

# MASTEROPPGAVE

Emnekode:

MAT5006

Navn:

Alexander Henden

---

Er autentiske modelleringsoppgaver et fokus i nye læreverker i matematikk laget etter fagfornyelsen?

En kvantitativ innholdsanalyse

---

Dato: 15.05.2023

Totalt antall sider: 72

## Forord

Denne oppgaven markerer en avslutning på det femårige lange kapitelet som student på lærerutdanning 5.-10.trinn ved Nord Universitet. Det har vært veldig lærerikt og spennende å få lov til å avslutte studietiden med å ta et dypdykk i et tema som virkelig interesserer meg. Arbeidet med masteroppgaven har både vært lang og krevende prosess med lange og sene kvelder, men det har også vært en morsom, spennende og ny opplevelse som har gjort at jeg har lært mye. Både om meg selv og om faget. Å komme i mål med masteroppgaven var en utfordring jeg ikke hadde klart helt alene, så jeg ønsker å utnevne en takk til de jeg føler virkelig fortjener det.

Jeg ønsker å rette en stor takk til mine veiledere Maren Berre & Antoine Laurent Christophe Julien. Dere har vært til stor og god hjelp ved å alltid stille opp med positivitet, engasjement og interesse for prosjektet mitt. Veiledningen dere har gitt gjennom gode samtaler om prosjektet, og om prosessen generelt har vært til stor nytte og noe jeg ikke kunne vært foruten. Videre vil jeg takke mine medstudenter for fem fine år, dette har vært en lang periode med mye blandet følelser. Årene har vært fylt med mye latter og glede, men det har også vært mye frustrasjon og sinne da vi også har vært gjennom en vanskelig pandemi. Så takk til medstudenter som bidro til å gjøre perioden hakke mindre vanskelig med gode samtaler, både faglige og ikke faglige.

Til slutt ønsker jeg å sende en stor takk til familie og venner som har vært en stor støtte gjennom disse fem årene. Jeg ønsker spesielt å takke min kjære samboer og medstudent Maria Andersen, uten deg hadde jeg ikke sittet igjen med mer enn et fullført år av dette lærerstudiet. Du har vært mitt solide fjell gjennom hele perioden, takk for alle sene og lange kvelder med eksamensskrivning, sparring og hjelp. Du har vært den viktigste faktoren for min motivasjon, takk for at du aldri lot meg gi opp, og takk for at du alltid hjalp meg å komme meg opp igjen når periodene har vært vanskeligst.

Levanger, mai 2023

Alexander Henden

## **Sammendrag**

I denne masteroppgaven i matematikk er det gjennomført en kvantitativ innholdsanalyse på tre ulike læreverker for 8.trinn. Studien har hatt som mål om å kartlegge i hvor stor grad nye læreverker har inkludert autentiske modelleringsoppgaver. Bakgrunnen for fokuset på autentiske modelleringsoppgaver er basert tidligere erfaringer fra praksis hvor elevene uttrykker at de mangler motivasjon for faget fordi forståelse for når det de lærer i klasserommet vil være relevant for deres virkelige liv. Det er på tidligere dokumentert forskning som viser at arbeidet med autentiske modelleringsoppgaver og autentiske modellerings situasjoner kan fremme elevenes motivasjon (Vos, 2018), tålmodighet (Bastiaens et al., 2004) og mulighet til å oppleve anvendelse av matematikk som er har betydning for deres liv utenfor skolen (Kaiser & Schwarz, 2010). TIMSS sin internasjonale undersøkelse fra 2011 viser at 97% av norske skole elever opplever at læreboken er hovedgrunnlaget og det som styrer undervisningen i matematikkfaget (Mullis et al., 2012). Med dette som bakgrunn har jeg valgt å rette problemstillingen og forskningsspørsmålene slik:

*I hvilken grad vil læreverkene legge til rette for at en elever på 8.trinn kan møte autentiske kontekstopp-gaver i arbeidet med modellering?*

- 1) Hvor stor andel av modelleringsoppgavene i læreverket er autentiske?*
- 2) Er autentiske modelleringsoppgaver i større grad knyttet til høye kognitive krav sammenlignet med andre modelleringsoppgaver?*
- 3) I hvor stor grad er blir kjerneelementet modellering og anvendelser ivaretatt i læreverket?*

Hovedfunnene denne studien viser er at elevene i noen grad vil møte autentiske modelleringsoppgaver. Andelen av modelleringsoppgavene som er autentiske i læreverkene er imellom 19% til 32% av de totale oppgavene i læreverkene. Det kommer frem i studien at autentiske modelleringsoppgaver i seg selv ikke nødvendigvis er knyttet til høyere kognitive krav, men at oppgaver med høye kognitive krav ofte fremstår som autentiske. Det fremstår som om kjerneelementet modellering og anvendelser ikke blir ivaretatt i stor grad i denne studien.

## **Abstrakt**

In this master`s thesis in mathematics, a quantitative content analysis has been carried out on three different textbooks for 8th grade pupils. The aim of the study was to survey the extent to which new textbooks have included authentic modelling tasks. The base for the focus around authentic modelling tasks is based on previous experiences in the classroom where the pupils expressed that they lack motivation for det subject because they don`t understand how the subject is supposed to be connected to their reality. The study has further base in research that shows that working with authentic modelling tasks and authentic modelling situations can promote the pupil`s motivation (Vos, 2018), patience (Bastiaens et al., 2004) and the opportunity to experience the application of mathematics that is relevant to their lives outside school (Kaiser & Schwarz, 2010). TIMSS`s international survey from 2011 shows that 97% of Norwegian pupils feels that the textbooks are the main method for learning math in school (Mullis et al., 2012). With this as a background, I have chosen to address the issue and research the following questions:

*To what extent will the textbooks make it possible for pupils in 8th grade to face authenticity context tasks in the work with modelling?*

- 1. What portion of the modelling tasks in the textbooks are authentic?*
- 2. Are authentic modelling tasks to a greater extent linked to high cognitive demands compared to other modelling tasks?*
- 3. To what extent is the core elements of the Norwegian curricula “Modelling and applications” taken care of in the textbooks?*

The main result in this study shows that the students will to some extent encounter authentic modelling tasks. The proportion of modelling tasks that are authentic in the textbooks are between 19% and 32% of the total tasks in the textbooks. The study shows that authentic modelling tasks in themselves not necessarily are linked to higher cognitive demands, but that tasks with high cognitive demands often appear authentic. It appears as if the core element of modelling and applications is not taken care of to a great extent.

## Innholdsfortegnelse

Forord .....	i
Sammendrag .....	ii
Abstrakt .....	iii
Tabell i liste .....	vi
Figur liste .....	vii
1. Innledning .....	1
1.1 Avgrensninger .....	3
1.2 Problemstilling: .....	5
1.2.1 Tilhørende forskningsspørsmål: .....	5
2. Teori .....	5
2.1 Begreper .....	5
2.1.1 Autentiske matematikkoppgaver .....	5
2.1.2 Modellering .....	7
2.1.2.1 Modellering i kjerneelementet .....	8
2.1.2.2 Autentisk modellering .....	9
2.1.3 Pseudo-realisme .....	10
2.2 Tidligere relevant forskning .....	11
2.2.1 Autentisitet og modellering i matematikk undervisning .....	11
2.2.2 Tidligere lærebokanalyser .....	13
2.3 Modellering og autentisitet i denne studien .....	13
2.3.1 Rammeverk for kategorisering .....	14
2.4 Kognitive krav i matematikk .....	15
3. Metode .....	16
3.1 Kvantitativ innholdsanalyse .....	16
3.2 Datainnsamlingsprosessen .....	17
3.2.1 Utvalg .....	17
3.2.2 Utvelging av modelleringsoppgaver .....	18
3.3 Analyse av datamaterialet .....	21
3.3.1 Prosess .....	21

3.3.2 Kategorisering .....	24
3.3.2.1 Autentiske kontekstoppgaver .....	25
3.3.2.2 Pseudo-realistiske kontekstoppgaver .....	26
3.3.2.3 Tekniske kontekstoppgaver .....	27
3.4 Refleksjoner rundt studiens kvalitet .....	29
3.4.1 Studiens reliabilitet .....	30
3.4.2 Studiens validitet .....	30
3.4.3 Studiens overførbarhet .....	31
4. Analyse og funn .....	31
4.1 Autentiske kontekster .....	32
4.2 Pseudo realistiske kontekster .....	35
4.3 Tekniske kontekster .....	40
4.4 Fordelingen mellom de ulike kontekstene i læreverkene .....	44
5. Diskusjon .....	46
5.1 Maximum 8 .....	47
5.2 Matematikk 8 .....	50
5.3 Matemagisk 8 .....	52
5.4 Totalinntrykk av læreverkene .....	54
6. Avsluttende diskusjon og videre forskning .....	58
6.1 Konklusjon og videre forskning .....	59
Litteraturliste .....	61

## **Tabell i liste**

Tabell 1:

Oversikt over kompetansemålene knyttet til kjerneelementet «modellering og anvendelser» for ungdomstrinnet

Tabell 2:

Oversikt over rammeverket brukt i analysen

Tabell 3:

Liste med utvalgte bøker

Tabell 4:

Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Maximum 8

Tabell 5:

Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Matemagisk 8

Tabell 6:

Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Matematikk 8

Tabell 7:

Eksempel på hvordan det statistiske datamaterialet vil bli framstilt

Tabell 8:

Oversikt over funn fra Maximum 8

Tabell 9:

Oversikt over funn fra Matematikk 8

Tabell 10:

Oversikt på funn fra Matemagisk 8

## **Figur liste**

Figur 1 – «Modelleringsprosessen» hentet fra (*Hana, 2013, s.179*)

Figur 2 – «Levels of Demands» Hentet fra (*Stein & Smith, 1998, s.348*).

Figur 3 – Eksempel på oppgaver som ikke er inkludert som kontekstoppgaver hentet fra (*Matemagisk 8, s.109*).

Figur 4 – Eksempel på et oppdrag hentet fra (*Maximum 8, S.17.*)

Figur 5 – Eksempel på Tverrfaglig oppgave fra (*Matematikk 8, s.96-97.*)

Figur 6 – Eksempel på utfylling av kodeskjema

Figur 7 – Eksempel på bruk av kategoriseringsskjema ved autentiske oppgaver med tilhørende oppgave hentet fra (*Matemagisk 8, s277*)

Figur 8 – Eksempel på bruk av kategoriseringsskjema ved pseudo-realistiske oppgaver med tilhørende oppgaver hentet fra (*Matematikk 8, s232*)

Figur 9 – Eksempel på utfylling av kodeskjema hvor alle kontekstoppgavene var tekniske

Figur 10 – Eksempel på bruk av kategoriseringsskjema ved tekniske oppgaver med tilhørende oppgave hentet fra (*Matemagisk 8, s277*)

Figur 11 – Eksempel på autentisk kontekstoppgave hentet fra (*Maximum 8, s.251*)

Figur 12 – Eksempel på autentisk kontekst med lave kognitive krav hentet fra (*Maximum 8, s.22*)

Figur 13 – Eksempel på autentisk kontekst med tekniske trekk hentet fra (*Maximum 8, s.178*)

Figur 14 – Eksempel på pseudo-realistisk kontekstoppgave hentet fra (*Maximum 8, s.204*)

Figur 15 – Eksempel på pseudo-realistisk kontekstoppgave hentet fra (*Matematikk 8, s.21*)

Figur 16 – Eksemper på pseudo-realistisk kontekstoppgave hentet fra (*Maximum 8, s.186*)

Figur 17 – Eksempel på en pseudo-realistisk/teknisk oppgave hentet fra (*Maximum 8, s.184*)

Figur 18 – Oppgave 10.20 & 10.22 hentet fra (*Matemagisk 8, s.279*)

Figur 19 – Pseudo-realistisk oppgave med høye kognitive krav hentet fra (*Maximum 8, s.87*)

Figur 20 – Eksempel på teknisk kontekstoppgave hentet fra (*Matematikk 8, s.260*)



Figur 21 – Eksempel på en generell teknisk kontekstopp-gave hentet fra (*Maximum 8, s.237*)

Figur 22 – Eksempel på teknisk kontekstopp-gave hentet fra (*Matemagisk 8, s.169*).

Figur 23 – Eksempel på oppgave med høye kognitive krav hentet fra (*Maximum 8, S.51*)

Figur 24 – Eksempel på oppgave med høye kognitive krav hentet fra (*Matemagisk 8 s.138*)

Figur 25 – Eksempel på autentiske kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (*Maximum 8, s.20*)

Figur 26 – Første eksempel på gjenbruk kontekstopp-gave i samme læreverk hentet fra (*Matematikk 8, s.21 og s.40*)

Figur 27 – Andre eksempel på gjenbruk kontekstopp-gave i samme læreverk hentet fra (*Matematikk 8, s.87 og s.95*)

Figur 28 – Autentisk kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (*Matemagisk 8, s.24*)

Figur 29 – Eksempel på autentisk kontekstopp-gave innen tall og tallforståelse hentet fra (*Matemagisk 8, s.23*)

Figur 30 – Bord kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (*Matemagisk 8, s.21*)

Figur 31 – Bord kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (*Maximum 8, s.148*)

## 1. Innledning

I august 2020 trådte den nye læreplan inn i grunnskolen, og elevene skal etter den arbeide for å utvikle kunnskaper og ferdigheter som har betydning for dem og samfunnet (Kunnskapsdepartementet, 2019a). I denne nyutviklede og oppdaterte læreplanen kan vi se at det nye formålet med matematikkfaget er å skape gode problemløsere, hjelpe elevene med å forstå hvordan faget henger sammen med andre fag og vi skal legge til rette for at elevene skal kunne utforske matematikken og kommunisere med den (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tillegg skriver utdanningsdirektoratet «Læreplanene knytter seg tett til elevenes hverdag og skal forberede dem på et samfunn og arbeidsliv i stadig endring.» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Noe som jeg gjennom min skolegang hos Nord universitet selv har kjent behovet for, og observert behovet for hos elevene jeg møtte i min praksis. Elevene har stadig kommet med utsagn om ønske for å jobbe med noe «de har bruk for», og som appellerer til deres virkelige liv. Dette temaet har vært noe jeg har vært interessert i lenge, og noe jeg ønsker at studien skal handle om.

Med den nye læreplanen har det kommet noe kalt for kjerneelementer. Forklart av Utdanningsdirektoratet så er kjerneelementer det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen, og er noe elevene må lære for å kunne mestre, og anvende faget (Utdanningsdirektoratet, 2019). Det er derfor med den nye læreplanen inkludert seks ulike kjerneelement; «Utforskning og problemløsning», «Modellering og anvendelser», «Resonering og argumentasjon», «Representasjon og kommunikasjon», «Abstraksjon og generalisering» og «Matematiske kunnskapsområder» (Kunnskapsdepartementet, 2019b). Av disse har jeg valgt å trekke frem kjerneelementet «modellering og anvendelser» som relevant for denne studien og det jeg ønsker å undersøke. I læreverket er kjerneelementet skrevet av kunnskapsdepartementet formulert slik:

*En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal*

*bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget* (Kunnskapsdepartementet, 2019b).

Kaiser (2014) presenterer i artikkelen «Mathematical modelling and application in education» at det er en bred enighet over hele verden at modellering og anvendelser er en viktig gren innen matematikk, nettopp fordi elever skal i større grad utvikle kunnskapen til å anvende matematikken de lærer på skolen i deres virkelige og dagligdagse liv. Dermed vil fokuset for min studie være knyttet opp mot kjerneelementet «modellering og anvendelser», fordi det henviser direkte til matematikk som brukes i det daglige livet, i arbeidslivet og samfunnet. Videre velges dette målet på grunn av overføringsverdien matematikken kan ha fra en opprinnelig situasjon over til en ny situasjon.

Gjennom 4 studieår med 105 dager praksis på grunnskolenivå har jeg observert flere lærere som møter ganske like utfordringer. Mange av disse utfordringene jeg har møtt og observert er at elevene sliter med motivasjon i matematikk, og mangler interesse for faget.

Begrunnelsen for utsagnene og kommentarene elevene kommer med har handlet om at faget er kjedelig og at faget ikke gir mening. Elevene mangler en tilknytting mellom matematikkfaget og det virkelige liv, og elevene kommer ofte med spørsmålet: «Når kommer jeg noen gang til å få bruk for dette her». Dette er ikke et ukjent fenomen da disse holdningene og følelsene hos elever blir observert i flere skoler over hele verden, fordi elever klager på at de ikke kan se en relevans av matematikkfaget. Som presentert i artikkelen “the surplus value of an authentic learning environment”: “students [...] often experience learning and assessment task as trivial and as focusing almost entirely on factual knowledge” (Bastiaens et al., 2004, s. 510).

Sammen med disse observasjonene har jeg også lagt merke til hvordan praksislærerne finner oppgaver til elevene. Av de ulike praksislærerne og andre matematikklærere jeg har møtt gjennom praksistiden hadde de et fellestrekk. Det fellestrekket handler om hvor de henter oppgaver elevene skal arbeide med når de planlegger undervisningstimene. Min erfaring er at lærerne sin største ressurs og inspirasjon for undervisningens matematikkoppgaver er læreverkene de har. Noe som kan bli bekreftet hvis man tar en titt på rapporten til TIMSS sin internasjonale undersøkelse fra 2011. Den viser at 97% av norske skoleelever opplever at læreboken deres er det store grunnlaget for undervisningen de må gjennom i matematikkfaget

(Mullis et al., 2012). I tillegg til denne statistikken har vi data fra en spørreundersøkelse til lærere om valg og bruk av læremidler fra 2015 hvor 84% av deltagerne svarte at de i hovedsak bare bruker papirbaserte lærebøker, men supplerer med noe bruk av digitale læremidler i sin undervisning, og 6% svarte at de kun bruker papirbaserte lærebøker og læremidler (Waagene & Gjerustad, 2015).

Med denne forskningen og egne erfaringen til grunn, tenker jeg det vil være interessant å gå inn i en lærebokanalyse. Jeg ønsker å gjennomføre en studie som kan gi litt innsyn i hvor ofte elevene, i arbeid med oppgavene i læreverkene, kan komme til å kjenne på følelsen av at matematikken de arbeider med i klasserommet har en tilknytting til det dagligdagse. Dette med bakgrunn i det faktumet at lærere bruker læreverkene som sin største ressurs, og dermed vil også oppgavene i læreverkene inneholder påvirke elevens mulighet til å kunne føle på relevansen for matematikkfaget. Jeg ønsker derfor å gå dypere inn i oppgavene som finnes i læreverkene på ungdomstrinnet, for å kartlegge oppgavene innen modellering og for å se om de er konstruert realistisk og autentisk i den graden som trengs for å være i tråd med det kjerneelementene krever, slik at elevene har mulighet til å oppnå kompetansemålene som er knyttet til kjerneelementet modellering og anvendelser.

### ***1.1 Avgrensninger***

Størrelsen på masteroppgaven vil legge noen føringer for hvor mye jeg kan velge å jobbe med. Ønsket er å analysere matematikkoppgaver knyttet til realistiske kontekster, som vi finner i læreverkene. Med det som utgangspunkt er første avgrensningen å vurdere hvilke utgivere sine læreverk jeg ønsker å analysere, hvor mange forskjellige læreverk og hvilket årstrinn jeg skal ta et dypdykk i. For å velge oppgavene i læreverket som skal analyseres vil det være en fordel å gjøre enda avgrensning å velge et fokusområde innen de nye kjerneelementene med tanke på viktigheten av dem. For dette prosjektet er kjerneelementet «modellering og anvendelser» som vil være det kjerneelementet som best representerer temaet jeg ønsker å undersøke med tanke på matematikk i det daglige livet hos elevene. For valget av hvilket årstrinn jeg skal velge læreverk til, valgte jeg å lage en tabell oversikt med kompetansemålene knyttet til kjerneelementet for 8., 9. og 10. trinn. Slik at det skulle bli enklere å se på hvilket årstrinn som etter læreplan skal arbeide mest etter kjerneelementet «modellering og anvendelser». Etter å ha sett over og sammenlignet kompetansemålene var

det tydelig at det enten ville bli 8. trinn eller 10. trinn sine læreverker som i størst grad skal inneholde oppgavene jeg ønsker å analysere. Av kompetansemålene til 8. og 10. trinn var det 8. trinn sine som i størst grad omhandler matematikk i praktiske situasjoner og hvor virkelighetsnær matematikk vil komme inn. Dermed vil jeg avgrense oppgaven til å analysere kun læreverker for 8. trinn. For å gjøre studien mest mulig gyldig vil jeg ha flere enn ett læreverker, samtidig som det skal være læreverker laget etter den nye læreplan. Derfor blir det mest hensiktsmessig å analysere nye læreverker utgitt av de tre største forlagene, slik at studien blir relevant for en større andel skoler. Disse læreverkene er Matemagisk 8 fra Aschehoug Undervisning, Maximum 8 fra Gyldendal og Matematikk 8 fra Cappelen Damm (Opsahl et al., 2020).

