MASTEROPPGAVE

Emnekode: MAT5006

Navn: Nikolai Edvardsen
Birger-Johan Esjeholm Jacobsen

Lærebokanalyse av tre grunnbøker innenfor matematikk på 8. trinn med fokus på åpne oppgaver samt argumentasjon og resonnering

Dato: 15.05.2023

Totalt antall sider: 81

NORD universitet

www.nord.no

Sammendrag

I denne masteroppgaven har vi gjennomført en tekstbokanalyse av tre grunnbøker på 8. trinn med hensikt å se inn på deres oppbygning med fokus på åpne og lukkede oppgaver, kognitive krav samt argumentasjon. De tre norske grunnbøkene basert på kunnskapsløftet og læreplanverket 2020 er Matematikk 8, Maximum 8 og Matemagisk 8. På bakgrunn av dette har vi formulert problemstillingen: *"Hvordan er læreverks oppbygning på 8. trinn med hensyn på åpne oppgaver, kognitive krav, resonnering og argumentasjon?"* Med følgende forskningsspørsmål 1) I hvor stor grad fremkommer åpne oppgaver i lærebøkene?, 2) Hvilke kognitive krav stiller oppgavene i lærebøkene?, 3) Hvor stor grad fremkommer argumentasjon og resonnering i lærebøkene?, 4) Hvordan er fordelingen av åpne oppgaver, kognitive krav og argumentasjon i de forskjellige matematiske temaene?

For å analysere grunnbøkene baserte vi oss på et rammeverk utviklet av Charalambous et al. (2010) hvor vi tilpasset det for denne masteroppgaven. Dette rammeverket er bestående av den horisontale analysen som tar for seg bøkenes helhet, og den vertikale analysen som går i dybden. Det ble totalt analysert 5071 oppgaver i den vertikale analysen, hvor oppgavene primært ble kodet etter det kognitive nivået, om oppgaven var åpen eller lukket og om oppgaven stilte krav til argumentasjon.

Funnene våre viser at åpne oppgaver fremkommer i liten grad på tvers av alle bøkene. På tvers av grunnbøkene stilte mesteparten av oppgavene et lavt kognitivt krav, men en bok skilte seg ut med å ha en større andel lavt kognitivt krevende oppgaver sammenlignet med de to andre. Det var en overvekt av oppgaver som ikke krevde argumentasjon og resonnering i alle grunnbøkene, men en bok skilte seg ut med å ha en relativ større andel av oppgaver som vektla kjerneelementet. I fordelingen av de ulike elementene vi har undersøkt fant vi flere forskjeller innad i de matematiske temaene.

Konklusjonen for denne masteravhandlingen er at det finnes en overvekt av lukkede oppgaver på tvers av de tre læreverkene. Majoriteten av den totale mengden oppgaver stiller lavere kognitive krav. Konkusjonen for hvilken grad argumentasjon og resonnering forekom i grunnbøkene varierte mellom dem.

Abstract

For this master thesis have we carried out a textbook analysis of three textbooks in 8. Grade with the purpose of looking into their build-up with focus on open and closed tasks, cognitive demands and argumentation. The three Norwegian textbooks are based on the new curriculum LK 20, where we have investigated Matematikk 8, Matemagisk 8 and Maximum 8. To do this have we constructed the following research question: *"How is the textbooks build-up in 8. Grade considering open tasks, cognitive demands, reasoning and argumentation?"* With the following underlying questions: 1) What degree of open tasks is presented in the textbooks?, 2) What cognitive demands is asked by the tasks in the textbooks, 3) What degree of argumentation and reasoning is presented in the textbooks?, 4) How is the spread of open tasks, cognitive demand, and argumentation in the different mathematical subjects?.

We adjusted the framework developed by Charalambous et al. (2010) when analysing the textbooks but adjusted it for our master thesis. The framework is consisted of two parts. The horizontal analysis which investigates the textbooks as a whole, while the vertical analysis takes a deep dive into the mathematical task. These analyses are completing each other. We analysed 5071 tasks in total, where we primarily coded the tasks by their cognitive demand, if they were open or closed or if the task required any argumentation.

Our findings shows that there is a low degree of open tasks across the chosen textbooks. Most of the tasks where of lower cognitive demands, but one book had a larger amount of lower cognitive demanding tasks compared to the other two textbooks. The findings also show a larger number of tasks that did not require argumentation or reasoning within the textbooks but also here one textbook stood out, with more tasks containing the core element. We also found a difference in the spread of the different elements that were analysed within the mathematical subjects.

The conclusion of this master thesis is that there were overwhelmingly more closed tasks than open for the investigated textbooks. The majority of tasks where of lower cognitive demands and the degree of argumentation and reasoning varied in all textbooks.

Forord

Når vi startet denne masteravhandlingen hadde vi som intensjon å undersøke noe som ville gjøre oss bedre rustet som fremtidige lærere. Vi planla tidlig å ha en lærebokanalyse, og fant senere hva vi ønsket å undersøke.

Med denne masteravhandlingen presenterer vi en dypere innsikt i grunnbøkene på 8. trinn. Vi håper de som lester oppgaven finner nytte av våre analyser og funn. Masteravhandlingen har utviklet oss, og vi håper at den vil styrke oss i yrket vårt som er i en konstant utvikling for elevens beste.

Vi ønsker å rette en spesiell takk til veileder Reza Saeidinvar førsteamanuensis ved Nord Universitet, Fakultet for lærerutdanning, kunst og kultur. Han har vært tilgjengelig på kort varsel, og har gitt gode tilbakemeldinger på arbeidet vårt. Vi takker også andre i matematikkseksjonen som vært tilgjengelig og hjulpet.

Vi takker våre medstudenter for 4 og 5 år på lærerstudiet som bringer frem mange gode minner. Gjennom mye nedlagt arbeid og hektiske eksamensperioder avslutter vi nå et kapittel i våre liv. Med dette sagt dundrer vi videre inn i arbeidslivet!

Bodø, mai 23

Nikolai Edvardsen

Birger-Johan Esjeholm Jacobsen

1.0 Innledning

Lærebøker er nok en naturlig del av skolegangen for de fleste av oss. Både når det kommer til undervisningen og oppgaveløsning i matematikkfaget på grunnskolen. Ut fra det vi har observert fra egen praksis har lærebøker en sentral rolle i undervisningen. Denne sentrale rollen lærebøker har innenfor matematikk i Norge bekreftes av Skjelbred et al. (2005, s. 73). Også TIMSS undersøkelsen gjennomført i 2011 som også trekker inn at lærebøker innenfor matematikk står sentralt på et globalt nivå (Mullis et al., 2012, s. 391-394). Norske lærebøker i grunnskolen i dag har ingen kvalitetssikring gjennomført av staten, som gjør at forlagene og forfatterne i større grad bestemmer hva bøkene skal inneholde. På bakgrunn av ingen statlig godkjenning og forskjellige forfattere kan det være store forskjeller mellom lærebøkene. Ved overgangen til det nye læreplanverket 2020 ble det færre kompetansemål, hvor vi mener formuleringen ble vagere. Denne vage formulering av kompetansemål er med på å gi lærere større frihet i hvordan man planlegger å oppnå dem. På bakgrunn av at vi mener kompetansemålene ble vagere vil det føre til vanskeligheter for forfattere og forlagene å bestemme innholdet i de nye lærebøkene. Dette kan føre til enda større forskjeller mellom lærebøkene i matematikkfaget etter fagfornyelsen. Siden lærebøkene er relativt nye, har det ikke vært mye forskning på innhold av dem. Dette gjør det enda vanskeligere for læreren og skoler å velge et læreverk som dekker deres behov best.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Faget matematikk består i stor grad av å løse oppgaver, og utgjør derfor en stor del av grunnlaget for læring innenfor matematikk (Pettersen & Nortvedt, 2018, s. 950; Sullivan et al., 2013, s. 57; Yeo, 2017, s. 175). Gjennom undervisningen ved Nord universitet i Bodø har det kommet tydelig frem at matematikk er et fag som fremmer tankemåter ovenfor pugging i form av repeterende oppgaver eller memorere formler og regler. Oppgave i matematikk kategoriseres på forskjellige måter. To av de viktigste kategoriene er åpne oppgaver og de kognitive kravene. I begge kategoriseringene skilles det mellom oppgaver som skal gi elevene kunnskap og ferdighet til å anvende det de har lært. Tradisjonelle oppgaver gir elevene kunnskap og ferdigheter til å anvende det de har lært, men dette er ikke nødvendigvis med på å gi dem en dypere matematisk forståelse (Pehkonen, 1997, s. 89). Om elevene skal utvikle sin matematiske kompetanse, vil ikke anvendelse av kun tradisjonelle oppgaver være tilstrekkelig siden de i liten til ingen grad fremmer forståelse.

Gjennom praksis har vi fått erfaring av at elever er undrende og lurer på hvorfor algoritmer fungerer, spesielt om man viser klassen et "magisk" triks som baserer seg på matematikk. Under forsknings og utviklingsoppgaven gjennomført på tredje studieår opplevde vi at elevene hadde evnen til å komme frem til riktig svar på de åpne oppgavene som ble gitt, men at argumentasjonen for svaret ikke var kommunisert godt nok. Stylianides (2009, s. 258) poengterer at resonnering og bevisføring bør være sentral i alle elevers erfaring i matteunder visningen. Umland og Sriaman (2014, s. 44) påpeker at eleven må argumentere for valg av prosedyrer eller for svaret eleven har kommet frem til slik at andre kan forstå deres resonnering. En bok i matematikk må derfor inneholde en god del oppgaver som fremmer resonnering og argumentasjon.

Arbeidet vårt under forsknings og utviklings oppgaven var det som vekket en interesse hos oss rundt begrepene rike og åpne oppgaver i tillegg til argumentasjon. Denne interessen var med på å avgjøre hvilket tema vi skulle skriv om i masteravhandlingen. Målet vårt er å danne elever innen matematikk. Slik at de er i stand til å kommunisere matematikk og løse matematiske problemer, ved at resonnering er det som ligger til grunne for å komme frem til løsningen i motsetning til å kun følge en prosedyre. Vi er snart ferdigutdannede lærere med matematikk som et av fagene vi skal undervise og føler derfor at det er viktig at vi har gjort et dypdykk i grunnbøker innenfor matematikk.

Oppgaver som gir mulighet for matematisk tenking, har blitt gitt stor vekt i den nye læreplanen og resonnering og argumentasjon er et av kjerneelementene i matematikk. Derfor forventes det at de nye lærebøkene som er fagfornyet må inneholde mer av slike typer oppgaver. Bøkene som er fagfornyet er relativt nye og det er ikke gjennomført mange innholdsanalyser på dem, spesielt når det kommer til omfattende analyse av oppgaver i hele bøkene. Derfor bestemte vi oss for å analysere oppgavene i tre av de mest brukte norske grunnbøkene innenfor matematikk. Vi har valgt å se om oppgavene er åpne eller lukkede, de kognitive kravene hver av oppgavene stiller og om de gir mulighet til resonnering og argumentasjon. Så vidt vi vet er dette den første masteravhandlingen som tar for seg en slik ekstensiv analyse hvor alle oppgavene blir analysert med disse kategoriene. Vi håper at en slik analyse vil være til støtte for skoler og lærere når det kommer til valg av riktig læreverk etter deres behov. I tillegg til å skape bevissthet rundt grunnbøkenes oppbygning og hvordan man anvender dem.

1.2 Avgrensing og problemstilling

Vi har valgt å avgrense oppgaven til å analysere tre læreverk på 8 trinn, og bakgrunnen for dette vil vi komme inn på senere i metodekapittelet. Analysen vil kun se inn på oppgavene som har fått en nummerering. Gjennom en lærebokanalyse vil vi se inn på hvor stor andel av bøkene inneholder åpne oppgaver, argumentasjon og resonnering samt hvilke kognitive krav oppgavene stiller. Ut fra bakgrunn for valg av tema og avgrensningene som vi har gjort utformet vi følgende problemstilling og forskningsspørsmål:

> *"Hvordan er læreverks oppbygning i 8. trinn med hensyn på åpne oppgaver, kognitive krav, resonnering og argumentasjon?"*

For å svare på dette har vi valgt å bryte problemstillingen ned til fire forskningsspørsmål som lyder som følgende:

1) I hvor stor grad fremkommer åpne oppgaver i lærebøkene?

2) Hvilken kognitive krav stiller oppgavene i lærebøkene?

3) Hvor stor grad fremkommer argumentasjon og resonnering i lærebøkene?

4) Hvordan er fordelingen av åpne oppgaver, kognitive krav og argumentasjon i de forskjellige matematiske temaene?

Funnene vil bli presentert gjennom tabeller hvor både antall oppgaver og prosentandeler vil bli gitt. For å besvare forskningsspørsmål tre kommer elementet resonnering til å bli delvis besvart i forskningsspørsmål to, årsaken til dette vil vi komme inn på i teorikapittelet.

1.3 Disposisjon av oppgaven

Denne masteravhandlingen består av syv kapitler, hvor forord og et sammendrag på norsk og engelsk er presentert innledningsvis. Dette innledende kapitlet omhandler bakgrunn for valg av tema, avgrensning og problemstilling. Andre kapittel tar for seg teoretisk rammeverk og tidligere relevant forskning. Tredje kapitel viser til vårt vitenskapsteoretiske ståsted og begrunnelse av valg av metode. Vi vil også presentere studiens konseptuelle rammeverk og studiens kvalitet samt etiske betraktninger. Fjerde kapitel tar for seg våre funn og vårt totalinntrykk av lærebøkene. I kapitel fem presenteres drøfting av funn hvor vi tar for oss implikasjoner ved grunnbøkene og lærerens innvirkning. Avslutningsvis vil sjette kapitel viser til vår konklusjon og forslag til videre forskning.

2.0 Teori

Dette kapitelet presenterer ulike teorier og tidligere relevant forskning som er med på å skape grunnlaget for rammeverket for denne masteravhandlingen. Kapitelet er delt inn på følgende måte. Først gir vi definisjonen av åpne og lukkede oppgaver. Deretter rike oppgaver som deler mange egenskaper med åpne oppgaver. Videre tar vi for oss de kognitive kravene med en forklaring til hver av de kognitive nivåene. For så å se inn på kjerneelement samt argumentasjon og resonnering. Etterfulgt av berikning av oppgaver, dybdelæring og motivasjon. Avslutningsvis tar vi for oss tidligere relevant forskning. Teorigrunnlaget spiller en sentral rolle i vår forståelse av temaet, rammeverket, gjennomføringen av lærebokanalysene og danne basisen for drøftingen av funnene våre.

2.1 Åpne oppgaver

Yeo (2017, s. 175-186) skrev en forskingsartikkel med hensikt å kartlegge matematikkoppgaver, og hvordan en oppgave kunne være åpen. Dette gjorde han så lærere kunne få større innsikt i hva åpne oppgaver er, i tillegg til at forskere skulle ha en måte å se om en oppgave er åpen. Først setter han en åpen oppgave opp mot en lukket. En *lukket* matematisk oppgave vil oftest kun ha et riktig svar og vanligvis kreve en prosedyre for å løses. En åpen oppgave vil ha følgende karakteristikk: Åpne svars oppgaver, åpne måls oppgaver, oppgaver med åpen metode, oppgavens kompleksitet og forlengelse av oppgaven. Første kategori tar for seg oppgaver med åpne svar. Dette er oppgaver som har flere rette svar som elevene kan komme frem til. Oppgaver som kan anses å ha lukkede svar vil da ha bare et riktig svar. Andre kategori er oppgaver med åpne mål. Om oppgaven ikke har et klart mål for hva eleven skal utforske vil den kunne omfattes som åpen. Målet med oppgaven er subjektivt siden alle kan ha sin oppfattelse av hva som skal utforskes. Disse oppgavene har flere løsninger og en kan ikke være sikker på at alle løsningene er funnet. En lukket måls oppgave vil ha klare instrukser for hva som skal undersøkes og man kan være sikker på at alle svarene er funnet. Videre kategoriserer han oppgaver som har åpen metode. Om oppgaven er formulert slik at eleven selv har metodefrihet til å velge hvordan de skal utforske oppgaven, vil oppgaven være åpen. Om eleven blir bedt om å bruke en spesifikk metode vil oppgaven være lukket. Kategorien om oppgavens kompleksitet og forlengelse av oppgaven omhandler oppgaver som er komplekse og ikke gir tilstrekkelig med informasjon om hva som skal undersøkes. Hensikt er å utforske og finne mønstre eller matematiske strukturer og generalisere om mulig. I kontrast vil en lukket oppgave ha liten kompleksitet, og gi spesifikk informasjon om hva som skal undersøkes. En lukket oppgave vil heller ikke be elevene om å generalisere eller finne mønstre eller matematiske strukturerer.

Pehkonen (1997, s. 7-9) utviklet en modell for hvordan man kunne analysere åpne problemer. Han forklarer at et problem kan ses på to ulike måter, men med nyanser. Den ene hvor et problem og løsningen er lukket. Den andre måten er når et problem og løsningen er åpent. Utfra disse to måtene har han utviklet et større klassifiseringssystem av problemer hvor han inkluderer nyansene. I tabellen under visualiserer han hvordan problemene kan defineres ut fra start posisjonen og målet. Ideen bak modellen hans er å først kategorisere oppgavene inn i ulike kategorier som om oppgaven er fra det virkelige verden eller om starten/målet med oppgaven er lukket eller åpen. Ut fra dette kan man si noe om oppgavene på en mer generell basis og om de har en tendens til å lene seg mot å være åpen eller lukket. Pekhonens tabell fungerer som en krysstabell og tar utgangspunkt i oppgavens start posisjon og målet. Hvis start og mål posisjonen er lukket har vi et lukket problem. Derimot ser vi at start posisjonen er åpen og mål posisjonen er lukket kan vi ha et virkelighetsnært problem eller et “hva hvis” problem.

Tabell 1Pehkonen's tabell (Pehkonen, 1997, s. 7-9)

Goal Situation / Starting Situation	*Closed*	*Open*
Closed	*Closed Problems*	*Open-ended problems* *Real life situations* *Investigations* *Problem fields* *Problem Fields* *Problem variations*
Open	*Real life situations* *Problem variation*	*Real life situations* *Problem variations* *Projects* *Problem posing*

Yeo sin modell tar for seg forskjellige kategorier og identifiserer hvor oppgavene er åpne. Mens Pehkonen sin tabell tar for seg hvilken grad av åpenhet oppgaven kan klassifiseres som. Målet vårt for analysen er å se inn på om oppgavene faller innen kategorien åpen opp mot lukket. For begrepet åpen oppgave har vi derfor valg å ta utgangspunkt i definisjonen til Yeo siden han gir en tydelig forklaring på hva en åpen oppgave er. Selv om vi har valg å ta utgangspunkt i Yeo sin definisjon støtter vi oss på Pehkonen når det kommer til hvor åpen en oppgave er.

2.1.1 Rike oppgaver

En åpen oppgave vil etter Aastrup og Johnsen (2014, s. 722) være enkel å komme i gang med, men dette er også sant for en rik oppgave da rike oppgaver skal være lett å forstå og komme i gang med. På samme måte kan en rik oppgave være åpen med at den nødvendigvis ikke har et fastsatt svar, men kan løses på ulike måter. Med hensyn til dette presenterer Astrup og Johnsen sju kriterier hentet fra Utdanningsdirektoratet sine nettsider, for at en oppgave er rik:

- 1. Problemet skal introdusere viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier.
- 2. Problemet skal være lett å forstå. Alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å arbeide med det.
- 3. Problemet skal være utfordrende, anstrengende og kunne ta tid.

- 4. Problemet skal kunne løses på ulike måter, med ulike strategier og representasjoner.
- 5. Problemet skal kunne initiere en matematisk diskusjon som omfatter ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer.
- 6. Problemet skal fungere som brobygger mellom ulike matematiske områder.
- 7. Problemet skal kunne lede elever og lærere til å formulere nye interessante problemer.

Piggott (2018) forklarer hvordan flere omtaler rike oppgaver, men ikke mange setter ord på hva rike oppgaver faktisk er. I artikkelen skriver hun om hva rike oppgaver er og hvorfor de er viktige. Piggott forklarer at rike oppgaver har flere karakteristiske uttrykk som imøtekommer elevens behov. Videre kommenterer hun at en rik oppgave ikke nødvendigvis er rik med mindre den blir presentert i riktig omstendighet. Omstendigheten hun snakker om er at elevene ikke kan være passive mottakere, men må være klar for å reflektere over deres egen forståelse. Piggott forklarer at en oppgave ikke må ha alle kjennetegnene for å være rik, men om oppgaven har flere kjennetegn vil være med på å styrke oppgavens grad av å være rik. Kjennetegnene for en rik oppgave vil være at elever på ulike nivå kan løse dem. Oppgavene kan virke interessant og være kontekstbasert som kan gjøre oppgavene fengende. De skal også kunne være lette å komme i gang med, men samtidig utfordre elevene til å måtte tenke selv over problemstillingen. Hun trekker frem at oppgavene kan ha lav inngangsterskel, stor takhøyde. Det som blir lagt i dette er at oppgavene kan ha ulike nivå av differensiering, men være mulig å starte med for alle samtidig som de tilbyr utfordring. Videre skriver hun at oppgaven kan gi elevene muligheten til å lage egne problemer. Rike oppgaver kan også gi elevene stor metodefrihet til å velge fremgangsmåte selv og ha flere svarsalternativer. De kan i tillegg bygge på elevens ferdigheter og gi dem dypere forståelse for matematiske ideer. Videre kan rike oppgaver gi mulighet til å tenke kreativt og trekke inn egne kunnskaper. Oppgavene kan også fremme at elevene skal finne mønstre eller at de skal generalisere et problem. De kan i tillegg oppmuntre til diskusjon, og legge til rette for å bygge selvsikkerhet i faget. Videre presenterer Piggott andres ideer om hva forskjellige legger i begrepet rik oppgave. Ideene som blir presentert har likhetstrekk med det hun definerer som en rik oppgave. I forkant av datainnsamlingen kom det frem at definisjonene til åpne oppgaver og rike oppgaver hadde mange fellestrekk. Aastrup og Johnsen (2014, s. 723) trekker også frem at det er mange fellestrekk mellom åpne og rike oppgave, derfor vil mange åpne oppgaver også vil være rike oppgaver. På bakgrunn av det er mange fellestrekk valgte vi derfor å inkludere definisjonen til rike oppgaver under kategorien åpne oppgaver for resten av masteravhandlingen.

Piggott forklarer utdypende om hva en rik oppgave er, og hva definisjonen innebærer. Astrup og Johansen omtaler kort hva en rik oppgave er, men velger heller å presentere de sju kriteriene utviklet av utdanningsdirektoratet for at en oppgave er rik. Det kommer frem at det er mange likheter med det Piggot skriver og de sju kriteriene som blir presentert av Astrup og Johnsen. Med utgangspunkt i at vi skulle kategorisere oppgaver fant vi at kriteriene Astrup og Johnsen presenter var mer håndfaste som et hjelpemiddel under analysen, derfor valgte vi å anvende deres definisjon.

2.2 Kognitive krav

Kognitive krav refererer til mentale ressurser og prosesser krevd for å utføre en oppgave eller aktivitet (Smith & Stein, 1998, s. 345). Videre har Smith og Stein utviklet et kategoriseringsrammeverk for kognitive krav, hvor inndelingen er høye- og lave kognitive krav. De lavere kravene handler om memorering og prosedyre uten sammenheng, og de høyere kravene handler om prosedyre med sammenheng og å gjøre matematikk. Wæge og Nosrati (2018, s. 79-89) beskriver også kognitivt krevende oppgaver innenfor matematikk på en lik måte, hvor kravene kan kategoriseres inn i høye- og lave kognitive krav. De henviser til ytterlige to skiller innenfor lave- og høye kognitive krav. For de lave kognitive kravene har vi første terskelen som er å memorere kunnskap, den andre terskelen tar for seg at elevene anvender etablerte prosedyrer i en isolert situasjon. Innenfor de høye kognitive kravene har vi den tredje terskelen som tar utgangspunkt i at elevene anvender de etablerte prosedyrene, men i sammensatte situasjoner. Den fjerde terskelen går ut på at elevene arbeider matematisk i form av tenkning som ikke er algoritmisk og baserer seg på metakognisjon. På lik linje tar Anita Valenta (2016, s. 3) opp fire nivåer av kognitive krav med inspirasjon fra Smith og Stein (1998, s. 348). Hun går litt dypere inn i de ulike definisjonene. Flere inkludert Wæge og Nostrati (2018, s. 79) og Valenta (2016, s. 1-15) som har forsket på kognitivt krav har valgt å støtte seg til Smith og Stein (1998, s. 344-350). Vi baserte oss også på Smith og Stein sitt rammeverk. De presenterer klare rammer for de forskjellige nivåene av kognitive krav som vi presenterer under.

