, og andre mennesker kan ha oppfattet det annerledes.

Ekstern validitet, eller overførbarhet, vurderes i hvorvidt forskningsprosjektet kan brukes for liknende fenomener (Johannessen et al., 2016). Kan for eksempel vårt prosjekt om kommunikasjon i arbeid med rike oppgaver overføres til andre skoleklasser i andre deler av landet? Eller kan resultatene overføres til elevenes kommunikasjon i andre fag? Formålet med nesten all forskning er å kunne trekke konklusjoner, også utover eget datagrunnlag. I kvantitativ forskning er det snakk om generalisering, mens det i kvalitative studier snakkes om overføring av kunnskap. Altså om kunnskapen som innhentes også kan brukes på andre områder. Prosjektet vårt har liten nytte dersom det bare gjelder for den ene klassen vi undersøker. Det er derfor viktig at vi legger forholdene til rette for at undersøkelsen blir overførbar til andre klasser. Ekstern validitet er med andre ord essensielt for en god kvalitativ studie.

3.11 Fordeler og ulemper ved vår metode

I vår undersøkelse har vi som sagt lydopptak i tillegg til observasjon. En god styrke med denne metoden er at vi ordrett får det elevene sier i klasserommet. Når vi i etterkant transkriberte samtalene, fikk vi mulighet til å diskutere og reflektere rundt ethvert utsagn. Dette gjør at vi kanskje får med oss noe vi kunne ha oversett hvis det kun var observasjon som hadde vært metoden. Det at vi har observasjon i tillegg, gjør at vi kan supplere med nonverbal kommunikasjon i transkripsjonen. Samtidig får vi muligheten til å inkludere deltagere som ikke har godkjent lydopptak. En annen styrke med dette er at vi fikk gjennomført opplegget med flere grupper samtidig, da alle gruppene hadde hvert sitt lydopptak. Det at vi har flere resultater å gå etter, kan si noe om påliteligheten til våre funn. Enda en styrke med vår oppgave er at oppgaven elevene skal arbeide med er gjennomtenkt, og har verktøy for kommunikasjon når vi analyserer funnene. Vi var som sagt observatører, så vi hadde derfor ikke en veiledende rolle som man ville hatt som lærer. Alt dette gjør at vi har tid til å analysere våre funn uten å påvirke dem i stor grad. Hvis vi selv skulle veiledet dem, er det umulig å forutse nøyaktig hvilke spørsmål som vil oppstå, og våre svar kunne fått betydning for resultatene. Det å ikke ha lærerrollen selv gjør at man lettere kan observere og analysere, men det kan også bli sett på som en viss svakhet i vår oppgave, da en viktig del av arbeid med rike oppgaver nettopp er lærerens rolle. I kapittel 2.3.2 beskrives lærerens sentrale rolle i arbeid med et matematisk problem. Chapin et al. (2003) belyser viktigheten av læreren i dette arbeidet, og denne oppgaven vil derfor ha en negativ side med tanke på den enkelte elev sitt læringsutbytte.

En ulempe med vår undersøkelse er at vi ikke har noen dyp kunnskap om elevene eller klassemiljøet, som kan være en viktig faktor når forsøket skal gjennomføres. Vi vet ikke hvordan relasjonene mellom elevene er, og vi vet derfor ikke hvordan kommunikasjonen mellom dem vil være. En mulighet er at det vil være svært lite kommunikasjon mellom dem, eller at noen elever snakker mye mer enn andre. Det er også vanskelig å vite akkurat hvilke ferdighetsnivå vi skal legge oss på, som vil gi best utbytte for alle.

Gruppene ble delt inn av kontaktlærer, og ble begrunnet med at sammensetningen skulle gi mest mulig kommunikasjon. For resultatet sin del er det viktig at det blir sagt noe på lydopptakene, som er kilden for vårt resultat. Beskjeden i forkant av undersøkelsen var at vi skulle inn i en klasse som i utgangspunktet ikke var spesielt glade i å prate (på generell basis), men gruppesammensetningen og relasjonene mellom elevene hadde mye å si. Det at gruppene blir inndelt kun på bakgrunn av relasjoner er en ulempe med undersøkelsen. Hvis vi hadde arbeidet med denne klassen over lengre tid, ville vi kanskje hatt mulighet til å velge grupper på en annen måte enn det som ble gjort. Vi kunne hatt lettere for å forutse elevene sine svar i oppgavene, og da kunne gruppene bli satt sammen på en måte hvor elevene på hver gruppe kan utvikle seg på best mulig måte i arbeidet. Allikevel kan det være vanskelig å forutse akkurat hvordan elevene på hver gruppe vil samarbeide og kommunisere på akkurat denne oppgaven i vår gjennomføring.

En annen ulempe med vår oppgave handler om situasjonen de siste par årene. På grunn av Covid-19, var det vanskelig å få gjennomført undersøkelsen i en klasse. Ved flere skoler var svaret *nei* når vi spurte etter tillatelse til å gjennomføre forsøket hos dem. Dette handlet både om sykdom, fravær og planene på den enkelte skole. I en svært hektisk hverdag var det vanskelig å gjøre plass til undersøkelsen. I tillegg hadde vi ingen relasjon med noen av skolene som ble kontaktet, som kan gjøre det lettere for ledelsen å avslå når de har så mye annet å tenke på. Gjennomføringen av undersøkelsen krevde et samarbeid med læreren til klassen, som må sette til side annet arbeid for å bistå i forkant og i vår undersøkelse. På grunn av Covid og fraværet pandemien medførte, endte vi til slutt på en skole hvor vi på forhånd hadde en relasjon til en av lærerne. Dette kan sees i sammenheng med gruppesammensetningen, i den grad av at vi ikke kunne velge og vrake mellom klasser vi ville gjennomføre undersøkelsen i. Det ble gjort i en klasse som var mindre muntlig aktive, noe som påvirker resultatet på lydopptakene.

3.12 Transkribering

Lydopptak av elever regnes ikke som anonyme, og vi måtte derfor søke om tillatelse hos NSD til å gjennomføre prosjektet. En del av anonymiseringsprosessen er i etterkant å transkribere opptakene, slik at elevene ikke kan gjenkjennes. Transkriberingen er altså en uunngåelig del av kvalitativ forskning med lydopptak. Likevel en det en del av arbeidet som er problematisk (Flick, 2013). Noe av problematikken med denne prosessen er at informasjon vil gå tapt. En transkipsjon vil sjeldent kunne gjengi alt som skjer (Flick, 2013). Siden det ofte er mye som foregår i en samtale mellom to eller flere personer, må man plukke ut den informasjonen som er relevant. Her er vi inne på et annet problem ved transkriberingen. Ved å velge ut informasjon må man være nøye, slik at man ikke velger ut bare den informasjonen man vil ha. Noe av denne problematikken handler om relabilitet, som vi tidligere var inne på. Når vi transkriberte lydopptakene, var vi derfor opptatt av å notere ned alt om ble sagt, slik at minst mulig informasjon gikk tapt i denne prosessen. Flick (2013) trekker frem det at forskere ikke skriver alt de hører i transkripsjonen fordi de ikke tror det er relevant, eller fordi de ikke hører det som blir sagt, er et problem med transkriberingen.

Arbeidet med å transkribere ble gjennomført av oss selv. Transkripsjonen ble i hovedsak skrevet om til bokmål, men noen dialektord ble med der dette var formålstjenlig. Alle lydopptakene som hadde god nok lydkvalitet ble transkribert. Vi skrev dermed transkripsjon fra seks grupper. Det var flere grunner til at vi valgte å gjennomføre denne prosessen selv. En av grunnene er at vi på forhånd var kjent med at transkriberingen var en viktig del av arbeidet, og at det var flere utfordringer knyttet til dette. Ved å gjøre det selv har vi inngående kunnskap rundt hvordan det ble utført, og kunne sikre oss at all informasjon ble med (Kvale & Brinkmann, 2015). I tillegg til dette gjorde det arbeidet med å organisere data i etterkant enklere. I neste kapittel legger vi frem våre data, med resultater og analyser.

4.0 Analyser og resultat

I dette kapittelet presenteres funnene som ble gjort i vår undersøkelse ved 8. trinn på en skole i Trøndelag. Datamaterialet fra undersøkelsen kom i form av lydopptak fra læringssituasjonen, der det i alt var 11 grupper med to-tre elever per gruppe. Det var stor variasjon i innholdet på lydopptakene i de forskjellige gruppene. I noen av gruppene var det lite kommunikasjon om oppgaven, og på andre grupper var det for mye bakgrunnsstøy til at det var mulig å tyde det som ble sagt. I noen grupper var det elever som meldte seg ut, slik at det var monologer i lydopptaket. Vi som observatører prøvde å få elevene til å diskutere og samarbeide, men i noen tilfeller var ikke dette mulig. Dette gjorde at vårt datamateriale, er deler av kommunikasjonen fra noen grupper, og lange diskusjoner fra andre grupper. Det å se på utdrag fra samtalene til de forskjellige gruppene, gjør det lettere å få konkrete eksempler på kjennetegn i analyseverktøyene som har blitt brukt.

Datamaterialet fra lydopptakene, ga mulighet for å analysere hvordan kommunikasjonen i gruppene var i undersøkelsen. Samtalene ble analysert gjennom rammeverket utviklet av Symons og Dunn (2019), som ble brukt som et verktøy for å plassere kommunikasjonen til gruppene i tre hovedkategorier. Eller at delene av samtalene hadde trekk som kunne passe inn i en av de passende kategoriene. For å se forskjell på de ulike gruppene, har vi gitt hver gruppe en bokstav fra A til F. Elever med samme bokstav tilhører samme gruppe.

4.1 Disputational talk

En av de tre samtaletypene vi velger å analysere samtalene ut fra er disputational talk. I korte trekk handler dette om at elevene er uenige, og at samtalen preges av dette. Faktisk så uenige at de ikke får til å samarbeide. De vil heller arbeide individuelt videre med sine egne tanker og ideer, istedenfor å samarbeide. Ifølge Symons og Dunn (2019), er ikke dette en produktiv form for kommunikasjon, og man burde derfor unngå særlig bruk av denne samtaletypen. Likevel viser resultatene fra vårt prosjekt, at en av gruppene delvis bruker denne samtaletypen. Det er denne samtaletypen vi finner minst bruk av, altså bare ett eksempel. Vi vil nå se på hvordan dette kommer til utrykk i transkripsjonen, samt våre observasjoner av deres notater.

Her er eksempelet vi fant på samtaletypen DT fra vårt datamateriale:

Elevene leser oppgaveteksten. De starter umiddelbart å kaste terninger. Samtalen er ikke av interessant karakter i begynnelsen, da de for det meste bare jubler når de vinner på spillene. Vi hører ingen nevne hvilken strategi de skal bruke, og det kan tyde på at den ene eleven fulgte den andre sin ide om å gjøre forsøk med terninger. Uenigheten oppstår i det de oppdager at de ikke får de samme resultatene.

> Elev A1: -Yes, jeg vant på spill C, jeg får bare seksere.
>
> Elev A2: - Søren, jeg får ingen seksere. Det spillet er dårlig. Jeg får bare under 3, så spill B er best for meg.
>
> Elev A1: -Jeg får aldri under 3. Spill B er dårlig.