*Tabell 1 Oversikt over kompetansemålene knyttet til kjerneelementet «modellering og anvendelser» for ungdomstrinnet (Kunnskapsdepartementet, 2019b)*

<b>Kompetansemål etter 8.trinn</b>	<b>Kompetansemål etter 9.trinn</b>	<b>Kompetansemål etter 10.trinn</b>
Utforske og beskrive primtallfaktorisering og bruke det i brøkgregning	Tolke og kritisk vurdere statistiske framstillinger fra mediene og lokalsamfunnet	Lage, løse og forklare ligningssett knyttet til praktiske situasjoner
Lage og løse problemer som omhandler sammensatte måleenheter	Finne og diskutere sentralmål og spredningsmål i reelle datasett	Regne ut stigningstallet til en lineær funksjon og bruke det til å forklare begrepene «endring per enhet» og «gjennomsnittsfart»
Lage og forklare regneuttrykk med tall, variabler og konstanter knyttet til praktiske situasjoner		Bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultater
Lage løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner		Modellere situasjoner knyttet til reelle datasett, presentere resultatene og argumentere for at modellene er gyldige
Utforske, forklare og sammenligne funksjoner knyttet til praktiske situasjoner		

## ***1.2 Problemstilling:***

Med den personlige erfaringen og interessen rundt tema og med det teoretiske perspektivet presentert gjennom innledningen for studien, sammen med begrunnelsene gjort i valget av klassetrinn og læreverk har jeg valgt følgende problemstilling og tilhørende forskningsspørsmål for denne masteroppgaven:

*I hvilken grad vil læreverkene legge til rette for at en elever på 8.trinn kan møte autentiske kontekstopp-gaver i arbeidet med modellering?*

### ***1.2.1 Tilhørende forskningsspørsmål:***

- 1) Hvor stor andel av modelleringsoppgavene i læreverket er autentiske?*
- 2) Er autentiske modelleringsoppgaver i større grad knyttet til høye kognitive krav sammenlignet med andre modelleringsoppgaver?*
- 3) I hvor stor grad er blir kjerneelementet modellering og anvendelser ivaretatt i læreverket?*

## **2. Teori**

I dette kapittelet vil relevante begreper bli avklart. Teorier og tidligere forskning som er relevant for diskusjonen og forståelsen av oppgaven blir presentert, og avsluttende vil et rammeverk laget for kartleggingen av autentiske oppgaver fremstilles.

### ***2.1 Begreper***

#### ***2.1.1 Autentiske matematikkoppgaver***

Når formålet for denne studien er å kartlegge hvor ofte autentiske oppgaver forekommer i læreverkene, vil det være hensiktsmessig at definisjonen på autentiske oppgaver er klart. Begrepet autenticitet i matematikken er et noenlunde stort begrep og kan bli definert på ulike måter. Jeg vil i denne oppgaven prøve å gi et lite innblikk i hva begrepet handler om, først gjennom begrepsavklaringen, så vil begrepet bli sett opp imot tidligere forskning og hva det

sier om temaet. Til slutt vil jeg gi en endelig definisjon for hvordan definisjon og betydning begrepet vil ha å si for denne oppgaven.

I artikkelen: *How real people really need mathematics in the real world – Authenticity in the real world*, sier Vos at begrepet autentisitet spiller en stor rolle om hvordan matematikk tilsynelatende er relatert til det virkelige liv (Vos, 2018). Autentisk matematikk handler om å ha undervisning, oppgaver og kontekster som er realistiske og virkelighetsnære. På samme måte som pseudo-realistiske oppgaver forsøker å være, men hvor autentiske oppgaver vil i større grad legge til rette for fornuft. Elevene skal få oppleve oppgaver som føles nyttige og som simulerer en realistisk situasjon, som ikke kun er skapt for å være en oppgave i matematikkundervisningen (Vos, 2018). I tillegg til dette beskriver Bastiaens et al. (2004) autentiske oppgaver som “*learning task that resembles a task performed in a non-educational setting and that requires students to apply a broad range of knowledge and skills*” (Bastiaens et al., 2004, s.510). Noe som godt beskriver typen oppgaver denne studien er ute etter å finne i læreverkene.

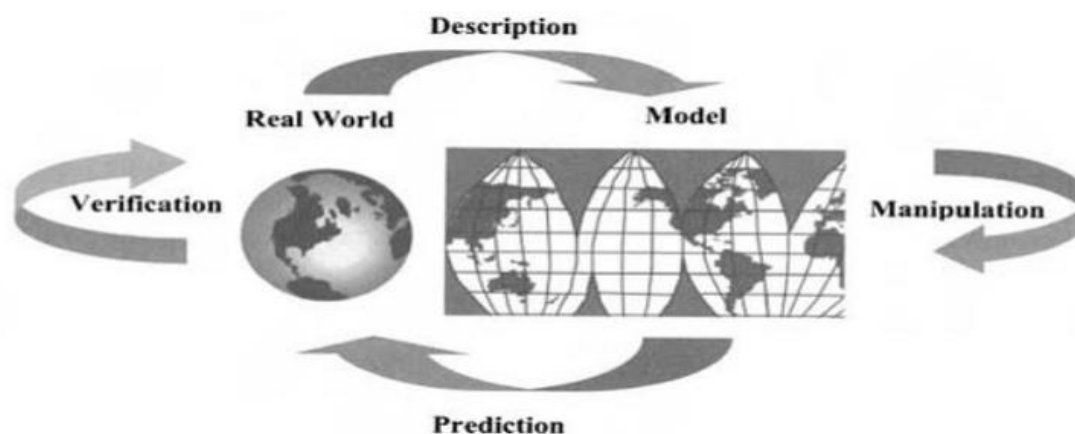
Autentiske oppgaver og aktiviteter kan og er ofte veldig forminsket og forenklet for å bli brukt i undervisning. Dette fordi for store autentiske aktiviteter ofte kan kreve både mye tid og kompetanse, noe som kan gjøre at aktivitetene ikke er passende å bruke i en vanlig undervisning time. Formålet med autentiske oppgaver er tilby elevene erfaring ved å gi dem en følelse av hvordan matematikk anvendes i virkeligheten (Vos, 2015, s.510). I boken matematiske byggesteiner presenteres det at begrepet autentisitet brukes til å beskrive oppgaver som både er reelle, og semi-reelle. Oppgavene kan være semi-reelle så lenge man vurderer oppgavene med et kritisk blikk og har fokus på at oppgavene ikke bryter noen fornuft hos elevene. Slik trenger ikke semi-reelle oppgaver i seg selv være noe ille, og kan fortsatt oppfattes som autentiske. Så lenge oppgaven gir elevene mulighet til å erfare matematikk som er nyttig utenfor skolen (Hana, 2013). Bastiaens et al. (2004) nevner at det finnes en misoppfatning om at autentiske oppgaver trenger å være store, avanserte og tidkrevende oppgaver for at de skal kunne kategoriseres som autentiske. Dette er noe som ikke nødvendigvis er sant, fordi autentiske også kan være enkle og små oppgaver som direkte kobles opp mot virkeligheten og livet til elevene, som i stor grad kan passe elevene bedre i møte med modelleringsoppgaver (Bastiaens et al., 2004, s.519).

### 2.1.2 Modellering

Begrepet modellering er enda et stort begrep som er veldig sentralt i denne studien, fordi kjerneelementet studien går ut etter er «modellering og anvendelser». Begrepet kan oppfattes med ulike betydninger, og derfor ønsker jeg å først gi generell definisjonsavklaring på begrepet, før jeg videre vil kaste lys over hvordan begrepet kan forstås og oppfattes på ulike måter. Dette vil i stor grad handle om hvordan begrepet modellering kan bli forstått og tolket av lærere gjennom læreplan og læreverket, og hvilken betydning det kan ha for klasserommet. Jeg vil også ta en titt på hva autentisk modellering innebærer og hvordan dette kan være en bro mellom autentiske matematikkoppgaver og modelleringsperspektivet læreplanen etterspør. Avsluttende vil jeg gi en oppsummerende forklaring på hvordan begrepet modellering vil bli forstått i denne studien.

Modellering i matematikk blir ofte benyttet når elevene skal bruke matematikk, samtidig som de beveger seg utenfor selve matematikken, og som beskrevet i matematiske byggesteiner er en matematisk modell: «en relation mellom visse træk ved og oppfattelser af virkeligheden og nogle matematiske objekter og deres indbyrdes sammenhænge» (Hana, 2013, s. 179).

Figur 2 – Modelleringsprosessen hentet fra (Hana, 2013, s.179)



I en forklaring av hvordan modellering kan fungere kan man ta utgangspunkt i illustrasjonen vist over i figur 1. Dette er en illustrasjon på modelleringsprosessen hentet fra Lesh og Doerr, i Hana (2013). I illustrasjonen starter man med en virkelig situasjon, som i figuren vil være jordkloden. Jordkloden skal da beskrives, eller i matematiske situasjoner matematiseres, slik at man får en modell som avbilder den «reelle» situasjonen (verdenskartet). Når situasjonen



har blitt avbildet til en modell, kan vi begynne med bearbeidingen av modellen og manipulere den matematisk. Når modellen har blitt anvendt og bearbeidet skal utfallet bli at eleven skal kunne forutsi forløpet av den «reelle» situasjonen og se om forutsigelsen kan bli verifisert av faktiske hendelser i virkeligheten (Hana, 2013). Det dette betyr er at modellering i stor grad handler om å simulere en virkelig situasjon, som elevene skal kunne skape matematiske relasjoner med, slik at når de blir presentert den virkelige situasjonen utenfor skolen, skal elevene kunne kjenne benytte metoder for å løse situasjonen slik det ble gjort under simuleringen.

### ***2.1.2.1 Modellering i kjerneelementet***

Læreplanen er det som stiller krav til og beskriver hva elevene skal oppnå av kunnskap etter gitte klassetrinn (Utdanningsdirektoratet, 2022). Utdanningsdirektoratet sier selv at læreplanen har verken aktiviteter eller noen detaljert oversikt på kunnskapsinnholdet som skal inn i klasserommet, de har kun et krav om kompetansen elevene skal tilegne seg (Utdanningsdirektoratet, 2022). Læreplanen legger derfor ingen rammer for hvordan undervisningen skal foregå i klasserommet, men det legger en ramme for hva som skal foregå i klasserommet. Noe som vil påvirke matematikken i klasserommet, og i denne oppgaven nærmere bestemt påvirke oppfatningen av modellering i klasserommet. Lærere må tolke temaet modellering gjennom læreplanen for å oppnå det læreplanen krever, og som nevnt tidligere er modellering og anvendelser et kjerneelement som er godt beskrevet i læreplan. Noe som raskt leder til at dette er den definisjonen lærere vil tolke og arbeide etter som en del av matematikkundervisningen. I tillegg til dette har vi også læreverkene, som også vil inneholde sin form for modellering, da læreverkene skal, etter kriterier fra stortinget, inneholde koblinger til læreplanverket. Som skrevet i en rapport utgitt av utdanningsdirektoratet er læreverk laget med utgangspunkt i kompetansemålene i læreplan (Svingen & Gilje, 2018). Modellering i klasserommet vil derfor i stor grad bli tolket og påvirket av læreverkene og læreplan.

Noe jeg ønsker at studien skal skape litt klarhet i, er hvordan lærebøkene legger opp til å ivareta kjerneelementet modellering og anvendelser. Da vil det være relevant å se på hvordan kunnskapsdepartementet beskriver modellering i læreplan. Hvis vi ser på starten av beskrivelsen til kjerneelementet: *En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i*

*matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller* (Kunnskapsdepartementet, 2019b). Modellering vil i klasserommet kunne tolkes, med denne beskrivelsen, til å handle om hvordan matematiske oppgaver simulerer en virkelignær situasjon. Noe som er veldig likt den beskrivelsen gitt av modellering tidligere av modelleringsprosessen opp mot figur 1. I den forstand kan vi anta at modellering i klasserommet vil forekomme med at elever får arbeide med modelleringsoppgaver slik at elevene kan tilegne seg en innsikt i hvordan modellene brukes, for så å skape en forståelse og egenskapene til å konstruere slike modeller selv. For hvordan modellering kan tolkes i læreverkene og hvordan de kan ivareta kjerneelementet vil da henge sammen i hvor stor grad læreverkene har inkludert en god del modelleringsoppgaver som faktisk simulerer virkelige og dagligdagse situasjoner. Slik at elever får så god øving i modellerings situasjoner, at de kan utvikle egenskapene til å gjenkjenne og konstruere like modeller.

#### **2.1.2.2 Autentisk modellering**

Autentisk modellering handler om å kombinere begrepene autenticitet og modellering. Altså autentiske matematikkoppgaver hvor det finnes en grad av modellering. Kaiser & Schwarz (2010) forteller i sin beskrivelse av modelleringstilnæringer om et perspektiv de kaller for «realistic or applied modelling». Dette er et perspektiv innen modellering de beskriver til å ha et «pragmatisk-utilitaristisk» mål, hvor oppgavene elevene skal få må være praktiske, fleksible og/eller tilpassingsdyktige. Dette fordi oppgavene skal være laget for å maksimere nytten av matematikken, og Kaiser & Schwarz (2010) argumenterer at det er en sentral grunn for å bruke autentiske problemer i denne tilnærmingen. Dette ligger i overbevisningen om at elevene trenger å oppleve effekten til matematisk modellering innen løsning av autentiske og realistiske spørsmål og problemstillinger, fordi autentiske problemer ofte blir definert som: problemer hvor menneskene som til daglig arbeider under de samme rammene ville gjenkjenne situasjonen. Ved å anvende autentiske modelleringsoppgaver og situasjoner vil dette være med å arbeide etter det kjerneelementet etterspør, som er at elever skal kunne skape en innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet og for hvordan elevene skal kunne lage slike modeller. For å oppnå en slik kunnskap må elevene også bli utsatt for oppgaver som modellerer slike situasjoner som dermed henger sammen med Kaiser og Schwarz (2010) overbevisning. Denne overbevisningen er at elever trenger å få erfare at modellering i matematikkfaget har en

betydning for deres forståelse av matematikken og at modellering i matematikkfaget kan gi løsninger på ekte spørsmål og problemer. Med den erfaringen kan elever oppleve at matematikkfaget kan føles meningsfullt og bli overbevist i at modellering i matematikkfaget kan ha en betydning for deres liv utenfor klasserommet også (Kaiser & Schwarz, 2010, s.55).

### ***2.1.3 Pseudo-realisme***

Begrepet pseudo-realisme og pseudo-realistiske oppgaver brukes til å beskrive situasjoner i matematikkfaget hvor matematikk bakes inn i en semi-reell virkelighet, hvor til motsetning av det som ble beskrevet i kapittel 2.1.1, hvor semi-reelle oppgaver kan ses som autentiske. Vil situasjonene prøve å simulere en situasjon som kan inntreffe i virkeligheten, men hvor det er kun matematikkoppgavens spilleregler som gjelder i løsningen av oppgaven (Hana, 2013). Pseudo-realistiske kontekster legger opp til at elevene skal kunne se for seg situasjonen, men istedenfor å løse oppgaven på sin måte må elevene løse problemet annerledes enn de ville i en tilsvarende situasjon utenfor skolen. Noe som kan skje hvis bruken av den semi-reelle virkeligheten blir brukt ukritisk, og elevene får oppfatning av at det som skjer i klasserommet ikke har noen sammenheng med virkeligheten. Dette skaper et problem for elevene da de blir tvunget til noe Schoenfield beskriver som «avbrytning av fornuften», elevene må tilsidesette egne betraktninger og erfaringer fra virkeligheten (Hana, 2013).

I læreverkene vil det alltid være en del kontekstoppgaver å finne, eller det Vos (2018) refererer til som «word problems». Hvis mange av disse er pseudo-realistiske, og elevene settes til å løse mange av dem, vil læringen som skjer i møte med disse oppgavene skape en tolkning hos elevene at matematikk bare blir brukt i urealistiske sammenhenger (Vos, 2018). Dette går ut over at elevene mister muligheten til å føle bruken og relevansen for matematikk i hverdagen. Disse kontekstoppgavene blir inkludert i læreverkene for å la elevene oppleve en form for simulering av virkelighet, hvor elevene skal kunne bruke matematikken. Istedenfor har utviklingen av slike oppgaver gått over til å passe inn i skolekulturen hvor like type oppgaver kan pumpes ut for elever å løse, som resulterer i at urealistiske, u-autentiske og repetitive kontekstoppgaver er blitt det «vanligste» å finne i matematikkundervisningen (Vos, 2018). Derfor har koblingen mellom slike kontekstoppgaver og det virkelige livet utenfor skolen blitt kritisert av lærere, samfunnsdebattanter og forskere som peker på at slike

oppgaver fremmer kunnskaper og egenskaper som elevene sjeldent vil få bruk for utenfor klasserommet (Vos, 2015)

## ***2.2 Tidligere relevant forskning***

I letingen etter tidligere forskning rundt dette temaet var det flere interessante funn som jeg vil presentere i dette underkapittelet. Denne forskningen kan forsterke funnene og diskusjonen rundt det jeg selv har analysert og funnet. Dette vil inkludere tidligere forskning som er gjort rundt temaet autentisitet og modellering i matematikkfaget, og tidligere forskning som har gjennomført ulike lærebokanalyser i matematikkfaget.

### ***2.2.1 Autentisitet og modellering i matematikk undervisning***

Av den tidligere forskningen rundt selve temaet autentisitet og modellering i matematikk undervisning er det tre funn som jeg ønsker å belyse. Disse tre funnene omhandler oppgavens autentiske aspekter, autentiske oppgavers effekt og hvor typisk det er å finne de ønskede modelleringsoppgavene i undervisning.

I modelleringsoppgaver kan autentisiteten variere inne ulike aspekter ved oppgaven, for eksempel kan oppgavens situasjon være autentisk, men spørsmålet stilt i oppgaven kan være u-autentisk da det er et spørsmål formulert for undervisningens skyld, men ikke et spørsmål som ville blitt stilt i en tilsvarende situasjon utenfor oppgavens rammer (Vos, 2018). Av disse aspektene er det gjort funn som gir grunn til å tro at autentisiteten på oppgavens spørsmål og oppgavens forventede løsningsstrategi kan være viktigere for elevenes prestasjon og motivasjon, enn autentisiteten på oppgavens kontekst (Vos, 2018). Dette betyr ikke at autentisiteten på oppgavens kontekst ikke spiller noen rolle. Det er og gjort studier hvor det er konkludert med autentisiteten på konteksten har stor påvirkning på elevens tålmodighet, fordi det ble observert at elever som fikk arbeide med autentiske kontekster lot seg bli mer involvert i oppgaven og engasjert i å løse problemet konteksten simulerer. Dette tilbød elevene å undersøke ulike måter å løse oppgaven på (Bastiaens et al., 2004). Noe som også var et likt funn i en annen studie hvor det ble presentert at elever som fikk arbeide med åpne modelleringsoppgaver og elever som fikk arbeide med rene regneoppgaver i undervisningen. I denne studien ble det også konkludert med at elevene som ble satt til å arbeide med de åpne modelleringsoppgavene også i større grad ble involvert i problem løsningsprosessen, når

oppgavene gir mulighet for elevene å utforske forskjellige løsningsstrategier (Lingefjård, 2005 s.1684).

Argumentet for å inkludere autentiske modelleringsoppgaver ligger i hvilken læring elevene kan ta med seg videre og hva elevene skal oppnå i løpet av utdanningsløpet. Autentiske modelleringsoppgaver kan spille en sterk rolle for å la elevene oppnå disse målene og elementene læringsplanen består av. I en studie på elevers erfaringer med åpen og lokkede matematikkoppgaver ble det gjort observasjon på at elever i større grad, med hjelp av autentiske aktiviteter, klarte å se hvordan strategiene brukt i matematikkoppgavene kunne bli verktøy de selv kunne bruke og anvende i tilsvarende situasjoner (Boaler, 1998, s.59). Kaiser og Schwarz (2010) beskriver hvordan studenter som ble satt til å arbeide med autentiske modelleringsoppgaver, selv klarte å beskrive hvordan de selv følte at de hadde oppnådd høyere læringsutbytte. Noe elevene beskrev ved at de kunne se at de hadde nådd en rekke mål, som kompetansemål, på grunn av arbeidet med autentiske modelleringsoppgaver. Samtidig som de hadde oppnådd egne mål som økt motivasjon, forbedret holdning til arbeidet med matematikk og forståelse for hvordan matematikk henger sammen med verden rundt seg (Kaiser & Schwarz, 2010).