2.2.1 Memorering

Oppgaver som inngår på nivå 1, *memorering*, går ut på å gjengi tidligere kunnskap, regler, former eller definisjoner (Stein & Smith, 1998, s. 348). Disse oppgavene er derfor en eksakt gjengivelse av noe eleven har sett tidligere. Selv om det finnes en prosedyre for å løse slike oppgaver er tiden for å løse dem for liten. Videre har disse oppgavene ingen konseptuell sammenheng til regler eller formler. Et eksempel på en slik type oppgave kan være at elevene skal løse $10 \cdot 10$. På ungdomsskolen er det forventet at elevene skal kunne klare dette utfra det de har sett tidligere. Elevene kan derfor løse oppgaven ved hjelp av bare hukommelsen. Oppgaven vil derfor ha et lavt kognitivt nivå for elever på ungdomsskolen.

2.2.2 Prosedyre uten sammenhenger

Oppgaver som inngår i nivå 2 kalles *prosedyre uten sammenhenger* (Stein & Smith, 1998, s. 348). Oppgaven sitt formål er fokusert på å produsere et riktig svar og bygger ikke på forståelse. Disse oppgavene er algoritmiske. Det er enten forklart klart hvilken prosedyre som skal brukes i oppgaven eller så er det forklart tidligere at det skal brukes en spesifikk prosedyre. Oppgaven kan også bygge på erfaring eller har en klar plassering som gjør det åpenbart at man skal bruke en gitt prosedyre for å løse den. Disse oppgavene har en begrenset kognitiv utfordring for å kunne løses. Videre har oppgavene ingen klar sammenheng til underliggende konsepter eller mening bak hvordan oppgaven faktisk løses. Det kreves heller ikke noen forklaring på hvorfor elevene har kommet frem til riktig svar. Eksempel på en oppgave på nivå to kunne vært at elevene skal løse regnestykket $\sqrt{64} + 4^2 - (5 + 3)$. Oppgaven følger en algoritme, og tar man utgangspunkt i en elev på ungdomstrinnet, vil de trolig være nødt til å bruke regnerekkefølger og prosedyrer for å løse oppgaven. Oppgaven kan ikke løses med å trekke svaret fra hukommelsen. Elevene har derimot en klar oppfattelse av fremgangsmåten som må brukes får å løse oppgaven. Det kognitive kravet for oppgaven vil være lavt i dette tilfellet.

2.2.3 Prosedyre med sammenhenger

Oppgaver på nivå 3 kalles *prosedyrer med sammenhenger* og har et klart skifte fra de tidligere nivåene (Stein & Smith, 1998, s. 348). Oppgavene retter fokuset på bruken av prosedyrer, slik at det blir utviklet et dypere nivå av forståelse for matematiske konsepter og ideer. Oppgavene forklarer eksplisitt eller implisitt veien som skal følges og vil ta i bruk generelle prosedyrer.

Oppgaven vil ha en sammenheng til underliggende konseptuelle ideer i motsetning til tidligere krav som kun krever at elevene følger en algoritme. De blir gjerne presentert på flere måter som et diagram, konkreter, symboler eller tekstoppgaver. Meningen bak dette er at flere fremstillinger vil hjelpe med å skape forståelse for konsepter. Oppgavene vil også kreve mer for å løses. Selv om prosedyrer fortsatt blir fulgt kan de ikke blir fulgt uten å tenke. Den som løser oppgaven, blir nødt til å tenke på hvorfor prosedyrene den følger fungerer slik den gjør og vil på denne måten få en dypere forståelse. Et eksempel er at fire elever kjøper billetter for 440 kr. I tillegg skal de kjøpe fire popkorn for til sammen 180 kr. Under innkjøpet har de fire elevene kjøpt hver sin drikke. Når de skal gjøre opp mellom seg betaler hver av dem 180 kr. Oppgaven spør om hvor mye drikken kostet. For denne tekstoppgaven blir det ikke gitt en klar algoritme elevene kan følge. Oppgaven krever at elevene tenker igjennom hvordan de skal komme frem til svaret. Problemet i oppgaven vil ha eleven til å undersøke oppgavens underliggende konsept, som er likhet.

2.2.4 Å gjøre matematikk

Nivå 4 kalles *å gjøre matematikk* (Smith & Stein, 1998, s. 348). Her kreves det kompleks og ikke algoritmisk tenking. Det er ikke en klar eller innøvd fremgangsmåte og oppgaven forklarer heller ikke hvordan oppgaven skal løses med hjelp av instruksjoner eller eksempler. De krever også at den som gjør oppgaven må utforske og forstå matematiske konsepter og prosedyrer. Videre vil oppgaven kreve at elevene tenker over egne tankeprosesser. Disse oppgavene krever at oppgaven blir løst ved å bruke tidligere kunnskaper og erfaringer. Oppgavene skal også være designet slik at man må utforske, for å finne ut om enkelte fremgangsmåter fungerer eller ikke. Disse oppgavene krever høy kognitiv tankeevne får å løses. Et eksempel på en slik type oppgave kan være hvor elevene får presentert et bilde av en mann stående på en luftballong, hvor de må finne høyden til mannen. I denne oppgaven er det ingen algoritmisk tenkning eller instruksjon. Oppgaven lar elevene utforske siden svaret vil være innenfor gitte parametere over hva som er en manns fysiske begrensninger når det kommer til høyde. Egne tankeprosesser kan knyttes opp mot tidligere kunnskaper og erfaringer. Oppgaven har ingen klar fremgangsmåte, og elevene må derfor argumentere for hvordan de har resonert og kommet frem til løsningen. Oppgaven er derfor på et høyt nivå.

2.3 Resonnering og argumentasjon

Kjerneelement er det viktigste elevene skal arbeide med i opplæringen som blir presentert i læreplan (Kunnskapsdepartementet, 2019). Når elevene arbeider er det kjerneelementene som skal være på plass for at de skal kunne lære og kunne mestre å anvende faget. Kjerneelementer i fag er de sentrale begrepene, metoder, kunnskapsområder og uttrykksformer. I læreplanene er det disse som preger innholdet og progresjon. Dette vil over tid utvikle en forståelse for innholdet og gjør elevene i bedre stand til å se sammenhenger i faget og mellom fag. I matematikk er kjerneelementene resonnering og argumentasjon, utforsking og problemløsning, modellering og anvendelser, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder. For vår lærebokanalyse er det kjerneelementet resonnering og argumentasjon som står sentralt. *Argumentasjon* innenfor matematikk blir definert som å gi en begrunnelse for resonneringen som har blitt gjort og koble opp mot en prosedyre eller et svar (Umland & Sriraman, 2014, s. 44). Videre poengteres viktigheten med å argumentere for valg av prosedyre eller for svaret eleven har kommet frem til. Det gir læreren et innblikk i hvordan eleven har tenkt og forståelsen de har. På den måten vil elevers misoppfatninger være enklere å fange opp og ut fra det gjøre tilpasninger. En kan se på argumentasjon innenfor matematikk som en tydeliggjøring av resonneringen en har gjennomgått. Enten for valg av prosedyre eller hvordan man har kommet frem til et svar ved å kommunisere det skriftlig eller muntlig.

Findell et al. (2001, s. 9-23) beskriver *resonnering* som å bruke logikk for å forklare og rettferdiggjøre en løsning til et problem, eller anvende noe som er kjent til å beskrive noe som er ukjent. Videre igjennom ferdigheten å kunne se relasjon mellom ulike konsepter og situasjoner, vil man kunne se hvordan elementer av ulike problemer henger sammen. Videre forklarer han at resonnering kan omhandle å kommunisere hva elevene tenker. Når elevene resonnerer vil de kunne bygge forståelse, bruke den kunnskapen de har og forklare til andre hva de har gjort. For å se om oppgaven inneholde resonnering vil man ut fra Findell et al. se inn på om elevene må forklare hva de har gjort, eller at de blir bedt om å beskrive fremgangsmåten.

Argumentasjon og resonnering kan være vanskelig å skille. Umland og Sriraman (2014, s. 44) sier argumentasjon fremkommer når det blir gitt en begrunnelse for resonnering. Findell et al.

(2001, s. 9-23) sier at resonnering bygger forståelse hos elevene og fremkommer når elevene forklarer til andre hva de har gjort. Elevene må ut fra hans definisjon beskriv sitt resonnement. Så det vi ser ut fra vår teori er at argumentasjon og resonnering er knyttet sterkt sammen. I kjerneelementet argumentasjon og resonnering presentert av utdanningsdirektoratet presenterer de begrepene på følgende måte.

> Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 3).

Vi har klare definisjoner om hva begge begrepene betyr ut fra teori. Resonnering blir ikke tydeliggjort for andre enn personen som gjennomfører resonneringen med mindre man fremmer det med hjelp av ord eller tall. Definisjonene av begrepene vi har valgt å inkludere ovenfor viser at begrepene henger tett sammen. Teorien vi har valgt å støtte oss til, viser at begrepene argumentasjon og resonnering er med på å utvikle hverandre. Definisjonene som vi har trukket frem rundt argumentasjon og resonnering innenfor matematikk er nokså like. Vi vil spesifisere at vi kunne belaget oss på en annen definisjon enn dem som er presenterte og forståelsen av begrepet vil ikke forandre seg stort. Vi velger å støtte oss til utdanningsdirektoratets definisjon siden det er den lærebøkene har tatt utgangspunkt i.

Siden resonnering og de høyere kognitive nivåene har flere fellestrekk har vi valgt å kombinere resonnering som en del av de høyere kognitive nivåene. Findell et al. trekker frem at resonnering handler om å rettferdiggjøre en løsning til et problem og skal hjelpe elevene å bygge forståelse. Smith og Stein trekker som nevnt frem at oppgaver på nivået prosedyre med sammenheng, krever kognitiv anstrengelse. De fortsetter med at elevene kan følge prosedyrer, men kan ikke gjøre dette uten å tenke over hvorfor det fungerer. Vi trekker en klar sammenheng mellom at elevene må rettferdiggjøre en løsning og at de må tenke over hvorfor prosedyrer fungerer slik de gjør. Siden det kognitive nivå å gjøre matematikk er mer anstrenge vil oppgaver under denne kategoriseringen også falle under resonnering.

2.4 Beriking av oppgaver

Beriking av oppgaver går ut på å modifisere oppgavene slik at de fremmer elementer læreren føler at det er behov for (Thompson, 2012, s. 59-72). Hun skriver at lærebøker har er en stor innvirkningsfaktor for hva som skjer i klasserommet. Videre trekker hun frem at lærebøker på den ene siden kan manipuleres og på den andre siden har en innvirkning på elevers læring. Et fokus for læreren blir derfor å se hvor lærebøkene gir elevene muligheten til å resonnere og kommunisere. Hvis disse mulighetene ikke finnes åpner det opp for at læreren kan modifisere oppgaver slik at resonnering og kommuniseringen av matematikken kommer tydeligere frem. Når en modifiserer oppgaver behøver den ikke å bli mer kompleks eller uvanlig, oppgaven trenger kun å være åpen nok slik den får elevene til å resonnere og argumentere for løsningen deres. Hun trekker frem sju forskjellige måter å modifisere oppgaver på: 1 Omformulere et enkelt problem og introdusere en eller flere forhold, 2 Bruke forhold til å finne mønstre eller forutsi andre resultater, 3 Lage formodninger elevene kan undersøke, 4 Oppfordre elevene til å løse oppgaven på flere måter, 5 Få elevene til å evaluere elevsvar, 6 Skrive et passende problem for et gitt svar, 7 Knytte sammen prosedyrekunnskaper og konseptuelle kunnskaper.

2.5 Dybdelæring

Dybdelæring er et stort begrep som vi velger å ta med i teorien på grunn av at argumentasjon og resonnering kan anses å være sterkt knyttet opp mot begrepet. I skolesammenheng handler dybdelæring blant annet om elevene skal kunne relatere til nye ideer og begreper utfra tidligere kunnskap, at de ser mønstre og underliggende prinsipper og at de klarer og reflekterer over egen forståelse (NOU 2014:7, s. 31-41). *Dybdelæring* handler om å lære noe på et kognitivt nivå hvor man reflekterer over egne tankeprosesser for å forstå sammenhenger og kan bruke det en har lært i nye sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2019). Dybdelæring er en gradvis utvikling av kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger. I en skolesammenheng omhandler dette utvikling i fagene og på tvers av fagområder. Det innebærer også å reflektere over egen læring ved at man bruker det en har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller i samhandling med andre. Dybdelæring kan derfor settes sterkt opp mot evnen til refleksjon og kritisk tenking.

For at dybdelæring skal kunne forekomme i undervisningen forutsettes at det er en god progresjon i elevens læringsarbeid (NOU 2014:7, s. 11). Denne forutsetningen krever at undervisningen tilpasses elevenes ulike forkunnskaper og erfaringer. Oppgavene elevene blir presentert for i matematikkfaget må derfor skape muligheter til gradvis forståelse av mer komplekse oppgaveløsninger. Dette er helt avgjørende for elevenes faglige utvikling, læring og mestring i matematikk. For en oppgave skal legge til rette for dybdelæring kan den da ha preg av at eleven relaterer til nye ideer og begreper fra tidligere kunnskap og erfaringer. Dybdelæring kan videre oppnås med at elevene blir bedt om å se etter mønstre og andre underliggende prinsipper i oppgaver. Videre må eleven vurdere og utforske nye ideer for å så knytte dem til egne konklusjoner. Avslutningsvis ville en oppgave som fremmer dybdelæring også fremme forståelse for egen læring og læringsprosesser. Dette kan elevene oppnå med å argumentere kritisk og tenke over egne tankemønstre.

I kontrast til dybdelæring finner vi begrepet overflatelæring. *Overflatelæring* er en innlæring av faktakunnskaper uten at eleven setter dette i noe særlig sammenheng (NOU 2014:7, s. 36). Dette ses ofte i sammenheng med kunnskapsoverføring. Overflatelæring setter derfor ikke fokus på at elevene skal lære seg noe nytt i dybden, men heller ha dem til å huske regler og formler. Eksempler på oppgaver som er preget av overflatelæring vil kreve at eleven jobber med nytt fagstoff, uten at de relaterer til tidligere kunnskap. I tillegg vil kunnskapen elevene lærer i bøkene virke som noe nytt og atskilt fra hva de har lært tidligere, i stedet for at de blir bedt om å se det de har lært i sammenheng. Oppgavene fremmer å memorere fakta, og skal ha elevene til å gjøre prosedyrer uten å forstå hvorfor de bruker dem, eller hvordan de fungerer. Videre vil oppgavene være preget av at elevene memorerer hva de lærer, uten å reflektere over hvordan de underliggende matematiske konseptene fungerer.

2.6 Motivasjon

Wæge og Norati (2018, s. 18-19) skriver at motivasjon kan ses i lys av indre og ytre motivasjon. De fortsetter med trekker frem at for *indre motivasjon* i matematikk innebærer at oppgavene er interessante og morsomme å arbeide med. Indre motivasjon kan også forekomme med at oppgavene kan virke utfordrende som fører til at noen elever ønsker å gjennomføre dem. Når det kommer til *ytre motivasjon*, er hvor elevene mer fokusert på gode karakterer eller ros av læreren, altså en ytre faktor som påvirker. En faktor som bestemmer elevenes motivasjon er også deres forventning til om de vil klare å løse oppgaver. Elever som har større selvtillit i at de vil klare å løse en oppgave vil legge inn mer innsats, tid og energi på å løse dem.

2.6 Tidligere relevant forskning

Flere undersøkelser har tidligere vist at tekstbøker har en viktig rolle i elevenes læring, Fan et al. (2013, s. 633-644). Dette kommer av at lærebøker klarer å formidle ulike budskap på en måte som ikke er helt tydelig med ord. De organiserer ideer og informasjon på en strukturert måte, med inndelinger over temaer som gjør det lett og oversiktlig for leseren. Fan et al poengerter at den vanligste måten å analyserer lærebøker på er igjennom lærebokanalyse og sammenligning. 63% av tidligere studier har vært innenfor disse kategoriene og de resterende har vært på hvordan lærebøker har blitt brukt i undervisningen.

Brehmer et al. (2016, s. 577) forsket nærmere på hvordan matematisk problemløsning ble presentert i mattebøker. Etter analysen av 5777 oppgaver fra lærebøker basert på den svenske læreplanen konkluderte de at tekstbøkene utfra rammeverket de satt, at bøkene inneholdte få oppgaver som kunne bli definert som problemløsningsoppgaver. De rike oppgavene ble som oftest presentert i slutten av hvert kapittel og ble ansett som de vanskeligste oppgavene.

Ahl (2016, s. 180-201) undersøkte to mattebøker i Sverige etter hvordan resonnering ble presentert. Hun hadde valgt å se nærmere inn på dette område siden det fremkom av flere studier at resonnering var en viktig byggestein for å kunne klare å jobbe med matematikk. Hun viste at tekstbøkene var flinke å representere matematiske ideer, men hadde lite krav om resonnering. Når Ahl (2016, s. 181-182) forsket på om resonnering ble presentert i lærebøker, kommenterte hun at det var uklarheter om hvordan resonnering skulle defineres. Hun sier at resonnering er et større begrep som omfattet flere områder. Når Ahl analyserte brukte hun 5 nøkkelområder som Shield og Dole (2013, s. 189) presenterer. *1. Use of Authentic, Real-life Situations that Contrast Additive from Multiplicative Comparison, 2. Identification of the Multiplicative Structure in Proportion Situations, 3. Delay of Introduction of the Standard Proportion Algorithm, 4. Explicit Connection to Related fraction Knowledge, 5. Wide range of Representation of proportion situations*. Selv om ikke Ahl trekker frem en direkte definisjon om hva begrepet resonnering innebærer trekker hun frem en paraply fremstilling over forskjellige kategorier av resonnering oppgaver kan falle under. Denne kategoriseringen er støttende for vårt teoretiske rammeverk og er derfor inkludert i teorien. I analysen Ahl (2016, s. 188) gjennomførte kodet hun oppgavene ut fra de fem nøkkelområdene og deretter tok hun en helhetsvurdering om lærebøkene representerte resonnering.

Stylianides (2009, s. 258-276) poengterer at resonnering og bevisføring bør være sentral i alle elevers erfaring i matteundervisningen. Han gjennomførte en systematisk analyse av amerikanske mattebøker og presenterer hvor stor andel av oppgavene som inneholdt resonnering. Analysen inkluderte da 4855 oppgaver, og rundt 40% av disse oppgavene var laget slik at elevene hadde minst en mulighet for resonnering og bevisføring. De resterende oppgavene la ikke til rette for dette.

Smith og Stein (1998, s. 344) har gjort studie innenfor kognitive krav. Resultatet tyder på at når en matematisk oppgave klassifiseres som god, vil elevene måtte engasjeres i høyere nivå av tenking. De har lagt ned mye arbeid i område rundt kognitive krav i oppgaver og i deres arbeid har de funnet at mye av matematikken elevene lærer er fra matteoppgavene. Smith og Stein (1998, s. 344) poengterer at et av målene i undervisningen under matematikk bør være at elevene skal utvikle evnen til å tenke, resonnere og løse problemer. Skal de oppnå dette mener de at elevene bør jobbe med høyere kognitive oppgaver. Smith og Stein (2019, s. 20-21) kommenterer også at ikke alle oppgaver må være høyt kognitivt krevende. Derimot trekker de frem at det er essensielt å anvende høyt kognitivt krevende oppgaver i diskusjoner som bringer frem viktige matematiske ideer for at elevene skal få mest mulig læringsutbytte. Det har også kommet frem at elever som var i klasser som jobbet mer aktivt med høyere kognitive oppgaver presterte bedre på prøver. Prøvene målte resonnering og problemløsning. Elevene sto i kontrast til klasser som ikke jobbet med høyt kognitivt krevende oppgaver og presterte lavere på prøvene.

Charalambous et al. (2010, s. 117-147) gjorde en studie av mattebøker for grunnskolen i Kypros, Irland og Taiwan. For analysen av oppgaver brukte de rammeverket til Smith og Stein (1998). Studien gikk ut på å undersøke hvilken læringsmulighet som ble gitt av lærebøker. Funnene deres var entydig på at det var et stort flertall av lave kognitive oppgaver i bøkene. Spesielt i Kypros og de irske lærebøkene hvor 85% av oppgavene var på et lavt kognitivt nivå. I de Taiwanske bøkene på den andre siden var det større overvekt av høyere kognitivt krevende oppgaver. I Taiwan var mesteparten av oppgavene på nivå med prosedyre med sammenheng. Resultatet viste også at 100% av oppgavene fra tekstbøkene i Kypros og Irland ba om et svar eller enkel forklaring. Mens i Taiwan var det et større antall oppgaver som krevde svar og matematiske setninger som svar.

Det finnes også en rekke andre masteroppgaver som har gjort forskings på lærebøker. En av dem som har gjort analyse av lærebøker er Eriksen og Bolme (2021). De undersøker i hvor stor grad nye lærebøker ivaretar tre sentrale kjerneelementer i fagfornyelsen. Utvalget av lærebøker var mattebøker som alle skulle presentere den nye læreplan på 5. trinn. De brukte kognitive krav utformet av Smith og Stein som en måte å analysere om lærebøkene ivaretok kjerneelementene. I funnene deres kom de frem til at kjerneelementene utforskning og problemløsning sammen med kjerneelementet resonnering og argumentasjon blir i liten grad ivaretatt av alle lærebøkene de analyserte. Andre kjerneelementer ble imidlertid ivaretatt i noe større grad. Analysen deres var på grunnlag av hvordan bøkene presenterte oppgavene. Formålet ved studien deres var ikke å finne ut av hvordan bøkene ble brukt, eller hvordan læringsutbytte de ga og de kunne derfor ikke utale seg noe om det.

Strand (2018) utførte også en lærebokanalyse hvor han undersøker de mest brukte lærebokseriene i ungdomskolen. Han prøvde å finne ut av i hvilken grad får elevene kognitive utfordring, gjennom oppgavene som gis i lærebøkene. Bøkene han analyserte baserte seg på læreplanverket 2006. Analysen anvendte Smith og Stein sine definisjoner rundt kognitive nivåer som teoretisk rammeverk. Funne viste at bøkene var i stor grad preget av oppgaver på lavere nivå. Bøkene ville i stor grad ha elevene til å produsere et enkelt svar, uten en forklaring eller begrunnelse.

3.0 Metode

Kapitlet begynner med presentasjon av vår vitenskapelige tilnærming og en kort forklaring om kvalitativ- og kvantitativforskningsmetoder på en generell basis. Deretter vil vi presentere vår valgte metode og studiens overordnede tema. Etterfulgt av vårt utvalg hvor vi beskriver lærebøkene og forfatterne, samt hvordan vi har valgt å inndele kapitlene i lærebøkene. Videre skriver om analysene både når det kommer til analysen i seg selv, analyse avgrensninger og gjennomføringen av analysene. Her vil vi også presentere noen eksempler på hvordan oppgavene ble kodet. Avslutningsvis trekker vi frem kvaliteten av studien hvor vi omtaler studiens reliabilitet og validitet samt etiske betraktninger vi har tatt for oss.

3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming

Som forskere kan vi ikke påvirke objektet direkte når vi gjennomfører en lærebokanalyse. Som er et kjennetegn på positivismen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 47). Selv om vi ikke kan påvirke lærebøkene gjennom analysen er det likevel nærmest umulig å forholde seg helt objektiv ovenfor analysen av lærebøkene. Siden enhver person har forutinntatte antakelser eller meninger og derfor vil en viss subjektivitet være til stede i analysen. Vi forsøker å holde oss objektive med å basere oss på et fast rammeverk utviklet i forkant av analysene og tidligere studier som omhandler lærebokanalyser. Oppgavene som ikke kan kategoriseres direkte ut fra det faste rammeverket vil derimot kreve vår forståelse og tolkning for å kategorisere dem. Vi konstruerer derfor en gjengivelse av objektet som studeres (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 49). Dette kjennetegner konstruktivistisk tilnærming som tar utgangspunkt i at det er umulig å skille objektet som studeres og forskeren. Dette knyttes til at vi tar utgangspunkt i valgte definisjoner og må anvende eget skjønn til en viss grad for å bestemme hvilken kategori oppgavene faller under. Vårt teoretiske ståsted er en blanding av positivistisk og konstruktivistisk tilnærming. Dette omtales som en post-positivistisk tilnærming (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 51-53). Tilnærming tar utgangspunkt i at det er vanskelig å skille forskeren fra objektet som studeres. Det vil være vanskelig å få frem sann kunnskap om verden, men ikke umulig. Post-positivismens fremmer at det beste forskeren kan gjøre i et forsøk på å frembringe sann kunnskap er å reflektere over hvordan en selv former kunnskap. Det som blir lagt i dette er at forskeren reflekterer over hvilke perspektiver, normer og antakelser en hadde i forkant av studien. I tillegg til hvordan datainnsamlingen kunne påvirket studien. Et svært viktig begrep innenfor post-positivismen er derfor reliabilitet med den refleksive forskeren som ideal.