Dette er en kort dialog, som er preget av at elevene er uenige. Uenigheten fører ikke med seg noe særlig progresjon i arbeidet. Dette er et klassisk kjennetegn på samtaletypen DT. Årsaken til dette er at de ikke diskuterer hvorfor de er uenige, de bare er det. Selv om de bruker den samme strategien, virker det ikke å være en ide bak den. Bortsett fra å ta ett og ett forsøk for å se om de vinner. Konklusjonen deres kommer etter bare noen få forsøk, og de blir ikke enige om hvilket spill de skal velge. Dialogen blir avsluttet i det elev 1 sier at spill B er dårlig. Vi ser av notatene til elevene, at den ene har spill B og den andre spill C som sin favoritt. På lydopptaket kan vi høre at de går videre til neste oppgave. Utdraget fra dialogen er kort, men dekker altså store deler av elevenes arbeid med den ene oppgaven. Lite data medfører at det er vanskelig å konkludere med hvilken samtaletype de bruker. Likevel finner vi kjennetegn på samtaletypen DT, og ikke utpregede eksempler fra de andre samtaletypene. Det ene kjennetegnet har vi allerede nevnt, i form av uenigheten mellom elevene. Av notatene deres ser vi et annet kjennetegn, selv om dette ikke handler om samtalen dem imellom. I notatene har de nemlig kommet frem til to ulike svar. At elevene ikke har blitt enige, er ikke i seg selv et kjennetegn på DT. Kjennetegnet finner vi i at de var så uenige at de arbeidet individuelt med sin egen strategi. Siden dette var det eneste eksemplet vi finner i vårt datamateriale på samtaletypen DT, kan vi konkludere med at denne ikke ble brukt i særlig grad av elevene i vårt forsøk.

4.2 Cumulative talk

Cumulative talk er den andre av de tre kategoriene vi har for samtaletypene. Gjennom analyser av våre transkripsjoner, finner vi noen elever som bruker denne samtaletypen. De viktigste kjennetegnene på samtaletypen CT er at elevene ukritiske godtar det de andre sier, og at arbeidet med oppgaven i stor grad handler om å komme frem til et svar. Elevene er altså ikke så opptatte av å diskutere metodene de bruker, men er fornøyde så lenge de finner et svar. Et annet typisk kjennetegn kan være at spørsmålene elevene stiller hverandre eller til lærer, er generelle. Med dette mener vi at spørsmålene ikke spesifikt er rettet mot et spesielt element ved deres arbeid. Dette kan komme til uttrykk ved at de for eksempel spør etter hjelp til å løse “oppgaven”, istedenfor å spørre etter hjelp til å løse det spesifikke problemet de har i oppgaven. Vi kommer her til å gjengi deler av transkripsjonen der vi mener denne samtaletypen er synlig, og begrunne hvorfor vi mener det. På generell basis mener Symons og Dunn (2019) at dette er en samtaletype som ikke er av særlig høy kvalitet. Dette synspunktet mener vi blir forsterket i våre analyser, der denne samtaletypen blir brukt. Noen av elevene brukte denne samtaletypen gjennom hele økten, mens noen brukte det i bare deler av sitt arbeid. Her ser vi ett av eksemplene vi fant der elevene brukte samtaletypen CT:

> Elev B1: -Jeg ville valgt spill C, for da får jeg 100kr for å få to 6’ere, siden det fikk jeg på første forsøk.

Elev B2: -Du legger inn 5 kr og får 100, da er det lett.

Elev B1: -Ok, da sier vi at spill C er best.

Elev B2: -Hva med spill D da?

Elev B1: -Nei, den er vanskeligere.

Elev B1 forsøker noen kast.

Elev B1: - Se hvor mange mislykkede på rad. Oi, der vant jeg, men jeg tror ikke vi gikk i pluss. Spill C er det beste, jeg kastet tre terninger og fikk bare 6'ere.

Elev B2: -Ok, da er vi ferdige.

Den første replikken er innledningen på elevenes arbeid med oppgaven. Elev B1 kommer med en hypotese om hvilket spill som er best. Dette argumenterer han også for. Måten elev B2 så svarer på er et kjennetegn på at samtalen er av typen CT. Når han sier «Du legger inn 5kr og får 100kr, da er det lett», kan det høres ut som at han har godtatt elev B1 sin hypotese, uten å reflektere rundt den. Han godtar altså ukritisk det medeleven sier, som er et kjennetegn på CT. Videre finner vi også et lignende kjennetegn i det elev B1 sier: «Ok, da sier vi at spill C er best». Han er ikke interessert i å utforske de andre mulighetene, og konkluderer ut ifra hans egen og sin medelev sin første antagelse om at spill C er best. Dette gjøres ukritisk, og med bakgrunn i at de godtar det den andre sier uten refleksjon. Selv om vi kan argumentere for at samtalen er preget av typen CT, finner vi også tegn til samtaletypen ET i dette utdraget. Når elev sier «Hva med spill D da?», kan det virke som at han er kritisk til elev B1 sin forhastede konklusjon. Å stille kritiske spørsmål, og å være interessert i det den andre sier, er kjennetegn på en samtale av typen ET. Elev B1 viser også at han er interessert i medelevens ide om å sjekke spill D, siden han forsøker å gjøre noen kast. Vi kan altså si at noen deler av samtalen kan kategoriseres som ET. Likevel ser vi at samtalen dreier tilbake til CT ganske raskt. Når B1 forsøker å motbevise elev B2 sitt forslag om at spill D kunne være bra, lykkes han med dette. Elev B2 er da tilbake til å godta det elev B1 sier svært ukritisk. Dette kan vi se ved at han sier at de er ferdige med oppgaven etter av elev B1 har forsøkt noen kast på spill D. Her kunne elev B2 enten stilt spørsmål ved strategien elev B1 bruker, eller stilt spørsmål rundt de andre spillene. At elevene er opptatt av å raskt komme frem til et svar, og at svaret er det viktigste, er også et kjennetegn på CT. Strategien elev B1 bruker, er i seg selv ikke ubrukelig, og kan helt klart utvikles til å løse problemet på en hensiktsmessig måte. At elevene er ivrige etter å bli ferdige, og å finne et svar, er med på å gjøre at arbeidet deres stopper opp, før de kommer så langt at de videreutvikler ideen. Vi finner flere eksempler på dialoger mellom elever der dette skjer, som i eksemplet under:

Elev C1: -Vi kaster to terninger. Det blir premie hvis summen er 7, 10 eller 12.

Elev C2: -Innsatsen kan være 10kr.

Elev C1: -Ja, så kan vi si at premien er 30kr.

Elev C2: -Ja. For det er ganske lett å få de summene.

Elev C1: -Enn på spill 2 da?

Elev C2: -Det er ganske vanskelig. Vi bruker 5 forsøk.

Elev C1: -Jeg tenker innsats 10kr og premie 40kr.

Elev C2: -Nei, premie 50kr.

Elev C1: -Enn på spill 3?

I denne samtalen virker det som at elevene setter en tilfeldig innsats for spillene, og setter premien ut ifra hvor vanskelig spillet er. Vi ser også at summene som blir foreslått godtas, uten noen form for vurdering rundt hvorvidt summen er passende eller ikke. Bortsett fra når elev C2 mener at premien burde være 50kr, og ikke 40kr, som elev C1 foreslo. Elev C2 kommer ikke med noen begrunnelse for hvorfor han vil ha høyere premie enn først anslått. Likevel godtar elev C1 denne endringen uten noen spørsmål eller motargument, og går heller videre til neste spill. Fra de to utdragene vi nå har sett på, kan vi kjenne igjen ett av kjennetegnene på cumulative talk, nemlig at elevene godtar ideer ukritisk. Et annet kjennetegn er at spørsmålene elevene stiller hverandre i arbeidet er generelle. Dette finner vi også eksempler på.

Elev F1 arbeider med oppgaven på egenhånd. Han skriver ned hva sannsynligheten for å vinne i de ulike spillene er, uten å snakke med elev F2, som han egentlig skal samarbeide med. Elev F2 har heller ikke involvert seg i arbeidet, og har ikke lest oppgaven. Etter hvert blir elev F2 utålmodig og vil ha et svar på oppgaven, uten å vite hva den handler om.

Elev F2: - Hei, du! Hva skal jeg skrive nå? Jeg kan ikke matte, jeg må skrive det du skriver.

Elev F2 er ikke interessert i å arbeide med oppgaven, men vil gjerne vite hva svaret er. Han ser på det elev F1 skriver, men skjønner sannsynligvis ikke hva han gjør. Dette kan vi si ut ifra vår observasjon. Elev F2 ser bort på hva elev F1 har skrevet, og studerer dette. Likevel klarer han ikke å gjenskape dette på sitt eget ark. Noe som taler for at han ikke helt forstår hva elev F1 har gjort og skrevet. Elev F1 kommuniserer heller ikke med elev F2 for å forklare hva han tenker. Dette fører til at elev F2 må spørre elev F1 etter hjelp. Når elevene skal spørre hverandre etter hjelp, er det flere ulike måter å gjøre det på. I dette tilfellet ser vi at spørsmålet er svært generelt, og handler ikke om innholdet i oppgaven. Slike generelle spørsmål som elev F2 i dette tilfellet stiller er et typisk kjennetegn på samtaletypen CT. Et spørsmål han kunne stilt for å komme i gang med oppgaven kunne for eksempel vært: "Hvorfor mener du at det er 1/6 sjanse for å få 6 på terningen?".

4.3 Exploratory talk

Exploratory talk er den samtaletypen Symons og Dunn (2019) mener er av høyest kvalitet, og er den man burde forsøke å bruke. For at en samtale skal være av typen ET, er det noen viktige kjennetegn vi kan se etter. Ordet "exploratory" sier i seg selv en god del. Samtalen har et utforskende preg, dere elevene diskuterer rundt sine ideer og strategier. De er svært interesserte i sine medelevers resonnement. Dette kommer blant annet til uttrykk ved at elevene kommer med kritiske spørsmål. Spørsmålene de stiller er i motsetning til de andre samtaletypene konstruktive, og vil være viktige for fremgangen i arbeidet. En viktig del av vår studie var å finne ut om oppgaven elevene arbeidet med, i seg selv kunne stimulere elevene til å bruke denne samtaletypen. Selv om en del av elevene brukte de to andre samtaletypene, finner vi også mange eksempler på at elever bruker ET. Det er viktig å påpeke at selv samtalene som er preget av ET, også kan inneholde elementer av de andre samtaletypene. Likevel er det i de fleste tilfeller mulig å avgjøre hvilken samtaletype som er den fremtredende. Vi kan se på et eksempel:

> Elev D1: -Hvis vi sier at du har 100 kr, -20kr innsats blir 80kr. Hvis vi vinner, får vi 115kr. Eller ja?
>
> Elev D2: - Ehm, du kaster terningen én gang. Og hvis du får lavere enn 3 så får du 35 kr. Det er jo større sjanse da.
>
> Elev D1: -Ja, men er jo bare 2/6?
>
> Elev D2: - Ja, 2/6.
>
> Elev D1: -Det er ikke så mye sjanse, eller? Du bruker mer penger og får mindre. Men hvis vi vinner nå så får vi 115kr. Hvis man vinner på A får man 130kr, og hvis vi vinner på B får vi 115kr. Jeg ville kanskje sagt A til nå. Hva ville du tatt?
>
> Elev D2: -Jeg blir nødt til å se på de andre jeg.