Selv om det er gjort mye studier på viktigheten av autentiske kontekstopp-gaver, er de ikke nødvendigvis veldig typiske å finne i læringsverk eller i undervisningstimer. Da mye av modelleringsoppgavene som er ønsket, er redusert. Disse reduksjonene er enten i form av forenkling av språk, eller reduksjon i den forstand at slike oppgaver gjerne er gruppert rundt enkelte tema som likninger eller lineære funksjoner (Kaiser & Schwarz, 2010). Dette resulterer i at lærere, på grunn av mangelen av autentiske modelleringsoppgaver i læreverkene, må konstruere eller designe dem selv (Kaiser & Schwarz, 2010). I tillegg blir modellering, i store deler av verden, brukt relativt lite i daglige matematikkundervisninger. Dette fordi de fleste kontekstopp-gaver eller «word problems» blir brukt som fyll, og hvis du fjerner den selve konteksten, er formålet med oppgaven å repetere og øve matematiske fremgangsmåter og algoritmer (Blum & Ferri, 2009, s.47).

### ***2.2.2 Tidligere lærebokanalyser***

Innen lærebokanalyser var det lite å finne av studier som har gjennomført eksakt det samme som denne masteroppgaven forsøker å gjennomføre. Det var derimot referert til en studie som har gjennomført den samme studien i en artikkel av Paredes et al. (2020), hvor det nevnes en lærebokanalyse som ble publisert i 2014 av Chamoso et al. (2014). I den ble det analysert spanske læreverk fra 1. til 6.trinn etter autentiske oppgaver. I den studien ble det analysert totalt 8373 oppgaver for å finne ut hvilke nivåer av autenticitet oppgavene inneholder. Det presenteres at av de 8373 oppgavene er bare 2% autentiske, men 26% av oppgavene kan enkelt konverteres til autentiske oppgaver (Paredes et al., 2020).

I 2021 ble det skrevet en masteroppgave av Eriksen & Bolme, hvor de gjennomførte en mix method studie for å undersøke om de nye læreverkene i matematikk fremmer kjerneelementene i fagfornyelsen. De har i den studien valgt å fokusere på tre ulike kjerneelement som: «utforskning og problemløsning», «resonering og argumentasjon» og «modellering og anvendelser». De har i likhet med denne studien analysert læreverk fra de samme tre ulike forlagene, men til forskjell har de valgt å analysere læreverk for 5.trinn. For relevansen sin del velger jeg bare å presentere deres funn i læreverkene innenfor kjerneelementet modellering og anvendelser. Eriksen & Blome (2021) presenterer at fordelingen mellom antall kontekstoppgaver og rene regneoppgaver er større i de nye læreverkene, enn fordelingen har vært i tidligere læreverk laget etter LK06 basert på annen tidligere forskning de hadde funnet. De argumenterer at dette kan ha en sammenheng med økt fokus på modellering og anvendelser etter fagfornyelsen, og derfor kan de også argumentere for at læreverkene ivaretar kjerneelementet. Når de går dypere inn i analysen av kontekstoppgavene gjør de seg bemerkelser på at kontekstoppgavene i stor grad faller sammen når det kommer til det kognitive nivået på kontekstoppgavene. Noe som med bakgrunn på definisjonen av modelleringsoppgaver, resulterer i at ingen av læreverkene i den forstand vil ivareta kjerneelementet «modellering og anvendelser» (Eriksen & Blome, 2021).

### ***2.3 Modellering og autenticitet i denne studien***

I dette kapitlet vil jeg avklare hva denne studien vil betegne som modelleringsoppgaver og autentiske modelleringsoppgaver, og fremlegge hvilket rammeverk jeg vil anvende som analyseredskap for å kunne finne disse autentiske modelleringsoppgavene i læreverkene. Som

nevnt i kapittel 2.1.2.1 blir modellering i læreplanen og læreverket sett på som matematikk som simulerer en virkelighetsnær situasjon hvor elevene får anvende matematikk for å løse problemet. Derfor vil alle kontekstoppgavene i læreverket som simulerer en situasjon eller et problem som har en forbindelse med den virkelige verden bli sett på som modelleringsoppgaver i denne studien og gjennom analysen av læreverkene.

Modelleringsoppgaver blir i denne studien sett på som autentiske så lenge de er i tråd med beskrivelsene gitt i kapittel 2.1.1, altså oppgaver som simulerer og etterligner situasjoner og problemer som blir utøvd i det virkelige liv og som ikke kun er skapt for undervisningens skyld. Modelleringsoppgavene vil beholde elevenes fornuft i oppgaven og gir elevene muligheten til å kjenne på behovet for matematikken utenfor klasserommet.

Modelleringsoppgavene som kan kategoriseres som autentiske kan både være reelle og/eller semi-reelle, store eller små, og forenklete kontekstoppgaver som ikke vil skape en avbrytning av elevens fornuft. Som gjør at oppgavene legger til rette for at elevene, gjennom simulering av virkeligheten, kan utvikle kompetanse og erfaring som er relevant for deres virkelige liv.

### **2.3.1 Rammeverk for kategorisering**

Som vi har sett på tidligere kan forskjellige aspekter ved en matematisk oppgave være autentiske, mens andre aspekter kan være u-autentiske. Ved å si at dette er mulig skaper det en annen debatt som Vos (2018) forklarer at forskere og lærere må ta stilling til og vurdere spørsmålet: hvor mye korrespondanse med virkeligheten trengs for å kunne kalle en oppgave autentisk? – og hvilke aspekter kan, for undervisningens skyld, forkastes hvor oppgaven fremdeles kategoriseres som autentisk? (Vos, 2018). Dette er det ikke noe direkte svar på, men som nevnt tidligere gjennom teorikapittelet er det viktig at egenskapene og formålet med modelleringsoppgavene ikke ofres, slik at elevene ikke mister følelsen av at oppgaven har en kobling med virkeligheten. Derfor vil det være essensielt å finne et rammeverk som jeg kan benytte som et hjelpemiddel gjennom analysen til oppgavene som faktisk er autentiske. Det jeg har valgt å benytte er utviklet av Palm (2006), og beskrevet av Palm (2007) kan dette rammeverket: *«be helpful both in distinguishing between task in terms of their authenticity and for developing tasks aiming at highest possible authenticity under existing circumstances* (Palm, 2007, s.40).

## 2.4 Kognitive krav i matematikk

I denne studien er formålet i utgangspunktet å kartlegge mengden av autentisitet det er å finne i de nye læreverkene, men et tilhørende forskningsspørsmål til studien går på de kognitive kravene hos de autentiske oppgavene. Da det også vil være relevant å kunne se hvilken type læring og utvikling av forståelse elevene kan oppnå med de autentiske oppgavene i læreverkene, i forhold til hvilken læring og utvikling av forståelse de ikke-autentiske modelleringsoppgavene fremmer. For å kunne svare på dette forskningsspørsmålet i denne studien må det også en definisjon til av hva som kategoriseres som lave kognitive krav og høye kognitive krav innen matematikkoppgaver. Definisjonen jeg vil legge til grunn som rammeverk for å kunne ytre om hvorvidt modelleringsoppgavene i læreverkene stiller kognitivt lave eller høye krav støtter seg på Smith & Stein (1998) sin beskrivelse av kognitive krav i matematikken. Oppgaver som kategoriseres til å ha lave kognitive krav er oppgaver som går på memorering eller prosedyrer uten sammenhenger, mens oppgaver som kategoriseres til å ha høye kognitive krav er oppgaver som går på prosedyrer med sammenhenger eller matematisk tenking (Smith & Stein, 1998). Hva dette innebærer for oppgavene kan ses i en dypere forklaring i figur 2.

Figur 2 – «Levels of Demands» Hentet fra (Smith & Stein, 1998, s.348).

**Levels of Demands**

*Lower-level demands (memorization):*

- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

*Lower-level demands (procedures without connections):*

- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

*Higher-level demands (procedures with connections):*

- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

*Higher-level demands (doing mathematics):*

- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required



Boaler (1998) viser i sine funn til fordelene ved å arbeide med oppgaver med høye kognitive krav i matematikk, og vil også være et essensielt perspektiv å ha med seg i analysen av kontekstoppgaver i denne studien. Boaler (1998) sammenligner studier gjennomført på to ulike skoler hvor elevene i informantskole 1 i utgangspunktet arbeidet med oppgaver som stilte lave kognitive krav, og elevene i informantskole to ble satt til å arbeide med oppgaver som stilte høye kognitive krav. Elevene som fikk arbeide med høye kognitive oppgaver ble beskrevet til å trives mer med faget, klare å holde ut lengre i arbeidsprosessen, oppnådde bedre målbare resultater og oppnådde en større forståelse for faget og hva det de arbeider med handlet om. Som å kunne trekke sammenhenger mellom matematikkfaget og deres daglige liv (Boaler, 1998). Elevene som fikk tildelt lave kognitive oppgaver ble derimot passive og mindre engasjerte, da de i større grad uttrykte at de kjedet seg, de gjorde det dårligere på de målbare resultatene, og klarte i mindre grad se relevansen for det de holdt på med og manglet tilknyttingen til deres daglige liv (Boaler, 1998). Derfor vil det også kunne argumenteres for at oppgaver som stiller høye kognitive krav vil være essensielt for at elevene i størst grad skal kunne oppfylle bestillingen læreplanen gir i beskrivelsen av kjerneelementet «modellering og anvendelser» og de tilknyttede kompetansemålene.

### **3. Metode**

Hermeneutikk, også forklart som fortolkningslære, er et filosofisk perspektiv og syn på vitenskap som forholder seg til fortolkning (Nyeng, 2012, s.45), og for denne oppgaven vil en hermeneutisk tilnærming være essensielt. I møte med datamaterialet trenger jeg å sitte med en forkunnskap om temaet og et verktøyskrin som rammeverket av Palm (2006) sine aspekter, for å kunne fortolke dataen og skille oppgavene mellom pseudo-realistisk og autentisk.

#### ***3.1 Kvantitativ innholdsanalyse***

Metoden brukt i dette forskningsprosjektet vil beskrives som en innholdsanalyse og faller under kategorien kvantitativ innholdsanalyse. Begrunnelsen for dette ligger i hvordan Bratberg (2021) beskriver at tekstanalyse innebærer å betrakte tekster som datamaterialet, og noe som kan studeres systematisk (Bratberg, 2021). Når det gjelder oppgavens fokus er hovedformålet å finne mengden på autentiske oppgaver i læreverkene. Metoden benyttet for å kartlegge og undersøke dette, er en kvantitativ innholdsanalyse først og fremst fordi produktet kommer frem ved å telle forekomsten av ulike oppgaver og dele de inn i ulike

innholdskategorier (Dalland, 2021, s.307). Et eksempel på arbeid og steg innen kvantitative innholdsanalyser som kan benyttes som metode for å komme fram til dette produktet er: «Innholdet kan klassifiseres i ulike kategorier ved hjelp av et kodeskjema, en prosess som kan gjennomføres enten manuelt eller maskinelt. Det kodete materialet kan så gjøres til gjenstand for statistiske analyser.» (Bratberg, 2021, s.17). Noe som godt oppsummerer framgangsmåten brukt i dette forskningsprosjektet, da denne studien har anvendt rammeverket Palm (2006) har utviklet for å kunne vurdere modelleringsoppgaver som autentiske. Aspektene som utgjør dette rammeverket, vil i denne studien utgjøre det kodeskjemaet jeg vil følge og bruke til hjelp for å klassifisere kontekstoppgavene inn i ulike kategorier. Denne prosessen blir utdypet og forklart i kapittel 3.3.1.

### 3.2 Datainnsamlingsprosessen

#### 3.2.1 Utvalg

Som nevnt tidligere er bakgrunnen for valget av læreverkene som er analysert, først og fremst basert på at de er utgitt fra de tre største forlagene vi har i Norge. I tillegg er disse læreverkene de eneste jeg selv har møtt i skolen gjennom de ulike praksisperiodene og i arbeid som vikar. I tabell 2 vises datamaterialets omfang. Antall kapitler er telt ut fra bøkens hovedinndelinger, hvor det i vært kapittel er flere del- eller underkapitler.

Tabell 2: Liste med utvalgte bøker

Læreverk	Forfattere	Utgiver	Årstall	Sidetall	Antall Kapittel
<b>Matemagisk 8</b>	- Asbjørn Lerø Kongsnes - Anne Karin Wallace	Aschehoug Undervisning	2020	304	10
<b>Matematikk 8</b>	- Espen Hjørdar - Jan-Erik Pedersen	Cappelen Damm	2020	332	4
<b>Maximum 8</b>	- Grete Normann Tofteberg - Janneke Tangen - Linda Tangen Bråthe - Ingvil Stedøy - Bjørnar Alseth	Gyldendal	2020	290	4

Oppgavene fra læreverkene som ble analysert, ble kun funnet i læreverkenes grunnbok. De ulike tilleggsmaterialene som kommer med de ulike læreverkene er ikke inkludert i denne studien, fordi omfanget av oppgaven ikke er større og mengden datamateriale som skal analyseres ville blitt for omfattende.

### 3.2.2 Utvelging av modelleringsoppgaver

For denne studien vil det ikke være relevant å analysere absolutt alle oppgavene som er i læreverkene. Når formålet er å undersøke om læreverkene inneholder en viss mengde autentiske oppgaver, er det mest aktuelt å undersøke kontekstoppgavene læreverkene inneholder. Det første steget i møte med læreverkene var dermed å finne og markere alle tekst- eller kontekstoppgavene i læreverkene. I denne prosessen ble det klart at en viss type tekstopp-gaver måtte utelukkes fra utvelgelsen. Kontekstene som ble plukket var oppgaver som er basert på om det er kontekstoppgaver som prøver å simulere en situasjon i det dagligdagse liv, det som i størst grad blir ansett som modelleringsoppgaver for læreverkene. Tekst- eller kontekstoppgavene som ikke ble inkludert som en del av utvalget, var oppgaver som presenterer en tekst, eller kontekst, men som ikke simulerer et problem elevene skal løse. Dette er oppgaver som presenterer en tekst med informasjon, for så gi elevene en rekke a, b, c oppgaver, et eksempel på dette er vist på figur 3. Slike type oppgaver ble i utvelgingsprosessen sett på rent tekniske oppgaver, hvor konteksten egentlig er ubetydelig.

Figur 3 – Eksempel på oppgaver som ikke er inkludert som kontekstoppgaver hentet fra (Matemagisk 8, s.109).

#### OPPGAVE 3.17

Mikael er i dag  $x$  år gammel. Lag et algebraisk uttrykk for hvor gammel Mikael er

- a om ett år
- b om tre år
- c for ti år siden
- d om 50 år
- e når han er dobbelt så gammel som i dag
- f da han var halvparten så gammel som i dag
- g når han er tre år mindre enn tre ganger så gammel som i dag
- h Regn ut verdien av de algebraiske uttrykkene i oppgave a–g hvis Mikael er 16 år i dag.

Etter innsamlingsprosessen av kontekstoppgaver som skulle analyseres, ble de ført inn i en tabell for å lage en oversikt over totalt antall kontekstoppgaver som faktisk som inneholder en form for modellering. Tekstoppgavene som ikke ble inkludert i analysen, som eksempelet i figur 3, ble å falle inn under kategorien rent tekniske oppgaver, som vist i tabell 3, 4, og 5.

*Tabell 3 – Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Maximum 8*

	<b>Kontekstoppgaver</b>	<b>Rent Tekniske oppgaver</b>	<b>Totalt antall oppgaver i boken</b>
<b>Antall</b>	134	288	420

*Tabell 4 – Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Matemagisk 8*

	<b>Kontekstoppgaver</b>	<b>Rent Tekniske oppgaver</b>	<b>Totalt antall oppgaver i boken</b>
<b>Antall</b>	122	432	554

*Tabell 5 – Oversikt over fordeling mellom kontekstoppgaver og rent tekniske oppgaver i Matematikk 8*

	<b>Kontekstoppgaver</b>	<b>Rent Tekniske oppgaver</b>	<b>Tverrfaglig oppgaver</b>	<b>Totalt antall oppgaver i boken</b>
<b>Antall</b>	122	289	4	415

Felles for læreverkene er at de alle inneholdt ulike elementer av «noe annet» elevene kunne jobbe med, slik at det kunne føles som et avbrekk eller spennende variasjon. Dette er ulike type aktiviteter eller oppgaver og var ulikt for hvert læreverk. Maximum 8 har som sin variasjon inkludert oppgaver eller aktiviteter som de kaller «aktivitet» og «oppdrag». Aktivitetene var ofte praktiske aktiviteter hvor elevene fikk bruke konkrete ofte i form av spill, eller at de skulle gjennomføre, måle eller bygge noe. Aktivitetene inkluderte ingen form

for modelleringssituasjoner og ble derfor inkludert som tekniske oppgaver. Oppdragene var i større grad forplantet til å løse et problem eller en situasjon ved hjelp av modellering, som resulterer i at disse er inkludert som kontekstoppgaver og ble analysert. Et eksempel på et slikt oppdrag er lagt ved i figur 4.

*Figur 4 – Eksempel på et oppdrag fra (Maximum 8, s.17)*

## **Tacokveld**

Planlegg en tacokveld med klassen.

Ta en tur i butikken, eller bruk en nettbutikk for dagligvarer.

Undersøk priser på varene dere trenger.

Gjør overslag og finn ut omtrent hvor mye tacokvelden vil koste.

Bruk regneark og lag et budsjett for hva tacokvelden vil koste per elev.

Planlegg hvordan dere kan tjene disse pengene. Kan dere for eksempel gjøre en jobb for noen?

Hvor mange timer må dere arbeide ut fra den timelønna dere eventuelt får?

Hvor mange timer blir det per elev?

Velg ett av klassens opplegg, og gjennomfør en hyggelig og smakfull tacokveld.

I Matemagisk 8 har de inkludert noe de kaller for «snakke matte» som en del av sin variasjon til arbeidet med tradisjonelle regneoppgaver og kontekstoppgaver. Disse er ikke markert som oppgaver i seg selv, men var ofte knyttet til oppgaver de tidligere hadde gjennomført eller matematiske ideer som presenteres i læreverkene. Disse legger opp til at elevene skal trene på å forklare hvordan tenker, diskutere hva de tror temaet handler om eller bare generelt prate om matematikk. Dette er typiske oppgaver elevene kan velge å hoppe over da de ikke er markert som oppgaver, med mindre læreren ber elevene gå i grupper å arbeide med de. Oppgavene «snakke matte» vil ikke for seg selv inneholde noen form for modellering eller simulering av virkelighetsnære situasjoner, og derfor er disse oppgavene verken analysert eller telt opp og inkludert i tabellene 3, 4 eller 5. Matematikk 8 har valgt å inkludere fire tverrfaglige oppgaver, en oppgave for hvert kapittel, som sitt innslag til variasjon blant alle oppgavene. De tverrfaglige oppgavene legger opp til et større omfattende arbeid hvor elevene skal gjennomføre, eller informasjon elevene skal finne ut av, som vist i figur 5. Disse fikk en egen plass i tabell 5, da de ikke passer inn i kategorien teknisk eller kontekstoppgaver, og er derfor heller ikke analysert.

Figur 5 – Eksempel på Tverrfaglig oppgave fra (Matematikk 8, s.96-97)

**! Tverrfaglig oppgave 1**

FNs bærekraftsmål består av 17 hovedmål og gjelder for alle land i verden. Målene skal hjelpe oss med å gjøre verden til et bedre sted for alle mennesker som lever nå uten å ødelegge for dem som kommer senere. Det kaller vi bærekraftig utvikling.

**Mål 1: Utrydde alle former for fattigdom i hele verden**

I 1990 levde ca. 2,5 milliarder mennesker i ekstrem fattigdom. Siden da har andelen ekstremt fattige blitt mer enn halvert. I dag regner vi med at ca. 750 millioner mennesker lever under fattigdomsgrensa. Denne grensen er på 1,90 dollar dagen. Målet er at ingen skal leve i ekstrem fattigdom i 2030.

- Skriv 2,5 milliarder og 750 millioner med tall.
- Hvor mange færre ekstremt fattige er det i dag sammenliknet med i 1990?
- 1 dollar er verdt omkring 8,50 kr (2018). Hva blir fattigdomsgrensa i kroner?
- Hva blir fattigdomsgrensa i kroner per uke, måned (30 dager) og år (365 dager)?

Å definere fattigdom i Norge kan være vanskelig. Er man fattig hvis man for eksempel ikke kan reise på ferie hver sommer? Europa har definert en egen fattigdomsgrensa. Den er satt til halvparten av gjennomsnittsinntekten i det landet du bor. I Norge lå en gjennomsnittsinntekt på 43 300 kr per måned i 2016.

- Hva er fattigdomsgrensa i Norge per måned etter den europeiske definisjonen?
- Hvor mye får en person med gjennomsnittsinntekt i Norge i utbetalt per måned hvis det blir trukket 13 000 kr i skatt per måned?
- Hvor mye kan en person med en gjennomsnittsinntekt i Norge bruke per dag i september?
- Hvor mye mer er dette sammenliknet med fattigdomsgrensa som FN har satt?

Finn informasjon om utviklingen av fattigdom i verden.