3.2 Forskningsmetode

Metode stammer fra det greske ordet *methodos* og betyr å følge en bestemt vei mot et mål (Johannessen et al., 2021, s. 21-22). Samfunnsvitenskapelig metode handler om hvordan vi skal innsamle data, analysere og tolke dataen. I hverdagssituasjoner har vi raskt for å trekke konklusjoner om sammenhenger, mens innenfor forskning stilles det strenge krav til bevismengden for å trekke konklusjoner. Systematikk, grundighet og åpenhet er de viktigste kjennetegnene ved metode. Innenfor forskning vil det derfor ikke være tilstrekkelig å basere seg på egne erfaringer og oppfatninger eller avisoppslag.

3.2.1 Kvalitativ og kvantitativ metode

Når man står ovenfor et problem som skal undersøkes er det metoden som bestemmer hvordan forskeren går frem for å komme frem til et svar. For å besvare problemstillingen vår har vi stilt oss spørsmålet om hva som er den mest egnet metoden for å besvare vår problemstilling og forskningsspørsmål. Dalland (2020, s. 54-55) forklarer hvordan forskning skiller mellom kvalitativ og kvantitativ metode. Metodene har flere kjennetegn som skiller seg fra hverandre og blir brukt forskjellig når man skal undersøke et problem. Metodene skiller seg veldig fra hverandre med tanke på hvordan forskeren jobber med forskingsfeltet. I kvalitativ metode er forskeren nærmere forskingsfeltet og prøver å fange opp mening og opplevelser som ikke lar seg tallfeste eller måle. Forskeren er ute etter data i form av målbare enheter som kan representeres senere med tall. Vi vil gå nærmere inn på sentrale trekk innenfor disse tradisjonene og hvordan data innsamles og analyseres med de ulike metodene.

Kvalitativ metode kommer fra retninger som fenomenologi og hermeneutikk (Dalland, 2020, s. 47-48). Disse to prosessene har ofte fokus på å komme tettere inn på individet eller at forskeren skal ha nærhet til det han utforsker. Dalland beskriver at vanlig kjennetegn med kvalitativ metode er å gå i dybden på den man forsker på. Forskeren ønsker å få frem det som er spesielt eller avvikende. Ikke minst forklarer han at man ønsker en helhet og forståelse. I kvalitativ metode sikter forskeren seg inn får å finne sammenhenger. Dataen fremstiller ofte den tolkede forståelsen av det som undersøkes. Metoder for å samle inn data kan være intervju eller observasjoner som blir analysert i etterkant (Johannessen et al., 2021, s. 99, 105).

I kontrast til kvalitativ metode ønsker kvantitativ metode å trekke avstand mellom forsker og det som undersøkes. Kvantitativ metode egner seg til å analysere store datamengder. Dalland (2020, s. 54-57) forklarer også hvordan metoden har en videre styrke ved at den åpner opp for å gjennomføre regneoperasjoner med bakgrunn i tallfestede data. Som for eksempel å finne gjennomsnitt eller en prosentandel av det som undersøkes. Forskeren ønsker i tillegg å gå i bredden og heller prøver å finne ut av det gjennomsnittlige. Videre vil man ha større grad av fjernhet til feltet og ønsker å svare på problemstillingen gjennom en forklaring som baserer seg på tallfestede data. Johannssen et al. (2021, s. 291-292) skriver at vanlige måter får å samle inn data for denne metoden er spørreskjema hvor spørsmålene og svarene er forhåndsbestemt. Svarene er da ofte målbare. Andre vanlige eksempler i samfunnet er også strukturert observasjon, strukturert utspørring eller kvantitativ innholdsanalyse (Johannessen et al., 2021, s. 99). Innenfor arbeid med kvantitative metoder blir det gjerne anvendt statistiske analyser for å se nærmere inn på innsamlet data.

3.3 Dokumentanalyse

Dokumentanalyse blir ofte omtalt som en form for kvalitativ innholdsanalyse (Johannessen et al., 2021, s. 235-238). Hensikten med *innholdsanalysen* er å analysere innsamlede data for å få frem viktige sammenhenger og informasjon rundt det samfunnsmessige forholdet forskeren ønsker å studere. Det som regnes til å være dokumenter i en forskningssammenheng er materialer fra en situasjon i fortiden som ikke er generert av forskeren selv. De deler dokumenter inn etter type, form og innhold. Hvor hvilken type dokument tar for seg om det er en primærkilde, sekundærkilde eller tertiærkilde. *Primærkilde* baserer seg på at dokumentet ikke bygger på andre kilder. Doktoravhandlinger og fagfellevurderte tidsskriftartikler er eksempler på primærkilder. *Sekundærkilder* er dokumenter som bygger på primærkilden. Lærebøker og oppslagsverk er eksempler på slik dokumenter. *Tertiærkilder* er data andre har fortolket. Eksempler på slik type dokumenter kan være guide- eller ordbøker. Når det kommer til dokumenters form kan de deles inn i skriftlige dokumenter, visuelle dokumenter og lyddokumenter. For det innholdsmessige i dokumentene blir det skilt mellom faktainnhold og meningsytringer. Lærebøker innenfor matematikk satt opp mot hva som betegnes som et dokument kommer det klart frem at typen dem faller under er sekundærkilder og formen er offentlige skriftlige dokumenter. Når det kommer til innholdet innenfor lærebøker i matematikk er de mer rettet mot faktainnhold, men faller ikke klart innenfor den kategorien. Siden store deler av bøkene inneholder oppgaver som verken inneholder faktainnhold eller meningsytringer. Felles for dokumentanalyser er problemstillingen avgjørende for hvilke dokumenter en tar som utgangspunkt og hvordan man analyserer dem (Johannessen et al., 2021, s. 238-239). Forskeren må vurdere faglitteraturen en velger å støtte seg på ut fra når den er skrevet og hvem som er målgruppen. I forbindelse med analyse av tekst blir det brukt relevant teori, som også fungerer som et analyseverktøy.

Lærebokanalyse går ut på å analysere lærebøker eller deler av dem (Fan et al., 2013, s. 633-644). De så på tidligere studier gjort på tekstbøker. Utvalget dekker ikke alle studier gjort på temaet, men er med på å gi et godt innblikk. De hadde et utvalg som inkluderer studier gjort før 1980 og frem til 2012 med totalt 111 studier. Hensikten deres med denne fordelingen var å se på hvilke områder forskerne tok for seg når de forsket på lærebøker. Det ble avdekket fire områder for kategorisering av studiene og en prosentvis fordeling: tekstbokanalyse (34%), tekstboksammenligning (29%), bruken av tekstbøker (25%) og andre områder (12%). For denne studien vil vi ta for oss analyse av lærebøker og sammenligne tre lærebøker opp mot hverandre. Charalambous et al. (2010, s. 119) klassifiserte tre analyser for lærebøker som er vertikal-, horisontal- og kontekstuell analyse.

Den horisontale analysen tar for seg læreboken sin karakteristikk og oppbygning (Charalambous et al., 2010, s. 119-120). En slik form for analyse vil være med på å gi oss overflateinformasjon om bøkene, men ikke tilstrekkelig for å beskrive bøkene i sin fulle helhet. Et viktig element ved denne horisontale analysen er å se inn på forskjeller og likheter i for eksempel omfanget for de matematiske temaene, om alle temaene blir inkludert eller om enkelte lærebøker velger å ikke inkludere dem. Generell struktur og bakgrunnsinformasjon er de to delene den horisontale analysen består av. Den *generelle strukturen* for lærebøkene tar for seg de matematiske temaene bøkene er inndelt i, kapittelinndeling og antall oppgaver i boken. *Bakgrunnsinformasjonen* vil ta for seg forfatterne, tittelen, sidetall, utgiver, utgave, og utgivelsesåret.

Den vertikale analysen tar for seg et enkelt matematisk konsept og ser på læreboken som et miljø for konstruksjon av kunnskap (Charalambous et al., 2010, s. 120). Vertikal analyse tar ikke for seg hvordan forskjellige temaer henger sammen, men går mer i dybden av lærebøkene. Den vertikale delen av rammeverket er delt inn i tre kategorier. Den første kategorien tar for seg hva som er kommunisert til elevene. Den går inn på hvordan læreboken formidler matematikken til elevene med hensyn på det matematiske innholdet, de matematiske praksisene og holdningene knyttet til matematikk boken fremmer til elevene. Den andre kategorien tar for seg hva som er krevd av elevene. Denne kategorien tar først for seg det kognitive nivået som bygger på analyseguiden for oppgaver fra Stein, Smith, Henningsen, og Silver. Det andre punket innenfor denne kategorien er hvilken type respons som er krevd av elevene. Her skiller dem mellom om elevene kun må gi et svar i form av numeriske tall eller utrykk, forklare svaret deres og prosessen de anvendte for å komme frem til svaret. Til sist om elevene må redegjøre for om fremgangsmåten de har anvendt er rimelig, eller svaret de kom frem til sin rasjonalitet. Den tredje kategorien er koblinger. Her tar rammeverket for seg koblinger til det som er i læreplaner og mellom dem. I tillegg tar kategorien for seg koblinger læreboken har knyttet opp mot instruksjoner. Det siste punktet ser inn på koblinger knyttet til utenfor skolen. I vedlegg 2 har vi inkludert rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010) for å tydeliggjøre det opprinnelige rammeverket.

Kontekstuell analyse av lærebøker tar for seg direkte problemer ved implementering av læreplanen, og kan ses som en realisering av intensjonene ved lærebøkene (Charalambous et al., 2010, s. 120). Vi ønsker å se inn på implementeringen av åpne og lukkede oppgaver og kategorisere dem basert på deres kognitive krav i tillegg til kjerneelementet argumentasjon og resonnering. Vi prøver ikke å forstå intensjonene til forfatterne og forlaget ut fra lærebøkene alene og derfor er ikke en kontekstuell analyse inkludert i studien.

Hvis vi kun baserte oss på den vertikale eller horisontale analysen ville det ikke belyst helheten av lærebøkene. Siden de utfyller hverandre og får med seg et helhetlig overblikk over lærebøkene, har vi valgt å ta for oss horisontal og vertikal analyse i lærebokanalysen.

3.3.1 Vårt konseptuelle rammeverk

For å tilpasse rammeverket Charalambous et al. utviklet, for denne masteravhandlingen valgte vi å forandre "*type of response*" til argumentasjon under den vertikale analysen. Dette er siden vi kun er ute etter om oppgaven krever argumentasjon eller ikke og vi skiller derfor ikke mellom begrunnelse og forklaring slik som i rammeverket fra Charalambous et al. I tillegg valgte vi å inkludere åpne og lukkede oppgaver under analyse guiden for oppgaver. Andre aspekter slik som koblinger tar vi for oss i svært liten grad og inkluderer derfor ikke dette som et eget punkt i vårt konseptuelle rammeverk. Det vi vil se inn på når der kommer til koblinger er kjerneelementet argumentasjon og resonnering knyttet opp mot lærebøkene. Samtidig hva elevene skal kunne fra tidligere læreplaner som et utgangspunkt for hvordan vi velger å kategorisere oppgavenes kognitive nivå. Hvordan lærebøkene kommuniserer har vi også valgt å ekskludere som et eget punkt for det konseptuelle rammeverket. Dette er på bakgrunn av vi ønsket å se nærmere inn på det kognitive nivået oppgavene krevd av elevene, i hvilken grad lærebøkene tilbyr elevene åpne oppgaver samt om dem krever at elevene skal argumentere. Selv om vi ikke inkluderer hvordan lærebøkene kommuniserer til elevene anvender vi noen av punktene i analyseprosessen av oppgavenes kognitive nivå. Disse punktene er definisjoner, regler og konvensjoner samt utarbeidede eksempler. Den avgjørende faktoren for disse punktene var plasseringen og hvor like dem var oppgavene elevene ble gitt i etterkant. Er utarbeidede eksempler som viser akkurat hva elevene skal gjøre i neste oppgave kan dette være med på å senke det kognitive nivået krevd av oppgavene.

Tabell 2 Oversikt over det konseptuelle rammeverket

Horisontal analyse		Vertikal analyse	
Bakgrunnsinformasjon	Generell struktur	Analyseguide for oppgaver	Argumentasjon
- Tittel - Sidetall Forfattere - Utgiver og utgivelsesår - Tilleggsmaterialer	- Kapittelinndeling - Antall oppgaver - Antall oppgaver i hvert kapittel - Antall deloppgaver	- Memorering - Prosedyre uten sammenheng - Prosedyre med sammenheng - Å gjøre matematikk - Åpen eller lukket	- Krever kun et svar - Krever argumentasjon

3.4 Metodevalg og studiens overordnede design

I forkant av en undersøkelse må man ta en rekke valg (Johannessen et al., 2021, s. 265). I startfasen må forskeren ta stilling til hva det er en ønsker å undersøke, hva som skal undersøkes og hvordan undersøkelsen skal bli gjennomført. Disse elementene er med på å danne det som er kalt forskningsdesign. I forkant av studien vår tok vi for oss elementene nevnt ovenfor. Hva som skulle studeres ble avgjort ganske tidlig siden vi hadde inspirasjon fra tidligere arbeid knyttet til forsknings og utviklingsoppgaven gjennomført på tredje studieår. Derimot når det kom til valg av hvordan vi skulle undersøke det vi ønsket å finne ut av måtte vi gjøre flere overveielser. Basert på problemstillingen vår kom det tydelig frem at en lærebokanalyse hvor vi ser inn på bøkenes innhold og sammenligner dem med hverandre kom som et naturlig valg. Når det kom til antallet bøkene og om vi skulle ta for oss et kapitel eller hele lærebøkene. Vi bestemte å ta for oss tre hele lærebøker siden det gir et godt overblikk og var mulig å gjennomføre på tiden vi hadde tilgjengelig. Valg av trinn for lærebøkene omtaler vi omfattende i delkapittel 3.5 og vi tar for oss valg av lærebøker i delkapittel 3.6.

Det som ikke kommer frem i en lærebokanalyse og som vi tror er like viktig er hvordan lærebøkene faktisk blir brukt av lærere. Utgangspunktet vårt i forkant av undersøkelsen var derfor å anvende en metode i tillegg til lærebokanalyse for å få et bedre virkelighetsbilde av hvordan bøkene er oppbyggede, og finne ut læreres erfaringer rundt bruken av lærebøkene. For å få et innblikk i læres erfaringer var det to metoder vi sto mellom. Den ene var nettskjema og den andre var intervju. Om vil skulle anvendt spørreskjema måtte vi stilt spørsmålene ganske åpne for å få besvarelser på det vi undersøker. Denne åpenheten kan medføre at vi ikke nødvendigvis får svar på det vi ønsket å undersøke. En annen ulempe ved denne metoden er at det kan forekomme korte svar, noe som resulterer i at en ikke kan gjøre en tolkning ut fra det. Om det er for mange spørsmål vil kun de mest engasjerte besvare hele spørreskjemaet og man risikerer derfor en liten svarprosent (Johannessen et al., 2021, s. 301). På bakgrunn av ulempene ved spørreskjema knyttet til vår problemstilling og forskningsspørsmål, ble spørreskjema utelukket. Vi så derfor inn på intervju som metode i tillegg til lærebokanalysen. Lærebokanalysen skulle vært gjennomført i forkant av intervjuene siden vi ønsket å knytte noen spørsmål opp mot noen av funnene som kom frem av lærebokanalysen av de forskjellige lærebøkene. Å gjennomføre intervjuene lot seg ikke gjennomføre, da vi opplevde at det var vanskelig å få svar fra ulike skoler. Undersøkelsen vår baser seg kun på lærebokanalyse som metode. Siden vi ikke får noe innblikk i hvordan lærebøkene blir anvendt samt erfaringer og meninger rundt dem må vi være mer kritiske i tolkningen av funn.

Lærebokanalysen har både en kvantitativ del i form av opptelling av oppgaver, men også en kvalitativ del med hensyn på at vi måtte kategorisert oppgaver ut fra et rammeverk og definisjoner. Senere i kapitelet omtaler vi de forskjellige analysene, forklarer dem og viser til gjennomføringen av dem knyttet til vår masteravhandling. Postholm og Jacobsen (2018, s. 110) har en antakelse om at kvalitativ og kvantitativ metode prinsipielt ikke er forskjellig fra hverandre. Med å bruke en kvalitativ og en kvantitativ metode kan de være med på å utfylle hverandre og man vil få et bedre bilde av helheten. Forskningsprosjekter kan ha ulik grad av enten kvantitativ eller kvalitativ metode basert på hva som er hensiktsmessig ut fra problemstillingen. Ut fra det vi ønsker å undersøke i denne studien ble det tydelig i startfasen av prosjektet at dokumentanalysen ville ha et kvalitativ og kvantitativt preg. Kvalitativ i form av at vi tar utgangspunkt i begreper når vi kategoriserer oppgaver i lærebøkene og må bruke en viss grad for skjønn. Mens det kvantitative kommer frem ved at vi teller opp oppgaver, presenterer en statistisk fordeling over de forskjellige lærebøkene alene og samlet over de forskjellige kategoriene vi tar for oss i studien.

3.5 Valg av trinn

For valget av lærebøker har vi tatt for oss tre lærebøker på 8 trinn. Vi valgte 8. trinn siden det ble først utviklet lærebøker for trinnet når kunnskapsløftet 2020 først kom ut. Forlagene vil derfor hatt mulighet til å revidere bøkene eller komme med nye utgaver basert på tilbakemeldinger, da disse bøkene ble publisert tidligst. En annen grunn for valget er at 8. trinn gir grunnlag for resten av ungdomskolen. Om lærebøkene legger til rette for argumentasjon og resonnering vil dette være med på å gi et godt grunnlag for elevers faglige utvikling.

3.6 Valg av bøker

Ut fra valg av trinn og avgrensningen med at vi kun ønsker å se inn på lærebøker som er fagfornyet ble vi begrenset til valg av bøker. På skrivende tidspunkt er forlagene som har gitt ut fagfornyede lærebøker innenfor matematikk er Cappelen Damm, Aschehoug og Gyldendal. Alle tre tilbyr i tillegg ekstraressurser som for eksempel ekstra oppgavebøker, lærerveiledning eller digitale ressurser som kan brukes. Vi har også valgt å avgrense oss til å ikke ta for oss ekstraressurser forlagene tilbyr, og har derfor valgt å kun analysere grunnbøkene begrunnet tidsbegrensning. Ut ifra erfaring er det også grunnbøkene som blir brukt mest i undervisningen. For å få et bredt utvalg av grunnbøker og for å minimere bias mot en av bøkene har vi valgt å ta for oss grunnbøkene til de tre forskjellige forlagene. Under vil vi presentere bakgrunnsinformasjon knyttet til de tre grunnbøkene, samt forfatterne av de ulike bøkene. Bakgrunnen for at vi har valgt å inkludere informasjon om forfatterne av de forskjellige grunnbøkene er siden det ikke er noen statelig kvalitetssikring av bøkene. Bakgrunnsinformasjon om forfatterne og deres tidligere arbeid knyttet til lærebøker innenfor matematikk vil derfor være som en viss grad av kvalitetssikring.

3.6.1 Matematikk 8

Matematikk 8, 1. utgave er utgitt av Cappelen Damm i 2020. Skrevet av Espen Hjardar og Jan-Erik Pedersen. Espen Hjardar er matematikklærer for kvernhuset ungdomsskole i Fredrikstad (Cappelen Damm, u.å.-a). Han er engasjert i utviklingsarbeid og holder kurs for matematikklærere. Videre har han en god del erfaring som matematikklærer på barn og ungdomsskolen. I tillegg til å være en av forfatterne i serien Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm er han også vært med å skrive Faktor, et annet læreverk fra samme forlag. Jan-Erik Pedersen har mange års erfaring som matematikklærer og skoleleder i ungdomsskolen (Cappelen Damm, u.å.-b). Han har tidligere holdt flere kurs i matematikk og har undervist i ungdomsskolen, videregående og på høgskole. I tillegg til å være forfatter av læreverkene Matematikk 8-10, har han også vært med på å skrive ORIGO, Matematikk åtte ni ti og Faktor. Alle disse er da læreverk fra Cappelen Damm. Videre er han også forfatter på tidligere læreverk fra forlaget som er basert på Læreplanverket og kunnskapsløftet 2006 (LK06) Cappelen Damm presenter Matematikk 8 på denne måten på sin egen nettside:

> Grunnboka har en rolig progresjon med kortfattet tekst og enkelt språk, slik at den skal passe best mulig for alle elever. Hvert delemne starter med en problemstilling for å mobilisere førkunnskaper og matematisk refleksjon hos elevene. Gjennom hele boka er det åpne diskusjonsoppgaver som legger til rette for gode matematiske dialoger i klasserommet. Her finner du rikelig med oppgaver knyttet tett mot teori og eksempler.

> Flere av oppgavene er differensiert i tre nivå. Her er det lagt til rette for at alle elever skal oppleve mestring, samtidig som de får muligheten til å utfordre seg selv (Cappelen Damm, u.å.-c)

I Matematikk 8 nevnes det at boken legger til rette for dybdelæring (Hjardar & Pedersen, 2020). Boken skal bygge på utforsking, resonnering og argumentasjon for å oppøve evnen til kritisk tenking. I hvert kapitel har den vanlige oppgaver som er beregnet at alle skal gå igjennom. Noen oppgaver differensierer mellom hvor vanskelig en oppgave er, og kaller dette nivå en, to og tre. Med å bruke et prikk system hvor en prikk er enkle, to er middels og tre en vanskeligst. På slutten av hvert kapitel kommer det videre frem underveisvurderings oppgaver.

3.6.2 Matemagisk 8

Matemagisk 8, 1. utgave er utgitt av Ascheoug i 2020 og er skrevet av Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace. Asbjørn Lerø Kongsnes har kompetanse i PPU med fagdidaktikk i matematikk fra høgskolen i Innlandet (Aschehoug, u.å.-b). Asbjørn sin utdanning er også basert på en bachelor i matematikk og økonomi. Han er en av forfatterne på bøkene Matemagisk 5-10. Han jobber for øyeblikket som lærer ved Marikollen ungdomsskole. Anne Karin Wallace har kompetanse fra videregående skole hvor hun ar undervist i matematikk, biologi og informasjonsteknologi i en flere år (Aschehoug, u.å.-a). I tillegg har hun undervist ved høgskolen i Molde. Anne Karin Wallace er for øyeblikket lektor ved Molde videregående skole. I tillegg til å være forfatter av bøkene Matemagisk 5-10 har hun også vært medforfatter på læreverket Nummer 8-10. På nettsiden til Ascheoug skriver de dette om Matemagisk 8:

> Inneholder en stor variasjon av oppgavetyper, spill og aktiviteter som engasjerer og gjør matematikkundervisningen meningsfull for lærere og elever. Differensieringsmodellen lar elevene lære matematikk på sitt nivå, men likevel i takt med hverandre. Med Snakke matte får elevene gjøre aktiviteter som oppfordrer til dem til å argumentere med egne ord og utvikle kritisk tenkning. Elevene vil utvikle algoritmisk tenkning og lære programmering på fagets premisser (Aschehoug, u.å.-c).

I Matemagisk 8 nevnes det at grunnboken skal legge til rette for at elevene skal få være aktive, utforske og oppdage matematiske sammenhenger (Kongsnes & Wallace, 2020).