Elevene i dette utdraget virker å være interesserte i hverandre sine ideer, men er også kritiske til det den andre sier. I sin første replikk bekrefter elev D2 det elev D1 innledet med, bare ved å si det på en annen måte. På denne måten vurderer han om det elev D1 sier stemmer. Samtidig kommer han med en påstand, om at det er større sjanse for å vinne på spill B enn A. Det kan virke som at elev D1 ikke er helt enig, og han spør derfor om det han tenker er riktig. Han er kritisk til utsagnet fra elev D2, samtidig som at han er interessert i å høre hva elev E2 mener. Elev D2 sier seg enig i at det er 2/6 sjanse for å vinne. Elev D1 er ikke enig i at 2/6 sjanse er så mye. Dette begrunner han også ved å sammenligne de to spillene. Likevel er ikke elev D2 overbevist om at det er riktig, og sier at han blir nødt til å se på de andre spillene før han gjør seg opp en mening. Dette er et tegn på at han er kritisk til det elev D1 kommer frem til. Selv om elevene er kritiske til hverandre, fører ikke uenighetene til at de arbeider videre hver for seg, slik de ville gjort med samtaletypen DT. Tvert imot virker elevene til å være interessert i hva den andre tenker. Et eksempel på det ser vi når elev D1 spør: "Hva ville du tatt?". Elev D1 kommer også med tilbakemelding på elev D2 sitt utsagn om at 2/6 sjanse er ganske sannsynlig. Han mener kanskje ikke at 2/6 er så mye, men stiller samtidig spørsmålstegn ved sin egen mening. Vi kan se hvordan de samme elevene arbeidet videre med oppgaven:

> Elev D2: -Så spill D.
>
> Elev D1: -Du får jo ganske mye penger, men…
>
> Elev D2: -Hvis du kan få 5 eller 6 så har du jo 2 tall.
>
> Elev D1: -Ja, men du må få det i 2 kast på rad. Se her kaster jeg først en gang, da må jeg få 5 eller 6. Og så kaster jeg en gang til og da må jeg også få 5 eller 6. Oi, se der fikk jeg det 2 ganger på rad. Da fikk jeg 50kr i premie.
>
> Elev D2: -Det er egentlig ganske rimelig det da.
>
> Elev D1: -Ja, sjansen er jo like stor som på spill B. Skjønner du hva jeg mener? Du vinner mer og bruker mindre.
>
> Elev D2: -Det er i grunn det samme som på B, bare at du vinner mere penger.
>
> Elev D1: -Så hvis du ikke vinner har du fortsatt 90kr igjen. Og hvis du vinner da har du 140kr. På spill C hvis vi vinner.
>
> Elev D2: -På spill C er det 1/6 for å vinne, er det ikke det?

Elev D1: -Hæ? Ja, jeg tror det.

Elev D2: -Hvis du bare får 6 da så får du ingenting.

Elev D1: -Jo, gjør du ikke det da? Du må få enten 5 eller 6 så vinner du. Du vinner også hvis du får to 5’ere eller to 6’ere.

Elev D2: -Hvis du får 1 og så 5?

Elev D1: -Da får du ingenting, tror jeg. Hvis du vinner på spill C så får du 195kr.

Elev D2: -Jeg vil si spill C er litt rimeligere enn de andre.

Elev D1: -Ja, jeg tror jeg vil ta spill C eller D.

Elev D2: -Men på C så bruker du jo bare 5kr på 2 kast.

Elev D1: -Du har mere vinnersjanse på spill D, jeg tror jeg ville valgt spill C. Spill B er det den dårligste?

Elev D2: - B, ja.

Elev D1: -Du bruker mest og får minst.

Elev D2: -Enig. Men hva er sjansen for å vinne på B?

Elev D1: -Det er jo høyere sjanse, det er ganske stor sjanse for å vinne.

Elev D2: -Men du bruker også mye, men du får jo tilbake de pengene. Du får 15kr mer når du bruker 20kr.

I denne fortsettelsen av samtalen, ser vi at de i stor grad fortsetter med samme samtaletype. Elev D2 påpeker at det er to tall som er gunstige utfall i spill D, og det kan virke som at hun mener at sannsynligheten for suksess er stor. Slik tolker også elev D1 det, og kontrer derfor med sine tanker. Han mener at selv om sannsynligheten kanskje er stor i ett kast, vil det bli vanskelig å få til i to kast på rad. For å teste ut dette bruker han terningene de har til rådighet. Etter ett forsøk som endte med suksess, velger elev D1 og tenke gjennom sannsynligheten en gang til. Nå konkluderer han med at det er like stor sannsynlighet som på spill B. Mye på grunn av at elevene er kritiske til hverandre, kommer de altså frem til nye løsninger, og nye strategier. I denne samtalen godtar elevene sjeldent det den andre sier uten å stille seg kritisk, eller tenke nøye gjennom hva som blir sagt. Vi ser også at de ikke bare er kritiske til den andre, men også til seg selv. Mot slutten av dialogen holder de på å konkludere med at spill B er det dårligste, og de er enige om dette. Likevel stiller elev D2 spørsmål om hvor stor sannsynlighet det er for å vinne på spill B. Elev D1 mener at det er stor sjanse for å vinne på B, og blir litt usikker i stemmen. Det samme blir elev D2, som begynner å se på innsatsen og premien man får i dette spillet. De er her inne på en viktig ide om å sammenligne vinnersjanse med innsats og premie. Sannsynligvis hadde de ikke kommet inn på dette, dersom elev D2 ikke hadde stilt spørsmålet om hva vinnersjansen er på spill B. Spørsmålet i seg selv er både kritisk, og spesifikt inn mot problemet. Dette er også ett av kjennetegnene på samtaletypen ET. Elevene blir dessverre forstyrret etter elev D2 sin siste replikk, og arbeidet blir avsluttet kort tid etterpå. Dette var svært uheldig, da samtalen var svært interessant på dette tidspunktet.

4.4 Stokastiske nivåer av elevenes tenkning

I tillegg til samtaletrekk, kunne lydopptakene være til hjelp for å anslå hvordan elevene sin forståelse innenfor sannsynlighet var på det gitte tidspunktet. Selv om elevene kun gjennomførte to oppgaver i dette emnet, var det enighet i grupper og uttalelser fra enkeltelever som kunne indikere hvordan deres forståelse er. Denne indikasjonen kommer ved hjelp av teori fra Jones (2005) som omhandler nivåer av stokastisk tenking, og som kan brukes som et verktøy for å plassere ulike uttalelser og forståelse innenfor sannsynlighetsregning i de ulike nivåene. Denne modellen har fire nivåer, der det første nivået er det laveste og det fjerde nivået er det høyeste.

1. nivå

Ett eksempel fra undersøkelsen, var at en elev var sikker på at det var lettere å få femmer eller sekser, fremfor andre tall på terningen.

> Elev F1: -Jeg vil velge spill C, for der er det 100kr premie.

Etter å ha forsøkt med terningene får elevene to 6'ere på rad.

> Elev F1: -Yes, vi fikk premie. 100kr i profitt. Men minus de 30kr jeg brukte så blir det 70kr da. Med de 100kr jeg startet med så har jeg totalt 170.

Eleven fortalte at han synes det var lettere å få femmere og seksere når han ristet terningen, fremfor de andre tallene på terningen.

Spillet som eleven refererer til, handler om at man får 100 kr gevinst for å kaste to seksere. Dette spillet koster 5 kr per gang man rister, og eleven kastet seks ganger før han fikk det til. Det gjorde at han valgte å sette pengene sine på dette spillet. Eleven sa at han synes at det var lettere å få de høye tallene på terningen, og bruker det som grunnlag for valget sitt. Denne idéen har ikke matematisk grunnlag, men påvirkes av tilfeldigheter, og eleven sine subjektive oppfatninger. Det er et kjennetegn ved det første nivået av stokastisk tenking. Det kan handle om at tallet er et lykketall, eller at man synes at sekser er "best" å få på terningen, slik at det ligger et ønske og en forventning om å få det. Disse grunnene er subjektive for eleven som spiller, og har lite kvantitativ tenking som grunnlag.

> Elev A2: - Søren, jeg får ingen seksere. Det spillet er dårlig. Jeg får bare under 3, så spill B er best for meg.

Dette eksempelet fra gruppe A inneholder et utsagn som kan passe inn på det første nivået innenfor stokastisk tenking. Bakgrunnen for valget av spill B kommer av at eleven ikke har en idé om at sannsynligheten er lik for de ulike sidene på terningen. I tillegg kommer uttalelsen "så spill B er best for meg", som er en subjektiv uttalelse.

2. nivå

På det neste nivået er vi på vei bort fra det subjektive, mot en mer naiv kvantitativ tenking. Dette er et lite utdrag fra gruppene B og E, der vi finner liknende trekk som kan plasseres på det andre stokastiske nivået.

> Elev B1: -5kr innsats, premie 100kr, da får du 20 forsøk på å få to 6'ere på rad.
>
> Elev B2: - Yes, jeg vant, jeg fikk 1. Da vinner jeg på spill B.
>
> Elev B1: - Yes, jeg vant på spill C, jeg fikk to 6'ere på rad.
>
> Elev B1: - Da har vi prøvd alle spillene da.
>
> Elev B2: - Ok, da er vi ferdige.
>
> Elev B1: - Jeg ville valgt spill C, for da får jeg 100kr for å få to 6'ere, siden det fikk jeg på første forsøk.

> Elev E1: -Jo, du tjener 15 kr. For du bruker 20kr og vinner 35kr. Jeg tror C er den du mister mest på, nei den du mister minst på. B eller C tror jeg kanskje nå.
>
> Elev E2: -B er lettere, men C har størst gevinst.
>
> Elev E1: -Jeg tror kanskje jeg hadde tatt B for da må du bare kaste en gang.

Elev E2: -Ja.

Begge elevene fra gruppe E er enige om at spill B er lettere enn spill C, fordi man kun trenger å få én sekser med én terning, fremfor to seksere med to terninger. Elevene bygger begrunnelsen deres på at det er mer sannsynlig å vinne på spill B, men dette gjøres uten å regne ut sannsynligheten på de enkelte spillene. Elevene fra gruppe B velger spill C, fordi én av elevene klarte å få det til når de kastet terningene. Elevene fra disse gruppene kan plasseres i nivå to, på bakgrunn av utdragene. Tilnærmingsmåtene er ikke like subjektive som på nivå én, og de er også mindre kvantitative enn nivå tre. På gruppe E har elevene en forståelse for at det er større sannsynlighet for å få én sekser fremfor to seksere, og velger dette alternativet selv om det vanskeligere spillet hadde større gevinst. Med denne tilnærmingsmåten kunne de ikke argumentere for hvor mye mer sannsynlig den ene var fremfor den andre, eller vise hvor stor sannsynlighet det enkelte spillet hadde.