- Hva menes med *alle former for fattigdom* i mål nr. 1?
- Finn ut hva som menes med å mangle materielle og sosiale goder, og ca hvor mange mennesker som mangler disse godene per i dag.
- Hvordan er utviklingen fra 1990? Vurder tallene – hva tenker dere om å nå mål nr. 1 innen 2030? Er det mulig?
- Lag egne spørsmål ut fra informasjonen dere finner.

### 3.3 Analyse av datamaterialet

#### 3.3.1 Prosess

Når alle kontekstoppgavene i læreverkene var markert og samlet var det klart for å starte analyseprosessen. Da ble det neste steget å utarbeide, med bruk av aspektene og rammeverket laget av Palm (2006), et rammeverk jeg kunne anvende til analyseringen i denne studien. Aspektene i dette rammeverket krever et kritisk syn på det reelle og virkelighetsnære innenfor grener som: hendelsen, spørsmålet, opplysningene tilgjengelig i oppgaven, fremstillingen, løsningsmetodene, omstendighetene og hensikten med oppgaven (Palm, 2006). Denne listen med aspekter inneholder også aspekter rundt omstendigheter som kan påvirke oppgavene, noe som går direkte på klasseromsituasjonen. Aspekter som omhandler hvordan oppgaven kan bli manipulert eller endret i en klasseromsetting er ekskludert i denne studien, da dette vil ikke være relevant når denne studien sitt mål er å kun analysere oppgavene som de fremstilles i læreverkene. Jeg har derfor valgt å ta inspirasjon fra og bruke aspektene som direkte beskriver oppgavene, som et verktøy for å kartlegge autentisiteten til oppgavene funnet i læreverkene. Av aspektene listet opp har jeg valgt å lage et kategoriseringskjema (Tabell 6) basert på spørsmål om «hendelsen», «spørsmålet», «opplysninger i oppgaven», «framstillingen i oppgaven» og «løsningsmetodene tilknyttet til oppgaven» som er de aspektene Palm (2006) argumenterer som essensielle.

Tabell 6 Oversikt over rammeverket brukt i analysen

Aspekter	I stor grad	Hverken stor eller liten grad	I liten grad
Er det en reell sjanse for at situasjonen beskrevet kan forekomme?			
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er opplysningene i oppgaven realistisk?			
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er aktiviteten til oppgaven knyttet nokk til konteksten, slik at den vil i en tilsvarende situasjon utenfor skolen fremdeles være relevant?			

Som resultat av at jeg hadde læreverkene fysisk, ble gjennomføringen av analysen utført manuelt. Dette fordi det ville for meg være raskere å sitte med kodeskjemaet, som vist i tabell 6, og fylle den ut for hånd. Slik at jeg kunne analysere flere oppgaver i det samme skjemaet. Dette resulterte i at jeg raskt etablerte noen rutiner som å analysere alle relevante kontekstoppgavene som fant plass på samme side i læreverkene ved å fylle de ut i det samme skjemaet. Når oppgavene var analysert og kodet ble det skrevet ned kategorien oppgaven falt inn under på arket ved oppgave nummeret, dette for å holde oversikt slik at jeg kunne telle antall forekomster når hele prosessen med utfylling av kodeskjemaene var gjort. I tillegg

skrev jeg også ned stikkord på skjemaet under analysen om hvilke oppgaver som kunne være relevant å se nøyere på i drøftingen. På figur 6 kan man se eksempel, hentet ut fra kapittel 4 av Matematikk 8, på det nevnte over. Her ser man hvilke sidetall oppgavene befinner seg på, altså side 260-261, hvor vi finner oppgave 4.15, 4.16, 4.17 og 4.18. Disse fikk hver sin farge, som man kan se korresponderer med de ulike avkrysningene i skjemaet. Nederst på eksempelet kan man også se hvilke tanker som ble gjort under analysen og hvilke oppgaver det gjelder. Noe som ble tatt med videre når jeg til slutt skulle gå over å se hvilke oppgaver jeg hadde skrevet ned som gode eksempler, for så samle inn eksemplene i et dokument for å kunne bruke dem senere i drøftingen.

Figur 6 – Eksempel på utfylling av kodeskjema

260-261 OPPGAVE 4.15 4.16 4.17 4.18

teknisk? pseudo ANVENDTE teknisk

Aspekter	I stor grad	Hverken stor eller liten grad	I liten grad
Er det en reell sjanse for at situasjonen beskrevet kan forekomme?	4.15, 4.16, 4.17, 4.18		
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?	4.15, 4.16, 4.17, 4.18		4.18
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	4.15, 4.16, 4.17, 4.18	4.16	
Er opplysningene i oppgaven realistisk?	4.15, 4.16, 4.17, 4.18		4.18
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	4.15, 4.16, 4.17, 4.18		4.18
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		4.16	4.18
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	4.15		4.15, 4.16, 4.17, 4.18
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			4.15, 4.16, 4.17, 4.18
Er aktiviteten til oppgaven knytter nokk til konteksten, slik at i en tilsvarende situasjon utenfor skolen vil denne aktiviteten være relevant?	4.15	4.16, 4.17, 4.18	

4.15 god teknisk øving, men forsatt ikke kognitiv utfordrende

4.16 god eksempel på hvordan denne kan anvende sammenheng til elevene.



Gjennom analyseringen valgte jeg å gå systematisk frem ved å analysere oppgaver knyttet til de ulike kompetansemålene som vist i tabell 1. I starten av analyseringen valgte jeg å analysere alle kontekstoppgavene som var knyttet til funksjoner, læreverk for læreverk. Jeg valgte å starte med Maximum 8, dette læreverket har fire kapitler hvor hele kapittel 3 omhandler funksjoner. Her gikk jeg da gjennom hele dette kapitlet og analyserte alle kontekstoppgavene og førte kategoriseringen inn i en tabell for å få oversikt på fordelingen mellom de ulike kategoriserte oppgavene. Når dette var gjort gikk jeg videre til Matemagisk 8 for å gjenta denne prosessen. Dette læreverket har 10 kapitler, hvor kapittel 7, 8 og 9 omhandler funksjoner, som derfor ble de neste kapitlene som ble analysert. Samme prosessen gjentok seg for innføringen av det utførte kategoriserte materialet. Når alt av kontekster knyttet til funksjoner var analysert og kategorisert fra Matemagisk 8 gikk jeg over til neste bok som er Matematikk 8. For dette læreverket var kapitlene veldig lik Maximum 8. Den inneholdt også bare fire kapitler, hvor kapittel 4 er knyttet til funksjoner, hvor den samme prosessen her som gjennom Maximum 8 og Matemagisk 8 ble gjennomført. Når alt som omhandler funksjoner var analysert i alle læreverkene, gikk jeg videre til neste kompetansemål som omhandler likninger. Her ble den samme prosessen i den samme rekkefølgen fulgt, hvor kapittel 4 i Maximum 8, kapittel 5 og 6 i Matemagisk 8 og kapittel 3 i Matematikk 8 ble analysert, kategorisert og innført i tabeller. Den eneste forskjellen i denne prosessen var at kapittel 3 i Matematikk 8 ikke inneholdt noe om likninger før side 204, som resulterte i at dette stadiet ble kun halve kapittel 3 analysert. Til slutt ble det en siste runde med denne prosessen hvor de resterende kapitlene ble analysert, da kontekstoppgaver knyttet til de siste kompetansemålene ville finne sted i de samme kapitlene og ble dermed analysert sammen. Dette vil si kapittel 1 og 2 for Maximum 8, kapittel 1, 2, 3, 4 og 10 for Matemagisk 8 og kapittel 1, 2 og første halvpart av kapittel 3 i Matematikk 8.

### ***3.3.2 Kategorisering***

Når formålet med studien er å finne ut av mengden autentiske oppgaver i læreverkene, krever det at oppgavene som skal analyseres må kunne bli kategorisert som enten autentiske eller ikke. Som tidligere vist i figur 6, kan man se hvilke kategorier som ble funnet og brukt i denne studien for å fordele oppgavene. Disse kategoriene er «autentisk», «teknisk» og «pseudo-realistisk». Jeg vil i denne delen kun forklare hva disse kategoriene representerer og fortelle hvordan kategoriseringsskjemaet med Palm (2006) aspekter ble anvendt for å kunne kategorisere oppgavene inn i disse kategoriene.

### 3.3.2.1 Autentiske kontekstoppgaver

Gjennom denne analysen ble det nødvendig å se på autentisitet i oppgavene kan forekomme ved at oppgaven simulerer en virkelighet som i størst mulig grad ikke bryter med fornuften til elevene, og at Palm (2006) sine aspekter blir ivaretatt i størst mulig grad. Et eksempel kan være oppgave 4.17 fra figur 6, denne treffer på det meste omhandlende situasjonen, som indikerer på at situasjonen er autentisk, men har utfordringer når det kommer til hvordan oppgaven er formulert og hva den krever av elevene. Som nevnt tidligere kan autentisiteten ved ulike aspekter variere på oppgavene, samtidig som oppgaven fremdeles kan kategoriseres som autentiske. I figur 7 ser man at oppgave 10.16 er kategorisert som autentisk, men samtidig er det noen aspekter som viker litt. Dette er aspekter som spørsmålet, opplysningene i oppgaven, språket og løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven.

Figur 7 – Eksempel på bruk av kategoriseringsskjema ved autentiske oppgaver med tilhørende oppgave hentet fra (Matemagisk 8, s277)

276  
Sideroll: 277 Oppgave nr: 10.15 Autentisk 10.17 teknisk  
10.16 Pseudo-realistisk

Aspekt	I stor grad	Hverken stor eller liten grad	I liten grad
Er det en reell situasjon for at situasjonen beskrevet kan forekomme?	✓	✓	
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?		✓	✓
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✓	✓	
Er opplysningene i oppgaven realistisk?	✓	✓	
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✓	✓	✓
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✓	✓	
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✓	✓	
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✓	✓	✓
Er aktiviteten til oppgaven knyttet nokk til konteksten, slik at den vil i en tilsvarende situasjon utenfor skolen fremdeles være relevant?	✓	✓	

10.16 eksempel på autentisitet som lett kan bli pseudo-realistisk

#### OPPGAVE 10.16

- a Smågodt koster 17,50 kr/hg. Silje fyller opp en pose, og den veier 140 g. Hva må hun betale?
- b På butikkhylla ved en pakke med kjøttpålegg står det at prisen er 227 kr/kg. Prisen på pakka er 39 kr. Hvor mye veier den?
- c En pakke med ost som veier 700 g, koster 97,90 kr. Hva er kiloprisen?

Situasjonen er i stor grad autentisk, da dette er forhold mellom vekt og pris som elevene vil finne eksempler på i alle dagligvarebutikker de besøker. Dette gjør denne oppgaven til en god kontekstoppgave, hvor elevene vil kunne se relevansen for og se sammenhengen med deres aktivitet i denne oppgaven og hvordan dette kan brukes i dagligdagse situasjoner. Oppgaven får likevel trekk da spørsmålene og språket i modelleringssituasjonen i mindre grad vil være likt utenfor skolen. Noe som kan begrunnes da prisene ofte er markert i butikkene, som for eksempel ved oppgave c) får de vite at osten veier 700g og koster 97,90,- men det oppgaven spør etter er kiloprisen. Denne er ofte markert under eller ved siden av stykk prisen. I tillegg får oppgaven trekk for opplysningene og løsningsmetoden, noe som egentlig faller under samme begrunnelse, ved at i dagligvarebutikker er opplysningene om vekt og pris markert, så dette er ikke noe elevene må finne ut av med bruk av denne løsningsprosessen. Som for eksempel i oppgave b) hvor oppgaven bruker en pakke med kjøttpålegg som eksempel, er vekten på disse oftest markert og ikke noe man regner seg fram til ved hjelp av stykk prisen og kiloprisen. Allikevel blir oppgaven kategorisert som autentisk, da modelleringssprosessen, og situasjonen er såpass relevant i tilsvarende situasjoner utenfor skolen. Kontekstoppgaven er laget for å simulere en situasjon hvor elevene kan få følt på bruksverdien ved matematikken, og trekkene oppgaven får på aspektene henger sammen med at oppgaven er konstruert for å brukes som undervisningsmateriale. Som derfor resulterer i at oppgaven fremdeles kan bli ansett som autentisk i denne studien.

### ***3.3.2.2 Pseudo-realistiske kontekstoppgaver***

Motsetningen til de autentiske oppgavene er oppgavene som faller inn under kategorien pseudo-realistisk. Dette er oppgaver som passer inn under beskrivelsen tidligere gitt av begrepet pseudo-realisme, som handler om at oppgavene vil skape en avbrytning av fornuften for elevene. Oppgavene som i denne studien blir kategorisert som pseudo-realistiske har gjennom analyseringen fått utstående faktorer som påvirker aspektene til Palm (2006). Enten ved at alle aspektene fikk kryss i boksen «i liten grad» i kategoriseringsskjemaet, eller ved at flere av aspektene som får kryss i den samme boksen, kan gi nok utslag til å skape en slik avbrytning av fornuft. Jeg vil i analysekapittelet fortelle mer om dette og observeringer om hvilke ulike typer oppgaver som kunne skape denne avbrytningen av fornuften. Eksempel på bruken av kategoriseringsskjemaet kan ses i figur 8. Der kan man se at selv om oppgavene inneholder aspekter som kan ansees som autentiske, har oppgavene også en stor andel trekk som gjør dem pseudo-realistiske. I oppgave-eksemplene tilhørende til

kategoriseringsskjemaet kan man se oppgaver som er skapt rent for undervisningssituasjoner. Kontekstoppgavene modellerer situasjoner som elevene vil kunne reagere på at ikke gir mening. Det som er felles for oppgavene er at situasjonene og opplysningene for oppgaven kan i stor grad ha en sjanse for å forekomme, men oppgavene setter elevene til å løse problemer og situasjoner på en måte som ikke er relevant i noen tilsvarende situasjoner. I tillegg blir oppgavene, spesielt 3.102 og 3.103 presentert på en måte som ikke ville vært benyttet i slike situasjoner utenfor skolen, da oppgaven oppfører seg mere som en gåte, enn faktisk modellering av en situasjon.

Figur 8 – Eksempel på bruk av kategoriseringsskjema ved pseudo-realistiske oppgaver med tilhørende oppgaver hentet fra (Matematikk 8, s232)

S. 232 Oppgave 3.102 Besv. 3.103 Besv. 3.104 Besv.

Aspekter	I stor grad	Hverken stor eller liten grad	I liten grad
Er det en reell sjanse for at situasjonen beskrevet kan forekomme?	✗ ✗	✗	
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?			✗ ✗ ✗ ✗
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✗ ✗	✗ ✗	
Er opplysningene i oppgaven realistisk?	✗ ✗ ✗ ✗		
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		✗ ✗	✗ ✗ ✗ ✗
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		✗ ✗	✗ ✗ ✗ ✗
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?	✗	✗ ✗ ✗ ✗	
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			✗ ✗ ✗ ✗
Er aktiviteten til oppgaven knytter nok til konteksten, slik at i en tilsvarende situasjon utenfor skolen vil denne aktiviteten være relevant?		✗ ✗	✗

- 3.102** Lotte jogger noen turer hver uke. En uke jogget tre av vennene hennes 2 km lenger enn Lotte, og fire av vennene hennes jogget 3 km kortere enn henne. Til sammen jogget de 114 km. Hvor mange kilometer jogget Lotte denne uka?
- 3.103** Bestemor skal fordele noen penger til sine barnebarn. Hun har bestemt at guttene skal få 5000 kr hver mens hver av jentene skal få 1000 kr mer enn guttene. Til sammen skal hun gi bort 33 000 kr.
- Sett opp en likning som viser hvor mange barnebarn hun har når hun har like mange jentebarn som guttebarnebarn.
  - Hvor mange barnebarn er gutter og hvor mange er jenter hvis hun gir bort 34 000 kr?
- 3.104** Julian, Hanna og Sara har spart penger til ferien på Bali. Hanna har spart 200 kr mer enn Julian, mens Sara har spart 100 kr mindre enn Julian. Julian bruker alle sparepengene, Hanna bruker halvparten av sparepengene sine, og Sara bruker en tredel av sparepengene sine. Til sammen bruker de 5750 kr. Hvor mye sparepenger hadde Julian?

### 3.3.2.3 Tekniske kontekstoppgaver

Det siste kategorien oppgavene ble inndelt i under analyse prosessen ble kalt for tekniske.

Dette er en betegnelse på kontekstoppgaver som i tillegg til å inneholde en rekke regneoppgaver eller rent tekniske oppgaver, har en kontekst som utgjør at kolonnen «verken

stor eller liten grad» blir avkrysset ved flest- eller alle anledninger under utkrysningen av kodeskjemaet med Palm (2006) sine aspekter. Dette gjør at oppgaver som nødvendigvis ikke er pseudo-realistisk, men heller ikke autentisk blir kategorisert som tekniske kontekstoppgaver. Dette er noe som oppsto i stor grad og som gjenspeiler seg i kodeskjemaene som vist i figur 9.

Figur 9 – Eksempel på utfylling av kodeskjema hvor alle kontekstoppgavene var tekniske

Sidetal: 2 Oppgave Nr: 1.35  
1.36 1.72

Aspekter	I stor grad	Hverken stor eller liten grad	I liten grad
Er det en reell sjanse for at situasjonen beskrevet kan forekomme?			
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er opplysningene i oppgaven realistisk?			
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			
Er aktiviteten til oppgaven knyttet nokk til konteksten, slik at den vil i en tilsvarende situasjon utenfor skolen fremdeles være relevant?			

3x tekniske

Selv om kategoriseringen av de tekniske kontekstoppgavene i de fleste tilfeller endte opp med et kategoriseringsskjema som vist i figur 9, hadde også denne kategorien noen ulike aspekter som kunne bli sett på som autentiske. I disse tilfellene var oppgaven fremdeles i større grad teknisk enn autentisk, som utgjorde at kontekstene ble kategorisert slik som de ble. Et eksempel på en slik kategorisering kan ses i figur 10. Denne oppgaven har en situasjon, spørsmål, og opplysninger som i stor grad kan bli sett på som autentiske, men arbeidet oppgaven setter elevene til å gjøre handler mer om å bedrive teknisk arbeid, og øve på teknikker innen GeoGebra. Elevene vil ikke med denne oppgaven løse et problem eller situasjon, men istedenfor øve på prosedyrer og algoritmer, som har resultert i at oppgaven kategoriseres som teknisk.

Figur 10 – Eksempel på bruk av kategoriserings skjema ved tekniske oppgaver med tilhørende oppgave hentet fra (Matemagisk 8, s277)

254 Oppgave 9.20 teknisk

Aspekter	1 stor grad	Hverken stor eller liten grad	1 liten grad
Er det en reell sjanse for at situasjonen beskrevet kan forekomme?	X		
Vil spørsmålet i oppgaven bli stilt i tilsvarende situasjon utenfor skolen?	X		
Ville opplysningene i oppgaven vært like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		X	
Er opplysningene i oppgaven realistisk?	X		
Er opplysningene om situasjonen i oppgaven like presise, eller upresise, som de ville vært i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		X	
Ville språket, brukt i oppgaven, blitt brukt på samme måte i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			X
Er løsningsmetodene brukt i oppgaven like tilgjengelig i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?		X	
Er løsningsmetodene som forventes å bli benyttet i oppgaven, de samme en ville benyttet i en tilsvarende situasjon utenfor skolen?			X
Er aktiviteten til oppgaven knytter nokk til konteksten, slik at i en tilsvarende situasjon utenfor skolen vil denne aktiviteten være relevant?	X		

### OPPGAVE 9.20

Nils skal reise til Frankrike i påskeferien, og han skal ta ut euro i minibanken. Den dagen Nils reiser koster 1 euro 9,50 kr. Det er et gebyr på 50 kr for å ta ut valuta i minibanken.

- Hva betaler Nils i norske kroner når han tar ut 100 euro?
- Lag et funksjonsuttrykk  $k(x)$  som beskriver hva Nils betaler for  $x$  euro.
- Tegn grafen til  $k$  i GeoGebra.
- Forklar hvordan du kan lese av på grafen hvor stort gebyret for å ta ut valuta er.
- Forklar hvordan du kan lese av på grafen hva 1 euro koster. Det vi betaler for 1 euro kaller vi valutakursen for euro.