3.6.3 Maximum 8

Maximum 8, 2. utgave er utgitt av Gyldendal i 2020 og er skrevet av Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Linda Tangen Bråthe, Ingvill Stedøy og Bjørnar Alseth. Grete Normann er tidligere kjent med læreverket Maximum (Gyldendal, u.å.-a). Fra LK06 var hun forfatter på Maximum 8-10 i tillegg til å være med på bokserien Maximum 8-10 fra det nye læreplan. For øyeblikket er hun assisterende rektor med Greåker videregående skole i tillegg til hun har vært lærer på ungdomstrinnet i flere år. Hun har holdt kurs for Matematikksenteret og høgskolen i Østfold. I tillegg fikk hun Holmboeprisen i 2006, som blir utgitt til matematikklærere som har vist at de fremmer god undervisning i matematikk. Janneke Tangen har vært forfatter på første og andre utgave av de nye grunnbøkene Maximum 8 og jobber for øyeblikket som rådgiver for skoleutvikling av realfag for barnehage og skole i Bergen kommune (Gyldendal, u.å.-b). Tidligere har hun også vært lærer på ungdomstrinnet og har erfaring som foreleser ved Høgskolen Bergen. Linda Tangen Bråthe jobber som avdelingsleder i Sandefjord kommune (Gyldendal, u.å.-e). Tidligere har hun jobbet ti år på ungdomskolen og har også erfaring fra grunnskolen og videregående. I tillegg har hun vært med på skolebasert aksjonsforsking på matematikkdidaktikk. Hun er forfatter på det nye Maximum 8-10. Ingvill Stedøy er nåværende emirita i matematikkdidaktikk ved Matematikksenteret (Gyldendal, u.å.-d). Hun har vært på å skrive alle de nye bøkene til Maximum 8-10, og arbeidet med Lillestrøm videregående skole som lektor mens hun var med å arbeide med Maximum. Bjørnar Alseth er lærebokforfatter på Heltid (Gyldendal, u.å.-c). I tillegg til å ha vært med å skrive de nyeste og de gamle Maximum 8-10 har han vært med på de gamle utgavene *Multi A og B 1-7*, og *tall og tanke 2 matematikkundervisning 5. – 7.trinn*. Dette viser at han har lang erfaring med å skrive lærebøker fra LK06 og LK20. Videre har han vært med på utviklingen av nasjonale kartleggingsprøver i matematikk ved UiO og har doktorgrad i barns læring av matematikk. I tillegg var forfatteren lader for læreplangruppa i matematikk til kunnskapsløfte 2006. Han har derfor en bred interesse for matematikk, undervisning og ellers læring. Før han jobbet for Gyldendal var han også med på videreutdanning av matematikklærere og utvikling av nasjonale kartleggingsprøver i matematikk. På siden til Gyldendal skriver de dette om det nye læreverket Maximum 8.

> Læreverket gir elevene mulighet til å undre seg, være kreative og oppdage matematikken sammen. Dette vil motivere elevene og hjelpe dem til å oppleve mestring. Maximum inneholder varierte aktiviteter, med utforskende, rike og åpne oppgaver. Slik kan elevene gå i dybden og se sammenhenger mellom fagområder og temaer. Elevene møter en variert matematikkopplæring som legger vekt på relasjonell forståelse og lar dem arbeide med faget innenfor læringsfellesskapet. Matematikk er et viktig fag for å videreutvikle elevenes kritiske tenking, slik at de kan ta egne valg i livet og forstå omverdenen. Da må elevene kunne vurdere egne og andres resonnementer og forslag til løsninger på problemer. Maximum legger til rette for aktivt deltakende elever som stiller spørsmål, reflekterer over egen læring og utvikler et mangfold av strategier. Elevene får mulighet til å diskutere, argumentere, resonnere og lytte til andres resonnementer og argumenter. Da kan de sette ord på og forstå sin egen læringsprosess og øke forståelsen og bevisstheten om hva de kan, og hva de ennå ikke har lært. Læreverket legger til rette for at lærerne får mulighet til å bruke ulike vurderingsmåter og vurderingssituasjoner underveis i opplæringen (Gyldendal, u.å.-f).

I Maximum 8 nevnes det mye av det samme som på nettsiden, men i tillegg at boken vil legge til rette for praktisk, utforskende og problemløsende matematikk (Tofteberg et al., 2020).

3.7 Gjennomføring av analyse

I gjennomføring av analysen har vi flere elementer. Først tar vi for oss inndeling av de matematiske temaene, etterfulgt av analyseavgrensing. Videre vil gå inn på gjennomføringen av den kvantitative analysen, og avslutningsvis gjennomføringen av den kvalitative analysen.

3.7.1 Inndeling av tema

Bøkene er bygd opp med ulik kapittelinndeling. Maximum 8 og Matematikk 8 som har fire hovedkapitler hver med ulike temaer, mens Matemagisk 8 har ti mindre inndelinger. Fordi bøkene er så forskjellig i kapittelinndelingen valgte vi å dele bøkene inn i tre hovedtemaer. Når vi lagde disse overordnende temaene tok vi primært hensyn til hva som ble presentert i bøkene. Til slutt satt vi igjen med tre overordnende inndelinger som var med på å dekke alle kapitelene i de ulike bøkene og dette var det analysen baserer seg på: 1. Tall og tallregning, 2.

Algebra, 3. Funksjoner. Tabell 3 viser hvordan vi gikk frem for å gjøre denne inndelingen. På venstre side av tabellen ser vi den originale inndelingen, og på høyre side ser vi vår inndeling. Hensikten med denne inndelingen var at det skulle bli lettere å sammenligne læreverkene opp med hverandre. I tillegg kunne vi på denne måten få en bedre oversikt over innholdet i bøkene.

Tabell 3 Oversikt av vår inndeling av kapitlene

Matematikk 8	**Vår inndeling**
1. Tall og tallforståelse 2. Delelighet og brøk 3. Algebra 4. Likninger	1. Tall og tallregning 2. Algebra 3. Funksjoner
Matemagisk 8	**Vår inndeling**
1. Hele tall 2. Brøk og desimaltall 3. Algebraiske uttrykk og formler 4. Potenser og kvadratrøtter og regnerekkefølge 5. Algebra og likninger 6. Parenteser og likninger 7. Hva er en funksjon 8. Grafen til en funksjon 9. Lineære funksjoner 10. Sammensatte målenheter	1. Tall og tallregning 2. Algebra 3. Funksjoner
Maximum 8	**Vår inndeling**
1. Tall og Tallregning 2. Algebra 3. Funksjoner 4. Likninger og formler	1. Tall og tallregning 2. Algebra 3. Funksjoner

3.7.2 Analyseavgrensning

Gjennom den vertikale analysen har vi tatt for oss hver enkelt oppgave som har en nummerering i de utvalgte lærebøkene. I forkant av analysen av lærebøkene tok vi et kjapt overblikk over dem. Det kom tydelig frem at deloppgavene innenfor en oppgave kunne være åpne, kreve argumentasjon eller ha forskjellige kognitive krav. Vi valgte å ta med hver enkelt deloppgave og ikke definere en hel oppgave som åpen eller under kun et kognitivt krav. Eksempelvis kan vi ta for oss en tilfeldig oppgave med oppgavenummer 3.12 som inneholder fem deloppgaver a), b), c), d) og e) så utgjør dette fem oppgaver som må analyseres. Derimot hvis deloppgavene inneholder flere oppgaver, valgte vi å ikke kategorisere dem hver for seg.

Det var svært få deloppgaver som inneholdt flere oppgaver, men dem som hadde det tok utgangspunkt i deloppgaven sin oppgavetekst og falt derfor under de samme kodene.

For å vurdere oppgavenes kognitive nivå var det flere elementer som spilte inn i tillegg til rammeverket. Disse elementene var elevenes tidligere erfaringer. I sammenheng med vår lærebokanalyse begrenset vi tidligere erfaringer til å inkludere informasjon som hadde blitt gitt tidligere i læreboken, enkel hoderegning og tidligere kompetansemål. Informasjon som tidligere har blitt gitt i læreboken omfatter tekst som forklarer begreper eller eksempler som viser utregning. Et eksempel gitt rett før en oppgave og hvis den skal løses på helt eksakt måte, vil være med på å gi oppgaven et lavere kognitivt krav. Det vi anser til å være elevers tidligere erfaringer er tidligere kunnskapsmål som skal være oppnådd, slik at en oppgave kan gå fra resonnering over til en oppgave som krever prosedyre. Enkel hoderegning er også et element som kan få enkelte oppgaver til å bli kodet som et lavere kognitivt krav. Det vi anser som enkel hoderegning ut fra at elevene går i 8. klasse er om elevene kan regne ut enkle regnestykker. Dette involverer addisjon eller substruksjon som kun inneholder to ledd, samt divisjon og multiplikasjon som kun inneholder to ledd. Det forutsettes at de holder seg innenfor den lille gangetabellen som vist i figur 1 eller veldig enkelt kan se svaret som vist i figur 2.

OPPGAVER

1.44 Regn ut.

a) $5 \cdot (-6)$ b) $-4 \cdot 6$ c) $-3 \cdot (-7)$ d) $5 \cdot (-10)$

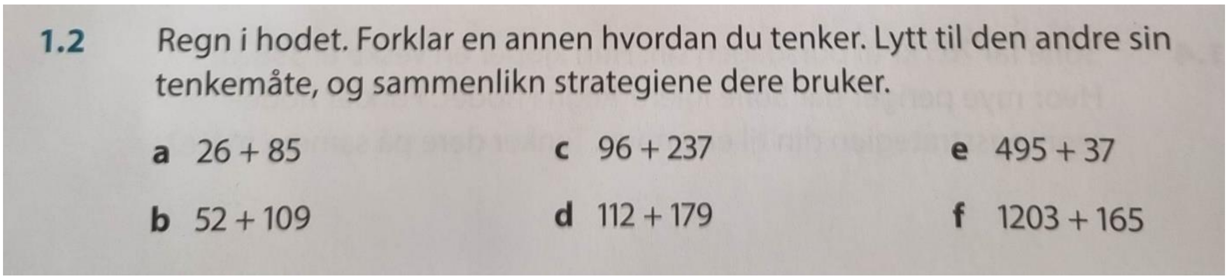
Figur 1 Oppgave 1.44 som viser multiplikasjon innenfor den lille gangetabellen (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 40).

1.47 Regn ut.

a) $3 \cdot (-6)$ b) $4 \cdot (-20)$ c) $-3 \cdot 15$ d) $-10 \cdot (-37)$

Figur 2 Oppgave 1.47 som viser multiplikasjon hvor eleven veldig enkelt kan se svaret (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 40)

I figur 1 og 2 har vi trukket frem 8 oppgaver som vi har kategorisert som nivå 1 for kognitive krav. Bakgrunnen for at alle deloppgavene i 1.44 ble kategorisert som nivå 1 er at oppgavene holder seg innenfor den lille gangetabellen. Også alle deloppgavene i 1.47 ble kategorisert som nivå 1. Grunnen for dette er at oppgave a) holder seg innenfor den lille gangetabellen. Mens b), c) involverer multiplikasjon med 20 og 15 som er utenfor den lille gangetabellen, men siden de multipliseres med 4 og 3 anser vi oppgavene til å være enkle for elever på 8. årstrinn. Oppgave d) er også utenfor den lille gangetabellen, men multiplikasjon med 10 er noe elevene er godt kjent med. De aller fleste elevene på 8. trinn vet at i dette tilfellet kan de legge en null bak tallet som 10 multipliseres med og få svaret. I dette eksemplet viser vi kun til multiplikasjon, men de samme kriteriene vil også gjelde for divisjon under vår



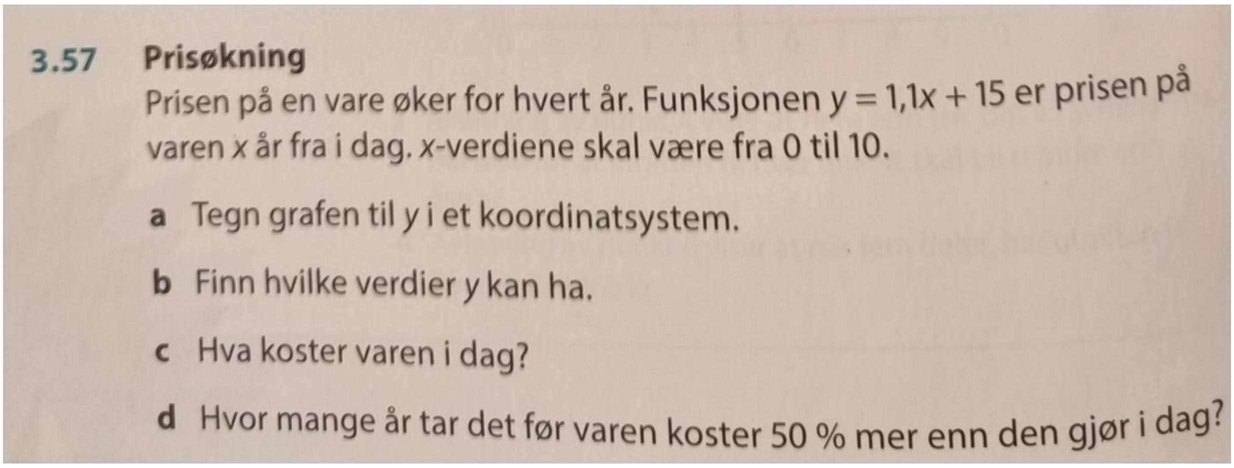
1.2 Regn i hodet. Forklar en annen hvordan du tenker. Lytt til den andre sin tenkemåte, og sammenlikn strategiene dere bruker.

a $26 + 85$ **c** $96 + 237$ **e** $495 + 37$

b $52 + 109$ **d** $112 + 179$ **f** $1203 + 165$

Figur 3 Oppgave 1.2 (Tofteberg et al., 2020, s. 10)

I figur 3 presenteres deloppgaver hvor elevene skal regne i hodet. For disse deloppgavene kan elevene bruke forskjellige strategier. For oppgavene a), b) og d) kan elevene anvende tiervenner som gjør det enklere å komme frem til løsningen. Deloppgave a), b) og d) går ikke nøyaktig opp til en hel tier, men er en over i alle tilfellene og elevene vil klare å se dette basert på klassetrinn.



3.57 **Prisøkning**
Prisen på en vare øker for hvert år. Funksjonen $y = 1{,}1x + 15$ er prisen på varen x år fra i dag. x-verdiene skal være fra 0 til 10.

a Tegn grafen til y i et koordinatsystem.

b Finn hvilke verdier y kan ha.

c Hva koster varen i dag?

d Hvor mange år tar det før varen koster 50 % mer enn den gjør i dag?

Figur 4 Oppgave 3.57 (Tofteberg et al., 2020, s. 202)

I figur 4 blir elevene bedt om å tegne inn en graf til funksjonen, for så lese av den. I oppgave a) blir elevene bedt om å tegne inn grafen utfra en gitt funksjon. Det vil være en prosedyre for å tegne grafen, men når elevene kun skal lese av grafen vil det anses som memoreringskunnskap. Dette er siden elevene ikke trenger å gjøre noe mer enn å lese av grafen og presentere et svar. Videre er oppgave b) og c) oppgaver vi kvalifiserte som memorering. Dette er på bakgrunn av at elevene blir bedt om å lese av en graf til funksjon å formidle verdien og trenger da ikke å følge en prosedyre for å løse oppgaven.

For vår analyse tar oppgaver ikke utgangspunkt i andre oppgaver når det kommer til kognitivt krav, slik at oppgave 1.12 blir ikke kodet som lavere kognitivt krevende selv om den er lik oppgave 1.1. Derimot kunne deloppgaver innenfor samme oppgave bli kategorisert som et lavere kognitivt nivå om en tidligere deloppgave krevde at man gjorde utregningen slik at en bare kunne lese av svaret i den tidligere oppgaven.

3.7.3 Gjennomføring av den kvantitative analysen

For å kunne kategorisere oppgavene og kode dem på en strukturert måte brukte vi Microsoft Office Excel. Vi valgte å opprette et regneark for hver av lærebøkene. Siden vi i etterkant av kategorisering og koding skulle overføre dataen til SPSS, som er et statistisk analyseprogram vi anvendte for å gjennomføre statistiske analysene.

I figur 5 finner vi i kolonne A som henviser til hvilken grunnbok vi analyserte. Grunnbøkene ble kodet 1 for Matematikk 8, 2 for Matemagisk 8 og 3 for Maximum 8. Videre i kolonne B kommer hvilken oppgave som ble analysert. I Kolonne C i matematisk tema gikk oppgaver under koding 1 for tall og tallregning, 2 for algebra og 3 for funksjoner. I kolonne D var inndelingen forskjellig for hver av grunnbøkene så kodingen ble derfor annerledes utfra hvilken bok som ble analysert. For matematikk 8 hadde vi inndelingene 1 for standardoppgaver og 2 for underveisvurdering. Matemagisk 8 fikk kodingen 1 for standardoppgaver, 2 for følg stien, 3 for terrengløypa, 4 for topptur og 5 for ekspedisjon. Maximum 8 fikk kodingen 1 for standardoppgaver og 2 for se sammenhenger. Oppgavene vi analyserte i kolonne E-F gikk under åpen eller lukket hvor 0 var lukket og 1 for åpen. Kolonne H-K tar for seg de 4 kognitive nivåene til Smith og Stein og ble kodet fra 1-4 i stigende rekkefølgen. Kolonne M inneholdte argumentasjon og ble kodet 0 for de oppgavene som ikke hadde argumentasjon, og 1 hvor argumentasjon var krevd.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Læreverk	Oppgave nr.	Matematisk tema	Inndeling	Åpen	Lukket		Memorere	Prosedyre uten sammenheng	Prosdyre med sammenheng	Å gjøre matematikk		Argumentasjon
2	2	1.1 a	1	1	0					3			0
3	2	1.1 b	1	1	0					2			0
4	2	1.2 a	1	1	0					3			0
5	2	1.2 b	1	1	0					2			0
6	2	1.3 a	1	1	0					3			0
7	2	1.3 b	1	1	0					2			0
8	2	1.4 a	1	1	0					1			0
9	2	1.4 b	1	1	0					1			0
10	2	1.4 c	1	1	0					1			0
11	2	1.4 d	1	1	0					1			0
12	2	1.5 a	1	1	0					1			0
13	2	1.5 b	1	1	0					2			1
14	2	1.5 c	1	1	0					2			0
15	2	1.5 d	1	1	0					2			0
16	2	1.6 a	1	1	0					2			1
17	2	1.7 a	1	1	0					3			0

Figur 5 Utklipp av analyseprosessen i Excel

For å svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene analyserte vi oppgavene i statistikkprogrammet IBM SPSS som vist i figur 6. Kodingen i SPSS ble gjort på samme måte som i Excel. Vi lagde også en separat fil hvor vi samlet alle lærebøkene. Hensikten bak dette var at vi kunne sammenligne bøkene bedre opp mot hverandre. Eneste vi ikke tok med i den fellesfilen var inndeling fordi det ikke var hensiktsmessig å sammenligne denne kategorien opp mot de andre bøkene.

	Læreverk	Oppgave_nr	Matematisk_tema	Rike_åpen_lukket	Kognitive_nivå	Agrumentasjon
1	Matematikk 8	1.1a	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
2	Matematikk 8	1.1b	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
3	Matematikk 8	1.1c	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
4	Matematikk 8	1.1d	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
5	Matematikk 8	1.2a	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
6	Matematikk 8	1.2b	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
7	Matematikk 8	1.2c	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
8	Matematikk 8	1.2d	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
9	Matematikk 8	1.2e	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
10	Matematikk 8	1.2f	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
11	Matematikk 8	1.2g	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
12	Matematikk 8	1.2h	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
13	Matematikk 8	1.2i	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
14	Matematikk 8	1.3a	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
15	Matematikk 8	1.3b	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
16	Matematikk 8	1.3c	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
17	Matematikk 8	1.3d	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Argumentasjon
18	Matematikk 8	1.4a	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Ikke argumentasjon
19	Matematikk 8	1.4b	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Ikke argumentasjon
20	Matematikk 8	1.4c	Tall og tallregning	Lukket	Anvende	Ikke argumentasjon

Figur 6 Utklipp av analyseprosessen i SPSS

I analyseprosessen av oppgaver kom vi over oppgaver som vi valgte å ikke inkludere i analysen. Dette kom av at oppgavene ikke hadde matematisk innhold, eller at oppgavene ikke kunne klassifiseres med det rammeverket vi hadde satt. Videre lagde hensiktsmessige krysstabeller som beskrivende statistikk for det vi ønsket å undersøke. Disse presenterer hvor mange oppgaver det var i bøkene og de ulike områdene vi undersøkte i tillegg til en prosentandel for å få et klarere innblikk. Den beskrivende statistikken tok først for seg bøkene totalt sett etterfulgt av de ulike temaene i bøkene. Underveis ble vi nysgjerrige om det var en korrelasjon mellom åpne oppgaver og høye kognitive oppgaver. Dette kom av at vi bemerket flere likheter mellom åpne oppgaver og høyere kognitive krav. Gjennom analysen var dette ikke unormalt, siden tidligere forskning og definisjonene rundt begrepene har flere likhetstrekk (Henningsen & Stein, 1997, s. 8; Yeo, 2017, s. 175). For å se om dette stemte med grunnbøkene vi studerte sorterte vi et eget datasett. Som bare tok hensyn til om oppgavene var på et lavt nivå, altså memorering, prosedyre uten sammenheng, og de høyere nivåene prosedyre med sammenheng og å gjøre matematikk. Deretter gjennomførte vi en korrelasjonsanalyse.

3.7.4 Gjennomføring av den kvalitative analysen

I denne masteroppgaven er den vertikale analysen hovedkilden for innsamling av data. Innenfor den vertikale analysen har vi tatt for oss hver enkelt deloppgave i matematikkoppgavene som har fått en oppgavenummerering. Oppgavene har blitt vurdert ut fra vårt kodingssystem når det kommer til om oppgaven er åpen, hvilket kognitivt krav de faller under og om oppgaven krever argumentasjon eller ikke. I hovedsak er det oppgavene i seg selv som står i fokus for kodingen av dem, men her er det mange faktorer som spiller inn. Noen av faktorene som er bemerkningsverdige og felles for alle oppgavene er tidligere gitt informasjon og eksempler i læreboken, samt teori for denne masteravhandlingen. For å unngå feilplassering under kodingsprosessen analyserte vi samme oppgaver hver for oss. Hvis vi var uenige om hvordan oppgaven ble kategorisert markerte vi oppgaven, slik at vi kunne diskutere den i felleskap og komme til enighet. Det oppsto også noen tilfeller hvor vi var uenige om hvordan vi skulle kategorisere enkelte oppgaver, i disse instansene diskuterte vi oppgaven med veileder.

Når vi analyserte oppgaver som åpen eller lukket brukte vi rammeverket vi hadde satt for å kategorisere oppgavene. Figur 7 viser eksempel en hel oppgave hvor noen av deloppgavene innenfor oppgaven er lukkede, mens en er åpen. Deloppgave a) og b) er eksempler på lukkede oppgaver, siden elevene kan løse oppgaven med en gitt algoritme de har fått presentert tidligere. I tillegg er det bare et svar som er riktig når oppgaven løses. Deloppgave c) er derimot et eksempel på en åpen oppgave. Oppgaven ber elevene å finne ut av sammenhengen mellom antall elever på bussen og prisen de må betale. Elevene er da nødt til å utforske siden ingen fremgangsmåte er gitt. De blir også nødt til å tenke logisk siden antallet elever på bussen ikke kan overstige en viss grense. Vi finner også oppgaven som åpen siden det kan oppstå interessante problemer, slik som hvor mange elever en klasse kan inneholde. Vi tyder derfor at oppgaven kan oppfordre til en matematisk diskusjon i klasserommet, med at elevene kan ha ulike strategier for hvordan de har løst oppgaven. Siden at de ikke har jobbet mye med sammenhenger tidligere i kapitelet, ser vi at den kan virke utfordrende for noen elever og kan derfor ta tid. På den andre siden er problemet i deloppgaven c) enkelt, slik at de fleste elevene vil være i stand til å komme i gang med oppgaven.

1.20 En klasse skal på busstur til en leirskole på fjellet. Leie av bussen koster 25 000 kr.

a) Hva blir prisen per person hvis de er 25 personer på bussen?
b) Hva blir prisen per person hvis de er 50 personer på bussen?
c) Hva er sammenhengen mellom antall elever på bussen og prisen de må betale?

Figur 7 Oppgave 1.20 hentet fra Mateamtikk 8 som viser to lukkede oppgaver og en åpen side 21

Når vi analyserte oppgaver etter kognitive krave brukte vi retningslinjene til Smith og Stein (1998, s. 348) for å kategorisere oppgavene. Figur 8 er eksempel på en rekke oppgaver vi kategoriserte som memorering, på bakgrunn av at elevene som løser oppgaven trenger kun å bruke tallkunnskapen de har fra før får å vite om det ene tallet er større enn det andre. Det er ingen regneoperasjoner, eller algoritmer som er nødvendig for å løse oppgaven. Vi ser også på oppgavene som memorere siden kunnskapen de tar i bruk går ut på å reprodusere det de har lært tidligere. Kunnskapen de reproduserer er regler og definisjoner fra minnet. Oppgaven kan også ses på som en nesten eksakt reproduksjon av tidligere gitt eksempler hvor de finner ut hvilken tallverdi som er størst og minst. Avslutningsvis ble oppgaven kategorisert på dette nivået da deloppgavene ikke hadde noe tilknytting til andre matematiske konsepter, regler eller formuler.