3. nivå

På det tredje nivået i denne teorien utvikles det enda et steg ved at det i større grad er kvantitativ tenking, men med et uformelt språk. Dette kan vi finne igjen i et utdrag fra transkripsjon:

> Elev E2: -Vi skal kaste en terning en gang og vi må få under 3. 2 av 6. Nei? Det er 2 av 3?
>
> Elev E1: -Nei. Hvorfor er det 2 av 3?
>
> Elev E2: -Nei, det er 2 av 6 ja.
>
> Elev E1: -Jeg tror det jeg også. Hvis du kaster en terning, så kan du få 1 eller 2 for å klare det. Det er 2 av 6 mulige.

Her snakker elevene om at det er 2 av 6 mulige for å få 1 eller 2 på terningen. Denne måten å fremstille svaret på er mer presis enn det forrige nivået, ved at tallene kan gjøre det lettere å sammenlikne de ulike mulighetene elevene har. De kan bruke dette svaret til å argumentere for hvorfor et spill burde velges fremfor et annet. Vi kan også se at det blir brukt et hverdagslig språk i samtalen, der begge parter har forståelse for hva samtalen går ut på. Dette hverdagslige språket kommer til uttrykk flere steder i transkripsjonen. Fra dette utdraget kan man se at elevene blant annet sier “to av seks”, som er en mer muntlig måte å si “to seksdeler” på.

Elev D1: -Så hvis du ikke vinner har fortsatt 90kr igjen. Og hvis du vinner da har du 140kr. På spill C hvis vi vinner.

Elev D2: -På spill C er det 1/6 for å vinne, er det ikke det?

Elev D1: -Hæ? Ja, jeg tror det.

Elev D2: -Hvis bare får 6 da så får du ingenting.

Elev D1: -Jo, gjør du ikke det da? Du må få enten 5 eller 6 så vinner du. Du vinner også hvis du får to 5'ere eller to 6'ere.

Elevene på denne gruppen har enda et aspekt ved nivå 3 av stokastiske nivåer, og det er at de til en viss grad klarer å innhente relevante aspekter fra oppgaven. I denne oppgaven handler det om å se på innsats, premie og sannsynlighet for hvert spill, for så å sammenligne spillene med hverandre. Språket som elevene brukte på denne gruppa var derimot i retning av nivå 4, fordi de konsekvent gjennom hele økta brukte blant annet "en sjettedel" og "to tolvtedeler" fremfor "en av seks" og "to av tolv".

4. nivå

Det høyeste nivået har en numerisk tilnærming, og er enda mer presis enn forrige nivå. Dette er det høyeste nivået, og det ble ikke observert noen grupper utelukkende på dette nivået, men det finnes utdrag fra transkripsjonen som inneholder elementer fra dette nivået. Dette kan vi se på gruppe E fra undersøkelsen:

Elev D1: -Så C da. Det blir jo?

Elev D2: - 2/12 sjanse

Elev D1: -Eller det blir jo da 1/6 at de vinner da?

Elev D2: -Ja. Bare at du har 2 kast.

Elev D1: -La oss si at du bruker 5 kr. Da har du igjen 95kr. Sannsynligheten for å vinne er 1/6. Skjønner du?

Elev D2: -Ja. Fordi de betaler 5kr for å kaste 2 terninger.

Elev D1: -Ja, så må du kaste 2 terninger samtidig og få 6 på begge.

Elev D2: -Men det er jo ikke så stor sjanse for å få det da?

Elev D1: -Det blir egentlig det samme som på spill A. 2/12 eller det er det samme som 1/6. Bare at du får mer penger og bruker mindre på spill C enn A.

Elev D2: -Mhm.

Elevene på denne gruppen brukte et matematisk språk når de forklarte sannsynligheten til de forskjellige spillene. De snakket om at sannsynligheten var "to tolvtedeler" eller at sjansen var "en sjettedel". Elevene på gruppa brukte et språk som gjorde at de kunne knytte sammen brøkene som ble skrevet ned på arket sammen med hva de kommuniserte med gruppa. Dette gjorde det mulig å forkorte brøker for å lettere kunne sammenlikne dem med resten av spillene, for til slutt å ta et gjennomtenkt valg. Selv om det er aspekter ved kommunikasjonen som tilhører dette nivået, kan man ikke si at elevene på gruppen var på et så høyt nivå. Noe som kjennetegner dette nivået, er at det innebærer en relasjonell forståelse (Jones, 2005). Elevene skal klare å integrere med de relevante aspektene ved oppgaven med meningsfulle strukturer og modeller, i tillegg til at det skal være en numerisk tilnærming. Denne kunnskapen ble ikke observert i klasserommet, og gruppen kan derfor ikke plasseres utelukkende på dette nivået.

Gruppene som gjennomførte forsøket, bestod av elever med individuell forståelse av emnet, og det er derfor vanskelig å plassere grupper inn på et spesielt nivå. Ved å analysere transkripsjonene, kan det argumenteres for at mange av elevene befinner seg mellom ulike nivåer også, ved at utsagnene er så forskjellige. Utdrag fra ulike samtaler i ulike grupper vil være interessant for å studere de ulike nivåene, selv om det ikke nødvendigvis representerer alle gruppemedlemmenes nivå i stokastisk tenking.

4.5 Sammenhengen mellom elevenes stokastiske nivå og samtaletype

Et viktig formål med vår studie var å finne ut om man kan se sammenheng mellom hvilke stokastiske nivåer elevene er på, og hvilke samtaletyper de bruker. For å avgjøre dette, vil vi trekke ut eksempler fra hver gruppe, samt se om det stokastiske nivået kan endre seg i takt med samtaletypen. I samtalene mellom elevene ser vi at de kan være innom flere ulike samtaletyper og stokastiske nivå. Vi ser altså på om disse skiftene av samtaletype og nivå kan ha noe med hverandre å gjøre. Samtaletypene er delt inn i tre kategorier: DT, CT og ET. Stokastiske nivå er delt inn i fire. La oss se om det finnes en sammenheng ved å analysere noen eksempler.

Et utdrag fra gruppe E:

Elev 1 leser oppgaveteksten.

> Elev E2: -Spill C er best.
>
> Elev E1: -Ok, hvorfor velger du C? Da må du få 6'er på begge to for å vinne.
>
> Elev E2: -Men du taper ikke mye, du taper bare 5kr da.
>
> Elev E1: -Du taper 5kr, men du vinner 100kr hvis du vinner. Det er ikke så stor sannsynlighet for det. Det er en 1 av 12. Det er 1/12 sjanse for at du får det. På spill D må man få 5 eller 6 to kast på rad. Det koster 10kr og du får 50kr i premie. Jeg tror kanskje C.
>
> Elev E2: -Nå tror jeg B.
>
> Elev E1: -20kr og hvis du klarer å få lavere enn 3 på kastet vinner du 35kr. Det er en terning en gang. DU tjener 15kr hvis du klarer å få under 3.
>
> Elev E2: -Du tjener ikke 15kr da.
>
> Elev E1: -Jo, du tjener 15 kr. For du bruker 20kr og vinner 35kr. Jeg tror C er du mister mest på, nei den du mister minst på. B eller C tror jeg kanskje nå.
>
> Elev E2: -B er lettere, men C har størst gevinst.

Først ser vi på hvordan samtalen mellom elevene er. Vi vil påstå at elevene i dette eksemplet veksler mellom ulike samtaletyper, og vi kan ikke plassere hele samtalen i én samtaletype. I begynnelsen av samtalen er elev E2 opptatt av å komme frem til et svar, og begrunner ikke sine antagelser. Elev E2 viser flere tegn til at han bruker DT. Eksempelvis: "Spill C er best", "Nå tror jeg B". I disse utsagnene ser vi at elev E2 er veldig fokusert på å finne svaret. Han bryr seg heller ikke om hva elev E1 sier, men er likevel ikke enig med han. Selv om elev E2 heller ikke nødvendigvis er enig i det elev E1 mener, ser vi en forskjell på hvordan dette blir kommunisert. Elev E2 er i større grad opptatt av å begrunne sine meninger. I tillegg kommer han med kritiske spørsmål, som går i dybden på det matematiske, og viser interesse for medeleven sine meninger. Dette ser vi ved flere tilfeller: "Ok, hvorfor velger du C? Da må du få 6'er på begge for å vinne" og "Du taper 5kr, men du vinner 100kr hvis du vinner. Det er ikke så stor sannsynlighet for det. Det er en 1 av 12. Det er 1/12 sjanse for at du får det". Måten elev E2 kommuniserer på kan derfor helt eller delvis plasseres i ET. Mot slutten av samtalen ser vi også at elev E2 delvis bruker ET. Han går fra å være virke mest interessert i å finne et svar, til å analysere og utforske oppgaven i større grad. Noe vi ser i hans siste replikk:

"B er lettere, men C har størst gevinst.". Dette er en kritisk tilbakemelding, der han også tar utgangspunkt i elev E1 sine meninger. Vi kan altså se tegn til at han bruker ET. Endringen fører også med seg en endring i elevens stokastiske nivå.

Vi kan her se en sammenheng mellom samtaletype og stokastisk nivå. Elev E2 kan i begynnelsen være vanskelig å plassere på noe nivå, siden han ikke begrunner sine svar. Dette kan tolkes på to måter. Enten at han bruker sitt subjektive syn, eller at han har en begrunnelse i hodet som han ikke sier muntlig. Likevel kan vi se en endring mot slutten av samtalen. I det han veksler fra å bruke DT til en tilnærming som ligger nærmere ET, får vi et annet innblikk i hans stokastiske nivå. Når elev E1 sier at: "B er lettere, men C har størst gevinst.", er han inne på to viktige elementer i oppgaven. Sjansen for å vinne og størrelsen på gevinsten. Det stokastiske nivået endrer seg dermed fra det som muligens er nivå 1, til nivå 2 eller 3 med kvantitativ tenkning. Språket er fortsatt noe uformelt, som er et kjennetegn på at det i så fall er nivå 3 og ikke 4. Men vi ser altså at elevens stokastiske nivå hever seg når han bruker ET. Elev E2 bruker i store deler av denne samtalen ET, og vi ser også at hans stokastiske nivå er høyt. Han bruker begreper og ideer som kan plasseres på nivå 3 eller 4. Vi ser et godt eksempel på dette når han sier: "Det er 1 av 12. Det er 1/12 sjanse for at du får det.". Begge elevene er altså på nivå 3 eller 4 når de bruker samtaletypen ET. Da samtaletypen DT ble brukt, var nivået noe lavere. Også på andre grupper finner vi sammenheng mellom samtaletype og stokastisk nivå. Som i dette utdraget:

Utdrag fra en samtale på gruppe D.

> Elev D1: -Hvis vi sier at du har 100 kr, minus 20kr blir 80kr. Hvis vi vinner, får vi 115kr. Eller ja?
>
> Elev D2: - Ehm, du kaster terningen 1 gang. Og hvis du får lavere enn 3 så får du 35 kr. Det er jo større sjanse da.
>
> Elev D1: -Ja, men er jo bare 2/6?
>
> Elev D2: - Ja, 2/6.
>
> Elev D1: -Det er ikke så mye sjanse, eller? Du bruker mer penger og får mindre. Men hvis vi vinner nå så får vi 115kr. Hvis man vinner på A får man 130kr, og hvis vi vinner på B får vi 115kr. Jeg ville kanskje sagt A til nå. Hva ville dere tatt?