### 3.4 Refleksjoner rundt studiens kvalitet

Når man skal reflektere om studiens kvalitet er det to sentrale begreper som brukes som kriterier for kvalitet. Disse begrepene er reliabilitet og validitet (Johannesen et al., 2017, s.231). Refleksjoner rundt studiens reliabilitet og validitet er noe som er essensielt og blir praktisk talt gjort i alle kritiske vurderinger av empiriske undersøkelser da det eksisterer en stor kollektiv enighet innen forskning om at en høyreliabilitet og høy validitet er et gode (Grenness, 2003, s.141). Reliabiliteten av en undersøkelse dreier seg om er hvor nøyaktig undersøkelsen er gjennomført, og vil i denne studien stille spørsmål til hvorvidt andre forskere i samme grad vil kunne produsere det samme datamaterialet som meg (Grenness, 2003, s.141). Validiteten i studien kan deles opp i to ulike grener, intern og ekstern validitet. Intern validitet handler om at det studien finner svar på, har en sammenheng med den informasjonen som blir formulert og etterspurt i problemstillingen, altså hvorvidt forskeren forholder seg til de rammene innafor vitenskapsteori og metode som er satt for studien (Johannesen et al., 2017, s.232). Ekstern validitet dreier seg om overførbarheten til studien.

Altså hvor lett det kan være å trekke slutninger fra studien som vil gjøre det mulig å generalisere funnene, frembringe kunnskap og fortolkninger som vil være relevante for den delen av befolkningen denne studien berører (Johannessen et al., 2017, s.233).

### ***3.4.1 Studiens reliabilitet***

I diskusjonen for studiens reliabilitet er det i denne studien to poeng som må belyses. Det første poenget ligger i at jeg er den eneste forskeren i denne studien, jeg skriver studien alene og vil dermed også ha utført analysen alene og stått alene i kategoriseringen. Dette kan begrense reliabiliteten da jeg ikke har fått mulighet til å gjøre en eller annen form for kontroll av kodingen med en andreperson. Dette kunne vært en måte å øke reliabiliteten på ved at en eller flere personer kunne kodet et utvalg av de samme oppgavene slik at det kunne blitt foretatt statistiske beregninger på hvor lik kategoriseringen hadde blitt (Dalland, 2021, s. 316). Om studien har høy reliabilitet ligger i hvorvidt datasettet denne studien har funnet, ville vært den samme om en annen forsker hadde gjennomført studien. Da selvfølgelig med det samme rammeverket på de samme læreverkene, som jeg gjennom denne studien har vært bevist på. Det tar meg over til det andre poenget som jeg ønsker å belyse. På grunn av at jeg har vært alene i prosessen, har jeg gjennomført analysen og kategoriseringen grundig. Med grundig dokumentasjon og beskrivelser for hvert valg som har blitt gjort i studien. Slik at om noen skulle ønske å kontrollere eller teste kategoriseringen, vil datasettet bli tilsvarende likt om studien tar de samme stegene og inkluderer de samme valgene og begrensningene denne studien har gjort.

### ***3.4.2 Studiens validitet***

Når det kommer til interne validiteten på studien, må vi gå tilbake og se på problemstillingen da styrken i validiteten handler om å kunne se sammenhengen mellom det problemstillingen etterspør og hva som faktisk har blitt etterforsket. Problemstillingen som presentert tidligere lyder som følger: *I hvilken grad vil læreverkene legge til rette for at en elever på 8.trinn kan møte autentiske kontekstoppgaver i arbeidet med modellering?* For å besvare denne problemstillingen krever analysen å finne et svar på hvor mye autentisitet det finnes i modelleringsoppgavene læreverkene. Noe som igjen krever at det blir presentert en oversikt på hvor mange forekomster det er av autentiske kontekstoppgaver i læreverkene. Validiteten for denne studien kan i den grad argumenteres for som høy i den forstand at det gjennom hele prosessen er tatt beviste valg for å analysere et datamateriale som gir innsyn og faktisk kan



svare på det som blir spurt etter i problemstillingen. Likevel er det viktig å være bevist på at det er et stort datamateriale, hvor et stort antall oppgaver er analysert etter et begrep som kan være vanskelig å definere. Autentisitet i matematikk ikke er noe fast og entydig, det vil finnes andre definisjoner og metoder som kunne vært valgt for å analysere det samme datasettet, men for denne studien var Palm (2006) sine aspekter det som i størst grad ble gjeldene til å kategorisere oppgavene. Det kan derfor ikke sies med 100% sikkerhet at det er valgt et valid måleinstrument, eller at det er kommet fram til 100% valide resultater, da forskning sjeldent gir grunn til skråsikkerhet, men at det er gjort et best mulig forsøk på å komme seg nærmere sannheten ved hjelp av målinger og kategorisering med et teoretisk grunnlag (Grenness, 2003, s.144).

### ***3.4.3 Studiens overførbarhet***

Den eksterne validiteten, altså oppgavens overførbarhet kan ligge i min studie på hvilke læreverk som er analysert. I denne studien er det tatt et valg om å analysere de tre største læreverkene for å kunne nå ut og besvare spørsmålet til en større andel skoler da disse læreverkene til sammen vil dekke en stor prosent av skolen i Norge. Noe som derfor kan si om hva mesteparten av elevene i den norske skolen vil møte på av autentisitet gjennom 8.trinn. Det skal også sies at det vil ikke være mulig å si at studien er landsdekkende, da det fremdeles fins andre læreverk som ikke er analysert som kan bli funnet i enkelte skoler, som for eksempel Tetra fra Fagbokforlaget.

## **4. Analyse og funn**

Kategoriene presentert i denne analysen er, som nevnt tidligere i kapittel 3.3.2, bestående av oppgaver som falt inn under kategoriene «autentisk», «pseudo-realistisk» og «teknisk». Dette ble de kodene som i starten av analysen ga mest mening for meg å bruke når jeg kategoriserte oppgavene, da de fleste passet inn under disse. I dette kapittelet vil de tre kategoriene bli tydeligere presentert, med forklaring på hvilke faktorer og bemerkelser som ble gjort under analyseringen. I tillegg ble det, etter å ha analysert over halvparten av datamaterialet, tydelig at det kunne vært inkludert flere kategorier. Dette for å kunne skape er tydeligere skille mellom utvalget av de «tekniske» oppgavene, og oppgavenes kognitive krav. Jeg valgte derimot å forholde meg til de kategoriene jeg opprinnelig hadde valgt, da jeg allerede var mange timer inn i analyseringen av datamaterialet. Om jeg skulle ha lagt til flere kategorier



måtte jeg ha startet på nytt for kunne få en rettferdig og riktig fordeling mellom kategoriene. Jeg valgte heller å notere meg ned disse bemerkelsene, slik at de kan presenteres under de tilhørende kategoriene de ble kategorisert i.

#### ***4.1 Autentiske kontekster***

Oppgavene som er blitt kategorisert som autentiske har i størst mulig grad oppfylt Palm (2006) sine aspekter, og som passer definisjonen av autentiske modelleringsoppgaver avklart, i kapittel 2.1, for denne studien. Dette innebærer oppgaver som gjennom analysen ga et uttrykk for at situasjonene, spørsmålene, arbeidsprosessene og løsningsmetodene virket genuine og forplantet i det dagligdagse. Som vist tidligere i kapittel 3.3.2.1 kunne kontekstene være autentiske selv om ikke alle aspektene ble ivaretatt i størst mulig grad. Noe som tilsier at denne kategorien inneholder et bredt spekter av oppgaver som blir sett på som autentiske. Denne kategorien inneholder oppgaver som ivaretar alle aspektene, og som kan bli sett på som de oppgavene med størst autentisitet. Kategorien inneholder autentiske oppgaver som har en god autentisk situasjon og spørsmål, men som samtidig inneholder deloppgaver som fjerner litt av autentisiteten. Dette kan for eksempel være skje når oppgavens formål er å lære å sette opp et funksjonsuttrykk eller likning, som gjør at løsningsmetodene som forventes å bli benyttet ikke nødvendigvis vil være like autentisk å bruke utenfor skolen. I tillegg var utfordringene og oppgavenes vanskelighetsgrad i stor grad varierende og oppgavene befant seg på begge endene av skalaen når det gjelder de kognitive kravene.

Kontekstene som skåret best på kategoriseringsskjemaet, hvor alle aspektene til Palm (2006) blir ivaretatt, var ofte de litt større oppgavene med høye kognitive krav og som virkelig gir elevene følelsen av å drive med matematikk som er koblet til virkeligheten. Et eksempel på en slik oppgave som har ivaretatt alle aspektene kan ses i figur 11. Eksempelet gir elevene mulighet til å få en forståelse av hvordan strøm faktisk blir målt og regnet på hjemme. Noe som både gir elevene muligheten skape en forståelse hvordan likninger kan være et redskap å bruke når man skal regne på kostnader. Oppgaven legger opp for utforskning og matematisk tenkning ved at elevene skal prøve å måle tre elektroniske apparater de selv har hjemme, og regne på den strømvaktalen de har eller den som er satt for oppgaven. Som kobler oppgaven inn i elevenes daglige liv.

Figur 11 – Eksempel på autentisk kontekstoppagave hentet fra (Maximum 8, s.251)

**OPPDRA**

## Strømregningen

Jobb sammen i par eller grupper på tre.  
Nanna og Linh ser på strømregningen sin. Strømpris oppgis i øre per kWh og varierer gjennom året.

kWh betyr kilowatt-timer.  
Hvis et apparat som krever  $n$  kW, står på i  $t$  timer, har du brukt  $n \cdot t$  kWh.


1 Nanna setter opp strømpris og forbruk i denne tabellen. Finn beløpet de må betale i april.

Måned	Strømpris	Forbruk	Beløp
Mars	42 øre/kWh	4200 kWh	1764 kr
April	37 øre/kWh	3800 kWh	

2 I Norge betaler vi for nettleie i tillegg til selve strømmen. Netteierne er fordelt geografisk i landet, så de kan vi ikke velge. Nettleien der Nanna og Linh bor, er på 36 øre per kWh + en fastpris på 750 kr per år.  
Lag en samleformel for total strømregning i en måned basert på forbruk av kWh hos Nanna og Linh, og lag et dataprogram som regner ut totalt månedsbeløp.

3 Gjør endringer og forbedringer på programmet slik at det kan brukes av alle som bor i Norge, så lenge de vet priser på strøm og nettleie. Gjør det også mulig for brukeren å få regnet ut samlet pris per kWh basert på sluttbeløpet på strømregningen.

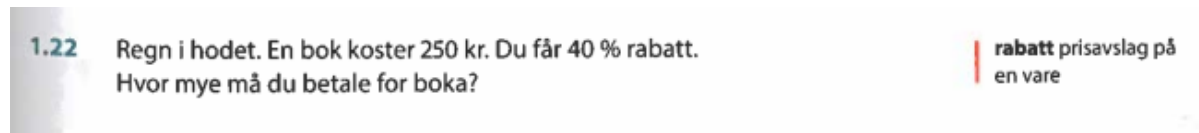
4 Undersøk noen av de elektriske apparatene du bruker hjemme, og regn ut hva din bruk av disse koster i måneden. Ta gjerne utgangspunkt i opplysninger om strømpris du kan finne på familiens strømregning. Hvis du ikke har slike opplysninger, kan du bruke prisene i oppgavene over. Lag en oversiktlig presentasjon av kostnadene ved din bruk av tre ulike apparater.



Det var i tillegg til de større og kognitivt krevende oppgavene, også en stor andel små og svake oppgaver som ble kategorisert som autentiske. Dette er fordi aspektene er ivarettatt i stor nok grad slik at de vil bli sett på som autentiske, da aspektene ikke sier noe om oppgavens kognitive krav. Et eksempel på en slik kontekst kan ses i figur 12. Denne oppgaven ivaretar alle aspektene til Palm (2006) bortsett fra aspektet om oppgavens opplysninger. Den eneste grunnen at oppgavens opplysninger har fått trekk er fordi det er en opplysning som er oppfunnet, som resulterer i at det er i hverken stor eller liten grad sjans for at opplysningene er like presise. likevel er det en helt autentisk oppgave, da dette er noe elevene vil kunne

kjenne igjen, og mest sannsynlig stå i en tilsvarende situasjon selv. Slik vil elevene se relevansen av oppgaven.

Figur 12 – Eksempel på autentisk kontekst med lave kognitive krav hentet fra (Maximum 8, s.22)

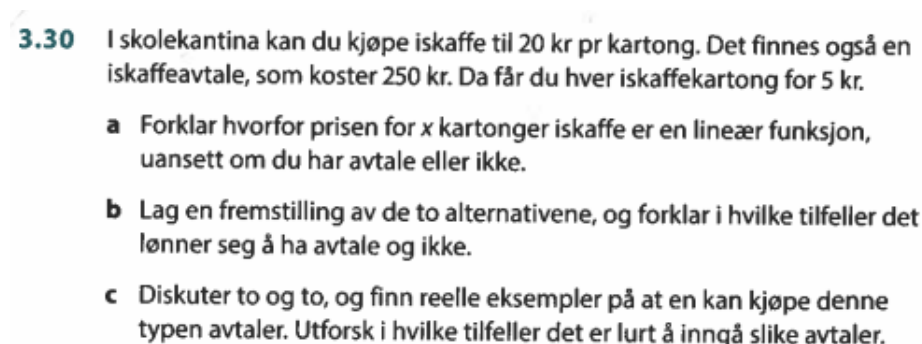


**1.22** Regn i hodet. En bok koster 250 kr. Du får 40 % rabatt. Hvor mye må du betale for boka?

**rabatt prisavslag på en vare**

Det ble gjort bemerkelser på at det kunne vært inkludert flere kategorier, og den siste typen av oppgaver som ble kategorisert som autentiske, er av de oppgavene som kunne fått en egen kategori. Det kunne skapt et tydeligere bilde på hvilke autentiske oppgaver som er inkludert i læreverkene, og forskjellen mellom de autentiske oppgavene. For denne kategorien vil slike oppgaver altså handle om autentiske oppgaver som inneholder tekniske trekk, altså oppgaver som beveger seg i grenseland mellom autentiske oppgaver og tekniske oppgaver. Valget for å inkludere disse i kategorien autentiske kontekstoppgaver ble gjort basert på hvor stor del av deloppgavene som legger opp til teknisk arbeid, og i hvor stor grad situasjonen og spørsmålet er autentisk eller ikke. Et eksempel på en slik oppgave som ble inkludert i denne kategorien kan ses i figur 13. I denne oppgaven fremstilles en situasjon i stor grad kan være autentisk fordi slike avtaler ofte eksistere og dermed vil dette være en situasjon elevene faktisk kan anse som relevant å arbeide med. Begrunnelsen for hvorfor denne oppgaven også kunne vært kategorisert som teknisk ligger i at oppgaven istedenfor å gi elevene et problem eller utfordring å løse, skal de argumenter hvorfor situasjonen beskrevet passer under begrepet «lineær funksjon». Så for å kunne skapt en tydeligere oversikt over de autentiske oppgavene kunne oppgaver lik den typen vist i figur 13 vært plassert i en egen type kategori som hadde omfattet tekniske – autentiske kontekstoppgaver.

Figur 13 – Eksempel på autentisk kontekst med tekniske trekk hentet fra (Maximum 8, s.178)



**3.30** I skolekantina kan du kjøpe iskaffe til 20 kr pr kartong. Det finnes også en iskaffeavtale, som koster 250 kr. Da får du hver iskaffekartong for 5 kr.


- Forklar hvorfor prisen for  $x$  kartonger iskaffe er en lineær funksjon, uansett om du har avtale eller ikke.
- Lag en fremstilling av de to alternativene, og forklar i hvilke tilfeller det lønner seg å ha avtale og ikke.
- Diskuter to og to, og finn reelle eksempler på at en kan kjøpe denne typen avtaler. Utforsk i hvilke tilfeller det er lurt å inngå slike avtaler.

I tillegg til å kunne få se skille mellom «autentiske kontekstoppgaver» og «teknisk - autentiske kontekstoppgaver» kunne det vært interessant og delt kategorier opp etter kognitive krav, for å kunne se hvor mange av de autentiske oppgavene som stiller høye kognitive krav, og hvor mange av de autentiske oppgavene som har lave kognitive krav. Da det er, som nevnt tidligere, oppgaver som ble inkludert i denne kategorien som treffer på begge enden av den kognitive skalaen.

#### 4.2 Pseudo realistiske kontekster

Som nevnt tidligere i kapittel 3.3.2.2 er oppgavene som havnet i kategorien «pseudo-realistiske kontekster», oppgaver som ikke ivaretar aspektene av Palm (2006) som utgjør rammeverket for analyseringen og kategoriseringen. I denne studien ble det funnet tre ulike type situasjoner hvor oppgaver ble kategorisert som pseudo-realistiske. En av disse type situasjonene var når kontekstoppgaven gir en absurd beskrivelse på hvordan virkeligheten framstår, som ikke stemmer med elevenes oppfattelse av virkeligheten. Et eksempel på en oppgave med en slik situasjon er vist i figur 14. Elevene vil fort kunne argumentere på at det ikke er slik trening, og utvikling fungerer. Forbedring av spensthopp vil ikke være en lineær funksjon, hvor det kan forventes av utøveren kan øke med like mye hver eneste uke. Da vil elevene for eksempel kunne se på grafen og fortelle at utøveren når målet sitt etter  $x$  antall uker, men om  $x$  antall uker etter han har nådd målet sitt er utøveren på 10cm høyere enn seg selv. Noe som ikke vil være realistisk i det heletatt.

Figur 14 – Eksempel på pseudo-realistisk kontekstoppgave hentet fra (Maximum 8, s.204)



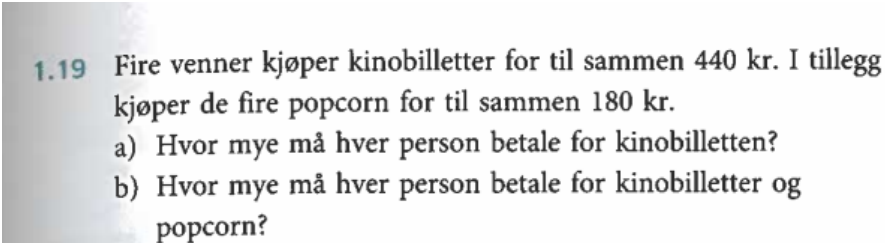
**3.62 Spensttrening**

Hans-Petter trener for å få bedre spenst. Målet hans er å kunne hoppe opp på en rampe som er 110 cm høy. Han øver hver dag ved å bygge opp treningsrampen. Når han starter, klarer han å hoppe 86 cm. Han bygger opp rampen med 3 cm hver uke. La  $x$  være antall uker fra han begynner å trene, og  $y$  være høyden han hopper.

- a Finn et funksjonsuttrykk,  $f(x)$ . Forklar hva som er konstantledd, og hva som er stigningstall.
- b Hvor mange uker tar det før Hans-Petter når målet sitt hvis han klarer å følge programmet?
- c Etter fire uker klarer ikke Hans-Petter å øke så mye som 3 cm. Han bestemmer seg derfor for å øke med 2 cm per uke fra og med femte uke. Da vil funksjonen for hvor høyt han hopper hver uke, endre seg. Finn et nytt funksjonsuttrykk,  $g(x)$ , for hvor høyt Hans-Petter hopper når  $x > 4$ .

Den andre typen situasjoner som ble kategorisert som pseudo-realistiske oppgaver var ved kontekstopp-gaver som gir et spørsmål og/eller et problem der elevene blir satt til å løse en situasjon som ikke gjenspeiler noe som ville blitt spurt eller gjort likt utenfor oppgavens rammer. Et eksempel på en slik oppgave kan ses i figur 15. Elevene vil kunne si at i en slik situasjon ville ikke dette spørsmålet være relevant, fordi det nevnes ingen plass i konteksten at en legger ut for billettene eller popkornet, men at de er fire venner som til sammen kjøper billetter og popkorn til den prisen. Dette kan indikere at de kjøper hver for seg, noe som også ville vært det mest sannsynlige å gjøre i en tilsvarende situasjon utenfor skolen også. Dermed ville hver enkelt person også være klar over hva billetten og popkornet koster.

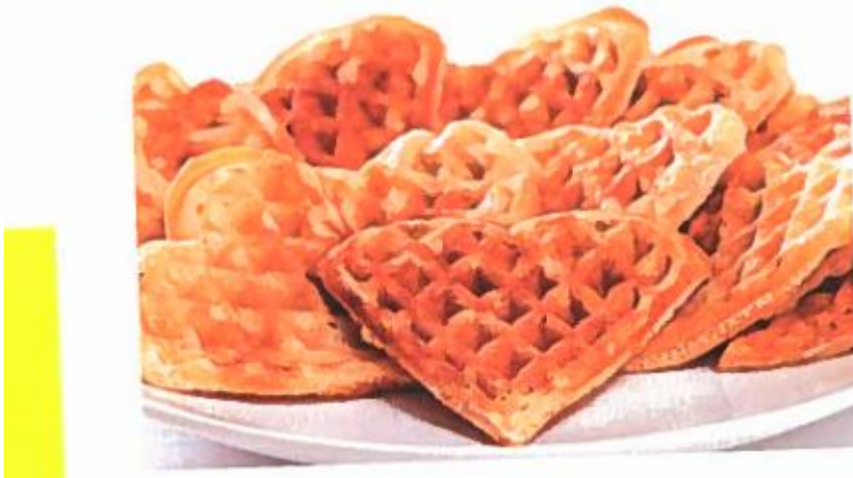
*Figur 15 – Eksempel på pseudo-realistisk kontekstopp-gave hentet fra (Matematikk 8, s.21)*

- 
- 1.19 Fire venner kjøper kinobilletter for til sammen 440 kr. I tillegg kjøper de fire popcorn for til sammen 180 kr.
- a) Hvor mye må hver person betale for kinobilletten?
  - b) Hvor mye må hver person betale for kinobilletter og popcorn?