OPPGAVER

1.30 Skriv av og sett inn < eller > mellom tallene.

a) 3 ■ 7 c) 0 ■ −5 e) −1000 ■ −1001

b) −3 ■ −7 d) −10 ■ 0 f) −1000 ■ −2

Figur 8 Oppgave 1.30 hentet fra Matemaikk 8 som viser eksempel på memorering s.30

Figur 9 viser et eksempel på en rekke deloppgaver vi kategoriserte som prosedyre med sammenheng. Oppgavene er ikke enkle nok til at elevene klarer å løse dem med første øyenkast, men de har lært hvordan de utfører divisjon med desimaltall. For å løse oppgaven må eleven kun bruke innlært prosedyre for å komme frem til svaret. Videre er oppgavene algoritmisk, hvor prosedyren de bruker er innøvd. Alle deloppgavene gir lite kognitiv utfordring, og har ingen kobling til hva som ligger bak prosedyren som blir brukt. Oppgaven krever bare at elevene utfører prosedyren, og har derfor mest fokus på at de skal produsere et riktig svar. Videre kreves det ingen forklaring til hvordan prosedyren fungerer, og det er ingen krav om resonnering for å løse oppgaven.

OPPGAVE 2.71

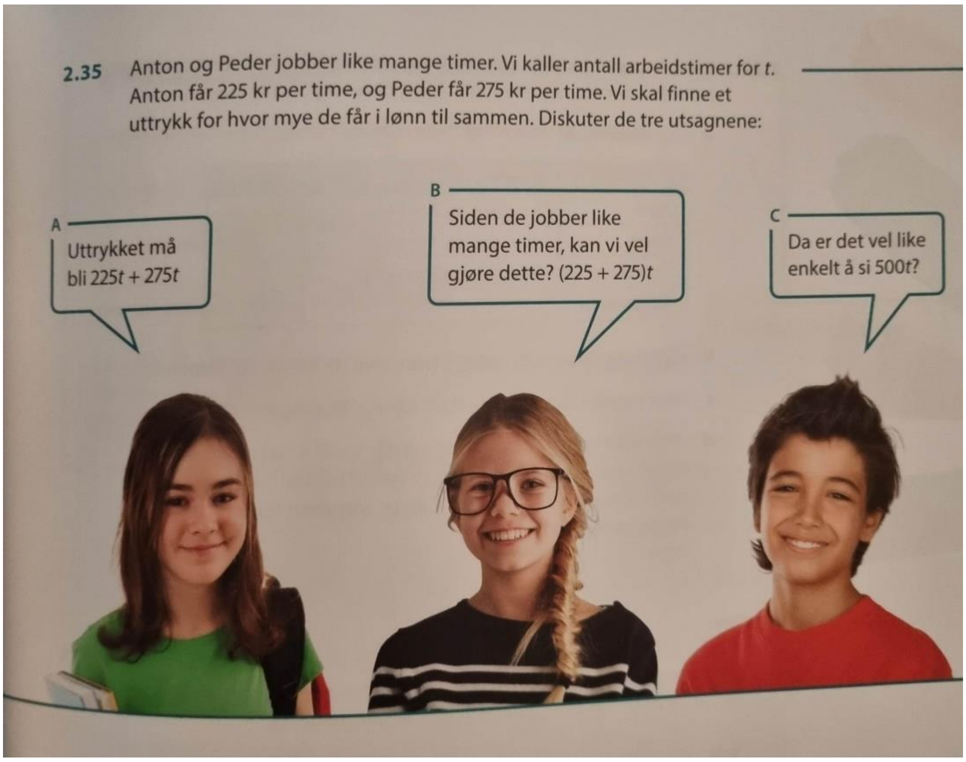
Regn ut.

a 4,2 : 0,2 **b** 7,5 : 2,5 **c** 100,4 : 0,4

d 0,64 : 0,8 **e** 0,45 : 0,9 **f** 0,11 : 0,33

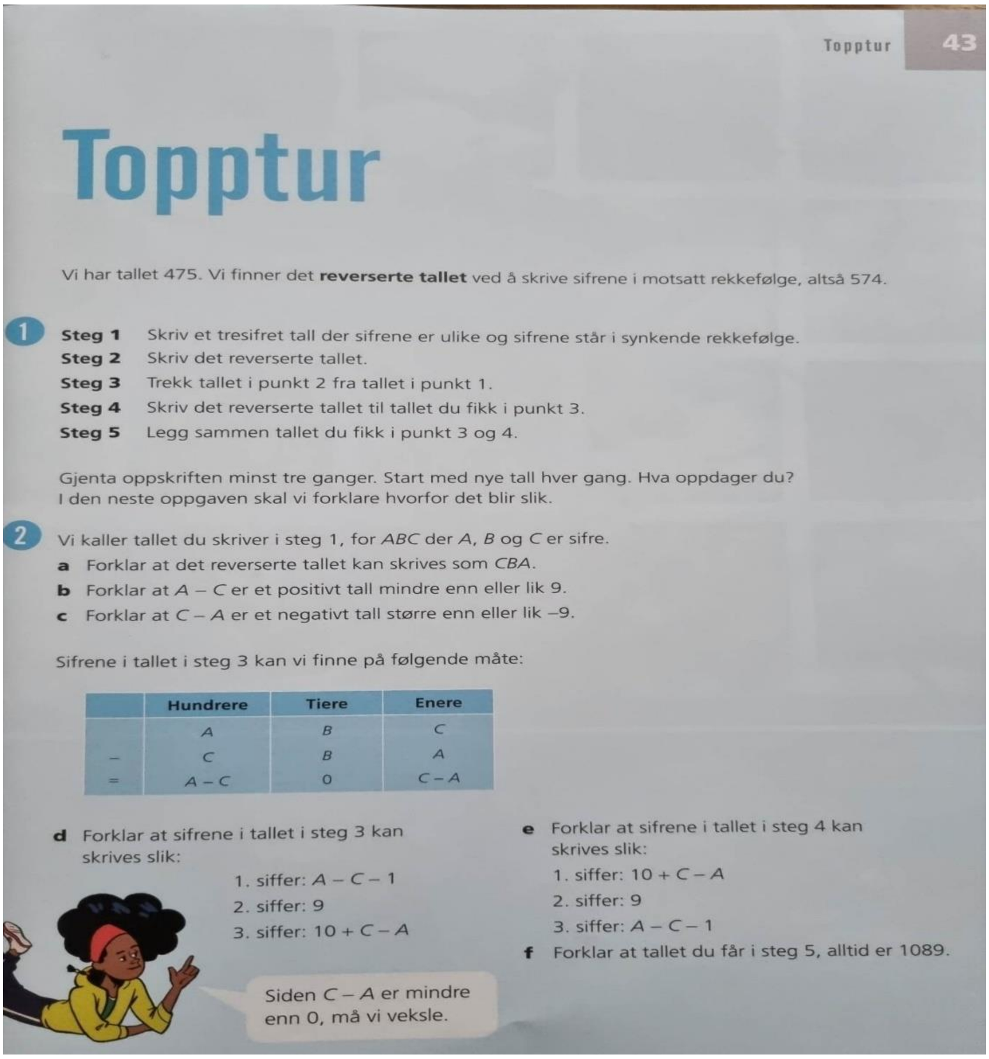
Figur 9 Oppgave 2.71 hentet Matemagisk som viser eksempel på prosedyre uten sammenheng (s. 81)

Figur 10 viser et eksempel på en typisk oppgave vi fant igjennom hele Maximum 8 som alle ble kvalifisert som prosedyre med sammenheng. Oppgavene lik denne presenterte en problemstilling, og gjerne to til fire utsagn. Elevene er i disse utsagnene nødt til å resonnere seg frem hvorfor de ulike utsagnene er sanne og eventuelt hvorfor de ikke er det. På denne måten kan elevene følge en prosedyre og eliminere ut utsagn, men dette kan ikke gjøres uten å tenke. Vi ser også på oppgaven som prosedyre med sammenheng siden fokuset i oppgaven er at elevene skal få en dypere forståelse for et matematisk konsept. Elevene kan ha en ide av hvordan oppgaven skal løses, men fremgangsmåten for hvordan oppgaven skal løses er ikke gitt. Det blir derfor fokus på de konseptuelle ideene og mindre på algoritmen som skal brukes. I tillegg blir det presentert flere løsningsstrategier hvor flere kan være riktig eller feil, slik at eleven er nødt til å resonnere og begrunne hver av påstandene sin troverdighet. Fordi oppgaven har dette kravet om resonnering, ser vi et krav om noe kognitiv anstrengelse. Videre er eleven nødt til å analysere påstandene hver for seg i sammenheng med problemstillingen, som vil bidra til å utvikle en dypere forståelse.



Figur 10 Oppgave hentet fra Maximum 8 som eksempel på argumentasjon og prosedyre med sammenheng (s.117)

Oppgave 2 f) i figur 11 er et eksempel på en oppgave som vi kategoriserte som å gjøre matematikk. Elevene skal i oppgave 2 forklare oppgave 1, men med utgangspunkt i at de får de tre første stegene presentert på en generalisert form. Alle seks deloppgavene i oppgave 2 er utfordrende og har et sterkt krav om resonnering for å kunne løse oppgaven. I tillegg blir det ikke gitt noe fremgangsmåte for å kunne løse oppgave 2, og selv om eleven skal prøve å forstå seg på en prosedyre, kan ikke dette bli gjort uten å tenke seg om. Det som skiller oppgave f) ut er at elevene blir bedt om å forklare hvorfor steg 5 i oppgaven alltid vil gi svaret 1089. For å løse oppgaven ser vi det som nødvendig at eleven er nødt til å løse oppgaven med hjelp av ikke algoritmisk tenking. Eleven er derfor nødt til å tenke selv over egne tankeprosesser, og analyserer oppgaven etter mulige løsningsstrategier. I tillegg er oppgaven meget kognitivt utfordrende, og grunnen for at vi kategoriserte oppgaven som å gjøre matematikk.


Topptur 43

Topptur

Vi har tallet 475. Vi finner det **reverserte tallet** ved å skrive sifrene i motsatt rekkefølge, altså 574.

1
Steg 1 Skriv et tresifret tall der sifrene er ulike og sifrene står i synkende rekkefølge.
Steg 2 Skriv det reverserte tallet.
Steg 3 Trekk tallet i punkt 2 fra tallet i punkt 1.
Steg 4 Skriv det reverserte tallet til tallet du fikk i punkt 3.
Steg 5 Legg sammen tallet du fikk i punkt 3 og 4.

Gjenta oppskriften minst tre ganger. Start med nye tall hver gang. Hva oppdager du?
I den neste oppgaven skal vi forklare hvorfor det blir slik.

2
Vi kaller tallet du skriver i steg 1, for ABC der A, B og C er sifre.
a Forklar at det reverserte tallet kan skrives som CBA.
b Forklar at $A - C$ er et positivt tall mindre enn eller lik 9.
c Forklar at $C - A$ er et negativt tall større enn eller lik -9.

Sifrene i tallet i steg 3 kan vi finne på følgende måte:

	Hundrere	Tiere	Enere
	A	B	C
$-$	C	B	A
$=$	$A - C$	0	$C - A$

d Forklar at sifrene i tallet i steg 3 kan skrives slik:
1. siffer: $A - C - 1$
2. siffer: 9
3. siffer: $10 + C - A$

e Forklar at sifrene i tallet i steg 4 kan skrives slik:
1. siffer: $10 + C - A$
2. siffer: 9
3. siffer: $A - C - 1$

f Forklar at tallet du får i steg 5, alltid er 1089.

Figur 11 Oppgave 1 og 2 hentet fra topptur i Matemagisk 8 som viser et eksempel på å gjøre matematikk (s.43)

Figur 10 er et eksempel på en oppgave som indirekte spør om argumentasjon. Dette er vår skjønnsbaserte mening siden oppgaven ikke eksplisitt spør om argumentasjon. Etter vår mening er elevene nødt til å resonnere seg frem til svaret med å forklare hvorfor de ulike utsagnene er sanne eller ikke. De fleste oppgavene hvor elevene var nødt til å forklare hvordan de hadde tenkt kvalifisert som oppgaver med argumentasjon.

3.8 Kvalitet av studien

Postholm og Jacobsen (2018, s. 219) vektlegger at samfunns- og atferdsforskning i liten grad kan avdekke en fullstendig og universell sannhet. Forskningen er derimot en pågående prosess hvor en avdekker og forstår deler av virkeligheten som vil være med på å utvide vår kunnskap. Kvalitet av studier kan ikke kun knyttes opp mot det resultatet forskeren kom frem til. Resultater kan være sanne eller avdekke deler av sannheten på tidspunktet forskningen var gjennomført. Derimot kan det i etterkant bli utfordret av andre forskere med andre perspektiver og metoder. Hvordan man har kommet frem til kunnskapen er i hovedsak avgjørende for forskningens kvalitet. I dette kapitelet skal vi omtale kvalitet på studien vår ved å se inn på validitet og reliabilitet, samt ta for oss forskningsetiske valg vi har gjort i forkant og underveis i forskningen.

3.8.1 Reliabilitet

Johannessen et al (2021, s. 256) skriver om hvor pålitelig dataen fra forskning er, altså dens *reliabilitet*. Dette forklarer hvor nøyaktig dataen er. Hvordan dataen blir brukt, samlet inn og hvordan den bearbeides. Johannessen skriver også om hvordan reliabiliteten til forskningen kan testes. For denne studien gjelder dette med at andre kan reprodusere det som har blitt gjort. Å gjennomføre en "Test-retest", hvor en gjentar en studie på et annet tidspunkt for å se om en oppnår de samme resultatene blir omtalt som den ultimate testen på reliabilitet(2018, s. 223-228). Epistemologien bak en slik "Test-retest" er å gjennomføre målinger for å se om det finnes en objektiv og stabil virkelighet. Selv om resultatene ved å gjennomføre en slik test ikke blir helt likt som utgangspunktet behøver det ikke å være lite troverdige målinger som er årsaken. Det kan forkomme at situasjonen har endret seg eller at forskeren studerte noe annet. Innenfor både kvalitativ og kvantitativ har det vært anerkjent at å teste reliabilitet er et problem når en prøver å gjenskape resultater fra tidligere forskning. Reliabilitet er knyttet til refleksjonen over hvordan undersøkelsen og forskeren kan ha påvirket resultatet.

Refleksjonen krever at forskeren reflekterer over sin påvirkning og synliggjør forskningsprosessen slik at andre kan reflektere over den.

I motsetning til de fleste kvalitative og kvantitative metodene unngår vi mange menneskelige faktorer slik som adferd, feilaktig gjengivelse av observasjoner eller spesifikke kontekster som kan påvirke resultatet. Det vi legger i dette er at lærebøkene vi analyserte er konstante og siden vi kun gjennomfører en horisontal og vertikal analyse av lærebøkene vil det være færre faktorer som påvirker påliteligheten. Lærebøkene kan forandre seg i den grad av at forlagene gir ut nye utgaver eller nye bøker, derfor spesifiserer vi hvilken utgave av boken vi har analysert. Gjennom denne studien er det noen punkter hvor vi kunne påvirket studien som vi vil gi noen eksempler på. I analyseprosessen bruker vi et fast rammeverk, men det er enkelte oppgaver som ikke passer inne for dette faste rammeverket. Derfor vil skjønn kunne påvirke hvordan enkelte oppgaver ble kodet, vi prøver å tydeliggjøre denne prosessen i kapitlet som omhandler gjennomføring av analysen, men vi vil ikke klare og trekke frem alle oppgavene hvor vårt skjønn er en påvirkningsfaktor. Siden vi er to som skulle analysere læreverkene er det viktig at vi har en lik oppfatning og tolkning av rammeverket. For å forsikre oss om dette gjennomgikk vi oppgaver fra ett kapittel sammen og så på hva som var fellestrekkene for de oppgavene som vi hadde plassert under samme kode når det kom til kognitivt nivå. I etterkant av denne samkjøringen kunne vi begynne å analysere kapitler i forskjellige læreverk hver for oss. Siden vi var klar over at vårt skjønn har en påvirkningsfaktor i forkant av analysen måtte vi gjøre noen valg for at analysen skulle bli mest mulig konsistent. Det første valget vi tok var å ikke fullføre analysen av et læreverk for så å gå videre på neste læreverk. Dette er på grunn av hvordan vi analyserer oppgavene som ikke tydelig faller innenfor rammeverket. Dette krever en felles vurdering ut fra skjønn om hvilken kode oppgaven faller under. Denne formen for skjønn er kontekstbasert og vil gjennom analyseprosessen forandre seg. For at dette skulle påvirke analysen minst mulig valgte vi derfor og analysere lærebøkene samtidig istedenfor hver for seg. Selv om vi hadde en lik oppfatning og tolkning av rammeverket rullerte vi på å analysere kapitlene, slik at kapittel en ble analysert 2 ganger. Under begge analysene markert vi oppgavene hvor vi var uenige med hverandre eller hadde lyst på et annet synspunkt på oppgaven. På denne måten kunne vi komme frem til om oppgaven var lukket eller åpen samt det kognitive nivået og om oppgaven fremmet eller krevde argumentasjon.

I vår studie synliggjør vi forskningsprosessen, presenterer rammeverket, hvordan vi kunne påvirket studiet med hvordan vi analyserte oppgavene og hvilke begrensninger vi har knyttet til egen forskning. Dette er alle elementer som er med på å gi mindre rom for egen oppfatning eller tolkning av resultatene eller forskningsprosessen og vil derfor føre til en sterkere reliabilitet.

3.8.2 Validitet

Validitet omhandler hvor godt, eller relevant data representerer fenomenet forskeren studerer (Johannessen et al., 2021, s. 43). Det er to forhold når det kommer til indre validitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Det første forholdet er hvor stor grad det er samsvar mellom det vi påstår at vi studerer og analyserer og den faktiske virkeligheten. Under dette forholdet vil begreper og teorier en velger å anvende ha en innvirkning. Siden det er dem man tar utgangspunkt i når det gjøres et forsøk på å beskrive virkeligheten. Det andre forholdet er hvor vidt vi har grunnlag for å si noe om årsak og virkning ut fra studien vi har gjort, også omtalt som *kausalitet*. Både innenfor kvalitativ og kvantitativ forskning må vi stille oss spørsmålet om hvor gyldige er de begrepene vi danner eller anvender er, dette omtales som *begrepsmessig gyldighet*. For vår studie kan dette knyttes opp mot den vertikale analysen vi har gjennomført. Vi trekker frem de mest sentrale teoretiske begreper, stiller definisjonene av dem opp mot hverandre for å finne hvilket av dem som er mest hensiktsmessig å anvende for det vi ønsker å måle. Vi opererer med flere begreper som er med på å forme rammeverket for analysen og valget av teoretiske begreper vil derfor ha stor innvirkning på studiens funn. En svakhet for studiens indre validitet er at kognitive nivå baserer seg på eleven og dens forkunnskaper. Vi tar utgangspunkt i hva elevene skal kunne fra tidligere gjennom å se på læreplanmål som skal være oppnådd gjennom barneskolen. Yeo (2017, s. 175-177) poengterer at to elever kan oppleve at en oppgave kan stille forskjellige kognitive krav. Vi presenterer forutinntagelser om hva elevene skal kunne fra tidligere i analyseavgrensninger som vil være med på å øke indre validitet siden kognitive nivå tar for seg elevens tidligere kunnskaper. Vi presiserer at analysene i hovedsak tar for seg hvordan det kognitive nivået varierer mellom bøkene og ikke hvordan de oppleves av elever. Det andre forholder som omhandler kausalitet er det ikke formålet med studien og dermed vil ikke det være relevant. Selv om kausalitet ikke er relevant for denne studien trekker vi frem drøftinger som gjør leseren observant på funnene og fremmer refleksjon rundt anvendelsen av lærebøkene.

Ytre validitet omhandler hvilken grad funn kan overføres fra en kontekst til en annen eller generaliseres (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). Vår problemstilling og forskningsspørsmålene er knyttet opp mot utvalget vårt og vi kan derfor ikke generalisere funnene våre utover de tre lærebøkene. Vi har valgt å se på hele lærebøkene og ikke bare et kapittel innenfor hver lærebok og vi vil derfor ha mulighet til å generalisere elementer innfor de tre lærebøkene, men ikke noe utover det. På den andre siden kan vi finne en naturalistisk generalisering som tar utgangspunkt i at det ikke er en direkte overføring av kunnskap, men leseren kan tilpasse beskrivelser inn i egen situasjon (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 239). Vi har lite grunnlag å generalisere utover de tre lærebøkene, siden andre lærebøker innenfor samme læreverk kan være svært forskjellig. Når det kommer til en naturalistisk generalisering, kan leseren trekke paralleller fra studiens funn opp mot egne erfaringer med andre læreverk. Dermed være med på å skape refleksjoner rundt egen bruk av andre lærebøker og stille seg mer kritisk i anvendelsen av dem. I tillegg til funn fra analysene kan det være at leseren vil trekke ut flere naturalistiske funn fra drøftingskapittelet. Siden vi omdiskuterer fordeler og implikasjoner knyttet til funnene fra analysen.

3.9 Forskningsetikk

Innenfor forskning kan det oppstå etiske dilemmaer eller spørsmål, spesielt studier som omhandler mennesker (Johannessen et al., 2021, s. 45). Videre trekker han frem at forskeren må tenke igjennom tre typer hensyn knyttet opp mot forskningsetiske retningslinjer. Første hensyn er informantens rett til selvbestemmelse og autonomi. Andre hensyn er forskerens plikt til å respektere informantens privatliv. Siste hensyn er forskerens ansvar til å unngå skade. I denne masteravhandlingen er det ingen personverndata som blir håndtert siden vi kun tar utgangspunkt i lærebøkene. Prosjektet er derfor ikke meldepliktig.

Selv om vi ikke tar for oss personer i studien vil det fortsatt være etiske betraktninger som er viktige i forskning generelt. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2021) trekker frem at formålet med forskningsetikk er å fremme god og forsvarlig forskning. Forskningsetikken baserer seg på normer utviklet over tid med forankring i det internasjonale forskerfelleskapet. God henvisningsskikk er en av normene som blir presentert og er viktig innenfor all forskning slik at andres arbeid anerkjennes. Informasjon i denne masteravhandlingen som er hentet fra andres arbeid har vi vist til gjennom kildehenvisning.

En annen viktig norm som kan knyttes opp mot vårt forskningsprosjekt er å ikke fabrikkere eller forfalske data eller resultater. *Fabrikkere* er knyttet opp mot å oppdikte forskningsmateriale slik at en anvender seg av usanne beskrivelser, falske eller fiktive data (Den nasjonale forskningsetiske komité, 2021). *Forfalskning* er misvisende manipulering av forskningsmaterialet. Fabrikkering og forfalskning bryter mot god forskningspraksis. Vi har tatt flere hensyn for å unngå utilsiktet fabrikkering. Det har kommet frem gjennom diskusjon om hvordan vi skulle fremvise data slik at vi ikke presenterer misvisende data utilsiktet. For eksempel ved å kun presentere prosentandelen i hvor mange åpne og rike oppgaver lærebøkene inneholder for å gi et bedre overblikk når man sammenligner dem.

Et annet aspekt ved å gjennomføre en lærebokanalyse er at vi har et ansvar ovenfor lærebokforfatterne med at vi ikke stiller dem i et dårlig lys. I tillegg kan funnene fra forskningen vår påvirke skolens valg av lærebøker og kan derfor påvirke salget av de forskjellige grunnbøkene. For å forhindre dette presiserer vi at formålet med oppgaven er å presentere en oversikt over oppbygningen til de forskjellige lærebøkene med hensyn på enkelte bestemte faktorer. Flere betraktninger vi har gjort for å unngå dette er at vi analyserte lærebøkene mest mulig likt og prøvd å forholde oss mest mulig objektiv. Med å følge de samme kriteriene og gjennomføre analysen lærebøkene samtidig ovenfor å gjøre oss ferdig med en og fortsette på neste. Samt trekke ut eksempler på oppgaver som ikke kunne analyseres direkte ut fra rammeverket, men krevde en skjønnsmessig vurdering.