Elevene på gruppe D brukte ET i mesteparten av sin samtale, og mye av det de sier og gjør kan plasseres på stokastisk nivå 3 eller 4. De bygger videre på hverandres ideer, men er samtidig kritiske. På denne måten går de i dybden på problemet de arbeider med. Denne gruppen ser også sammenhengen mellom vinnersjanse, innsats og premie. Vi ser altså at gruppen som bruker ET har et høyt stokastisk nivå. På samme måte finner vi eksempler på elever som bruker samtaletypene DT og CT, og som kan plasseres i stokastisk nivå 1 eller 2. Her er et eksempel:

> Elev B1-Jeg ville valgt spill C, for da får jeg 100kr for å få to 6'ere, siden det fikk jeg på første forsøk.
>
> Elev B2-Du legger inn 5 kr og får 100, da er det lett.
>
> Elev B1-Ok, da sier vi at spill C er best.

Dette er bare et kort utdrag, men inneholder likevel mye interessant informasjon. Som vi også har nevnt tidligere, vil det å plassere elever på ett bestemt nivå være vanskelig, siden de kan ha kunnskaper som passer inn i flere nivå. I tillegg kan det være misvisende og bestemme nivå ut fra korte utdrag. Samtaletypen disse elevene bruker kan ut ifra dette korte utdraget bestemmes til å være CT. Elevene godtar svært ukritisk det den andre sier. De er også mest interessert i å komme frem til et svar raskest mulig. Derfor kommer konklusjonen deres tidlig, etter å ha gjort ett forsøk på det ene spillet. Det skal sies at de ser på sammenhengen mellom innsats og gevinst, og til dels vinnersjanse. Vinnersjansen har de avgjort basert på ett praktisk forsøk. Siden de lykkes med det ene spillet på dette forsøket, går de ut ifra at sannsynligheten for å vinne er stor. Dette understrekes av elev B2 sitt utsagn om at "da er det lett". Likevel vil vi plassere disse elevene på stokastisk nivå 1 eller 2. Selv om deres antagelse om at vinnersjansen er stor er basert på et praktisk forsøk, kan man til en viss grad påstå at dette er en subjektiv mening. Eleven som lykkes med å få 6'ere, har sannsynligvis et ønske og en tro på at han kan gjenskape dette flere ganger. I så fall minner dette om stokastisk nivå 1, som kjennetegnes med subjektive meninger og tanker. Samtidig kan det peke på elementer som kan minne om nivå 2. Elever på nivå 2 er i en mellomfase mellom subjektiv og naiv kvantitativ tenkning. I dette eksemplet utfører elevene ett forsøk og tar utgangspunkt i det. På en måte kan vi si at dette er en naiv kvantitativ tenkning. Den kvantitative tenkningen kommer til uttrykk ved at elevene resonnerer ut ifra hvilket forsøk som de lykkes flest ganger med, selv om det bare var én gang. Vi kan derfor også si at det er naivt. Dette passer godt med kjennetegnene på nivå 2. Resultatet vi her tar med oss er at elevene på gruppe B brukte samtaletypen CT, og var på et stokastisk nivå som var 1 eller 2, eller et sted imellom disse to nivåene.

Gruppe	Samtaletype	Nivå av stokastisk forståelse
A	DT	1
B	CT	2
C	CT	2
D	ET	3 og 4
E	DT→ET	2→3
F	CT	1

Figur 4.

Figur 4 viser oss hvilke samtaletyper de ulike gruppene har brukt, og hvilket stokastisk nivå de er på. Gruppe E viste en utvikling fra å bruke DT til å bruke ET. Samtidig endret det stokastiske nivået seg fra nivå 2 til 3. Ut ifra tabellen kan vi se at elevene som bruker CT og DT er på nivå 1 eller 2. Elevene som bruker ET er på nivå 3 eller 4. Det er altså en tydelig sammenheng mellom samtaletype og stokastisk forståelse. Elever som bruker samtaletypen ET, som er det høyeste nivået av kommunikasjon, er på de høyeste nivåene av stokastisk tenkning.

5.0 Diskusjon

I dette kapitlet vil vi oppsummere våre funn. Dette vil vi gjøre ved å se på relasjonene mellom våre funn og den grunnleggende teorien vi jobber ut fra. Med utgangspunkt i dette skal vi se på hvilke svar vi har fått på vår problemstilling. I tillegg reflekterer vi rundt svarene vi har fått, og ser på hva disse kan bety. Til slutt kommer vi med forslag til hva som kan være aktuell videre forskning ut ifra vår problemstilling, og de spørsmålene og svarene vi sitter igjen med etter prosjektet.

5.1 Metodisk refleksjon

5.1.1 Rike oppgaver

Oppgavetypen som er valgt i problemstillingen er rike oppgaver, og valg av oppgave som ble gjennomført i undersøkelsen måtte oppfylle visse krav. På figur 1 ser vi hva ulike kilder legger i begrepet rike problem/rike oppgaver, som blir brukt til å vurdere om oppgaven er rik eller ikke. Ved utvelgelsen av oppgaven, er det vanskelig å si om en oppgave er rik eller ikke, med bakgrunn i teori. Ett av kjennetegnene på en rik oppgave er at problemet/oppgaven skal være forståelig for alle, og alle skal ha mulighet til å få til noe. Det finnes ikke noen sikkerhet for dette før man har testet det ut selv, men det ble antatt at dette kravet var oppfylt i vår sannsynlighetsoppgave. Oppgaven skal altså være forståelig for alle, men et annet kjennetegn ved slike oppgaver er at de er utfordrende, og de må tillates å ta tid. Kombinasjonen mellom disse kravene blir kalt "lower floor" og "higher ceiling" av Boaler & Dweck (2015), der det både skal være lett nok og vanskelig nok for alle elever. At oppgaver er laget slik, gjør at de kan brukes på flere forskjellige klassetrinn, og kan være svært anvendelige. Vår sannsynlighetsoppgave ble gjennomført i en 8.-klasse som ikke hadde startet med undervisning i sannsynlighet. Dette gjorde at de ikke hadde lært seg noen formler for hvordan man kunne regne ut ulike sannsynligheter. De ulike gruppene i klassen jobbet utforskende, og de måtte reflektere rundt løsningsstrategiene fremfor å putte tallene inn i en formel og godta svaret de fikk. Det at elevene jobber på denne måten, skal i teorien fungere uansett om elevene tidligere har hatt tradisjonell matematikkundervisning i statistikk eller ikke. Et kjennetegn ved rike oppgaver er nettopp det at elevene skal kunne løse oppgaven uten at de har lært *hvordan* oppgaven skal løses. Noe som kan være vanlig i prosessen med å finne ut av hvordan oppgaven kan løses, er å ta i bruk en form for modell eller verktøy. Svært få av de vi observerte tok i bruk dette, selv om oppgaven tillater det. Både i teori og praksis kan vi finne elementer fra de ulike kravene som stilles til en rik oppgave i vår valgte sannsynlighetsoppgave, noe som betyr at oppgaven er rik.

Likevel ser vi også tegn som kan tyde på at oppgaven ikke oppfyller de ønskede kravene. Blant annet viser lydopptakene, samt våre observasjoner, at flere av elevene sliter med å komme i gang med oppgaven. Ett av kravene vi stiller til en rik oppgave er at den skal være forståelig, slik at alle skal kunne ha en mulighet til å begynne med den. Selv om ikke alle elevene kom i gang med oppgaven, er vi usikre på om dette skyldes oppgaven eller deres egen motivasjon for å komme i gang. Siden vi ikke har tatt høyde for å si noe om elevenes motivasjon, må vi heller se på de andre faktorene som kan gi oss et svar på dette. Vi ser at elever med ulik faglig forståelse raskt kommer i gang med oppgaven. Dette mener vi kan tyde på at elevene som ikke kommer i gang ikke blir hindret av en faglig utfordring, men av deres egen motivasjon. Den rike oppgaven vi brukte i vårt prosjekt mener vi altså oppfyller de kravene vi stilte, og at den i seg selv fungerer godt som utgangspunkt for vår forskning.

5.1.2 Lærerens rolle

Lærerens rolle i arbeidet med rike oppgaver er en annen grunnleggende faktor. Selv om vår problemstilling ikke har særlig fokus på lærerens rolle, mener vi det er viktig å diskutere dette. Blant annet ser vi i ulike teoretiske verk hvor viktig lærerens rolle er for elevene. Nettopp derfor ønsker vi å se på hvilken innvirkning vårt forskningsdesign rundt lærens rolle kan ha for resultatene våre. Vi skrev i teoridelen om ulike tilnærminger læreren kan bruke når han/hun skal bruke problemløsingsoppgaver. De tre metodene var å undervise *for, om* eller *gjennom* problemløsning. Å undervise gjennom problemløsning ble da trukket frem som den beste tilnærmingen. Derav var det også denne tilnærmingen vi i størst mulig grad brukte i vårt prosjekt. Likevel er det noen forskjeller på vår utførelse og det som er meningen med denne tilnærmingen. Her tenker vi spesielt på læreren sin rolle underveis og i etterkant av elevenes arbeid med oppgavene. Etter at elevene har arbeidet med oppgavene, er det meningen at læreren skal trekke sammen de ulike ideene som har kommet frem, og hjelpe elevene med å oppdage matematiske sammenhenger. Dette gjorde vi ikke i vårt prosjekt, men siden denne delen av undervisningen kommer etter elevenes arbeid, vil det ikke har innvirkning på våre resultater.

Lærerens rolle underveis i elevenes arbeid vil derimot kunne påvirke våre resultater. Siden vi valgte å observere fremfor å veilede elevene i arbeidet, er det viktig å se på hva som kunne blitt annerledes ved å ha større fokus på veiledning. Chapin et al. (2003) trekker frem hvor viktig læreren er i arbeidet med rike oppgaver og problemløsningsoppgaver. Vi nevnte tidligere de fem kommunikasjonsverktøyene som ble foreslått for å fremme forståelsen hos elevene. Flere av disse vil til dels direkte føre elevene inn i kommunikasjonstypen ET. Dette var også en av grunnene til at vi valgte å ikke gi elevene veiledning, for å ikke føre elevene mot en bestemt kommunikasjonstype. Vi kan se på ett av de fem kommunikasjonsverktøyene for å klargjøre hva vi mener. For eksempel punktet om at læreren skal spørre elevene om de er enige med det samarbeidspartneren tenker og sier. Når læreren stiller dette spørsmålet, vil han/hun få elevene til å vurdere det samarbeidspartneren sier. Dette kan føre til at flere av elevene bruker samtaletypen ET. Ett av kjennetegnene på ET er nettopp det at elevene vurderer det den andre sier. Selv om det også er ønskelig at elevene bruker denne samtaletypen, vil det føre til at læreren sin rolle får større betydning for resultatet enn det vi ønsker. Likevel tenker vi at det er en interessant mulighet å sammenligne elevenes kommunikasjon med og uten veiledning i et fremtidig prosjekt. Våre resultater viser derfor hvordan elevene kommuniserer når læreren ikke gir veiledning. Uten sammenligningsgrunnlag, er det vanskelig å trekke konklusjoner rundt viktigheten av lærerens rolle. Hypotesen vår er at lærerens rolle er svært viktig, og at både elevenes forståelse og kommunikasjon kunne vært på et høyere nivå dersom de fikk veiledning underveis i arbeidet.