Den tredje og siste typen kontekstopp-gaver som ble kategorisert som pseudo-realistiske er kontekster som kan ha en autentisk eller realistisk situasjon, men arbeidet elevene blir satt til å gjøre er pseudo-realistisk. Eksempel på dette vist i figur 16. Her blir elevene satt til å endre oppskriften på 12 vaffelplater til  $x$  antall vaffelplater, noe som kan være en god øving på forhold mellom variabler. Når oppgaven ber elevene om å «la  $y$  være mengden helmelk målt i desiliter som går med til  $x$  vaffelplater. Bestem  $y$  som funksjon av  $x$ » så mister oppgaven all autentisiteten på grunn av løsningsmetoden oppgaven bestemmer at elevene må bruke for å kunne endre oppskriften. Elevene vil også kunne protestere på at dette ville aldri vært en metode de ville ha anvendt på kjøkkenet selv, og dermed kan elevene skape en oppfatning om at det de arbeider med ikke har en kobling til den virkelige verden.

Figur 16 – Eksemper på pseudo-realistisk kontekstoppgave hentet fra (Maximum 8, s.186)

- 3.43** Oppskriften er til 12 vaffelplater. Mengden, vekten og målene på alle ingrediensene er proporsjonale med antall vaffelplater.
- a Skriv oppskriften på 6 vaffelplater.
  - b Skriv oppskriften på 30 vaffelplater.
  - c La  $y$  være mengden helmelk målt i desiliter som går med til  $x$  vaffelplater. Bestem  $y$  som funksjon av  $x$ .
  - d Hvor mange vaffelplater kan du få av 1 liter helmelk med denne oppskriften?



Som nevnt tidligere, kunne det vært inkludert flere kategorier som oppgavene kunne vært fordelt imellom. Dette ble et relevant perspektiv å ta med seg inn i denne kategorien også. For det er i denne kategorien, likt med kategorien «autentiske kontekstoppgaver», oppgaver som befinner seg i grenseland mellom to ulike kategorier. For denne kategorien vil dette dreie seg om modelleringsoppgaver som kan både kategoriseres som pseudo-realistiske og tekniske, modelleringsoppgaver som enkelt kan endres for å bli autentisk og pseudo-realistiske kontekster med lave og høye kognitive krav. Oppgavene som befinner seg i grenseland mellom de to ulike kategoriene kan, som vist i figur 17, simulere en situasjon som vil bli oppfattet som pseudo-realistisk, men aktiviteten oppgaven setter elevene opp til å gjennomføre er likt som aktiviteten til de tekniske kontekstoppgavene. I eksempelet vist i figur 17 vil elevene møte en avbrytning av sin fornuft på grunn av ordvalgene gjort i oppgaveteksten. Oppgaven presiserer at bilen kjører i en konstant fart på 60km i timen, noe som er høyst usannsynlig å gjøre over en så lang tid som oppgaven presiserer. Elevene vil fort kunne komme med argumenter om at på 6 timer vil Svein, som kjører bilen, enten ha kommet



på en strekning hvor han måtte ha bremsset, kjørt inn i ulike fartssoner som er lavere enn 60km i timen eller stoppet på grunn av trafikk som for eksempel ved en rundkjøring eller trafikklys. Slike oppgaver kunne istedenfor å plasseres kategorien pseudo-realistiske, blitt kategorisert som tekniske kontekstopp-gaver med pseudo-realistisk situasjon. Noe som ville være med å gjøre oversikten på de ulike type oppgavene ende tydeligere.

*Figur 17 – Eksempel på en pseudo-realistisk/teknisk oppgave hentet fra (Maximum 8, s.184)*

- 3.38** Svein kjører bil med konstant fart på 60 km/h. La  $s$  være strekningen han har kjørt på  $t$  timer.
- a** Lag en tabell som viser hvor langt Svein har kjørt etter 2, 4 og 6 timer.
  - b** Forklar hvordan du kan undersøke om  $s$  og  $t$  er proporsjonale størrelser.
  - c** Skriv opp funksjonsuttrykket for  $s$  som funksjon av  $t$ .
  - d** En dag kjørte Svein  $t$  timer med farten  $v$  km/h. Dagen etter kjørte han dobbelt så langt med samme fart. Hvor mye lenger kom han da?

Av alle oppgavene som er kategorisert som pseudo-realistiske, er det flere av dem som kun trenger små grep eller justeringer, for eksempel ved å endre formuleringen eller oppgaveteksten, for å kunne kategoriseres som en autentisk modelleringsoppgave.

Eksempelet vist ovenfor i figur 17, kunne oppgavens formulering vært endret fra «konstant fart» til «gjennomsnitt» ville oppgaven kunne blitt kategorisert som en teknisk oppgave med en autentisk situasjon. Noe som var veldig likt for alle læreverkene, vist i figur 18 kan du se oppgave 10.20 og oppgave 10.22 hentet fra Matemagisk 8 hvor begge oppgavene velger å formulere seg veldig likt som oppgaven i figur 17. Oppgavene formulerer at en bil kjører i  $x$  km/t «hele tiden» eller «samme fart over lengre tid» istedenfor å bruke gjennomsnitt.

Figur 18 – Oppgave 10.20 & 10.22 hentet fra (Matemagisk 8, s.279)

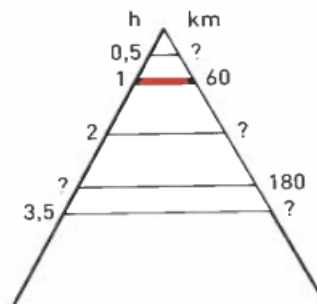
### OPPGAVE 10.20

En bil kjører med samme fart over lengre tid. Se forholdstrekanten.

- a Hva er farten til bilen oppgitt i km/h?

Hvor langt kjører bilen på

- b 2 timer?  
 c 0,5 timer?  
 d 3,5 timer?  
 e Hvor lang tid tar det å kjøre 180 km?



### OPPGAVE 10.22

- a En bil kjører i 50 km/h hele tiden. Tabellen viser hvor langt bilen kjører på et visst antall timer. Fyll ut tabellen.

<b>h</b>	1	2	3	5	10	<b>t</b>
<b>km</b>	50					

- b Forklar sammenhengen mellom strekning, fart og tid.  
 c Lag en formel for hvor lang strekning  $s$  en bil kjører på  $t$  timer hvis den har gjennomsnittsfart  $v$ .

Den siste bemerkelsen innen denne kategorien handler om kontekstoppgaver som på grunn av situasjonen må kategoriseres som pseudo-realistisk ut fra Palm (2006) sine aspekter, men som fremdeles har høye kognitive krav og kan være en god oppgave for elevene å jobbe med. Et eksempel på en slik oppgave kan bli sett i figur 19. Denne oppgaven er pseudo-realistisk i den forstand at konteksten ikke har en realistisk situasjon eller et realistisk problem elevene kan løse. Oppgaven bryter med elevenes fornuft i hvorfor dette er noe de må finne ut av og fornuften med at dette aldri ville vært mulig å gjennomføre selv om oppgaven ber elevene om å «tenke seg til det». I tillegg kan elevene slite med å se hvordan modelleringen de arbeider med kan ha en sammenheng med noe de skulle gjort utenfor skolen. Med alle disse faktorene og begrunnelsene for at oppgaven er pseudo-realistisk, vil det fremdeles være en høyt kognitivt krevende oppgave. Oppgaven faller under Smith & Steins (1998) «higher-level demands (doing mathematics)» i den forstand at det er en oppgave som stiller med muligheten til å utforske, systematisere og utvikle en strategi for å komme fram til et svar. Elevene må selv analysere oppgaven for å kunne finne ut hvilke fremgangsmåter som kan være essensielle og gyldige å bruke da oppgaven ikke tilbyr noen videre veiledning med deloppgaver. Dette krever at elevene må bruke den kunnskapen de sitter med fra før av for å kunne besvare oppgaven. Dette er kjennetegn på oppgaver med høye kognitive krav (Smith & Stein, 1998).



Figur 19 – Pseudo-realistisk oppgave med høye kognitive krav hentet fra (Maximum 8, s.87)

### 1.150 Norge på langs

Det er 268 mil fra Lindesnes til Nordkapp.  
Det er ca. 5 millioner innbyggere i Norge.  
Tenk deg at alle menneskene i Norge  
stiller seg i en lang rekke og holder  
hverandre i hendene. De bruker i  
gjennomsnitt 0,5 meter hver.

Vil denne menneskerekken nå  
helt fra Lindesnes til Nordkapp?



### 4.3 Tekniske kontekster

Den siste kategorien inkludert i denne studien er «tekniske kontekster». Denne kategorien omhandler, som nevnt i kapittel 3.3.2.3 oppgaver som hverken er autentiske eller pseudo-realistiske, men som havner litt midt imellom. Samtidig som aktiviteten elevene blir satt til å gjøre ofte kan betegnes som «øving» eller «pugge» oppgaver. I situasjoner hvor oppgavens formål er at eleven skal for eksempel «sette opp likningen», «lag en tilhørende funksjonsuttrykk» eller «les av grafen i geogebra», ble denne typen oppgaver observert. Slike oppgaver kan i stor grad sammenlignes med oppgaver som vist i figur 13, som blir kategorisert som autentiske selv om de har tekniske trekk. Forskjellen vil være at oppgavene plassert i denne kategorien har en situasjon eller spørsmål som i mindre grad er autentiske, som ble markert som «hverken stor eller liten grad» i kategoriseringskjema. Et eksempel på en slik kontekst kan ses i figur 20. Denne oppgaven har ikke noe problem eller en situasjon elevene trenger å modellere, men istedenfor utføre oppgavene gitt i konteksten. Situasjonen i seg selv er verken autentisk eller pseudo-realistisk og ble dermed kategorisert som en teknisk kontekstoppgave.

Figur 20 – Eksempel på teknisk kontekstoppgave hentet fra (Matematikk 8, s.260)

#### OPPGAVER

- 4.15 Under en håndballkamp selges det flasker med vann til 20 kr per flaske.
- Hva blir de totale inntektene hvis det selges 35 flasker vann?
  - Lag et funksjonsuttrykk  $f(x)$  som viser inntekten i kroner når det selges  $x$  flasker vann.



Den type oppgaver som i størst grad gjentok seg av de tekniske oppgavene er slike oppgaver som vist i figur 21. Dette er oppgaver som kun skårer i den midterste kolonnen i kategoriseringsskjemaet. Selve konteksten eller situasjonen er verken realistisk eller urealistisk, men om du fjerner teksten og lar verdiene stå igjen, er dette en oppgave hvor elevene kun skal reprodusere likninger og løse dem. Noe som er begrunnelsen for hvorfor den slike blir plassert som tekniske, da det er kun øving på ulike teknikker.

Figur 21 – Eksempel på en generell teknisk kontekstoppagave hentet fra (Maximum 8, s.237)

**4.33** Bruk et program som kan ta skjermpoptak med lyd, og tegn en blokkmodell til hver av oppgavene. Skriv hver oppgave som en likning. Løs likningene, og vurder om løsningene kan stemme. Forklar hvordan du tenker, både når du tegner modellen, og når du løser likningene og vurderer svarene dine.

- a** Broren til Ida er 3 år eldre enn henne. Hvor gammel er Ida hvis hun og broren til sammen er 17 år? Hvor gammel er broren?
- b** Astrid er 2 år eldre enn Berit. Berit er 2 år eldre enn Cecilie. Astrid, Berit og Cecilie er til sammen 99 år. Hvor gammel er Berit? Hvor gamle er de andre jentene?
- c** Espen er 2 år yngre enn Pål. Per er dobbelt så gammel som Pål. Espen, Pål og Per er til sammen 38 år. Hvor gammel er Espen? Hvor gamle er de andre brødrene?
- d** Kasper er 4 år eldre enn Jesper. Jonatan er halvparten så gammel som Kasper er om 4 år. De tre røverne er til sammen 73 år. Hvor gammel er Jonatan? Hvor gamle er de andre røverne?

$$\begin{array}{l} \text{Ida} \quad \boxed{\times} \\ \text{Broren} \quad \boxed{\times} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Ida} \\ \text{Broren} \end{array}} \right\} 17$$



Av modelleringsoppgaver som i størst mulig grad prøvde å simulere dagligdagse problemer og situasjoner, men som endte opp med å bli kategorisert som pseudo-realistiske eller tekniske kontekstoppagaver, var å oftest å finne i temaer knyttet til likninger og lineære funksjoner. Modelleringsoppgaver har blitt redusert til å bli plassert i disse temaene. Problemet med at modelleringsoppgaver i størst grad blir inkludert i disse temaene er at autentisiteten ved oppgavene raskt forsvinner. Oppgaver som vist i figur 22, hvor situasjonen kan være realistisk, men arbeidet elevene blir satt til å gjøre er repetering av å lage et algebraisk uttrykk resulterer i oppgaven kategoriseres som teknisk. Dette fordi aspektene som inkluderer spørsmålet, språket, løsningsmetodene og selve aktiviteten verken scorer høyt eller

lavt i kategoriseringsskjemaet. Rett og slett fordi elevene ikke ville blitt presentert et slikt spørsmål utenfor skolen, og de ville heller ikke valgt å lage et algebraisk uttrykk for å svare på dette spørsmålet utenfor skolen.

*Figur 22 – Eksempel på teknisk kontekstoppagave hentet fra (Matemagisk 8, s.169).*

**OPPGAVE 5.41**  
Vennene Anna, Eskil og Miriam har til sammen løpt 4 km. Anna har løpt dobbelt så langt som Miriam. Eskil har løpt 500 meter lenger enn Anna.

Vi sier at Miriam har løpt  $x$  meter.

- Lag et algebraisk uttrykk for hvor langt Anna har løpt uttrykt ved  $x$ .
- Lag et algebraisk uttrykk for hvor langt Eskil har løpt uttrykt ved  $x$ .
- Sett opp en likning, og løs likningen for å finne ut hvor langt de ulike vennene har løpt.

Noe som resulterer i at en veldig stor andel av kontekstoppagavene analysert fra læreverkene har blitt kategorisert som tekniske kontekstoppagaver. Dette er på grunn av oppsettet til oppgaven som resulterer i at elevene gjennomgår en ikke-autentisk prosess for å svare på spørsmålet, ulikt fra hvordan de ville gjort det i en tilsvarende situasjon utenfor skolen.

Ved gjennomføringen av denne analysen ble det observert oppgaver som verken kunne kategoriseres som autentiske eller pseudo-realistiske. Disse oppgavene ble kategorisert som tekniske oppgaver, men kunne i et annet analysedesign blitt plassert i en kategori som «ikke-autentisk med høye kognitive krav». Grunnen til at de ble kategorisert som teknisk er fordi oppgaven ikke ivaretar aspektene til Palm (2006), men heller ikke bryter dem. Oppgavene endte opp med å kun få kryss i den midterste kolonnen likt med andre oppgaver som også ble kategorisert som tekniske. Forskjellen var at disse «ikke-autentiske» kontekstoppagavene stilte høye kognitive krav, og arbeidet elevene ble satt til å gjøre ikke var likt med de andre tekniske oppgavene. Et eksempel på slike oppgaver kan sees i figur 23. Konteksten modellerer en situasjon som verken har stor eller liten sjanse for å skje, da dette er en oppfunnet situasjon som ikke er forplantet i noen form for problem elevene må løse. Noe som resulterer i at aspektene som «spørsmålet», «opplysningene», «løsningsmetodene» og «relevansen» blir satt som midt imellom stor og liten sjanse for å forekomme.

Figur 23 – Eksempel på oppgave med høye kognitive krav hentet fra (Maximum 8, S.51)

### 1.141 Tusen skap

På en skole er det 1000 elever og 1000 elevskap. En dag gjør elevene et eksperiment. Elev nummer 1 starter med å åpne alle skapene. Elev nummer 2 starter på skap nummer 2 og går til alle skapene i 2-gangen. Hun lukker disse skapene. Elev nummer 3 går deretter til skap nummer 3 og alle skap i 3-gangen. Hun lukker de som er åpne, og åpner de som er lukket. Så går elev nummer 4 til skap nummer 4 og alle skapene i 4-gangen. Han åpner de som er lukket, og lukker de som er åpne. Slik fortsetter de til alle 1000 elever har gjort jobben.

Hvilke skap er åpne, og hvilke er lukket når alle er ferdige?

Tekniske kontekstoppgaver som vist i figur 23, som kunne vært kategorisert som ikke-autentiske kontekstoppgaver med høye kognitive krav, var det veldig få av totalt i læreverkene. I Matemagisk 8 og Maximum 8 var det få av denne type oppgaver, men det var enda færre, om ingen i Matematikk 8. Gjennom analyseringen av Matematikk 8, gjorde jeg ingen bemerkninger på eksempler på oppgaver som var ikke-autentiske kontekstoppgaver med høye kognitive krav. Gjennom analysering av Maximum 8 og Matemagisk 8 gjorde jeg meg bemerkninger ved denne type oppgaver et få antall ganger. Av slike oppgaver var det også lett å bemerke seg at det ofte var de samme oppgavene som gikk igjen i de forskjellige læreverkene. Et eksempel på dette kan ses i figur 24, som sammenlignet med oppgaven vist i figur 23 er disse oppgavene identiske med unntak av små språklige variasjoner og den visuelle tekstpresentasjon. Oppgaven i figur 24 har en langt mer oversiktlig og punktvis oppgavetekst som kan gjøre det lettere for elevene å ikke rote seg bort i teksten. Samtidig som oppgaven vist i figur 23 har prøvd å simulere oppgaven til å bli litt mer relevant for elevene med å sette konteksten i en skole og kalle det elevskap istedenfor skap.

Figur 24 – Eksempel på oppgave med høye kognitive krav hentet fra (Matemagisk 8 s.138)

### OPPGAVE 4.28

I en lang korridor er det 1000 skap. Alle skapene står åpne. 1000 personer skal gå gjennom korridoren.

- Person nr. 1 lukker alle skapene i 1-gangen (altså alle skapene).
- Person nr. 2 åpner alle skapene i 2-gangen.
- Person nr. 3 gjør noe med alle skapene i 3-gangen. De som var åpne, lukkes, og de som var lukket, åpnes.
- Person nr. 4 gjør noe med alle skapene i 4-gangen. De som var åpne, lukkes, og de som var lukket, åpnes.
- Slik fortsetter det ...

Etter at alle 1000 personene har gått gjennom korridoren, hvilke skap er lukket? Hvorfor blir det slik?

#### **4.4 Fordelingen mellom de ulike kontekstene i læreverkene**

I dette delkapittelet vil jeg kun presentere tre tabeller som viser fordelingen mellom de ulike kategoriene i de tre læreverkene, og forklare hva de egentlig viser. Diskusjon og drøfting for hvilken betydning disse funnene kan ha vil komme i kapittel 5. I tabell 8, 9 og 10 blir fordelingen mellom de ulike kategoriene tallfestet opp mot de ulike kapitlene i læreverket handler om. Tabellene viser en oversikt på antall kontekstoppgaver som er kategorisert som autentiske, pseudo-realistiske og tekniske kontekstoppgaver. Disse er fordelt etter læreverkenes kapitler. I tillegg viser tabellene en oversikt på det totale antall kontekstoppgaver som er analysert for hvert kapittel i kolonnen helt til høyre, men tabellruten nederst i den kolonnen viser til totalt antall kontekstoppgaver i læreverket som er analysert. Den nederste raden i kolonne 2, 3 og 4 i tabellen viser en oversikt på det totale antall kontekstoppgaver som er fordelt i de ulike kategoriene, både i antall og prosent, som vil gi en oversikt over den totale fordelingen mellom kategoriene i læreverkene. Tabellene konstruert for i størst mulig grad å kunne presentere funnene i de ulike læreverkene på lik måte, eneste forskjellen på tabellene er antallet og titlene på kapitlene.