4.0 Funn

I dette kapitelet vil vi presentere våre funn. Først vil vi ta for oss funnene fra den horisontale analysen. Dette presenterer vi funnene fra den vertikale analysen og avslutningsvis trekker frem vårt totalinntrykk av lærebøkene.

4.1 Funn fra den horisontale analysen

I den horisontale analysen vil vi først ta for oss bøkenes inndeling av kapitler. Deretter grunnbøkenes struktur hvor vi gå dypere inn på hvordan kapitlene er inndelt, hvor mange oppgaver det er i hvert kapitel og hvor mange oppgave og sider de ulike bøkene har. Samt trekkes frem litt om hva som er likt og forskjellig med dem.

4.1.1 Inndeling kapitler

I tabell 4 presenterer vi en oversikt over kapitlene og deres hele oppgaver slik de er skrevet ned i de ulike grunnbøkene og deres tilsvarende hele oppgaver. Det vi bemerket er at grunnbøkene har valgt å dele kapitlene opp forskjellig, hvor Matemagisk 8 skiller seg mest ut. Matemagisk 8 har valgt å dele boken sin opp i flere små kapitler sammenlignet med større overordnede kapitler slik som Maximum 8 og Matemagisk 8. Alle grunnbøkene valgt har å dele kapitlene sine med tallinndeling.

Tabell 4 Oversikt over kapitellindelingen i de ulike grunnbøkene (Hjardar & Pedersen, 2020; Kongsnes & Wallace, 2020; Tofteberg et al., 2020)

Matematikk 8	Matemagisk 8	Maximum 8
1. Tall og tallforståelse 156 oppgaver 2. Delelighet og brøk 95 oppgaver 3. Algebra 119 oppgaver 4. Funksjoner 39 oppgaver	1. Hele tall 80 oppgaver 2. Brøk og desimaltall 115 oppgaver 3. Algebraiske uttrykk og formler 59 oppgaver 4. Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge 63 oppgaver 5. Algebra og likninger 54 oppgaver 6. Parenteser og likninger 44 oppgaver 7. Hva er en funksjon 31 oppgaver 8. Grafen til en funksjon 36 oppgaver 9. Lineære funksjoner 52 oppgaver 10. Sammensatte måleenheter 47 oppgaver	1. Tall og tallregning 156 oppgaver 2. Algebra 85 oppgaver 3. Funksjoner 80 oppgaver 4. Likninger og formler 99 oppgaver

Noe som kommer frem i tabell 4 er at kapitlene starter med noe av det samme tema. De alle skal ha elevene til å jobbe med addisjon og enkle regneoperasjoner i starten. Alle bøkene skal ha elevene til å jobbe med regnestrategier i begynnelsen og jobbe med tiervenner. Dette viser at alle bøkene velger å prioritere at elevene skal lære seg enkle regnestrategier tidlig. Med første øyekast er de ulike kapitlene noenlunde like. “Tall og tallforståelse” ligner en del på “Hele tall” og “Tall og tallregning”, mens innholdet variere derimot en del i disse kapitlene. Matematikk 8 og Matemagisk 8 fokuserer på å addisjon og subtraksjon i disse kapitlene og regnestrategier, mens Maximum 8 tar for seg alle de fire regneartene og brøkregning i sitt første kapitel. Videre har alle bøkene et eget kapitel som er tildelt algebra og funksjoner.

Kapitlene som er ulike er “Delelighet og brøk” og “Brøk og desimaltall”. Maximum 8 har ikke disse i sin overordnende kapittelinndeling, men har valgt å ha dette som en del av sitt kapitel om tall og tallregning. Videre har Matemagisk 8 valgt å ha temaene sine i flere underkapitler som blir høvelig dekt av de andre grunnbøkene sine større kapitler.

4.1.2 Struktur av oppgavene

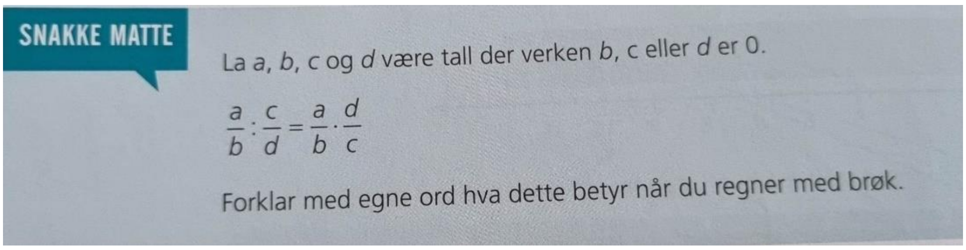
Matematikk 8 har i hvert kapitel standard oppgaver som er beregnet at alle skal gå igjennom. Noen oppgaver differensierer mellom hvor vanskelig en oppgave er med å bruke en prikk system, hvor en prikk er enkle, to er middels og tre en vanskeligst. På slutten av hvert kapitel legger boken opp til “Underveisvurdering” som består av oppgaver. For underveisvurdering kommer det ikke frem på hvilket tidspunkt de er ment å bli tatt i bruk. Vi mener det kan bli brukt til underveisvurdering, altså ekstra oppgaver elevene kan få. En kan også tolke det som oppgaver elevene kan repetere på når de er ferdige med kapitelet. I tillegg er det tverrfaglige oppgaver, men disse har vi valgt å se bort fra da oppgavene ikke kunne klassifiseres med vårt rammeverk. Bakgrunnen for at vi har valgt å ikke inkludere disse type oppgaver er siden de i svært liten grad omhandler matematikk og skal som regel ha elevene til å gjøre et nettsøk. Grunnboken Matematikk 8 inneholder også noen andre elementer som vi ikke har gått inn på i analysen. Boken presenterer i tillegg til de nummererte oppgavene det de kaller for undring. De forklarer at undring er oppgaver som bør diskuteres i klassen. Om dette skal gjøres to og to eller i plenum er opp til lærer. Disse oppgavene er markert med et spørsmålstegn igjennom boken, og skal promotere samtale, utforskning og eventuelt avdekke eventuelle misoppfatninger. Boken forklarer at en del av disse skal ha flere ulike svar. Figuren under viser et eksempel på undring. Det elevene skal bli introdusert for er enklere regnestrategier som tiervenner og formålet i denne oppgaven er å se om det er noe de kan gjøre i hode før de opererer med regnestykket. Ikke minst vil boken legge til rette for at elevene skal kunne tydeliggjøre deres resonnement i disse oppgavene.


Hvordan kan det være lurt å dele opp disse tallene når du skal regne i hodet?

a) 18 + 12 b) 33 + 49

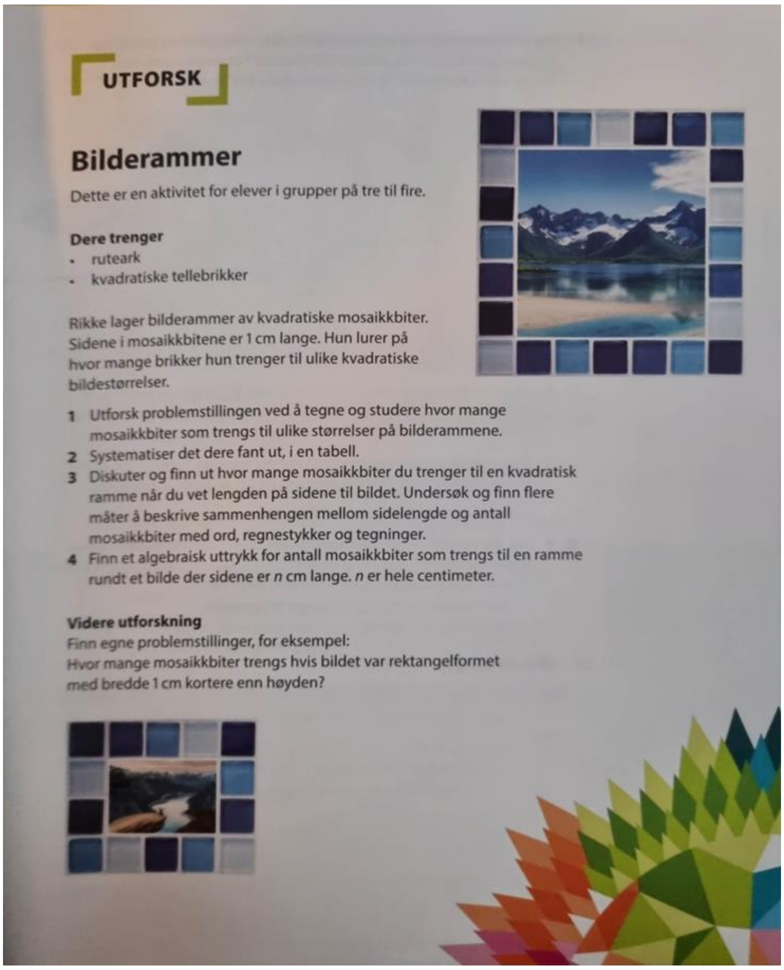
Figur 12 Eksempel på undringsoppgave hentet fra Matematikk 8 s.8

Grunnboken Matemagisk 8 deler oppgavene i fem ulike kategorier. I staren av hvert delkapittel kommer “Fellesløypa”, og er designet for å jobbes med i felleskap i klassen. Fellesløypa skal bestå av teori, eksempler, utforskende oppgaver, snakke matte oppgaver, spill, aktiviteter og andre varierte oppgaver. Videre er det “Følg Stien” som kommer i slutten av hvert delkapittel, oppgavene skal gjøres i felleskap. Disse oppgavene skal dekke det mest sentrale av faginnholdet. Videre er det “Terrengløya” som også kommer i slutten av hvert delkapittel etter følg stien, hvor oppgavene bygger videre på det klassen allerede har lært. Dette skal være sammensatte utfordringer også fra flere temaer samtidig. I "Topptur”. Oppgavene skal være svært utfordrende og går utover det som er forventet av det elevene skal kunne på trinnet. Topptur kommer også slutten av hvert kapittel etter terrengløypa. Siste kategori er “Ekspedisjon”. Disse oppgavene er lik topptur, men går langt ut over det elevene skal kunne på trinnet, og skal være god trening i abstraksjon, generalisering og avanserte problemer. Totalt er det fire slike oppgaver i boken med spredt plassering. Matemagisk 8 presenterer det de kaller for “Nøkkelhull” oppgaver. Disse er bakt inn i de ulike kategoriene og skal presentere spesielt viktige ideer og tenkemåter. Boken har også noe de kaller for “Snakke matte” som vi ikke har tatt for oss siden disse ikke hadde oppgavenummerering. I Snakk matte blir elevene promotert til å prate matematikk med hverandre, og skal trene på å forklare hva de mener og tenker som vi kobler direkte opp mot resonnering. Figur 13 viser et eksempel på hvordan snakk matte kan promotere til diskusjon og resonnering. Elevene blir bedt om å se på et generalisert eksempel av hvordan brøkregning fungerer med deling, og skal forklare hva eksemplet betyr når de regner med brøk. Vi fant at en del av disse eksemplene virket nyttige og kunne trolig blitt brukt til støtte og i sammenheng av diskusjon, enten i forkant av et nytt tema, eller som fordypning.



Figur 13 Eksempel på snakke matematikk (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 56)

Maximum 8 har oppgaver med ulik vanskelighetsgrad, hvor en åpen sirkel indikerer enkel oppgave, sirkel som er delvis fargelagt er middels oppgave og full fargelagt indikerer vanskelig oppgaver. Oppgavene alle elevene skal gjennomføre er “Standardoppgaver”. På slutten av hvert kapitel kommer det også en seksjon som de kaller "Se sammenhenger". Her skal det være varierte oppgaver, aktiviteter og oppdrag som skal være med på å få mer dybdeforståelse og se sammenhenger i faget og mellom fag. Maximum 8 presenterer også elementer vi har valgt å ikke ta med i vår analyse siden disse ikke har oppgavenummerering og kalles i boken for utforsk, kort sagt og oppdrag. Hvert av disse elementene kan strekke seg over en side i boken. "Utforsk" er praktiske aktiviteter og utforskingsoppgaver der elevene gjerne må samarbeide og være kreative som vist i figur 14. "Kort sagt" er ifølge boken oppsummering av læringsmål og er for å hjelpe til egenvurdering og repetisjon. "Oppdrag" er gjerne aktiviteter og oppgaver knyttet til tverrfaglig tema.


UTFORSK

Bilderammer

Dette er en aktivitet for elever i grupper på tre til fire.

Dere trenger
- ruteark
- kvadratiske tellebrikker

Rikke lager bilderammer av kvadratiske mosaikkbiter. Sidene i mosaikkbitene er 1 cm lange. Hun lurer på hvor mange brikker hun trenger til ulike kvadratiske bildestørrelser.

1 Utforsk problemstillingen ved å tegne og studere hvor mange mosaikkbiter som trengs til ulike størrelser på bilderammene.
2 Systematiser det dere fant ut, i en tabell.
3 Diskuter og finn ut hvor mange mosaikkbiter du trenger til en kvadratisk ramme når du vet lengden på sidene til bildet. Undersøk og finn flere måter å beskrive sammenhengen mellom sidelengde og antall mosaikkbiter med ord, regnestykker og tegninger.
4 Finn et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbiter som trengs til en ramme rundt et bilde der sidene er *n* cm lange. *n* er hele centimeter.

Videre utforskning
Finn egne problemstillinger, for eksempel:
Hvor mange mosaikkbiter trengs hvis bildet var rektangelformet med bredde 1 cm kortere enn høyden?

Figur 14 Bilde av utforskingsaktivitet (Tofteberg et al., 2020, s. 109)

4.1.3 Oppgaver og sidetall i bøkene

Tabell 5 viser en oversikt over hvor mange oppgaver og sider de ulike bøkene har. Som nevnt har vi valg å gi alle deloppgavene en egen nummerering. Dette er siden de forskjellige deloppgavene kan ha forskjellige kognitive krav og skille mellom om oppgaven er åpen eller lukket, samt om den krever argumentasjon. Antall oppgaver i læreboken vil derfor inkluderer alle deloppgavene. Videre vil sidetallet referer til det sidetallet som er den siste siden av hver av bøkene.

Tabell 5 Oversikt over antall oppgaver og sider i hver av grunnbøkene (Hjardar & Pedersen, 2020; Kongsnes & Wallace, 2020; Tofteberg et al., 2020)

Bøker	**Ant. Oppgaver**	**Ant. Sider**
Matematikk 8	1665	332
Matemagisk 8	2058	304
Maximum 8	1348	290
Totalt:	5071	943

Ut fra tabell 5 ser vi at grunnboken Matemagisk 8 er den boken med mest oppgaver. Boken hadde imidlertid ikke flest sider, og har 14 sider over Maximum 8. Under analysen av Matemagisk 8 bemerket vi oss at det var mange oppgaver på hver side, som ser ut til å stemme med denne horisontale analysen. Matematikk 8 hadde imidlertid flest sider, og hadde gjennomsnittlig antall oppgaver sett i sammenheng av grunnbøkene. Som tidligere nevnt brukte grunnboken god plass for å illustrere eksempler og andre matematiske ideer, som trolig er grunnen for et høyt sidetall. I Maximum 8 var det minst oppgaver og analysen viser også at de hadde minst antall sider. Funnet viser at sideantallet differer ikke særlig fra Matemagisk 8, og kommer trolig av Maximum 8 har en del aktiviteter og spill.

4.2 Funn fra den vertikale analysen

I den vertikale analysen vil funnene bli delt opp i forskjellige tabeller. Først presenterer vi åpne oppgaver totalt i lærebøkene samt innenfor vår temainndeling. Deretter det kognitive nivået i de forskjellige temaene og i lærebøkene totalt. Avslutningsvis presenterer vi en tabell over argumentasjon innenfor de forskjellige temaene samt totalt i lærebøkene.

4.2.1 Åpne og Rike oppgaver i bøkene

Tabellen 6 viser en oversikt over åpne oppgaver i de ulike grunnbøkene. Tabellen viser også en prosentandel som viser til den totale andelen av oppgaver i bøkene. Matematikk 8 er tydelig den boken som hadde minst oppgaver som vi kunne kvalifisere som åpne.

Prosentandelen av åpne oppgaver var størst i Maximum 8, mens Matemagisk 8 hadde flest antall oppgaver som var åpne.

Tabell 6 Oversikt over åpne og lukkede oppgaver i grunnbøkene

Inndeling	Matematikk 8		Matemagisk 8		Maximum 8	
	Åpne	Lukkede	Åpne	Lukkede	Åpne	Lukkede
Tall og tallregning	5 0,5%	1029 99,5%	102 9,3%	999 90,7%	38 7,1%	497 92,9%
Algebra	20 4,0%	479 96,0%	53 9,4%	508 90,6%	91 15,4%	501 84,6%
Funksjoner	2 1,5%	130 98,5%	17 4,3%	379 95,7%	20 9,0%	201 91,0%
Totalt	27 1,6%	1638 98,4%	172 8,4%	1638 91,6%	149 11,1%	1199 88,9%

Tabellen 6 viser en oversikt over fordelingen av åpne oppgaver i Matematikk 8 med hensyn til plassering i tema. I boken var det en lav mengde åpne oppgaver, og det gjenspeiles i analysen av grunnboken. Temaene tall og tallregning og funksjoner skilte seg mest ut med fem oppgaver av 1034 i tall og tallregning, samt to oppgaver av 132 i funksjoner.

Matemagisk 8 var den boken med nest mest åpne oppgave. Temaet tall og tallregning hadde mest oppgaver. Fordelingen andelsmessig for åpne oppgaver mellom temaet tall og tallregning og algebra var relativ lik. På den andre siden var det klart team om funksjoner som hadde minst oppgaver og andel oppgaver vi kunne kvalifisere som åpne.

Maximum 8 var boken som hadde størst andel oppgaver som var åpne samelignet med hvor mange oppgaver det var i boken totalt. Grunnbokens tema om algebra skilte seg ut med 15,4% av oppgavene som kvalifisertes som åpne. Tall og tallregning og funksjoner hadde begge temaene overvekt av oppgaver som kvalifiserte som lukkede, med 92,9% og 91% av oppgavene som ble kodet under denne kategorien.

4.2.2 Kognitive krav i bøkene

Tabellen 7 viser en oversikt over fordelingen av de kognitive kravene i de ulike læreverkene. På tvers av alle bøkene analyserte vi en klar overvekt av oppgaver på lavere nivå, med mesteparten av oppgavene under prosedyre med sammenheng. For oppgaver på høyere kognitivt nivå var det Matematikk 8 og Maximum 8 som skilte seg ut. I Matematikk 8 som inneholdte 37 oppgaver av 1665, skilte grunnboken seg ut med den laveste andelen oppgaver på høyere kognitivt nivå. Maximum skilte seg ut med å ha høyest mengde oppgaver på høyere kognitivt nivå, hvor 16,5% av oppgavene ble kategorisert under prosedyre med sammenheng.

Tabell 7 Oversikt av alle grunnbøkene og deres kognitive nivå totalt og innenfor de matematiske temaene

Inn-deling	**Matematikk 8**				**Matemagisk 8**				**Maximum 8**			
	Nivå 1	**Nivå 2**	**Nivå 3**	**Nivå 4**	**Nivå 1**	**Nivå 2**	**Nivå 3**	**Nivå 4**	**Nivå 1**	**Nivå 2**	**Nivå 3**	**Nivå 4**
Tall og tall-regning	335 32,4 %	691 66,8 %	6 0.6%	2 0,2%	395 35,9 %	597 54,2 %	98 8,9%	11 1.0%	75 14,0 %	418 78,1 %	39 7,3%	3 0,6%
Algebra	130 26.1 %	347 69,5 %	22 4,4%	0 0.0%	132 23,5 %	321 57,2 %	103 18,4 %	5 0,9%	54 9,1%	406 68,6 %	126 21,3 %	6 1,0%
Funk-sjoner	110 83.3 %	17 12,9 %	2 1,5%	3 2,3%	200 50,5 %	156 39,4 %	36 9,1%	4 1,0%	98 44,3 %	74 33,5 %	47 21,3 %	2 0,9%
Totalt	575 34,5 %	1055 64,4 %	30 1,8%	5 0,3%	727 35,3 %	1074 52,2 %	237 11,5 %	20 1,0%	227 16,8 %	898 66,6 %	212 15,7 %	11 0,8%

Matematikk 8 hadde færrest oppgaver som ble kategorisert under høyt kognitivt nivå. Nivået som skilte seg mest ut var prosedyre uten sammenheng som omfattet over halvparten av oppgavene i boken. Temaet funksjoner hadde en klar overvekt av oppgaver kategorisert som memorering. Boken har også det minst antall- og prosentandel oppgaver av nivå 4 oppgaver på tvers av bøkene.

Matemagisk 8 har 11,5% oppgaver under nivå 3, prosedyre med sammenheng, hvor mesteparten av antall oppgaver lå under temaet tall og tallregning og algebra. På lik linje med Matematikk 8 har grunnboken flest oppgaver under prosedyre uten sammenheng. Tema funksjon har flest oppgaver under nivå 1. Vi fant også at boken hadde størst antall- og prosentandel oppgaver under nivå 4.

Grunnboken Maximum 8 var boken med flest antall oppgaver under nivå 3, hvor andelen i temaene algebra og funksjoner var nogenlunde lik. I denne boken var det også flest oppgaver under prosedyre uten sammenheng. Boken hadde størst andel memoreringsoppgaver under funksjonskapitelet, men i mindre grad enn de andre bøkene. I boken var det flest oppgaver på nivå 4 i temaet algebra.

4.2.3 Argumentasjon i bøkene

Tabellen 8 viser resultatet fra analysen av argumentasjon i alle grunnbøkene. Tabellen er delt inn i de ulike grunnbøkene og hvor mange oppgaver som inneholdte og ikke inneholdte argumentasjon. Her var det størst prosentandel av oppgaver som krevde argumentasjon i Maximum 8, Matematikk 8 hadde minst med 5,6% av oppgavene og Matemagisk 8 inneholdte 11,7%. Forskjellen mellom Matematikk 8 og Matemagisk 8 er ikke så stor. Med hensyn på at Matemagisk 8 har nesten 400 oppgaver mer enn Matematikk 8 vil dette tyde på det ikke er en så stor forskjell mellom dem.

Tabell 8 Oversikt av alle grunnbøkene totalt og innenfor de matematiske temaene når det kommer til argumentasjon

Inndeling	Matematikk 8		Matemagisk 8		Maximum 8	
	Argumentasjon	Ikke argumentasjon	Argumentasjon	Ikke argumentasjon	Argumentasjon	Ikke argumentasjon
Tall og tallregning	59 5,7%	975 94,3%	138 12,5%	963 87,5%	142 26,5%	393 73,5%
Algebra	29 5,8%	470 94,2%	52 9,3%	509 90,7%	214 36,1%	378 63,9%
Funksjoner	5 3,8%	127 96,2%	50 12,6%	346 87,4%	65 29,4%	156 70,6%
Totalt	93 5,6%	1572 94,4%	240 11,7%	1818 88,3%	421 31,2%	927 68,8%

Matematikk 8 har minst oppgaver som omhandler argumentasjon. Innenfor Matematikk 8 er temaet som har størst mengde argumentasjon tall og tallregning med 59 oppgaver. Ser vi imidlertid det i lys av resten av oppgavene er det algebra som har størst andel oppgaver som inneholder 5,8%. Tema som skiller seg mest ut er funksjoner som har fem oppgaver vi kunne kategorisere som argumentasjon.