5.2 Elevenes forståelse i stokastisk tenkning

Elevene hadde hatt noe brøkundervisning, som tydelig kom frem på lydopptakene. Det ble også tidligere nevnt at Schou mener at man er avhengig av å ha brøkforståelse for å forstå multiplikasjonsprinsippet i sannsynlighetsregning (Schou et al., 2013). Dette var et prinsipp som svært få hadde forståelse for, ut ifra våre funn. Eksempelvis var det ingen grupper (eller elever) som kom frem til at det er 36 mulige utfall når det kastes to terninger. Nesten alle gruppene kom frem til at det var 12 utfall, som ga dem brøker med 12 som nevner. Grunnen til at mange av elevene fikk 12 fremfor 36, var at de adderte nevnerne fremfor å multiplisere dem. På lydopptakene var det veldig få som hadde et kritisk og reflekterende syn på svarene som kom frem. Det var noen som godtok hva mattestykket hadde gitt dem, og fortsatte videre på neste del.

Det var også svært mange som tok i bruk terningene som de hadde til disposisjon. Med dette verktøyet brukte de en statistisk sannsynlighet, ved å gjenta forsøket flere ganger for å komme frem til en konklusjon. Vi observerte noen grupper som prøvde dette når de skulle få to seksere. Når sannsynligheten er 1/36, vil det være ganske tidkrevende å komme frem til et svar. Ingen av gruppene brukte lang tid på dette, så svarene ble verken nøyaktige eller vurdert kritisk. Men det var noen grupper som avskrev dette spill-forslaget etter at de hadde prøvd å kaste terningen noen ganger, fordi de skjønte at det var forholdsvis lav sannsynlighet for å få til dette. Selv om de ikke har funnet ut av den numeriske sannsynligheten til dette spill-forslaget, har de vurdert både innsats, gevinst og sannsynlighet opp mot de andre spillene.

I tillegg var det flere grupper som regnet seg fram til sannsynligheten teoretisk, og brukte en kombinatorisk sannsynlighet. De fant ut av hva sannsynligheten var for de ulike spillene før de vurderte hva som ville lønne seg å spille på. Selv om noen deler av oppgaven ble løst feil av gruppene, ble det fortsatt argumentert godt for at spillet som ble valgt var mest lønnsomt. I spillene med en terning, kom de fleste frem til at det var 1/6 sannsynlighet for å få ett av tallene på terningen. Utfordringen ble derfor ikke kun å finne ut av sannsynligheten, men å se på hvor mye et spill koster å spille, og hvor mye man kan tjene hvis man vinner. De som så på disse tre aspektene sammen, kom frem til gjennomtenkte svar. Allikevel var det ingen grupper som med sikkerhet kunne si hvilket spill som var mest lønnsomt med bakgrunn i den kombinatoriske sannsynligheten.

De kvantitative sannsynlighetsbegrepene (subjektiv, statistisk og kombinatorisk sannsynlighet) kan hjelpe med å skille mellom hvordan elevene kom frem til ulike sannsynligheter, og den skiller seg fra nivåene av stokastisk tenking som ble brukt som analyseverktøy. Sannsynlighetsbegrepene sier noe om hvordan og hvorfor man bør arbeide med sannsynlighet, men vårt analyseverktøy skiller mellom hvordan den enkelte kommuniserer. Allikevel er det vanskelig å se kommunikasjonen på kun ett nivå, der begrepene som blir brukt av elevene ikke er konsekvente. En elev kan både si "to av seks" og "to sjettedeler" i den samme økta, som vil si at han/hun kan være på forskjellige nivå ifølge vårt analyseverktøy. På samme måte har flere elever brukt to av de kvantitative sannsynlighetsbegrepene. De har brukt terningene for å anslå hvordan sannsynligheten kan være, for så å regne seg frem til sannsynligheten teoretisk. Da har vedkommende brukt både statistisk og kombinatorisk sannsynlighet for å komme frem til en konklusjon.

Det stokastiske analyseverktøyet som ble brukt i oppgaven var delt inn i fire nivåer, der vi fant elever og grupper på alle nivåene. Det vil si at vi fant utsagn som kunne plasseres på hvert av de stokastiske nivåene. Det var svært få som kunne plasseres på det første nivået. I én av gruppene var det kun én av elevene som forsøkte seg på oppgaven, men han brukte bare noen minutter før han sa at han var ferdig. Denne eleven ble brukt i eksempelet på "Nivå 1" i resultatet, der han mente at det var veldig lett å få to seksere, fordi han mente at det var lettere å få høyere tall på terningen fremfor de lave. Som observatør virket det som at eleven prøvde å bli ferdig med oppgaven så fort som mulig, der svaret ikke var av så stor betydning. Et kjennetegn på en rik oppgave, er at det skal tillates å ta tid. Det skjedde ikke på denne gruppa, og det var lite refleksjon rundt oppgavene eller fremgangsmåtene ut ifra resultatet av lydopptakene, og observasjonen i klasserommet.

På "Nivå 2" var det også utdrag fra undersøkelsen som kunne passe inn. Dette nivået kommer frem i undersøkelsen ved at elevene velger hvilket spill de vil spille på i "casinokonteksten", uten at de regner ut sannsynligheten for hvert av spillene. Utsagn som "Jeg tror kanskje jeg hadde tatt B for da må du bare kaste en gang" viser at de har fokusert på en del av oppgaven, men mangler andre vesentlige detaljer i konklusjonen. De hadde ikke funnet hva de ulike sannsynlighetene i oppgaven var, og selv om de diskuterte premie og innsats, ble det ikke knyttet opp mot resten av oppgaven. Gruppen som ble brukt som eksempel på nivå 2 hadde flere gode innspill og tanker, men sliter med å knytte alt sammen til et godt resonnement. De velger spillet sitt ut fra hva de tenker og tror på bakgrunn av spillene sine parametere, men har ingen sikkerhet i at det er det smarteste spillet å spille på.

Fra undersøkelsen kan vi finne flere utsagn som passer inn i nivå 3 i analyseverktøyet, og noen utsagn som går mer i retning av nivå 4. De to siste nivåene likner på hverandre, men det fjerde nivået skiller seg ut, ved at det blant annet er en enda mer presis numerisk tilnærming enn på det tredje nivået. Det er flere forskjeller enn det språkmessige mellom disse to nivåene, men det er dette som er enklest for oss å analysere i transkripsjonen. I tillegg til denne forskjellen, ligger det en relasjonell forståelse innenfor emnet hos elevene som befinner seg på nivå 4, og det kunne vi ikke observere verken som observatører i klasserommet eller i transkripsjon. Den relasjonelle forståelsen er bygd på at man vet hva man skal gjøre, og hvorfor man skal gjøre det (Skemp, 2006). Det viktige aspektet ved "hvorfor" en oppgave kan løses slik, er det reflekterende synet man får i arbeidet. Ut ifra våre funn var det ingen elever som hadde en utelukkende relasjonell forståelse. Ett av eksemplene i arbeidet var at ingen elever kom frem til at hvert av utfallene når man kaster to terninger er 1/36. Her kom veldig mange frem til at det var 1/12 sannsynlighet for hvert utfall. Når vi så på regnestykkene til elevene, så vi at de adderte nevnerne i stedet for å multiplisere dem. Det kan tyde på at elevene leita etter en mulig måte å regne seg frem til sannsynligheten basert på regneoperasjoner de allerede hadde lært. Kun med dette tatt i betraktning, er det vanskelig å plassere noen av gruppene eller elevene på det høyeste nivået.

I denne oppgaven kommer det til syne blant annet ved hvordan elevene snakker om brøk. Om elevene sier "to av seks" er det på nivå 3, men hvis de sier "to sjettedeler sannsynlig" er det på nivå 4. Elevene oppga sannsynligheten i brøk, og det fjerde nivået var den mest presise måten å gjøre det på. Et utsagn fra nivå 4 i resultatdelen: "Det blir egentlig det samme som på spill A. 2/12 eller det er det samme som 1/6. Bare at du får mer penger og bruker mindre på spill C enn A". Eleven med dette utsagnet bruker begrepene "to tolvtedeler" og "en sjettedel" i kommunikasjonen, og vedkommende klarer å forkorte og utvide brøker i samtalen, slik at han/hun kan sammenlikne den med de andre alternativene/spillene. Språket som blir brukt på denne gruppa likner på det de noterer på kladdearket, noe som kan knytte utregningene og kommunikasjonen sammen.

5.3 Sammenligning av analyseverktøy

De ulike dialogtypene kan sammenlignes med de ulike typene forståelse i stokastisk tenkning. Hvordan en samtale utfolder seg avhenger av mange faktorer. Man kan derfor ikke trekke konklusjoner, og si at dersom elevene har en viss type forståelse vil de automatisk bruke en bestemt type dialog. Likevel kan det tenkes at elevenes forståelse kan ha innvirkning på hvordan dialogen blir. Vi kan ta et eksempel på en type forståelse, og sammenligne det med diskujonstypene. Elever med et subjektivt syn på stokastisk tenkning, har en forståelse som kjennetegnes ved at de ofte bruker sin subjektive mening for å svare på problemer. De kan for eksempel mene at det er størst sannsynlighet for å få 4 på en terning, fordi dette er deres lykketall. Vi kan tenke oss at to elever med denne oppfatningen samarbeider. Diskusjonen kan da enten tenkes å havne i kategorien DT eller CT. Det er ingen garanti for at dette skjer, men vi ser noen faktorer som peker i denne retningen. Dersom elevene er enige om at 4 er begge sitt lykketall vil de kanskje ukritisk godta denne løsningen, og dermed bruke samtaletypen CT. Et annet alternativ vil være at de er uenige om lykketall, og dermed ikke samarbeider videre med oppgaven. Da vil de kanskje heller arbeide videre med sin egen løsning, i den grad det er mulig å arbeide videre med en slik ide. En slik samtale vil være av typen DT. Uansett vil utsagnet om at det er størst sannsynlighet for å få 4, siden det er deres lykketall, være ukritisk og derfor ha et kjennetegn som tilsier at samtalen er av typen CT.