Tabell 8 – Oversikt på funn fra Maximum 8

Kapittel / Tema	Autentiske kontekstopp-gaver	Pseudo-realistiske kontekstopp-gaver	Tekniske kontekstopp-gaver	Totalt antall kontekstopp-gaver i kapittelet
Kapittel 1: Tall og tallregning	19	7	32	58
Kapittel 2: Algebra	4	2	8	14
Kapittel 3: Funksjoner	4	18	8	30
Kapittel 4: Likninger og formler	8	7	17	32
Total fordeling mellom kategoriene	35 26,1%	34 25,4%	65 48,5%	Totalt antall kontekstopp-gaver i boken: 134

Tabell 9 – Oversikt på funn fra Matematikk 8

Kapittel / Tema	Autentiske kontekstopp-gaver	Pseudo-realistiske kontekstopp-gaver	Tekniske kontekstopp-gaver	Totalt antall kontekstopp-gaver i kapittelet
Kapittel 1: Tall og tallforståelse	16	8	29	53
Kapittel 2: Deling og brøk	2	5	13	20
Kapittel 3: Algebra	4	12	10	26
Kapittel 4: Funksjoner	2	5	16	23
Total fordeling mellom kategoriene	24 19,7%	30 24,6%	68 55,7%	Totalt antall kontekstopp-gaver i boken: 122



Tabell 10 – Oversikt på funn fra Matemagisk 8

Kapittel / Tema	Autentiske kontekstoppgaver	Pseudo-realistiske kontekstoppgaver	Tekniske kontekstoppgaver	Totalt antall kontekstoppgaver i kapittelet
Kapittel 1: Hele tall	13	2	10	25
Kapittel 2: Brøk og desimaltall	3	3	11	17
Kapittel 3: Algebraiske uttrykk	3	2	9	14
Kapittel 4: Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge	0	0	5	5
Kapittel 5: Algebra og likninger	1	4	4	9
Kapittel 6: Parenteser og likninger	0	1	2	3
Kapittel 7: Hva er en funksjon?	0	6	0	6
Kapittel 8: Grafen til en funksjon	0	0	3	3
Kapittel 9: Lineære funksjoner	4	3	11	18
Kapittel 10: Sammensatte målenheter	9	1	12	22
Total fordeling mellom kategoriene	33 27%	22 18%	67 55%	Totalt antall kontekstoppgaver i boken: 122

## 5. Diskusjon

Hensikten med denne studien er å finne ut i hvor stor grad læreverkene legger til rette for at elever på 8.trinn kan møte autentisitet i arbeidet med modelleringsoppgaver. I denne delen av oppgaven vil jeg formidle og diskutere de ulike funnene opp mot oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål. Jeg vil diskutere læreverkene hver for seg i delkapitlene 5.1

Maximum 8, 5.2 Matematikk 8 og 5.3 Matemagisk 8, før jeg vil prøve å oppsummere

totalinntrykket læreverkene har gitt ved å sammenligne likheter, forskjeller og tendenser som er funnet i de ulike læreverkene.

### **5.1 Maximum 8**

Maximum 8 er et læreverk fylt med både høyt kognitivt krevende autentiske kontekstoppgaver, lavt kognitivt krevende autentiske kontekstoppgaver og en stor del pseudo-realistiske og tekniske kontekstoppgaver etter kriteriene lagt til grunn for analysen ved hjelp av aspektene til Palm (2006). Tabell 8 viser den fulle fordelingen på disse kategoriene mellom kapitlene og fordelingen generelt i læreverket. Maximum 8 er det læreverket som inneholder flest autentiske kontekstoppgaver, men over halvparten av de autentiske kontekstoppgavene kun befinner seg i et kapittel. Noe som i utgangspunktet var litt sjokkerende, da Maximum 8 har to delkapitler som skal knyttes direkte til praktiske situasjoner. Disse delkapitlene var i kapittel 3, hvor vi fant «lineære funksjoner i praktiske situasjoner» og i kapittel 4 hvor det er et delkapittel kalt «likninger i praktiske situasjoner». Dette kan ha en sammenheng med kompetansemålene knyttet til kjerneelementet «modellering og anvendelser» for 8.trinn, som vist i tabell 1, da to av disse kompetansemålene handler om å; «lage, løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner» og «utforske, forklare og sammenligne funksjoner knyttet til praktiske situasjoner» (Kunnskapsdepartementet, 2019b). En hypotese til hvorfor disse kapitlene ikke inkluderte flere autentiske oppgaver, kan handle om oppgavenes konkrete læringsmål. Kontekstoppgavene som ble funnet i kapittel 3 og 4, virket til å ha konkrete læringsmål som at elevene måtte «sette opp et funksjonsuttrykk og tegn grafen», eller at elevene måtte «lage et uttrykk som viser [...]», «lag et parentesuttrykk som viser [...]» og «løs likningene og forklar». Som i stor grad fjernet autenticiteten ved modelleringssituasjonene, da dette ikke gjenspeilet hvordan løsningene som ville vært anvendt i tilsvarende situasjoner utenfor klasserommet.

Maximum 8 er, i tillegg til å være det læreverket som inneholdt flest autentiske oppgaver, også læreverket som inkludere flest pseudo-realistiske kontekstoppgaver. Igjen kan det ses i tabell 8 at over halvparten av disse pseudo-realistiske oppgavene også fant sted i et kapittel. For Maximum 8 var dette i kapittel 3, som handler om funksjoner. Begrunnelsen for dette kan ses som å ha en sammenheng med det som nettopp ble nevnt, hvor de fleste kontekstoppgavene innen funksjoner, har et konkret læringsmål. Dette resulterer til at



elevenes fornuft vil bli brutt på grunn av oppgavenes manglende sammenheng mellom situasjon og løsningsmetodene som ville vært anvendt utenfor skolen. I tillegg til dette var det også en stor del av kontekstoppgavene inne funksjoner som hadde, som nevnt tidligere, en absurd kontekst som bryter elevenes fornuft. Dette er det presentert eksempler på tidligere både i figur 14 og figur 17 som ble hentet fra Maximum 8. Av alle tre læreverkene så var det i analyseringen av Maximum 8 det ble notert flest bemerkelser på slike typer pseudo-realistiske oppgaver, og disse bemerkelsene ble oftest notert i analyseringen av kapittel 3. Noe som er uheldig, da dette kan utgjøre at elevene tolker matematikk som noe som kun blir anvendt i urealistiske sammenhenger, hvis elevene blir satt til løse for mange av disse pseudo-realistiske kontekstoppgavene. Selv om Maximum 8 har størst andel pseudo-realistiske kontekstoppgaver, er det verdt å bemerke seg at det var kun i analyseringen av dette læreverket hvor det ble gjort bemerkelser på pseudo-realistiske kontekstoppgaver med høye kognitive krav, som nevnt i kapittel 4.2 med figur 19.

En ting som Maximum 8 klarer å ivareta er høye kognitive krav på de autentiske oppgavene. Det ble i analyseringen av Maximum tydelig at de har inkludert mye varierte oppgaver, samtidig som fokuset på å inkludere kognitivt krevende oppgaver var stort. Som nevnt i kapittel 3.2.2 har Maximum inkludert modelleringsoppgaver kalt for «oppdrag», som er litt større oppgaver elevene får muligheten til å utforske og bruke matematikk i en modelleringsprosess. Dette er det presentert eksempler på i figur 4 og 11. Slike oppdrag ble presentert mellom en til tre ganger i hvert kapittel gjennom hele læreverket. I tillegg til disse oppdragene, var det flere av de «vanlige» autentiske kontekstoppgavene som også stilte høye kognitive krav til elevene. Med «vanlige» kontekstoppgaver refererer jeg i denne situasjonen til kontekstoppgaver som var inkludert som en vanlig kontekstoppgave med oppgavenummer, og ikke tydelig markert som oppdrag. Et eksempel på slike kontekstoppgaver kan ses i figur 25. Kontekstoppgaver slik som denne setter høye kognitive krav til elevene fordi elevene må utforske, systematisere og resonere, og benytte sin forkunnskap og erfaring for å løse oppgaven (Smith & Stein, 1998). Disse oppdragene og autentiske kontekstoppgavene med høye kognitive krav, resulterer i at elevene jevnligere kan få oppleve autentisk modellering av matematikk i en litt større grad. I motsetning til å bare arbeide med de mindre og lavt kognitivt krevende autentiske kontekstoppgavene som vist tidligere i figur 12.

Figur 25 – Eksempel på autentiske kontekstoppgave med høye kognitive krav hentet fra (Maximum 8, s.20)

**1.19** Samarbeid to og to. Diskuter hva som er den beste måten å løse oppgaven på, så dere får et godt overslag.



- a** Dere skal beregne omtrent hvor mye maling som trengs til å male stua i huset på tegningen over. Målene på tegningen er oppgitt i millimeter. Takhøyden er 2,40 m. Det skal males to strøk. 1 L maling dekker 8–10 m<sup>2</sup>.
- b** Familien som bor i huset, river vegg mellom stua og soverommet ved siden av, slik at stua blir større. Omtrent hvor mye maling trengs det til å male hele stua etter at vegg er revet?

Selv om Maximum 8 har inkludert gode autentiske oppdrag og «vanlige» kontekster med høye kognitive krav, må det likevel nevnes at det er en større del av de autentiske kontekstoppgavene i læreverket av typen med lave kognitive krav. Dette er oppgaver som eksempelvis vist i figur 12, ofte stiller et enkelt spørsmål hvor det er liten tvil om hvordan elevene skal angripe oppgaven, eller hvor målet er å øve på en algoritme. Altså oppgaver som stiller lave kognitive krav i form av memorering eller prosedyrer uten sammenhenger (Smith & Stein, 1998, s.348).

## 5.2 Matematikk 8

Matematikk 8 er det læreverket som kommer dårligst av studien basert på analysen gjennomført med bruk av rammeverket og aspektene til Palm (2006). Som vist i tabell 9 inneholder dette læreverket totalt 24 autentiske kontekstoppgaver, dette utgjør 19,7% av alle kontekstoppgavene totalt i læreverket. Likt for dette læreverket sammenlignet med Maximum 8, er mangelen på autentiske kontekstoppgaver, og mengden på pseudo-realistiske og tekniske kontekstoppgaver i kapitlet som inneholder tema om funksjoner og likninger. Noe som viser tendenser til at hypotesen nevnt i kapittel 5.1 kan gjelde i flere læreverker, og at det kan være en sammenheng mellom konkrete læringsmål og mangelen på autentisitet. Spesielt for Matematikk 8 er ekskluderingen av delkapitler som er knyttet opp mot «praktiske situasjoner» som blant annet Maximum 8 har inkludert. Dette kan tyde på at det har vært et manglende fokus når det kommer til det å virkelig knytte matematikken opp mot dagligdagse situasjoner i læreverket. Matematikk 8 er det læreverket som har inkludert flest tekniske oppgaver og det læreverket hvor det utgjør den største andelen av totale kontekstoppgaver på 55,7% av totalen. Matematikk 8 har i tillegg til å ha inkludert flest tekniske kontekstoppgaver, også valgt å gjenbruke sine egne kontekster ved flere anledninger, dette vises det eksempler på i figur 26 og 27. Formålet med disse kontekstene kan være å repetere matematiske prosedyrer de har lært, men når elever må gjøre dette på de samme kontekstoppgavene med minimale endringer vil læringsutbytte til elevene kunne svekkes. Matematikk 8 legger derfor lite opp til variasjon når oppgavene i det første eksempelet er 19 sider fra hverandre, og oppgavene i det andre eksempelet bare er 8 sider unna hverandre.

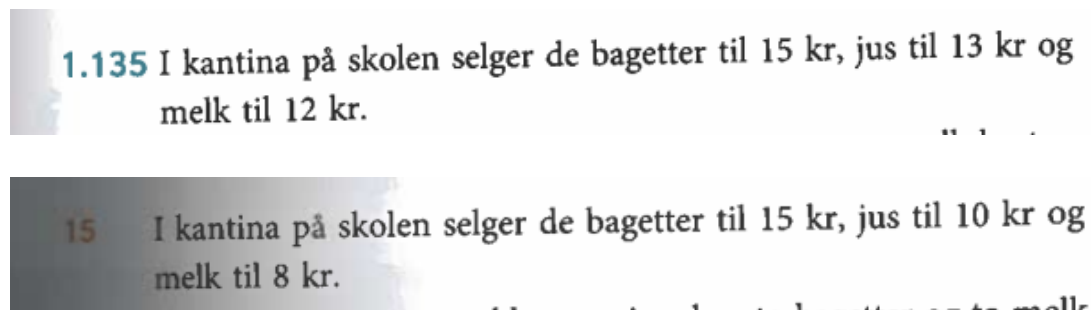
*Figur 26 – Første eksempel på gjenbruk kontekstoppgave i samme læreverker hentet fra (Matematikk 8, s.21 og s.40)*

- 1.19 Fire venner kjøper kinobilletter for til sammen 440 kr. I tillegg kjøper de fire popcorn for til sammen 180 kr.
- Hvor mye må hver person betale for kinobilletten?
  - Hvor mye må hver person betale for kinobilletter og popcorn?

1.46 Bruk det du har lært til å finne svarene.

- Du og fire venner går på kino. Du legger ut for fem kinobilletter på til sammen 550 kr. En av de andre kjøper popcorn og vann til alle. Hun betaler 425 kr. Dere har blitt enige om at du skal betale 25 kr mindre enn de andre. De fire andre skal betale like mye.
- Hvordan kan dere gå fram når dere skal gjøre opp?

Figur 27 – Andre eksempel på gjenbruk kontekstoppave i samme læreverk hentet fra (Matematikk 8, s.87 og s.95)



Det ble gjennom analyseringen av Matematikk 8 ikke oppdaget, gjort bemerkelser eller notater av autentiske, pseudo-realistiske eller tekniske kontekstoppave med høye kognitive krav. Det vil si at læreverket hypotetisk ikke har inkludert kontekstoppave som tydelig stiller høye kognitive krav på lik linje som kontekstoppave vist i figur 19, 23, 24 og 25, og oppdragene fra Maximum 8. De autentiske oppgavene i Matematikk 8 stilte enkle og realistiske spørsmål, men ikke noe elevene måtte bruke kompleks tenkning eller utforskning for å løse, da de fleste oppgavene gikk på reproduksjon av noe som var arbeidet med tidligere. Noe som indikerer at dette er oppgaver med lave kognitive krav som passer inn under beskrivelsen om memorerings oppgaver (Smith & Stein, 1998). De pseudo-realistiske oppgavene hadde et mål om å øve en algoritme som elevene i stor grad hadde brukt før, slik at det igjen var liten tvil hva de skulle gjøre. Det var flest av pseudo-realistiske kontekstoppave med tekniske trekk, som eksemplene vist i figur 8 og 15. Hvor situasjonen i liten grad har en sammenheng med det elevene ville gjort utenfor skolen samtidig som elevene må løse en rekke tekniske oppgaver. Dette henger i stor grad sammen med beskrivelsen av det lave kognitive kravet hvor oppgavene krever prosedyrer uten sammenhenger (Smith & Stein, 1998). Noe som også var likt for kontekstoppavene som ble kategorisert som tekniske. Kontekstoppavene som ble kategorisert som tekniske var veldig lik de kontekstoppavene som ble kategorisert som pseudo-realistiske i form av oppgave oppbygning og kravene oppgavene stilte elevene, men uten å skape en avbrytning av fornuften hos elevene.

Det fremstår i studien som om Matematikk 8 inneholder tilnærmet ingen kontekstopp-gaver med høye kognitive krav. Det fremstår slik uten at jeg har analysert læreverket etter kognitive krav, men ved at jeg har notert ned bemerkelser ved alle kontekstopp-gavene som tydelig stiller høye kognitive krav gjennom kategoriseringen av autentiske oppgaver. Dette kan tyde på at elever som bare arbeider med oppgaver fra denne boken vil oppleve det samme som elevene fra forskningsprosjektet gjennomført av Boaler (1998) som bare fikk arbeide med lavt kognitivt krevende oppgaver.

### **5.3 Matemagisk 8**

Matemagisk 8 er e læreverket som kommer best ut av denne studien om man ser på resultatet av kategoriseringen som er basert på rammeverket og aspektene til Palm (2006). Matemagisk 8 er det læreverket som har størst andel autentiske kontekstopp-gaver, med 27% av alle kontekstopp-gavene i Matemagisk 8 er kategorisert som autentiske. I dette læreverket var det litt vanskeligere å se hvordan fordelingen av kategoriene faktisk fremstår, da Matemagisk 8 har fordelt innholdet over 10 kapitler. For å kunne sammenligne hvordan læreverket legger til rette for autenticitet i tema som for eksempel funksjoner, så må vi i Matematikk 8 legge sammen kontekstopp-gavene funnet i kapittel 7, 8 og 9. Matemagisk 8 har inkludert totalt 27 kontekstopp-gaver i temaet funksjoner, hvor 4 av dem er kategorisert som autentiske, 9 av dem er kategorisert som pseudo-realistiske og 14 av dem er kategorisert som tekniske. Dette kan indikere på at hypotesen beskrevet og satt for Maximum 8 og Matematikk 8 også vil være gjeldende i dette læreverket. Dette til tross for at Matemagisk 8 i likhet med Maximum 8 har inkludert delkapitler som skal være knyttet til praktiske situasjoner, i kapitlene om likninger og funksjoner. Det fremstår som det kan være et felles problem for læreverkene å holde oppgavene autentiske, samtidig som oppgavene skal arbeide mot konkrete læringsmål i tema som funksjoner og likninger. Dette til tross for at det eksisterer de kompetansemål som presentert tidligere i tabell 1 og kapittel 5.1 som handler om å knytte funksjoner og likninger til praktiske situasjoner.

Av de autentiske kontekstopp-gavene funnet i Matemagisk 8 var det likt med de andre læreverkene flere som var små og enkle, men Matemagisk 8 hadde også et stort antall større og høyt kognitivt krevende kontekstopp-gaver. Hvor mange av dem ble kategorisert som autentiske. Et eksempel på et en slik kontekstopp-gave fra Matemagisk 8 kan ses i figur 28.

Kontekstoppgavene dette læreverket har inkludert av autentiske oppgaver som stiller høye kognitive krav, var litt større oppgaver som vist i eksempelet. Kontekstoppgavene simulerer gode situasjoner hvor det elevene skal løse er bestående av en eller flere faktorer elevene må ta hensyn til i arbeidet med å løse kontekstoppgaven.

Figur 28 – Autentisk kontekstoppgave med høye kognitive krav hentet fra (Matemagisk 8, s.24)

**OPPGAVE 1.31**

Familien Pettersen planlegger å reise på ferie til New York. Familien består av Kristian (43), Bente (43), Camilla (13) og Mikael (11). Flybilletter tur/retur koster 4920 kr per person over 12 år. Prisen for personer under 12 år er 60 % av prisen for personer over 12 år.

De skal være i New York fra onsdag til søndag og har funnet en leilighet på Airbnb. Leiligheten koster 140 \$ per natt for inntil tre personer. For hver ekstra person må det betales et tillegg på 10 \$ per natt. Valutakursen for amerikanske dollar er 9.

Familien regner med at utgiftene til mat og drikke for hele familien er 800 kr per dag i de fem dagene de er på tur.

Familien ønsker å besøke frihetsgudinnen og finner ut at prisene for dette er 28 \$ for voksne og 19 \$ for barn til og med 15 år. I tillegg setter familien av 385 \$ til andre utgifter.



**a** Sett opp en oversikt over utgiftene til reise, overnatting, mat og drikke, besøk til Frihetsgudinnen og andre utgifter for familien Pettersen på ferieturen til New York. Hvor mye må de betale til sammen for dette?

Familien Pettersen ser fram til ferien, men har foreløpig ikke nok penger til å reise. Til nå har de spart 9023 kr som står på en egen feriekonto. Familien har en samlet årsinntekt etter skatt på 540 000 kr. Familien har månedlige utgifter på 41 800 kr. Det inkluderer nedbetaling av lån, boutgifter og forbruk. Vi antar at familien sparer all inntekt utover dette til ferieturen.

**b** Hvor mange måneder må familien spare for å ha råd til ferieturen?

Prosent betyr hundredel.

Når valutakursen for dollar er 9 er  $1 \$ = 9 \text{ kr}$ .



Matemagisk 8 var i tillegg til å være det læreverket som har inkludert flest autentiske kontekstgaver, også det læreverket hvor kategorien «pseudo-realistiske kontekstoppgaver»



utgjorde minst andel av de totale antall kontekstoppgaver. Kategorien «pseudo-realistiske kontekstoppgaver» utgjorde kun 18% av de totale antall kontekstoppgavene i læreverket, som tilsvarer 22 kontekstoppgaver av 122. Av disse 22 kontekstoppgavene er det flere som bare trenger en enkel endring eller redigering i teksten for å kunne vært kategorisert som enten tekniske eller autentiske. Noe det allerede er vist eksempler på i figur 18 som var hentet fra Matemagisk 8.