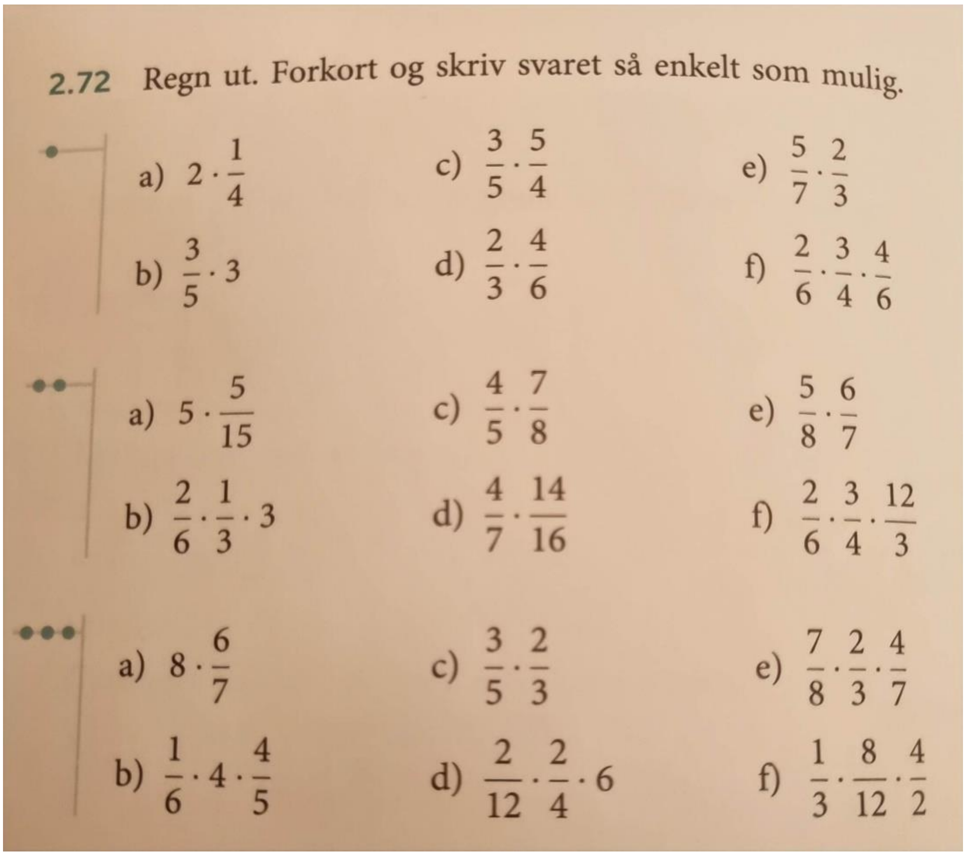
Matemagisk 8 er det et stort flertall oppgaver som ikke inneholder argumentasjon. Med tema tall og tallregning og funksjoner som har en lik prosentandel på rundt 12,5%. Men det kommer frem en forskjell mellom antallet oppgaver i algebra og funksjoner som inneholder argumentasjon hvor algebra har 52 oppgaver og funksjoner har 50.

Maximum 8 har den største andelen oppgaver med argumentasjon på tvers av bøkene. Andelen oppgaver som inneholder argumentasjon er også høvelig lik på tvers av alle temaene. Den største differansen finner vi mellom tall og tallregning med 26,5% og algebra med 36,1%. Det kommer videre frem at funksjoner inneholder minst antall oppgaver som krever argumentasjon, men sett i lys av andelen oppgaver i tema er det relativt på lik linje med de andre temaene.

4.3 Vårt totalinntrykk av lærebøkene

I etterkant av å ha analysert 3 grunnbøker og 5071 oppgaver sitter vi igjen med et inntrykk av de forskjellige lærebøkene. Disse inntrykkene er vår subjektive oppfatning av bøkene. Dette inntrykket velger vi å inkludere siden det får frem forskjellige sider av lærebøkene som ikke blir tatt i betraktning verken av den horisontale eller vertikale analysen.

Vi vil kommentere at forholdet mellom antall oppgaver og sider det er i bøkene sier noe om oppgavetettheten og er noe vi særlig la merke til i Matemagisk 8 der vi følte det var veldig mange oppgaver på en del sider. Når vi så nærmere inn på dette forholdet hadde Matematikk 8 om lag 5 oppgaver per side rundet opp, Matemagisk 8 hadde nesten 7, og Maximum 8 hadde 4,5. Men som poengtert tidligere er ikke dette en nøyaktig presentasjon, da bøkene har elementer som eksempler, spill og andre aktiviteter som kan ta opp sideantallet. Oppgavetettheten bemerket vi oss i Matematikk 8 som inneholdte mange deloppgaver til hver oppgave. Figur 15 viser et eksempel på hvor en oppgave kunne ha seks deloppgaver, men samtidig ha tre ulike vanskelighetsgrader. Det betyr at en oppgave kunne ha 18 deloppgaver totalt. En annen bemerkning vi gjorde oss var at boken dedikerte en del sider til forklaring av ulike temaer som gjorde det fint og oversiktlig.



2.72 Regn ut. Forkort og skriv svaret så enkelt som mulig.

•

a) $2 \cdot \frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4}$ e) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{5} \cdot 3$ d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{6}$ f) $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{6}$

••

a) $5 \cdot \frac{5}{15}$ c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8}$ e) $\frac{5}{8} \cdot \frac{6}{7}$

b) $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3$ d) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{16}$ f) $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{3}$

•••

a) $8 \cdot \frac{6}{7}$ c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$ e) $\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}$

b) $\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{4}{5}$ d) $\frac{2}{12} \cdot \frac{2}{4} \cdot 6$ f) $\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{2}$

Figur 15 Bilde av oppgave 2.72 hentet fra Matematikk 8 som viser deloppgaver side 150

Vi merket også at Matematikk 8 og Matemagisk 8 hadde en del algoritmiske oppgaver, mens Maximum 8 hadde en del oppgaver hvor elevene måtte trekke informasjon ut av en oppgavetekst for så å løse oppgaven. Maximum 8 inneholdte også utforskningsaktiviteter som vi fant interessante, da de promoterte til å utforske, og generalisere. En del av disse oppgavene var også praktiske som er med på å variere undervisningen til de mindre teoretiske elevene.

Et annet punkt som er viktig å trekke frem et at den vertikale analysen vi har gjort tar for seg kun oppgaver med nummerering. Dette fører til at elementer innenfor lærebøkene som for eksempel snakke matte i Matemagisk 8 ikke er inkludert siden de ikke har nummerering. Formålet til oppgavene er at elevene skal snakke matte med hverandre og forklare til hverandre hvordan dem har tenkt. Dette kan derfor knyttes direkte opp mot resonnering og argumentasjon siden elevene både må presentere hvordan de har tenkt, men også argumentere for hvorfor svaret de har kommet frem til er riktig. Lignende oppgaver kan også finnes i Matematikk 8 som er kalt “Fellesoppgaver”, de skriver at dette er oppgaver som burde diskuteres. I Maximum 8 har de ikke navngitt slike type oppgaver, men skriver at hver fagtekst avsluttes med et refleksjonsspørsmål. Noen av dem spør om refleksjon rundt egen resonnering, mens andre trekker frem at oppgaven skal diskuteres. I introduksjonen til Maximum 8 presenterer de oppgaver til diskusjon og samarbeid. I sammenligning med Matemagisk 8 og Matematikk 8 har oppgavene i Maximum 8 med formålet diskusjon og samarbeid fått en oppgavenummering og er derfor i større grad inkludert i den vertikale analysen.

5.0 Drøfting av funn

I dette kapitlet vil vi drøfte funnene våre i lys av vårt totalinntrykk, relevant teori og forskning. For å drøfte funnene våre har vi valgt å strukturere dette kapitelet i rekkefølgen ved å først ta for oss åpne oppgaver, så kognitive krav i bøkene. Etterfulgt av argumentasjon og avslutningsvis lærerens innvirkning. Innenfor delkapitlene har vi fulgt rekkefølge til de tre første forskningsspørsmålene, mens det fjerde er flettet inn i helheten.

5.1 Åpne oppgaver

Det første forskningsspørsmålet er: *I hvor stor grad fremkommer åpne oppgaver i lærebøkene?* Gjennom den vertikale analysen var det totalt 5071 oppgaver, ut fra den totale mengden oppgaver var det 348 som vi kodet som åpne oppgaver. De åpne oppgavene var fordelt over de tre grunnbøker med forskjellig fordeling. Matemagisk 8 har 172 åpne oppgaver, Maximum 8 har 149 åpne oppgaver og Matematikk 8 har 27 åpne oppgaver. Her er det viktig å poengtere den totale mengden oppgaver i hver av bøkene etterfulgt av prosentandelen. Dette kommer av følgende tilfelle hvor den prosentmessige fordelingen organiserer Maximum 8 høyere enn Matemagisk 8, mens antallet organiserer Matemagisk 8 høyere enn Maximum 8.

Den grunnboken som har størst prosentandel åpne oppgaver er Maximum 8 med 11,1%, mens grunnboken som hadde størst antall åpne oppgaver er Matemagisk 8 med 172. Det er også en fordeling av åpne oppgaver innenfor lærebøkene basert på de matematiske temaene. Algebra er det matematiske temaet innenfor alle lærebøkene med høyest prosentandel og størst antall åpne oppgaver.

Funnene våre viser andelen av åpne oppgaver, samt fordelingen og vil være til nytte for lærere. Generelt om læreren ikke benytter seg av andre ressurser for å fremme åpne oppgaver eller ønsker at oppgavene i større grad skal være åpne kan en berike oppgavene. Dette kan være tidkrevende prosess siden man må skrive oppgaven på nytt, tenke gjennom hva man ønsker å fremme, legge til elementer eller omformulere oppgaven. Å berike oppgave kan anses som en ferdighet som utvikler seg over tid. En vil bruke mindre tid på berikning av oppgaver på grunn av at man har innøvd metoder for å berike oppgavene og modifikasjonene følger generelle strategier (Thompson, 2012, s. 59-72). Lærerne som anvender lærebøker, vil ha stor frihet til å tilpasse oppgavene etter deres elevers behov ved hjelp av berikning. En fordel med åpne oppgaver kan knyttes opp mot motivasjon, hvor oppgaven i seg selv kan være med på å skape indre motivasjon. Ut fra tidligere nevnt teori ser vi at åpne oppgaver kan skape indre motivasjon på bakgrunn av at de kan være virkelighetsnære og derfor fange interessen til enkelte elever. Åpne oppgaver kan også være utfordrende for elever og derfor fremme en indre motivasjon ved at de ønsker å gjennomføre oppgaven for å føle på en mestringsfølelse.

Som vi har nevnt i teorien er det mye fellestrekk mellom åpne oppgaver og et høyt kognitivt nivå, samme er det for lukkede oppgaver og et lavt kognitivt nivå. Hvis læreren ikke er klar over fordelingen av åpne opp mot lukkede oppgaver i grunnbøkene, kun baserer seg på læreboken som grunnlag for undervisningspraksisen eller ikke beriker oppgavene i læreboken kan dette medføre implikasjoner. På grunnlag av fellestrekkene mellom åpne oppgaver, lukkede oppgaver og det kognitive nivået vil implikasjonene være ganske like. Vi diskuterer derfor implikasjonene etter vi gjengir en oversikt over de kognitive nivåene i neste delkapittel.

5.2 Kognitive krav

Andre forskningsspørsmålet er: *Hvilken kognitive krav stiller oppgavene i lærebøkene?* I den vertikale analysen kom det frem at ut fra de lave kognitive nivåene var det 1529 oppgaver under kategorien memorering og 3027 oppgaver under kategorien prosedyre uten sammenheng. På de høyere kognitive nivåene var det 479 oppgaver under kategorien prosedyre med sammenheng og 36 oppgaver under å gjøre matematikk.

Grunnboken med størst antall oppgaver innen alle de ulike kognitive nivåene er Matemagisk 8. Matemagisk 8 som hadde størst prosentandel oppgaver innenfor memorering med 35,3 %, mens Maximum 8 hadde størst prosentandel innenfor prosedyre uten sammenheng med 66,6%. For de høyere kognitive nivåene kom det frem at Maximum 8 hadde størst prosentandel på prosedyre med sammenheng med 15,7% og Matemagisk 8 hadde størst prosentandel med 1% av oppgavene innen kategorien å gjøre matematikk.

Tall og tallregning var det matematiske temaet som hadde størst gjennomsnittlig prosentandel innenfor prosedyre uten sammenheng 66,4%, samt flest oppgaver innenfor kategorien å gjøre matematikk. Generelt for tall og tallregning samt algebra hadde de størst antall oppgaver og prosentandel innenfor prosedyre uten sammenheng på tvers av grunnbøkene. Algebra hadde størst prosentandel og antall oppgaver under kategorien prosedyre med sammenheng på tvers av grunnbøkene og de matematiske temaene. Innenfor de matematiske temaene skilte funksjoner seg ut på tvers av grunnbøkene med at den gjennomsnittlige prosenten innenfor memorering var 59,4%. På den andre siden var temaet funksjoner det matematiske temaet med størst prosentandel oppgaver under kategorien å gjøre matematikk.

Tabell 9 Korrelasjonsanalyse mellom åpne lave- og høye kognitive krav for oppgaver hentet fra SPSS

		Åpen mot lukket	Lavt kognitivt nivå	Høyt kognitivt nivå
Åpen mot lukket	Pearson Correlation	1	-,517**	,517**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000
	N	5071	5071	5071
Lavt kognitivt nivå	Pearson Correlation	-,517**	1	-1,000**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000
	N	5071	5071	5071
Høyt kognitivt nivå	Pearson Correlation	,517**	-1,000**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	
	N	5071	5071	5071

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

I tabell 9 ser vi at det er en moderat positiv samvariasjon ut fra Cohen & Holliday (1982) mellom åpne oppgaver og et høyere kognitivt krav. Ut fra tidligere forskning gjort på temaet slik som Charalambous et al.(Charalambous et al., 2010), Bergheim (2022, s. 53-63) og Strand (2018, s. 65-69) er våre funn i tråd med funnene deres.

Generelt for alle lærebøkene ser vi en klar overvekt av lukkede oppgaver samt som oppgavene ligger på et lavt kognitivt nivå. På et lavere kognitivt nivå faller majoriteten av oppgaver under det kognitive nivået prosedyrer uten sammenhenger. Det høyeste læringsutbyttet innenfor matematikk er relatert til oppgaver som engasjerer elever i et høyere nivå av kognitive tankerekker og resonnering (Smith & Stein, 1998, s. 344). Ut fra dette kan både læringspotensialet til elevene bli svekket om læreboken ikke tilbyr muligheten av å arbeide med oppgaver på et høyere kognitivt nivå. Oppgavene vil være preget av lite utforsking og problemløsning, men heller vil ha elevene til å innøve og anvende prosedyrer. Slike oppgaver vil ikke være i stand til å dekke kjerneelementet argumentasjon og resonnering siden de i liten grad er med på å fremme elevers evne til å resonnere. Videre vil dette påvirke motivasjon i en negativ retning, siden elevene primært jobber med oppgaver som krever enten en gjengivning av tidligere kunnskap, eller at de jobber med kjente prosedyrer (Wæge & Nosrati, 2018, s. 79). I motsetning mener vi at det ikke vil være hensiktsmessig om lærebøkene har en for stor andel av oppgaver på et kognitivt krevende nivå. Siden dette kan medføre frustrasjon hos elevene ved at prosedyrene som ligger til grunne for å løse oppgavene ikke er innøvd.

Vi vil også poengtere viktigheten av høyt kognitivt krevende oppgaver i elevens læring slik at eleven blir utfordret tilstrekkelig og at dybdelæring blir ivaretatt. Siden det er bestemt at lærestoff skal skape muligheter for gradvis forståelse og kompleks oppgaveløsning for å fremme dybdelæring (NOU 2014:7, s. 31-41). Dybdelæring er da helt avgjørende for faglig utvikling. Lærebøker som undervisningsredskap er mye brukt i undervisningen og spiller da en viktig rolle i å fremme dybdelæring blant elevene. Disse lærebøkene må også inneholde kognitivt krevende oppgaver da slike oppgaver er designet for å fremme dybdelæring. En annen oppgavetype som er med på å fremme dybdelæring blir da åpne oppgaver som skal da være mer anstrengende enn lukket oppgaver. Oppgaver som fremmer dybdelæring, kan derfor anses til å være på høyere kognitivt nivå eller åpne. Gevinsten med at elevene jobber med slike oppgaver vil være at de kan lettere relatere til nye ideer og begreper (NOU 2014:7, s. 36). Videre vil elevene kunne organisere egen kunnskap rundt begreper og vise til hvordan disse henger sammen. I tillegg vil de lettere kunne se etter underliggende prinsipper da de vil være mer reflekterte over hvorfor tidligere prinsipper fungerer. Elevene vil også tjene på å jobbe med disse mer utfordrende oppgaver da de vil være i bedre stand til å argumentere kritisk og vurdere egnene tankeganger. Elevene som jobber med oppgaver som er lavt kognitivt krevende og lukkede vil kun oppnå overflatelæring. Dette kan videre medføre at elevene ikke kan tilegne seg ny kunnskap som byger på tidligere kunnskap. I tillegg vil de stå i fare for å bare memorere fakta og formlene, uten å tenke kritisk over hvorfor de fungerer. Om dette er tilfelle vil en ny konsekvens oppstå hvor elevene får problemer med å forstå nye ideer som er annerledes fra dem de har lært tidligere. Elever vil da memorere det de har innøvd uten å reflektere over egne læringsstrategier. Dette vil gjøre elevene i dårligere stand til å resonnere over hvorfor underliggende matematiske ideer fungerer.

Analysen av de ulike læreverkene viser en forskjell mellom bøkene i med lys på kognitive krav og om oppgavene er åpne sammenlignet med lukkede. I forkant av studien hadde vi en forventning om at lærebøkene skulle inneholde en stor andel av åpne oppgaver på bakgrunn av at de er fagfornyet. Forventningen vår var knyttet opp til kjerneelementet argumentasjon og resonnering på grunn av at dette er et kjerneelement som blir dekket ved at man inkluderer åpne oppgaver. Matematikk 8 skilte seg særlig ut, hvor 98,4% av oppgavene var lukkede og 2,2% kunne kvalifiseres som høyt kognitivt krevende oppgaver. I kapitlene vil det da være få oppgaver som vil utfordre elevene, og heller har dem jobbe med prosedyrer og memorering. Funnene vi har funnet stemmer også godt overens med andre analyser som er gjort tidligere på lærebøker (Charalambous et al., 2010; Eriksen & Bolme, 2021; Strand & Heimstad, 2018). De kom frem til at lærebøkene de analyserte også hadde en overvekt av oppgaver på lavt kognitivt nivå.

Et annet interessant funn fra vår analyse er fordelingen vi fant innad i de ulike matematiske temaene i bøkene. Funnene våre var noe forskjellig mellom lærebøkene, men det som kom klart frem i analysen vår var at oppgavene under temaet algebra hadde flest åpne oppgaver av de ulike teamene. Det vil si om læreren bare anvender grunnbøkene kan læreren forvente å finne mest åpne oppgaver i temaene som omhandler algebra. Matematikk 8 skilte seg mest ut med flest lukkede oppgaver på tvers av de matematiske temaene. I denne boken vil det være nyttig for læreren å være bevist på at de fleste oppgavene elevene jobber med er lukkede på tvers av de matematiske temaene. Videre fant vi også en fellesfaktor blant de kognitive nivåene når det kom til fordelingen av de matematiske temaene på tvers av bøkene. Faktorene vi fant viste klart at algebra hadde flest oppgaver på et høyt kognitivt nivå sammenlignet med de andre temaene. Maximum 8 skilte seg ut med over en tredjedel av oppgavene som var på høyt kognitivt nivå. I grunnboken vil elevene derfor kunne oppnå et høyt kognitivt nivå i temaene algebra og funksjoner, da læreboken gir flere muligheter til å løse oppgaver med høyt kognitivt krav. Matematikk 8 skilte seg særlig ut med et stort flertall av oppgaver på lavt kognitivt nivå innenfor temaene tall og tallregning og funksjoner.

5.2 Argumentasjon og resonnering

Det tredje forskingsspørsmålet er som følgende: *Hvor stor grad fremkommer argumentasjon og resonnering i lærebøkene?* Ut fra den vertikale analysen kom vi frem til at fra den totale mengende oppgaver på 5071 var det 754 oppgaver som krevde argumentasjon.

Grunnboken som hadde størst antall oppgaver og prosentandel som krevde argumentasjon var Maximum 8, med 421 oppgaver og 31,2%. Den prosentmessige fordelingen av oppgaver mellom de forskjellige matematiske temaene som krevde argumentasjon var det liten variasjon i bøkene hver for seg. Tall og tallregning skilte seg ut i grunnbøkene Matematikk 8 med 59 oppgaver og Matemagisk 8 med 138 oppgaver, og var det temaet som hadde flest oppgaver som krevede argumentasjon. For Maximum 8 var algebra det temaet som hadde flest oppgaver som krevde argumentasjon med 214 oppgaver.

Andelen oppgaver som krever argumentasjon varierer mellom lærebøkene. Maximum 8 skilte seg ut med at det er læreboken som har minst oppgaver totalt, men flest oppgaver som krever argumentasjon. Omtrent en tredjedel av oppgavene krevde argumentasjon med nogenlunde lik fordeling på tvers av de matematiske temaene. Som gitt i teorien fant Stylianides (2009, s. 258-276) gjennom sin studie at amerikanske lærebøker inneholdt oppgaver hvor rundt 40% av dem ga minst en mulighet for resonnering og bevisføring. Maximum 8 har ut fra våre funn 31,8% oppgaver som krever argumentasjon. Funnene våre knyttet til argumentasjon i

Maximum 8 kan knyttes opp mot bevisføringen i Stylianides studie. Andelen er ikke helt i samsvar med Stylandies funn, men er nærmest ut fra de tre lærebøkene vi har analysert.

Kjerneelementene resonnering og argumentasjon kan knyttes opp mot dybdelæring og støtter opp om en god forståelse i faget. På bakgrunn av dette er det en viktig forutsetning at lærestoffet er tilstrekkelig utfordrende slik at dybdelæring blir ivaretatt. Det er bestemt at lærestoff skal skape muligheter for gradvis forståelse og kompleks oppgaveløsning da dette skal være med på å fremme dybdelæring (NOU 2014:7, s. 11). Dybdelæring er da helt avgjørende for faglig utvikling. Lærebøker som undervisningsredskap er mye brukt i undervisningen og spiller da en viktig oppgave å fremme dybdelæring blant elevene. Etter vår mening er argumentasjon med på å fremme resonnering. Siden elevene må synligjøre hvordan de har tenkt enten gjennom tekst eller muntlig. Yeo (2017, s. 176) trekker frem at forskjellige oppgaver krever forskjellige strategier for å løses og hva elevene lærer avhenger i stor grad av hvilken oppgave som er gitt til dem. Ut fra dette burde det være en variasjon når argumentasjon er krevd av oppgavene med hensyn på det kognitive nivået. Elevene burde derfor ha mulighet til å argumentere for svar på lavere- og høyere kognitive nivå. Hvis elevene argumenterer for svarene sine på et lavere kognitivt nivå vil det være med på å hjelpe dem med å forstå de underliggende matematiske ideene som ligger bak prosedyrene som er anvendt. For argumentasjon trekker Smith og Stein (1998, s. 344) frem at oppgaver på et høyere kognitivt nivå er med på å fremme en dypere tankegang innenfor matematikk, spesielt om en åpne oppgaver blir gitt først.

Hensikten med argumentasjon er å presentere resonneringen en har hatt slik at den blir tydelig for andre (Umland & Sriraman, 2014, s. 44). Om deloppgaver er mer eller mindre helt like vil hensikten med argumentasjon bli litt meningsløs. Som lærer ønsker man å forstå hvordan elever har gått frem for å komme til svaret. I oppgavene der deloppgavene er meget like vil det kanskje være tilstrekkelig om argumentasjon er etterspurt i noen få deloppgaver. I Matematikk 8 og Matemagisk 8 fant vi at de inneholdt mange deloppgaver sammenlignet med Maximum 8. Deloppgavene var meget like og hadde fokus på å innlære prosedyrer. På grunn av mengden deloppgaver som var inkludert påvirker dette funnet siden vi tar utgangspunkt i alle deloppgaver og ikke kun hele oppgaver. Et stort antall deloppgaver som er meget like og har hensikten å få elevene til å øve på prosedyrer kan derfor føre til at andelen oppgaver som krever argumentasjon blir litt misvisende. Grunnen for dette er at den totale mengden oppgaver påvirker prosentandelen, om boken har få oppgaver totalt vil en oppgave utgjøre en større prosentandel.

Ut fra studien Bolme og Eriksen (2021) gjennomførte kom de frem til at kjerneelementet argumentasjon og resonnering i liten grad ble ivaretatt i de nye lærebøkene på 5. trinn. Dette stemmer overens med funnene våre når det kommer til Matematikk 8 og Matemagisk 8. Maximum 8 har en større andel oppgaver som krever argumentasjon og ut fra dette anser vi at boken i større grad ivaretar argumentasjon sammenlignet med Matematikk 8 og Matemagisk 8. Vi vil poengtere at behovet for hvor stor andel oppgaver som krever argumentasjon vil være subjektivt for hver enkelt lærer. Med hensyn på at hvordan læreren dekker kjerneelementet argumentasjon og resonnering vil differensiere.