5.4 Sammenhengen mellom elevenes forståelse og kommunikasjon

Resultatene tyder på at det er en sammenheng mellom elevenes forståelse og hvilken samtaletype de bruker. I resultatdelen kan vi tydelig se sammenheng mellom elever som bruker samtaletypen ET og elevene som er på et høyt stokastisk nivå. På samme måte ser vi også sammenheng mellom elever som bruker DT og CT, og elever som er på et lavere stokastisk nivå. Vi mener det kan være flere grunner til dette. Siden de stokastiske nivåene i stor grad blir avgjort ut ifra hvordan elevene formulerer seg, er det aktuelt å trekke inn Vygotsky (2001) og Herbel-Eisenmann (2002) sine teorier om dagligdags og formelt språk. Vygotsky påpeker at det formelle språket ofte er mer abstrakt enn det dagligdagse. På samme måte kan vi si at de stokastiske nivåene stiller høyere og høyere krav til abstrakt tenkning hos eleven. Fra resultatene våre viser det seg at det på noen grupper er en elev som fører samtalen, og den andre eleven bare godtar det den andre eleven sier. En mulig forklaring på dette er at den ene eleven tenker for abstrakt for den andre eleven, og bruker formelle begreper som gjør at det blir vanskelig for den andre eleven å ta del i arbeidet. Vi kan her trekke tråder til Høines (2011), som mener at elever ikke skal bli påtvunget et formelt språk for tidlig. Muligens er det nettopp dette som skjer når elever som er på to helt forskjellige stadier i sin læringsprosess samarbeider, og at samtalen blir preget av dette. Dersom den ene eleven egentlig ikke forstår det den andre sier, er den enkleste løsningen som oftest bare å være enig. Igjen kan vi sammenligne med eksemplet Høines (2011) kommer med for å forklare dette. Dersom noen snakker et fremmedspråk, eksempelvis fransk, er det vanskelig å henge med i samtalen når du ikke skjønner noe av det. Det vil da være en enkel løsning å late ut som at man er enig, selv om man ikke forstår hva som blir sagt. På denne måten vil elever med et lavere stokastisk nivå lett kunne bruke CT, siden de ukritisk godtar det den andre sier. Dersom denne tolkningen av situasjonen som oppstår stemmer, vil det si at det er elevenes forståelse som påvirker elevens kommunikasjon.

Elever på et høyt stokastisk nivå har større forutsetninger for å kunne bruke ET. Vi har sett på hva som kan være grunnen til at elever med lavt stokastisk nivå ikke bruker ET. Så er spørsmålet hva som gjør at elever med høyt stokastisk nivå har større forutsetninger for å kunne bruke ET. Før vi diskuterer dette, er det viktig å påpeke at elever med et lavt stokastisk nivå også kan bruke ET, men at det muligens stiller andre krav til eleven. Enten at eleven av natur bruker ET eller at eleven er bevisst på hvordan en samtale burde være. Det vil i stor grad være lærerens rolle å hjelpe elevene med dette. Så tilbake til spørsmålet om hva som gjør at elever med høyt stokastisk nivå kan ha bedre forutsetninger for å bruke ET. Noe av forklaringen tror vi er den samme som vi brukte for å forklare hvorfor elever med lavt stokastisk nivå bruker CT. I dette tilfellet hvor elevene har et høyt stokastisk nivå, vil de ha større muligheter for å kunne være kritiske til andre. Elevene skjønner hva problemet de arbeider med går ut på, og har noen tanker om hvordan det kan løses. Samtidig kan de også forstå forslagene og ideene til samarbeidspartneren. Vi mener at det er mer naturlig å være kritisk og vurdere det den andre sier når man selv har en forståelse som er tilstrekkelig. For mange kan det være skummelt å vurdere eller stille kritiske spørsmål til noe man ikke helt skjønner. Igjen er vi inne på en viktig rolle læreren har, nemlig å skape et trygt og godt klassemiljø, som gjør at nettopp det å stille spørsmål ikke er skummelt. Vi vet ikke i hvilken grad dette er gjort i klassen vi gjennomførte prosjektet i, siden dette er noe som må utvikles over tid. I teoridelen snakket vi også om relasjonell og instrumentell forståelse. Hvilken av disse typene forståelse elevene har kan også ha en innvirkning på hvilken samtaletype de bruker. Elever med relasjonell forståelse har en forståelse om hvorfor og hvordan man utfører ulike matematiske operasjoner. Eller hvorfor ulike ideer og strategier kan brukes. Med en slik forståelse kan det være enklere for elevene å diskutere strategier og ideer. Siden man har en forståelse rundt hvorfor en viss strategi fungerer, kan man også ha forutsetninger til å forstå hvorfor andre strategier ikke fungerer. Elevene vil da kunne diskutere hverandres strategier, og dermed bruke ET. Forutsetningen er altså da elevens forståelse.

Samtaletypen kan ha betydning for hvilken grad elevene viser sin forståelse. Selv om vår hypotese er at det er elevenes forståelse som påvirker samtaletypen, mener vi også at samtaletypen til en viss grad kan påvirke elevenes forståelse. Et aspekt ved dette er at elevene i større grad får uttrykt sine kunnskaper ved å bruke ET. I de to andre samtaletypene vil ikke nødvendigvis eleven vise hvilken kunnskap de har. Dersom de bruker DT, vil de ikke i særlig grad kommunisere muntlig i arbeidet, og dermed heller ikke vise hvilke kunnskaper de har. Vi ser også et eksempel på dette i resultatdelen vår. En av elevene bruker i begynnelsen av samtalen CT, men går etter hvert over til å bruke ET. Samtidig som at eleven skifter samtaletype, viser også eleven et høyere stokastisk nivå. Når de bruker CT vil de kunne støtte seg på det den andre sier, uten å komme med sin egen kunnskap. Det vil altså si at selv om eleven kan ha en forståelse som tilsier et høyt nivå, kommer ikke dette nødvendigvis frem dersom eleven ikke kommuniserer sine kunnskaper muntlig. Ved å bruke ET må elevene i større grad vise hvilken forståelse de har. Denne samtaletypen setter krav til at elevene er kritiske og stiller spørsmål. Dette i seg selv vil kunne vise hvilken kunnskap eleven innehar. Det er nettopp dette som skjer i det nevnte eksemplet med eleven som bytter samtaletype, og samtidig viser en høyere grad av forståelse. Vi mener altså at kommunikasjonstypen kan være viktig for at elevene skal kunne vise sine kunnskaper.

Elevene kan også utvikle forståelse gjennom arbeidet, spesielt ved å bruke ET. Noe av formålet med samarbeid er at elevene skal utvikle forståelse. Vi mener derfor at det også er viktig å se på potensialet til de ulike samtaletypene, når det gjelder å utvikle elevenes forståelse. Selv om våre resultater ikke viser sammenheng mellom samtaletype og utvikling av forståelse, mener vi at det er en sammenheng. Dette mener vi på bakgrunn av vår grunnleggende teori. Vi ser flere årsaker til at sammenhengen ikke kommer frem i vår studie. En av årsakene er at elevene med størst utviklingspotensial, altså elevene på laveste nivå, ikke bruker ET. Derfor har vi ikke grunnlag for å kunne studere en eventuell sammenheng i våre resultater. Vårt teoretiske grunnlag gir derimot grunn til å anta at ET fører til større faglig utvikling og forståelse hos elevene enn de andre samtaletypene. Blant annet mener Chapin et al. (2003) at diskusjon i matematikk er essensielt for å utvikle forståelse. Samtaletypen ET handler i stor grad om å diskutere og å være kritisk, og er dermed i tråd med denne teorien. Selv om DT er en samtaletype der elevene ikke er enige, vil ikke bruk av DT føre til en faglig diskusjon. Som vi tidligere har sett på, vil DT heller føre til at elevene arbeider individuelt med oppgaven, fordi de er uenige. Dermed vil et viktig aspekt ved samarbeidslæring gå bort, og man vil heller ikke få noen faglig diskusjon. CT vil heller ikke føre til noen faglig diskusjon, siden denne samtaletypen er preget av at elevene ukritisk godtar det den andre sier. Med andre ord mener vi at ET gir størst forutsetning for en god faglig utvikling og forståelse for elevene. På denne måten mener vi også at samtaletypen kan påvirke elevenes stokastiske forståelse. Der vi kan si at elevenes stokastiske forståelse har en direkte umiddelbar innvirkning på samtaletypen, kan vi si at samtaletypen påvirker elevenes utvikling av stokastisk forståelse.

5.5 Innvirkning på lærerens arbeid i klasserommet

Vi ser gjennom vårt prosjekt hvor viktig elevenes forståelse er. Det er derfor viktig at læreren legger opp undervisningen slik at elevene har størst mulig forutsetning for å kunne utvikle sin matematiske forståelse. Undervisning gjennom problemstilling kan være en mulig tilnærming som er gunstig for nettopp dette. Riktig bruk av rike oppgaver vil ifølge teorien stimulere elevene til å utvikle en relasjonell forståelse, samtidig som at det til en viss grad i seg selv stimulerer til at elevene bruker samtaletypen ET. Likevel viser vår forskning at rike oppgaver i seg selv ikke er nok til at alle elevene bruker ET. Vi mener derfor at det kan være viktig for læreren å snakke med elevene om hvordan de burde samarbeide med hverandre. Dersom elevene er klar over hvordan de burde arbeide sammen, vil det være lettere for dem å bruke ET. Prosjektet viser også at læreren til en viss grad kan høre hvilken forståelse elevene har ut ifra hvilken samtaletype de bruker. Elever på høyt stokastisk nivå viser seg som nevnt å bruke ET i større grad enn elever på lavere nivå, som i større grad vil bruke CT.

5.6 Videre forskning

Studien vi har gjennomført ser på elever sin forståelse og kommunikasjon i arbeidet med rike oppgaver. Vi har ikke tatt hensyn til lærerrollen, siden vi inntok rollen som observatører. Derfor ser vi for oss at kan være interessant å forske på hvorvidt det er en forskjell på elevenes forståelse og kommunikasjon i en økt der læreren gjennomfører den rollen en lærer ifølge teorien skal gjøre. Et slikt prosjekt kan gi et innblikk i hvor viktig læreren er i arbeid med rike oppgaver, og for elevenes kommunikasjon generelt. En annen tilnærming som kan være interessant, er å gi elevene instruksjoner i hvordan de skal snakke sammen på forhånd. Man kan for eksempel gjøre en studie på en kontrollgruppe som ikke får veiledning på hvordan de skal snakke, for å sammenligne det med gruppen som får veiledning. Spørsmålet vil da være om elevenes forståelse blir påvirket av samtaletypen. Vårt prosjekt viser det motsatte, at samtaletypen er påvirket av elevenes forståelse.

I vår undersøkelse bruker vi ett analyseverktøy for kommunikasjonstyper, og ett for stokastisk tenking. Vi har funnet sammenhenger mellom disse, men vi har ingen grunn til å tro at sammenhengen er begrenset til et spesifikt emne i matematikken. Videre forskning kunne gått ut på å bruke samme verktøy for kommunikasjon opp mot ulike emner i matematikken, og kanskje også på ulike trinn. Etter at flere forsøk er gjennomført, kan både klassetrinn og emnet i faget sammenlignes med hverandre for å trekke videre konklusjoner.

En annen mulighet for videre forskning kan være et litt lengre tidsperspektiv på et lignende prosjekt. Det kan tas utgangspunkt i kommunikasjonen i klasserommet i arbeid med rike oppgaver. Det kan gjennomføres undersøkelser med jevne mellomrom, der progresjonen kan analyseres. Det er mulig man finner ut at det er en forskjell mellom den første undersøkelsen og den siste, både når det kommer til kommunikasjon, oppgaveløsing og forståelse. I teoridelen finner vi et delkapittel som handler om relasjonell og instrumentell forståelse. Det ønskelige er at elevene har en relasjonell forståelse, for da vet de ikke bare *hvordan* man skal gjøre noe, men også *hvorfor*. Med denne forståelsen har man et reflekterende syn på oppgaven man skal gjøre. Dette er en god egenskap når man skal løse rike oppgaver. Et par av kriteriene for hva en rik oppgave skal inneholde, er at den ikke skal ha en bestemt løsningsstrategi og den skal tillates å ta tid. Dette åpner opp for gode muligheter med en relasjonell forståelse. Rike oppgaver og relasjonell forståelse vil på denne måten gå godt overens, ved at oppgavetypen kan hjelpe på veien mot en relasjonell forståelse, og at den relasjonelle forståelsen vil være viktig i oppgaveløsingen. Med dette som bakgrunn hadde det vært svært interessant å gjennomføre en lengre undersøkelse, over et større tidsrom, for å se i hvilken grad arbeid med rike oppgaver fører til en relasjonell forståelse hos elevene.