I likhet med de andre læreverkene har Matemagisk 8 også en stor andel av kontekstoppgavene kategorisert som «tekniske». Dette kan ha en sammenheng med den hypotesen som er nevnt tidligere, hvor de konkrete læringsmålene kan redusere oppgavens autentisitet og resultere til at kontekstoppgavene ble kategorisert som tekniske. Noe som vil utgjøre en stor del av denne kategorien, men det må også belyses at oppgaver som presentert i kapittel 4.3 opp mot figur 24 er inkludert i denne kategorien i dette læreverket. Det ble gjort flest bemerkelser på oppgaver som ikke helt passer inn under noen av kategoriene, men som ble kategorisert som «tekniske kontekstoppgaver» på grunn av kategoriseringsskjemaet, gjennom analyseringen av Matemagisk 8. Noe som tilsier at Matemagisk 8 også kunne fått en lavere prosentandel i kategorien «tekniske kontekstoppgaver» om det hadde vært inkludert flere kategorier.

#### ***5.4 Totalinntrykk av læreverkene***

Når man ser på den totale kategoriseringen, er det både likheter og forskjeller mellom læreverkene. Felles for læreverkene er en jevnt over høy prosentandel i den tekniske kategorien. Dette er fordi en stor andel av kontekstoppgavene i læreverkene har som mål å øve, repetere og lære teknikker og algoritmer. Dette viser at utviklingen av oppgaver fremdeles passer sammen med beskrivelsen til Vos (2018) hvor det vanligste å finne av matematikk oppgaver er urealistiske, u-autentiske og repetitive kontekstoppgaver, fordi disse passer inn i en skolekultur hvor elevene blir satt til å løse like oppgaver for å øve teknikker og matematiske strategier (Vos, 2018). Andelen av de autentiske oppgavene er betraktelig mindre enn andelen av de tekniske oppgavene i alle læreverkene. Prosentandelen er bade varierende og lik mellom fordelt blant læreverkene da Maximum 8 har 26,1% autentiske kontekstoppgaver og Matemagisk 8 har 27% autentiske kontekstoppgaver, men Matematikk 8 har kun 19,7% autentiske kontekstoppgaver. Likheten i denne fordelingen er i hvilke kapitler mesteparten av de autentiske kontekstoppgavene befinner seg. De fleste av

kontekstoppgavene som er kategorisert som autentiske, befinner seg i kapitlene som omhandler tall, tallregning og tallforståelse. Dette vil utgjøre kapittel 1 for Maximum 8 og Matematikk 8, og kapittel 1 og 10 for Matemagisk. Dette fordi kapitlet om sammensatte måleenheter er inkludert som et underkapittel i Maximum 8 og Matematikk 8. En hypotese til hvorfor det er slik kan være at disse kapitlene inkluderer oppgaver som i mindre grad krever repetering og øving av matematiske algoritmer. Kontekstoppgavene i temaene om tall og tallforståelse har i stor grad fokus på regnestrategier, hvor det fremstår enklere å modellere situasjoner som kategoriseres som autentiske. En stor andel av oppgavene som ble kategorisert som autentiske fra disse kapitlene modellerer situasjoner lik situasjonen vist i figur 29. Kontekstoppgavene som oftest ble kategorisert som autentiske er knyttet opp mot å modellere ulike priser eller budsjetter i ulike situasjoner.

*Figur 29 – Eksempel på autentisk kontekstoppgave innen tall og tallforståelse hentet fra (Matemagisk 8, s.23)*

**OPPGAVE 1.29**  
 Et fotballag skal delta i en cup.  
 Det er 14 spillere fra dette laget som skal delta i cupen.

**a** Hva koster det for fotballaget å dra på cupen?  
**b** Hva blir prisen per spiller hvis alle spillerne betaler like mye?

**Kostnader:**

- Påmeldingsavgift for laget: 1700 kr
- Overnatting og måltider per person: 900 kr
- Leie av buss for reise til og fra cupen: 4600 kr

Etter kapitlene om tallregning og tallforståelse stagnerer det med autentiske kontekstoppgaver. Noe som kan henge sammen med hypotesen satt tidligere i oppgaven, hvor kontekstoppgavene knyttet til tema som likninger og funksjoner må ha konkrete læringsmål som går på bekostning av oppgavens autentisitet. Dette vil utgjøre at elevene vil møte autentiske modelleringsoppgaver oftere i starten av boken, før det blir sjeldnere lengre ut i boken, dersom de følger læreverket fra kapittel 1 og utover.

Et av forsknings spørsmålene som studien ønsket å finne svar på er om autentiske modelleringsoppgaver i større grad er knyttet til høyere kognitive krav sammenlignet med andre modelleringsoppgaver. Det ble som nevnt tidligere notert ned alle forekomster av modelleringsoppgaver som var tydelig knyttet til høyere kognitive krav. Dette skjedde ved modelleringsoppgaver som både var kategorisert som autentiske, pseudo-realistiske og tekniske. Det første som ble tydelig er at selv om en kontekstoppgave ble kategorisert som autentiske betyr ikke det nødvendigvis at oppgaven har høye kognitive krav. Dette fordi det



ikke er inkludert som et av kravene eller aspektene satt av Palm (2006) og derfor ikke et krav eller aspekt brukt i rammeverket for denne studien. Det var derfor veldig tydelig at flertallet av oppgavene som ble kategorisert som autentiske ikke inneholdt betydelig høyere kognitive krav enn oppgavene som ble kategorisert pseudo-realistisk eller teknisk. Alikevull er det verdt å nevne at flertallet av bemerkelsene omkring høye kognitive krav var knyttet til autentiske kontekstopp-gaver. Det ble gjort flest bemerkninger av autentiske modelleringsopp-gaver med høye kognitive krav. Det ble gjort mindre bemerkelser av tekniske modelleringsopp-gaver med høye kognitive krav, og det ble gjort minst bemerkelser av pseudo-realistiske modelleringsopp-gaver med høye kognitive krav. Av disse bemerkelsene var det også tydelig at det var flere av de samme opp-gavene som gikk igjen i flere av læreverkene. Med dette henviser jeg blant annet til opp-gavene hentet fra Maximum 8 og Matematisk 8 vist tidligere i figur 23 og 24, i disse eksemplene var det en teknisk kontekstopp-gave med høye kognitive krav som gikk igjen. Det var også en autentisk kontekstopp-gave som var inkludert i begge disse læreverkene, disse kan ses i figur 30 og 31. Dette gjør det tydelig at det er de sterke opp-gavene som det skulle vært inkludert flere av, som kanskje er vanskeligst å produsere, med tanke på at de få eksemplarene som det er gjort forekomster av er tilsvarende lik i flere læreverk.

Figur 30 – Bord kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (Matemagisk 8, s.21)

### OPPGAVE 1.25

På skoleballet kommer det 128 personer. Det er plass til 8 personer rundt hvert bord. Hvor mange bord trengs for at alle skal få plass?

Figur 31 – Bord kontekstopp-gave med høye kognitive krav hentet fra (Maximum 8, s.148)

#### 2.82 Bordplassering

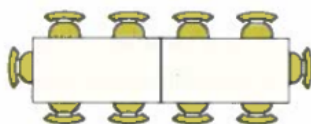
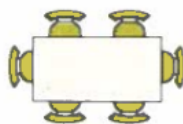
Elevrådet arrangerer skoleball. Bordene må ordnes slik at det er plass til alle elevene. Hvis bordene står enkeltvis, er det plass til seks elever rundt hvert bord. Hvis bordene settes sammen til langbord, er det plass til to elever langs hver side av bordene og én elev på hver ende av langbordene.

a Lag et uttrykk for hvor mange elever det er plass til rundt  $n$  enkeltbord.

b Hvor mange enkeltbord trengs det til en klasse med 30 elever?

c Hvor mange bord med plass til 30 elever trengs det til alle skolens 450 elever?

d Hvor mange enkeltbord hadde din klasse trengt, og hvor mange hadde din skole trengt?



Det må sies at dette er forekomster som er kommet til syne uten å direkte ha analysert alle oppgavene etter kognitive krav. Det kan derfor være vanskelig å komme med et svar på dette spørsmålet, men det denne studien kan gjøre er å komme med en antagelse på at høye kognitive krav oftere kan være knyttet til autentiske oppgaver, selv om det ikke er en nødvendighet.

Det siste forskningsspørsmålet denne studien ønsket å besvare er hvorvidt de nye læreverkene ivaretar kjerneelementet modellering og anvendelser. Antall autentiske kontekstoppgaver kan ikke i seg selv være det som svarer på om kjerneelementet er ivaretatt eller ikke. Da det gjennom analysen ble tydelig at selv om oppgaver er autentiske, betyr ikke det nødvendigvis at det er høyt kognitivt krevende oppgaver som vil gi elevene mer læring enn «ikke-autentiske» oppgaver. Felles for autentiske oppgaver er at de kan bidra til å styrke elevenes motivasjon, tålmodighet og forståelse for faget. Elevene kan med hjelp av autentiske modelleringsoppgaver møte matematikk de kan se relevansen for. Autentiske kontekstoppgaver er det som lar elevene oppleve at matematikken de arbeider med kan ha en betydning for deres virkelige liv. Hvis vi ser på bestillingen læreplanen gir lærer og læreverket med sin beskrivelse av kjerneelementet «modellering og anvendelser»;

*[...] Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor skolen (Kunnskapsdepartementet, 2019b).*

Denne bestillingen krever at elevene møter en viss grad av autentiske kontekstoppgaver, slik at elevene faktisk får oppleve troverdige modeller i matematikk, slik at det blir lettere for elevene å kjenne de igjen også. Det kan også argumenteres for at denne bestillingen også ønsker at elevene kan møte pseudo-realistiske modelleringssituasjoner. Dette ligger i beskrivelsen av at elevene skal kunne kritisk vurdere om modellene er gyldige, hvilke begrensninger de har og vurdere modeller i lys av de opprinnelige situasjonene. Dette vil eleven kunne få muligheten til å teste i møte med noen pseudo-realistiske kontekstoppgaver, så lenge det ikke blir flere pseudo-realistiske kontekstoppgaver enn autentiske

kontekstoppgaver. Går læreverket over til å inneholde for mange pseudo-realistiske situasjoner vil elevene kunne danne en tolkning om at matematikk kun er brukt i urealistiske situasjoner (Vos, 2018). Bestillingen læreplanen gir gjennom dette kjerneelementet er at elevene skal oppleve modeller i matematikk som er såpass gyldige at elevene opplever og lærer hvordan matematikk kan brukes til å beskrive virkeligheten. I tillegg til at elever skal lære hvordan anvendelser av matematikk brukes i ulike situasjoner, både i og utenfor skolen. For å oppnå dette vil det være essensielt med mye autentiske kontekstoppgaver, men også kontekstoppgaver som stiller høyere kognitive krav og ikke kun er ute etter teknikk eller øving av algoritmer og prosedyrer som mesteparten av de tekniske kontekstoppgavene inneholder. For å kunne svare på om læreverkene fullstendig ivaretar kjerneelementet modellering og anvendelser burde det vært gjennomført en kryssanalyse etter oppgavenes kognitive krav. Da det som nevnt tidligere ikke har vært et fullstendig fokus i denne oppgaven, men at det bare er notert ned de forekomstene av høye kognitive krav som har vært veldig tydelig. Dette kan bety at i en analyse etter kognitive krav, kan det være flere oppgaver som inneholder høye kognitive krav, enn hva denne studien har funnet. Allikevel kan vi se at bestillingen i læreplan krever at større andel autentiske kontekstoppgaver, en mindre andel pseudo-realistiske kontekster, en mindre andel tekniske kontekster. Ser vi på fordelingen mellom kapitlene i tabell 8, 9 og 10, kan vi argumentere for at kapitlene som omfatter tall og tallregning i Maximum 8, tall og tallforståelse i Matematikk 8, og kapitlene hele tall og sammensatte måleenheter i Matemagisk 8 har en fordeling mellom kategoriene som kan ivareta bestillingen til læreplanen. I de resterende kapitlene i læreverkene er andelen autentiske kontekstoppgaver betydelig mindre enn andelen på pseudo-realistiske og tekniske kontekstoppgaver som resulterer i at elevene kan i større grad miste muligheten til å føle og oppleve matematikken som relevant for deres daglige liv. Dette resulterer i at kjerneelementet i mindre grad vil være ivaretatt.

## **6. Avsluttende diskusjon og videre forskning**

Det er mye som tyder på at funnene denne studien har kommet fram til ikke er ukjent, men heller et generelt problem som gjelder flere læreverkene for matematikkfaget over hele verden. Dette i den graden Blum og Ferri (2009) henviser til at kontekstoppgaver blir i store deler av verden brukt mindre i daglig undervisning, og de modelleringsoppgavene som blir anvendt i stor grad handler om å repetere og øve ulike matematiske algoritmer. På lik linje som Kaiser & Schwarz (2010) formidler at autentiske modelleringsoppgaver ikke er like

typisk å finne i læreverkene som man egentlig skulle ønske. Som vist i tabell 3, 4 og 5 ser vi at andelen kontekstopp-gaver i læreverkene utgjør 31,9% (Maximum 8), 29,4% (Matematikk 8) og 22% (Matemagisk 8) av de totale antall oppgavene i de ulike læreverkene. Dette viser at modelleringsopp-gaver i mindre grad er inkludert enn rent tekniske og regneopp-gaver, i tillegg utgjør omtrent halvparten av de modelleringsopp-gavene kontekstopp-gaver som er kategorisert som tekniske. Ulikt for denne studien sammenlignet med studien gjennomført av Chamoso et al. (2014) var at de spanske læreverkene utgjorde autentiske opp-gaver bare 2% av de totale opp-gavene analysert. I denne studien har de autentiske opp-gavene utgjort 27% (Matemagisk 8), 26,1% (Maximum 8) og 19,7% (Matematikk 8) av læreverkene. Dette viser at læreverkene i Norge er blitt bedre enn hva som kanskje er gjennomsnittet når det kommer til inkludering av autentiske opp-gaver i læreverket. Det blir også nevnt at 26% av opp-gavene i de spanske læreverkene enkelt kan konverteres til autentiske opp-gaver, noe som er veldig likt antagelsene fra funnene i denne studien. I min masteropp-gave er det ikke tallfestet hvor mange av opp-gavene som bare trenger små grep eller justeringer for å kunne kategoriseres som autentiske, men det ble gjort bemerkelser på at det var en gjentakende faktor gjennom analysen at flere av opp-gavene bare trenger enkle justeringer for å bli kategorisert som autentiske. I masteropp-gaven til Eriksen & Blome (2021) er det gjennomført en studie som undersøker om nye læreverk i matematikkfaget ivaretar tre ulike kjerneelement «utforskning og problemløsning», «resonering og argumentasjon» og «modellering og anvendelser». Dette var læreverkene fra de samme ut-giverne som er analysert i denne studien, men læreverkene var for 5.trinn. Eriksen & Blome (2021) analyserer opp-gavene i læreverkene etter Smith & Steins (1998) beskrivelse av kognitive krav, og finner ut at læreverkene i liten grad inneholder høye kognitive krav i opp-gavene sine. Dette kan tyde på at bemerkelsene gjort i denne studien av kontekstopp-gavene som tydelig hadde høye kognitive krav, kan utgjøre de eneste som faktisk er å finne av høye kognitive krav i læreverkene.

### ***6.1 Konklusjon og videre forskning***

Hovedfunnene i denne masteropp-gaven viser at læreverkene legger til rette for at elever kan møte autentiske modelleringsopp-gaver ved 1/4 til 1/5 opp-gaver. I praksis vil elevene møte de autentiske modelleringsopp-gavene ujevnt i læreverkene, da det er et flertall i de første kapitlene, før antallet autentiske opp-gaver synker utover i læreverkene. Det fremstår som at autentiske og gode modelleringssituasjoner med høye kognitive krav er manglende jevnt over i læreverkene. Det kan derfor fremstå som om læreplanens bestilling av kjerneelementet

modellering og anvendelser i liten grad er ivaretatt. Dette på bakgrunn av at læreverkene skal etter kriterier fra stortinget inneholde koblinger til læreplanverket, og beskrivelsen av kjerneelementet modellering og anvendelser legger til rette for at autentiske modelleringssituasjoner med høye kognitive krav burde i stor grad være inkludert i læreverket. Det ble også tydelig at selv om en oppgave er autentisk, betyr ikke det at oppgaven stiller høye kognitive krav. Veien videre i denne studien kan være å gå tilbake og utvikle flere kategorier, samtidig gjennomføre en mix method-studie slik at kvaliteten på modelleringssituasjonene og deres kognitive krav kan kartlegges. Dette vil i større grad kunne avklare i hvor stor grad oppgavene inneholder gode autentiske modelleringssituasjoner, og hvor stort fokus de ulike læreverkene har på høye kognitive krav i oppgavene sine.

## Litteraturliste

Bastiaens, T. J., Gulikers, J. T. M. & Martens, R. L. (2004). The surplus value of an Authentic Learning environment. *Computers in Human Behaviour*, 21, 509-521.

doi:10.1016/j.chb.2004.10.028

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

[https://www.researchgate.net/publication/279478754\\_Mathematical\\_Modelling\\_Can\\_It\\_Be-Taught\\_And\\_Learnt](https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be-Taught_And_Learnt)

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.

[https://www.jstor.org/stable/pdf/749717.pdf?refreqid=excelsior%3A32b3ef07dbfbc9ff6a5d194bf42a22ce&ab\\_segments=&origin=&acceptTC=1](https://www.jstor.org/stable/pdf/749717.pdf?refreqid=excelsior%3A32b3ef07dbfbc9ff6a5d194bf42a22ce&ab_segments=&origin=&acceptTC=1)

Bratberg, Ø. (2021). *Tekstanalyse for samfunnsvitere* (3. utg.). Cappelen Damm Akademisk

Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. & Múñez, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula?. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 9(12), 261-279

Dalland, C. P. (Red.). (2021). *Metoder i klasseromsforskning*. Universitetsforlaget.

Eriksen, A. E. & Blome, J. T. (2021). *Fremmer nye læreverker i matematikk kjerneelementene i Fagfornyelsen?* [Masteroppgave, Universitetet i Tromsø]. UiT Munin åpent vitenarkiv.

<https://munin.uit.no/handle/10037/22460>

Grenness, T. (2003). *Innføring i vitenskapsteori og metode* (2.utg.). Universitetsforlaget.

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner* (1. utg.). Caspar Forlag AS

Hjardar, E. & Pedersen, J. E. (2020). *Matematikk 8* (1.utg.). Cappelen Damm

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2017). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (utg.5). Abstrakt Forlag.

Kaiser, G. (2014). Mathematical Modelling and Applications in Education. Lerman, S. (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 396-404.) Springer Cham. doi:10.1007/978-94-007-4978-8\_101

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education—Examples and Experiences. *Originalarbeit*, 31, 51-76. DOI 10.1007/s13138-010-0001-3

Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). *Matemagisk 8* (1.utg.). Aschehoug Undervisning.

Kunnskapsdepartementet. (2019a, 18. november). *Nye læreplaner skal gi elevene tid til mer fordypning* [Pressemelding]. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumentarkiv/regjeringen-solberg/aktuelt-regjeringen-solberg/kd/pressemeldinger/2019/>

Kunnskapsdepartementet. (2019b). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>

Lingefjärd, T. (2005). Applied or pure mathematics. *European Research in Mathematics Education IV*, 1675-1685. [http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4\\_WG13.pdf#page=45](http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_WG13.pdf#page=45)

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 International Results in Mathematics, *Trends In International Mathematics And Science Study*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED544554.pdf>

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Fagbokforlaget.

Opsahl, P. C., Johannessen, L. B., Neraal, A. & Røhne, B. (2020, 21. Juli). *Forlag*. Store norske leksikon. <https://snl.no/forlag>

Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42-27

Palm, T. (2007). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58. DOI 10.1007/s10649-007-9083-3

Paredes, S., Cáceres, M. J., Mantecón, J. M. D., Blanco, T. F. & Chamoso (2020). Creating Realistic Mathematics Tasks Involving Authenticity, Cognitive Domains, and Openness Characteristics: A Study with Pre-Service Teachers. *Sustainability*, 12(22). <https://doi.org/10.3390/su12229656>

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.

Svingen, O. L. & Gilje, Ø. (2018). *Kunnskapsgrunnlag for kvalitetskriterium for læremiddel i matematikk*. Utdanningsdirektoratet.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I. & Alseth, B. (2020). *Maximum 8* (2.utg.). Gyldendal.

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Hva er kjerneelementer?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>.

Utdanningsdirektoratet. (2020). Hva er nytt i matematikk? <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>

Utdanningsdirektoratet. (2022). *Hvordan ta i bruk læreplanene?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvordan-ta-i-bruk-lareplanen/>

Vos, P. (2015). Authenticity in extra-curricular mathematics activities; researching authenticity as a social construct. Biembengut, M. S., Blum, W. & Stillman, G. A (Red.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practise* (s. 105-113). Springer.

Vos, P. (2018). «How Real People Really Need Mathematics in the Real World»—Authenticity in Mathematics Education. *Education sciences*, 8(4) <https://doi.org/10.3390/educsci8040195>

Waagene, E. & Gjerustad, C. (2015). Valg og bruk av læremidler. Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning. <https://nifu.brage.unit.no/nifu-xmlui/handle/11250/297862>