I den vertikale analysen fant vi at det var varierende for hvor argumentasjon forekom i lys av de matematiske temaene. I Matematikk 8 var kravet om argumentasjon omtrent like stort i algebra og tall og tallregning, mens det var noe lavere i funksjoner. I Matemagisk 8 fant vi det var omtrent like mange i tall og tallregning og funksjoner, med minst innad i algebra. Videre i Maximum 8 fremkom argumentasjon mest i Algebra. Vi vil påpeke at i Maximum 8 var det etter vår mening en god fordeling av oppgaver med argumentasjon på tvers av alle temaene. Om skoler har en eller flere av de analyserte grunnbøkene tilgjengelig vil denne fremstillingen være nyttig. Om læreren kun støtter seg til grunnbøkene vil de kunne tilpasse sitt behov for argumentasjon i undervisningen ved å være bevist på fordelingen over de forskjellige temaene.

5.3 Lærerens innvirkning

Den største faktoren for elevers læring er hvordan læreren tar i bruk grunnboken. Det vi legger i dette er hvordan en anvender lærebøkene med hensyn på hvilke oppgaver man velger å inkludere og undervisningspraksisen i faget matematikk. Ut fra erfaring kommer det frem at det ikke er alltid alle oppgavene innenfor et matematisk tema som blir tatt i bruk. Eller at oppgavene blir tildelt til forskjellige vanskelighetsgrader på ukeplanen. For å differensiere innenfor matematikk må læreren ta hensyn til vanskelighetsgraden på oppgavene, men også være bevist på at åpne oppgaver blir inkludert. For at læreren skal kunne få inkludert disse åpne oppgavene presenterer Yeo (2017, s. 175-186) et rammeverk læreren kan ta i bruk. Hensikten med rammeverket er å hjelpe lærere med å velge eller designe oppgaver. Slik at de er tilpasset elever på forskjellige kognitive nivåer for å fremme forskjellige matematiske tankerekke.

Vi mener andelen åpne oppgaver innenfor læreboken en anvender er noe læreren burde være bevisst over. Selv om læreboken som blir anvendt er basert på det nye læreplanverket 2020, er læreboken en implementering av tolkningen forfatteren har hatt av læreplanverket (Valverde et al., 2002, s. 1-16). Ser vi på bakgrunnsinformasjonen til forfatterne er det ikke tvil om at de har et solid kunnskapsgrunnlag innenfor matematikkdidaktikk til å skrive lærebøker. Derimot mener vi at hvordan de forskjellige forfatterne oppfatter læreplanverket kan variere og føre til at man vektlegger elementer forskjellig. Maximum 8 har fem forfattere, mens de to andre grunnbøkene har to forfattere og dette mener vi kan føre til at man får flere innspill og innfallsvinkler i utviklingsprosessen av grunnbøkene. Basert på dette antyder vi at det kan føre til forskjeller mellom de ulike grunnbøkene. Derfor burde læreren være kritisk og ikke ta det for gitt at selv om læreboken en anvender er fagfornyet, ikke nødvendigvis betyr at en ivaretar kjerneelementene innenfor faget. Om læreren er bevist på andelen åpne oppgaver er det også viktig å være klar over fordelingen av åpne og lukkede oppgaver. For eksempel om mesteparten av åpne oppgaver fremkommer i kapitlene om algebra blir læreren nødt til å kompensere i de andre kapitlene med lavere mengde åpne oppgaver. I våre funn så vi en tendens til at åpne oppgaver forekom hyppigst i algebratemaet på tvers av alle bøkene sammenlignet med de andre matematiske temaene. Dette kan tyde på at forfatterne og forlagene vektlegger åpne oppgaver innenfor dette tema. TIMSS undersøkelsen gjennomført på 9. trinn fra 2015 viste at Norge skåret lavere på fagområde algebra sammenlignet med gjennomsnittlig prestasjonskår (Trude et al., 2016, s. 22). Dette kan være en årsak til at åpne oppgaver blir vektlagt i algebra på tvers av lærebøkene. Ut fra egen erfaring har vi sett at det ikke vil være nødvendig å ha en helt lik fordeling av åpne oppgaver på tvers av matematiske temaer. Dette mener vi er siden lærerens oppfatning av klassens forståelse av de matematiske konseptene vil være avgjørende. Om læreren anser de forskjellige kapitlene som tilstrekkelig eller om en må supplere med flere åpne oppgaver for å fremme en forståelse av de matematiske konseptene.

Selv om vi ikke analyserte aktiviteter og unummererte oppgaver, fant vi flere av dem som fanget vår interesse. Utforsk i Maximum 8 hadde flere elementer i noen aktiviteter som hintet til generalisering og abstraksjon. Dette knyttet vi direkte opp mot høyere kognitive krav siden elevene ikke nødvendigvis hadde fått gitt fremgangsmåte for hvordan de skulle løse oppgaven og måtte derfor utforske. Matematikk 8 presenterer fellesoppgaver, hvor elevene blir fremmet til å utforske ulike matematiske temaer. Gjennom denne utforskingen må elevene resonnere. Matemagisk 8 har snakk matte hvor elevene blir oppfordret til å diskutere ulike problemstillinger. På lik linje med fellesoppgavene fra Matematikk 8 må elevene resonnere, utforske og argumentere om oppgavene skal diskuteres med klassen eller sidepartneren. Disse unummererte oppgavene fra alle grunnbøkene fant vi som gode tilskudd for å fremme argumentasjon og resonnering. Grunnbøkene har flere tilskudd som læreren kan velge å ta i bruk for å dekke enkelte kjerneelementer. Tilskuddene nevner ikke eksplisitt at de omhandler kjerneelementer som for eksempel utforsking eller modellering og anvendelser. Læreren blir derfor nødt å lese igjennom oppgaven og se om den er ønskelig å bruke ut fra deres behov. Når det kommer til argumentasjon, er funnene våre fra den vertikale analysen et utgangspunkt for hvor mange oppgaver elevene skal argumentere for svaret eller fremgangsmåten. Undervisningspraksisen for hver enkelt lærer vil påvirke i hvor stor grad elevene argumenterer for svarene eller fremgangsmåtene sine. Gjennom at læreren stiller krav om argumentasjon på en del av oppgavene for å ivareta kjerneelementet argumentasjon og resonnering.

Åpne oppgaver kjennetegnes med at de skal kunne virke utfordrende og en type oppgave som alle skal være i stand til å komme i gang med. Om læreren tar utgangspunkt i dette kan en være med på å skape en ytre motivasjon for elevene med at man utfordrer dem. Ytterligere kan man danne grupper hvor elever jobber sammen med åpne oppgaver for å både fremme individuell resonnering, men også at elevene må redegjøre for hvordan de har kommet frem til en løsning. Åpne problemer kan ha flere løsninger og det kan derfor være hensiktsmessig å ta en felles oppsummering. Da kan elevene presenterer hvordan de kom frem til et mulig svar slik at de får øvd på å kommunisere gjennom matematikk. Hvis elevene har brukt forskjellige fremgangsmåter eller kommet frem til forskjellige svar, får klassen også en felles forståelse av hvordan de andre elevene har tenkt.

6.0 Konklusjon og forslag til videre forskning

Studien vår har basert seg følgende problemstilling: *Hvordan er læreverks oppbygning på 8. trinn med hensyn på åpne oppgaver, kognitive krav, resonnering og argumentasjon?* For å besvare denne problemstillingen la vi til grunne 4 forskningsspørsmål.

1) I hvor stor grad fremkommer åpne oppgaver i lærebøkene?

2) Hvilken kognitive krav stiller oppgavene i lærebøkene?

3) Hvor stor grad fremkommer argumentasjon og resonnering i lærebøkene?

4) Hvordan er fordelingen av åpne oppgaver, kognitive krav og argumentasjon i de forskjellige matematiske temaene?

For det første forskningsspørsmålet analyserte vi åpne oppgaver ut fra definisjoner vi valgte å basere oss på. Funnene våre viser at av totalt 5071 oppgaver var 348 oppgaver åpne og utgjør 6,9 %. Ut fra dette konkluderer vi med at det forekommer i mindre grad åpne oppgaver på tvers av de tre lærebøkene.

For å undersøke det andre forskningsspørsmålet tok vi utgangspunkt i definisjonene av de forskjellige kognitive nivåene til Smith og Stein (1998). Eksempler eller informasjon som har blitt gitt tidligere i læreboken, samt hvilke kompetansemål elevene skal ha oppnådd før 8. trinn. Ut fra våre funn var det gjennomsnittlig 28,8% på memorere, 61,1% på prosedyre uten sammenheng, 9,6 % for prosedyre med sammenheng og 0,7% på å gjøre matematikk. Å memorere og prosedyre uten sammenheng er begge kognitive krav på lavere nivå. Konklusjonen vår er at lærebøkene har en overvekt av oppgaver med lavt kognitivt krav. På tvers av bøkene er det forskjeller i prosentandeler, men vi betrakter ikke noen av dem som mer enn på et lavt kognitivt nivå. Funnene våre samsvarer med tidligere forskning gjort på lærebøker (Charalambous et al., 2010; Eriksen & Bolme, 2021; Strand & Heimstad, 2018)

Resonneringen knyttet til forskningsspørsmålet har delvis blitt besvart i forskningsspørsmål to, siden vi har knyttet resonering opp mot de høye kognitive kravene. Høye kognitive krav har gjennomsnittlig en prosentandel på 10,3 % på tvers av bøkene. Matematikk 8 skilte seg ut med at de hadde få oppgaver og liten prosentandel på et høyere kognitivt nivå sammenlignet med de to andre grunnbøkene. Vi konkluderer derfor med at Matematikk 8 har en lav grad av oppgaver som fremmer resonnering, mens Matemagisk 8 og Maximum 8 har en middels lav grad av oppgaver som fremmer resonnering. For argumentasjon på tvers av alle bøkene var dem gjennomsnittlige andelen oppgaver som krevde argumentasjon 16,2%. I de analyserte bøkene var det forskjellig andel oppgaver som krevde argumentasjon. Innenfor Matematikk 8 og Matemagisk 8 konkluderer vi med at graden av argumentasjon som forekom liten. Mens Maximum 8 var med på å trekke opp gjennomsnittet for det totale antallet oppgaver som krevde argumentasjon. Derfor konkluderer vi med at Maximum 8 har en større grad av oppgaver som krever argumentasjon sammenlignet med de andre bøkene i analysen.

Fordelingen av åpne oppgaver i Matematikk 8 hadde et matematisk tema som skilte seg ut. Av totalt 27 oppgaver som var åpne lå 20 av dem innenfor algebra. Matemagisk 8 viser en lik prosentandel av åpne oppgaver i tall og tallregning og algebra. Tall og tallregning hadde imidlertid nesten dobbelt så mange åpne oppgaver sammenlignet med algebra selv om prosentandelen var lik. Innenfor funksjoner var det en mindre andel åpne oppgaver sammenlignet med de to andre temaene. Maximum 8 hadde en fordeling hvor algebra skilte seg ut. Med både størst prosentandel og flest oppgaver som var åpne. Tall og tallregning og funksjoner hadde omtrent lik prosentandel.

Fordelingen av de kognitive kravene generelt for bøkene, kom det frem en overvekt av lavere kognitive krav på tvers av temaene. Felles for alle lærebøkene kom det frem en overvekt av å memorere i funksjoner, mens i tall og tallregning og algebra begge hadde størst andel innenfor prosedyreoppgaver uten sammenheng. Matematikk 8 skilte seg særlig ut med memorering innad i funksjoner med en andel på 83,3%, mens Matemagisk 8 og Maximum 8 hadde en mindre andel med 50,5% og 44,3%. Det er få oppgaver og prosentandelen for å gjøre matematikk på tvers av de matematiske temaene er liten. Som gjør at vi ikke finner noe bemerkningsverdig knyttet til fordelingen på å gjøre matematikk.

Fordelingen av resonnering er lik fordelingen av de høye kognitive kravene. Hvor det kom frem at det var flest oppgaver som fremmet resonnering i det matematiske temaet algebra. Det andre vi fant bemerkningsverdig var at prosentandelen mellom algebra og funksjoner innenfor

Maximum 8 var nesten helt lik, men antallet oppgaver skiller dem. I tillegg fremmer tall og tallregning noe svakere resonnering sammenlignet med de to andre matematiske temaene. Fordelingen av argumentasjon varierer og er individuelt for hver lærebok. Vi fant ingen tendenser til at det er flest oppgaver som krever argumentasjon innenfor et spesifikt matematisk tema. I Matematikk 8 fremkom oppgavene som krevde argumentasjon innenfor +-2% fra gjennomsnittet i boken på 5,6% og hadde en veldig lik fordeling når det kom til argumentasjon. Temaene i Matemagisk 8 lå innenfor +-2,4% fra gjennomsnittet på 11,7% av oppgaver som krevde argumentasjon. Oppgavene som krevde argumentasjon i Maximum 8 var gjennomsnittlig 31,2%, fordelingen av oppgavene som krevde argumentasjon innenfor de forskjellige temaene var +- 4,9%. Denne fordelingen er ganske jevn, men mer spredt sammenlignet med Matematikk 8 og Matemagisk 8, med størst oppsamling i algebra.

I etterkant av at vi trukket noen konklusjoner til forskningsspørsmålene ønsker vi igjen å belyse hensikten ved studien. I undervisningspraksis er det ingen gitt fasit på hva som er tilstrekkelig når det kommer til oppgaver med kognitive krav eller hvor mange oppgaver som krever argumentasjon for at kjerneelementet argumentasjon og resonnering blir ivaretatt. Hva som skal til for å dekke kjerneelementer vil være subjektivt fra lærer til lærer, samt varierer fra klasser. Oversikten vi har presentert vil derfor kunne anvendes som et verktøy for lærere, ved at de blir bevisst over fordelingen over de gitte elementene vi har analysert. Studien vil også være med på å gjøre lærere bevist på hvordan de anvender grunnbøkene for eksempel med hvordan oppgaver de velger å gi elevene.

Som forslag til videre forskning tenker vi at det er hensiktsmessig å se inn på åpne oppgaver, kognitive krav samt argumentasjon og resonnering når det kommer til andre ressurser på ungdomstrinnet. Læreverkene består av flere ressurser vi ikke har tatt for oss, slik som lærerveiledning, oppgavebok, parallellbok og digitale ressurser. Her vil det kanskje være viktig å skille mellom fysiske og digitale ressurser siden de har forskjellig oppbygning og bygger på en annen undervisningspraksis. Ut fra vårt inntrykk hadde det vært nyttig å inkludere andre ressurser ved anvendelse av grunnboken Maximum 8. Da vi følte at boken ga elevene mulighet til å arbeide med kognitivt krevende oppgaver, men ikke mye tid til å repetere det dem hadde lært.

Et annet forskningsarbeid en kunne gjennomført er å se nærmere inn på hvordan de analyserte grunnbøkene blir brukt i skolen. Ut fra vår erfaring og praksis tenkte vi at de nye grunnbøkene skulle ha tilstrekkelig med åpne oppgaver, resonnering og argumentasjon. I praksis ville det vært hensiktsmessig å se hvordan bøkene blir anvendt og oppfattet av læreren. En slik studie vil sette lys om kjerneelementet argumentasjon og resonnering blir ivaretatt med utgangspunkt i hvordan læreren anvender grunnboken. Her vil det være viktig å se inn på oppgavene som blir inkludert i klasserommet og ukeplanen. Man kan da videre ta for seg om oppgavene blir beriket eller om læreren tar i bruk tilleggsressurser.

En studie på de ulike aktivitetene og unummererte oppgavene vi ikke har analysert hadde vært hensiktsmessig å se nærmere inn på. En slik studie kunne tatt for seg læringsutbytte elevene kunne fått elementer fra bøkene som utforske i Maximum 8, snakk matte i Matemagisk 8 eller de fellesoppgaver fra Matematikk 8. En slik forskning hadde vært nyttig siden vi hadde fått en dypere innsikt i hvordan man kan bruke bøkene. Samme studie kunne også tatt for seg nytteverdien av å anvende aktivitetene og de unummererte oppgavene i de ulike temaene. Da noen elementer vil være med på å variere undervisningen som kan være med på å fremme argumentasjon og resonnering på en annen måte. Avslutningsvis ville det vært hensiktsmessig å ta for seg hvordan det blir brukt i skolen. Siden noen av oppgavene og aktivistene er tidkrevende er det ikke sikkert alle bruker dem.

7.0 Litteraturliste

Ahl, L. (2016). Research Findings' Impact on the Representation of Proportional Reasoning in Swedish Mathematics Textbooks. *Journal of Research in Mathematics Education*, *5*, 180-204. https://doi.org/10.17583/redimat.2016.1987

Aschehoug. (u.å.-a). *Anne karrin Wallace*. Aschehoug. Hentet 04.06.2023 fra https://aschehoug.no/Anne-Karin_Wallace

Aschehoug. (u.å.-b). *Asbjørn Lerø Kongsnes*. Aschehoug. Hentet 04.06.2023 fra https://aschehoug.no/Asbjorn-Lero_Kongsnes

Aschehoug. (u.å.-c). *Matemagisk 8*. Aschehoug. Hentet 04.06.2023 fra https://skole.aschehoug.no/laremiddel/matemagisk-8-10/grunnbok-grunnbok_1-bokmal-8

Bergem, O. K. (2022). Hvordan kvaliteten på undervisningen kan bidra til større likeverd i skolen. *Bedre skole*, *1*, s. 46-50. https://www.utdanningsnytt.no/files/2022/05/23/BedreSkole0122.pdf

Brehmer, D., Ryve, A. & Van Steenbrugge, H. (2016). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *60*(6), 577-593. https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066427

Cappelen Damm. (u.å.-a). *Espen Hjardar*. Cappelen Damm. Hentet 06.04.2023 fra https://www.cappelendammundervisning.no/forfattere/Espen%20Hjardar-scid:11016

Cappelen Damm. (u.å.-b). *Jan-Erik Pedersen*. Cappelen Damm. Hentet 06.04.2023 fra https://www.cappelendammundervisning.no/forfattere/Jan-Erik%20Pedersen-scid:1621?authorId=sek%3Aperson%3Ascid%3A1621&view=products-one&start=0#titler

Cappelen Damm. (u.å.-c). *Matematikk 8 fra Cappelen Damm Grunnbok*. Cappelen Damm. Hentet 06.04.2023 fra https://utdanning.cappelendamm.no/_matematikk-8-fra-cappelen-damm-grunnbok-espen-hjardar-jan-erik-pedersen-9788202560263

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cohen, L. & Holliday, M. (1982). Statistics for Social Scientists: An Introductory Text with Computer Programs in Basic.

Dalland, O. (2020). *Metode og oppgaveskriving* (7. utg.). Gyldendal.

Den nasjonale forskningsetiske komité. (2021, 16.12.2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/om-oss/komiteer-og-utvalg/nesh/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/?fbclid=IwAR0_obh6eAMtxHrvVWsvxJo83uUdiL_GT8XxK04OwEHCueaYovJD-_5aIE8

Eriksen, A. E. & Bolme, J. T. (2021). *Fremmer nye læreverk i matematikk kjerneelementene i Fagfornyelsen? - En Mixed Method Studie* [UiT Norges arktiske universitet].

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, *45*(5), 633-646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Findell, B., Swafford, J. & Kilpatrick, J. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academies Press. https://doi.org/10.17226/9822

Gyldendal. (u.å.-a). *Grete Normann Tofteberg*. Gyldendal. Hentet 04.06.2023 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/grete-normann-tofteberg/a-10007660-no/

Gyldendal. (u.å.-b). *Janneke Tangen Fra Gyldendal*. Gyldendal. Hentet 04.06.2023 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/janneke-tangen/a-10024229-no/
Gyldendal. (u.å.-c). *Bjørnar Alseth fra Gyldendal*. Gyldendal. Hentet 04.06.2023 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/bj%C3%B8rnar-alseth/a-10000636-no/
Gyldendal. (u.å.-d). *Ingvill Stedøy fra Gyldendal*. Gyldendal. Hentet 04.06.2023 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/ingvill-merete-sted%C3%B8y/a-10024228-no/
Gyldendal. (u.å.-e). *Linda Tangen Bråthe*. Gyldendal. Hentet 06.04.2023 fra https://www.gyldendal.no/forfattere/linda-wibecke-tangen-br%C3%A5the/a-10024230-no/
Gyldendal. (u.å.-f). *Om Maximum 8*. Gyldendal. Hentet 04.06.2023 fra https://www.gyldendal.no/grs/maximum/8/maximum-8-2-utgave-grunnbok/p-10024235-no/
Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for research in mathematics education*, *28*(5), 524-539. https://doi.org/10.2307/749690
Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2020). *Matematikk 8*. Cappelen Damm.
Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2021). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (6. utgave. utg.). Abstrakt forlag.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). *Matemagisk 8*. Aschehoug.
Kunnskapsdepartementet. (2019). *Nye læreplaner skal gi elevene tid til mer fordypning*. https://www.regjeringen.no/no/dokumentarkiv/regjeringen-solberg/aktuelt-regjeringen-solberg/kd/pressemeldinger/2019/nye-lareplaner-skal-gi-elevene-tid-til-mer-fordypning/id2678138/?expand=factbox2678142
Kunnskapsdepartementet. (2020). *Kjerneelementet Resonnering og Argumentasjon (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob
Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics* (2012 International Association for the Evaluation of Educational Achievement). TIMSS & PIRLS International Study Center. https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/t11_ir_mathematics_fullbook.pdf
NOU 2014:7. (2014). *Elevens Læring i frettidens skole*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf
Pehkonen, E. (1997). *Use of Open-Ended Problems in Mathematics Classroom. Research Report 176*. (Research Report 176). Helsinki Univ., (Finland). Dept. of Teacher Education. https://eric.ed.gov/?id=ED419714&fbclid=IwAR1Nx9_celQtPTWxf-uDZoUIeVqtH2-4Z5YE3SObHHt2iH9p3ADisb1jD-A
Pettersen, A. & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters. *International journal of science and mathematics education*, *16*(5), 949-965. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9807-5
Piggott, J. (2018). *Rich Tasks and Contexts*. https://nrich.maths.org/5662
Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
Shield, M. & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational studies in mathematics*, *82*(2), 183-199. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9
Skjelbred, D., Solstad, T., Aamotsbakken, B. & Høgskolen i, V. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis* (Bd. [1/2005]). Høgskolen i Vestfold.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). REFLECTIONS on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(5), 344-350. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2019). *5 Practices for orchestrating Productive Matematics Discussions 2nd Edition*.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(4), 268-275. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Strand, K. & Heimstad, C. A. (2018). Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – en mixed methods studie. 65-72, 109-110.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, *11*(4), 258-288. https://doi.org/10.1080/10986060903253954

Sullivan, P., Clarke, D. & Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning* (Bd. 9). Springer Science & Business Media.

Thompson, D. R. (2012). Modifying Textbook Exercises to Incorporate Reasoning and Communication into the Primary Mathematics Classroom. I T. L. T. Berinderjeet Kaur (Red.), *Reasoning, Communication and Connections in Mathematics* (s. 57-74). World Scientific Publishing Company. https://doi.org/10.1142/9789814405430_0003

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I. & Alseth, B. (2020). *Maximum 8* (2. utg.). Gyldendal.

Trude, N., Ole Kristian, B. & Hege, K. (2016). *Vi kan lykkes i realfag*. Universitetsforlaget. https://doi.org/10.18261/97882150279999-2016

Umland, K. & Sriraman, B. (2014). Argumentation in Mathematics. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 44-46). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_10

Utdanningsdirektoratet. (2019, 13.03.2019). *Dybdelæring*. Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Valenta, A. (2016). *Kognitive krav i matematikkoppgaver*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/2022-10/Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver.pdf

Valverde, G. A., Bianachi, L. J., Wolfe, R. G., Schmildt, W. H. & Houand, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbook*.

Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International journal of science and mathematics education*, *15*(1), 175-191. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9

Aastrup, S. & Johnsen, K. (2014). Kartlegging og undervisning i dynamisk perspektiv. I T. S. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (Red.), *QED 5-10 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen : Bind 2* (s. 689-744). Høyskoleforl.

Vedlegg 1

Levels of Demands

Lower-level demands (memorization):

- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

Lower-level demands (procedures without connections):

- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

Higher-level demands (procedures with connections):

- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

Higher-level demands (doing mathematics):

- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required

These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988) and Resnick on high-level-thinking skills (1987), the *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM 1991), and the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, and Henningsen 1996; Stein, Lane, and Silver 1996).

(Smith & Stein, 1998)

Vedlegg 2:

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	**Overall Structure**
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	**Required of Students**	**Connections**
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Key: Dimension: Uppercase letters; Categories: bold; Sub-categories: italicized; Criteria: bulleted points.

FIGURE 1 The framework used to analyze the mathematics textbooks.

(Charalambous et al., 2010)