6.0 Avslutning

I denne masteroppgaven har vi sett på hvordan elever kommuniserer, og deres forståelse i stokastisk tenking i arbeid med rike oppgaver. Ett av formålene med studien var å avdekke om det er en sammenheng mellom disse to variablene. Analysene våre tyder på at det er en sammenheng mellom elevenes forståelse og hvordan de kommuniserer. Det virker som at elevenes forståelse påvirker hvordan de snakker. Elever med god stokastisk forståelse bruker i større grad samtaletypen ET. Vi fant ingen resultater som viser elever som er på stokastisk nivå 1 eller 2, og som bruker ET. Resultatene tyder derfor på at elevenes stokastiske nivå påvirker hvilken samtaletype de bruker. Samtidig ser vi at det i et tilfelle er samtaletypen som påvirker forståelsen. En av elevene hever sitt stokastiske nivå ved å endre samtaletype fra CT til ET. Likevel mener vi at det ene tilfellet ikke er nok til å konkludere med ut ifra vårt prosjekt. Svaret på problemstillingen "**Hvordan samspiller stokastisk forståelse og ulike samtaletyper i arbeid med rike oppgaver?**" er ut ifra våre funn at samtaletype og forståelse har en sammenheng. Sammenhengen går begge veier, altså at stokastisk forståelse påvirker samtaletype og at samtaletype påvirker stokastisk forståelse. Sammenhengen er tydeligst ved at stokastisk forståelse påvirker samtaletype. For læreren betyr dette at man både burde tenke på elevenes kommunikasjon og forståelse, og at disse sannsynligvis har en sammenheng. Vi har sett på forståelse i arbeid med sannsynlighetsoppgaver. Det hadde vært gunstig med videre undersøkelser i andre emner i matematikk for å få et bedre grunnlag for påstanden.

Referanser

Bjerke, A. H. & Eriksen, E. (2019). *Hva er sjansen for det?: Sannsynlighet i skolen*. Universitetsforlaget.

Boaler, J. & Dweck, C. (2015). *Mathematical Mindsets.* Jossey-Bass.

Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125–153. https://doi.org/10.1023/A:1009947032694

Cai, J. (2010). Helping elementary students become successful mathematical problem solvers. I D. V. Lambdin & F. K. Lester (Red.), *Teaching and learning mathematics: Translating research for elementary teachers.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2003). *Classroom Discussions: Using math talk to help students learn grades 1-6.* Math Solutions Publications.

Dunn, R. & Symons, D. (2019). *Productive discussion as a foundation for primary mathematics*. Australian Primary Mathematics Classroom, 24 (2), 21-25.

Flick, E. (2013). *The SAGE Handbook of Qualitative Data Analysis.* SAGE Publications Ltd.

Gilje, G. & Grimen, H. (2007). *Samfunnsvitenskapenes forutsetninger: Innføring i samfunnsvitenskapenes vitenskapsfilosofi*. (12 utg.). Universitetsforlaget.

Hagen, P. C. (2021). *Innføring i sannsynlighetsregning og statistikk.* Cappelen Damm akademisk.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation.* Liber.

Hellevik, O. (2002). *Forskningsmetode i sosiologi og statsvitenskap.* Universitetsforlaget.

Hoyles. (1985). What Is the Point of Group Discussion in Mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 205–214. https://doi.org/10.1007/BF02400938

Imsen, G. (2017). *Elevenes verden: Innføring i pedagogisk psykologi.* (Utg. 5). Universitetsforlaget.

Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P.A. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode.* Abstrakt forlag.

Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen: matematikkdidaktikk - barnetrinnet*. Caspar forlag AS.

Jones, G. A. (2005). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. Springer.

Kazemi, E., Hintz, A., Birkeland, K. B., Jørgenssen, T., & Opheim, L. G. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm akademisk.

Kruzel, A. J. (1999). Sampling in qualitative inquiry. I Benjamin F. Crabtree og William Miller (red.), *Doing qualitative research*. (2. Utg.), Sage.

Kunnskapsdepartementet (2017). *Verdier og prinsipper for grunnopplæringen - overordnet del av læreplanverket*. Regjeringen. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for- (Lenker til en ekstern side.)grunnopplaringen/id2570003/

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Malterud, K. (2011). *Kvalitative metoder i medisinsk forskning: en innføring* (3. utg.). Universitetsforlaget.

Mercer, N. (1996). The quality of talk in children's collaborative activity in the classroom. *Learning and Instruction*, 6(4), 359–377. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(96)00021-7

Nilssen, V. (2012). *Analyse av kvalitative studier. Den skrivende forskeren.* Universitetsforlaget.

Nosrati, M. & Wæge, K. (2019, september). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk.* Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-l%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk

Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C. & Skott, J. (2013). *Matematik for lærerstuderende: Stokastik : 1.-10. klasse*. Samfundslitteratur.

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95.

Stake, R. E. (1995). *The art of Case Study Research.* Sage.

*T*aylor. (1971). Interpretation and the Sciences of Man. *The Review of Metaphysics*, 25(1), 3–51.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M., Wray, J., & Brown, E. T. (2020). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* (10. utg.). Pearson.

Vygotskij, L. S., Roster, M. T., Bielenberg, T., Skodvin, A., & Kozulin, A. (2001). *Tenkning og tale*. Gyldendal akademisk.

Wolf, N. B. (2015). *Modeling with Mathematics: Authentic Problem Solving in Middle School.* Heinemann.

Yin, R. K. (2014). *Case study research. Design and methods (*5.utg). Sage.

Vedlegg 1: Casinokonteksten.

Oppgavesamling sannsynlighet

Casinokonteksten.

Du er på en ferietur og går inn i et marked der det tilbys forskjellige spill. Du har akkurat 100 kroner som du kan bruke på spill fordi du synes det er morsomt.

Det er ingen garanti for at du vinner, men noen ganger kan man være heldig. Du har likevel en idé om at noen av spillene gir større vinnersjanser enn andre. Se på de ulike spillene under. Med tanke på at du har 100 kroner, hvilke spill ville du valgt å spille på? Hvorfor?

Spill A Innsats: 10 kroner for å kaste en terning én gang.
Premie: 40 kroner hvis du får 6er.

Spill B Innsats: 20 kroner for å kaste terning én gang
Premie: 35 kroner hvis du får lavere enn 3 på kastet.

Spill C Innsats: 5 kroner for å kaste to terninger samtidig.
Premie: 100 kr hvis du får to seksere.

Spill D Å få 5 eller 6 to kast på rad

Jobb på casinoet

Markedet ønsker å lage noen nye spilltilbud. I disse spillene ønsker de at det er mulig med flere premier, men de trenger hjelp til å avgjøre hvor store premiene kan være slik at de både virker fristende å spille på, og samtidig er lønnsomme for markedet i lengden:

Spillforslag 1. Kaste to terninger.
Premie hvis summen er 7, 10 og 12.
Hva kan innsatsen og premiene være?

Spillforslag 2 Kaste to terninger.
Premie hvis man får to like / et par.
Hva kan innsatsen og premiene være?

Spillforslag 3 Trekking av kuler. Et antall hvite og sorte kuler. Premie for hver svarte kule man trekker opp.
Markedet trenger forslag til hvor mange kuler av hver farge de kan bruke, forslag til innsatspris og premier.

Husk at det må være en balanse i premier og innsats slik at det virker rimelig å spille, premiene er fristende men også at konkurransene er lønnsomme for arrangøren på sikt.

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD.

Meldeskjema / Masteroppgave: Rike matematiske problem / Vurdering

Vurdering

Referansenummer
984359

Prosjekttittel
Masteroppgave: Rike matematiske problem

Behandlingsansvarlig institusjon
Nord Universitet / Fakultet for lærerutdanning og kunst- og kulturfag / Grunnskole

Prosjektperiode
22.11.2021 - 30.06.2022

Meldeskjema

Dato	Type
17.12.2021	Standard

Kommentar
Vi viser til endring registrert 17.12.21.

Vi kan ikke se at det er gjort noen oppdateringer i meldeskjemaet eller vedlegg som har innvirkning på NSD sin vurdering av hvordan personopplysninger behandles i prosjektet.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Sturla Herfindal

Lykke til videre med prosjektet!

Vedlegg 3: Samtykkeskjema til elevene.

Sigurd Skorstøl og Ole Fredrik Moen
Nord Universitet
Levanger

18.03.22

Til Foreldre og foresatte til elever ved x ungdomsskoleskole.

Informasjon om forskningsprosjekt ved x ungdomsskole.

I forbindelse med vår mastergrad i lærerutdanning ved Nord Universitet ønsker vi å gjøre en undersøkelse på x ungdomsskole. Vi ønsker å analysere hvordan elevene kommuniserer når de arbeider med det vi kaller rike oppgaver i matematikk. For å gjøre dette vil elevene arbeide i mindre grupper, der det blir gjort lydopptak av deres kommunikasjon. All innsamlet data som blir brukt i prosjektet blir anonymisert.

Din deltakelse og dine rettigheter

Det er frivillig å delta i dette prosjektet. Dersom man angrer på samtykke kan man når som helst trekke dette uten å oppgi grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Dette medfølger selvfølgelig ingen negative konsekvenser, da det er frivillig å delta. Prosjektet avsluttes 30.06.22 og alle opplysninger vil bli slettet etter denne dato.

Så lenge du kan identifiseres i datamateriale, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Har du spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om dine rettigheter ta kontakt med Ole Fredrik Moen eller Sigurd Skorstøl.
Har du spørsmål tilknyttet NSD (norsk senter for forskningsdata) og deres vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på epost: personverntjenester@nsd.no eller på telefon 55 58 21 17. På oppdrag fra Nord universitet, har NSD vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket. Vi behandler informasjon om deg bare hvis du sier at det er greit og du skriver under på samtykkeskjemaet. Du kan når som helst underveis trekke deg fra undersøkelsen, og trenger ikke å gi noen grunn for det.

Sigurd Skorstøl og Ole Fredrik Moen
Nord Universitet
Levanger

18.03.22

Kontaktinformasjon, e-post:

Studenter:

- ole.fredrik.moen@student.nord.no
- sigurd.skorstol@student.nord.no

Veiledere fra Nord universitet:

- antoine.julien@nord.no
- edgar.alstad@nord.no

Personvernombud (Toril Irene Kringen):

- personvernombud@nord.no

Med vennlig hilsen

Ole Fredrik Moen og Sigurd Skorstøl

---Svarslipp på neste side:--------------------------------------

SVARSLIPP for foresatte til____ klasse___________

Jeg gir tillatelse til deltakelse i prosjektet: ☐ JA ☐ NEI
Jeg gir tillatelse til bruk av lyd-opptak: ☐ JA ☐ NEI

Underskrift____

---✂---