

MASTEROPPGAVE

Emnekode: MAT5003

Navn: Sofie Grønnli

Matematisk resonnering på barnetrinnet

En systematisk litteraturstudie av hvilke lærerhandlinger som kan fremme og utvikle elevenes resonneringsferdigheter.

Dato: Mai 2023

Totalt antall sider: 66

Forord

Fem år på universitetet er forbi, og masteroppgaven viser sluttproduktet av noen lærerike år på skolebenken. Arbeidet med masteroppgaven har vist seg å være utrolig spennende, men også tidvis utfordrende og krevende. Jeg har fått muligheten til å fordype meg i et tema som jeg synes er interessant og noe som engasjerer meg, og som vil forme meg som pedagog. Denne oppgaven har gitt meg innblikk og forståelse for et område av matematikkdiraktikk, som jeg nå innser at det snakkes alt for lite om i utdannings-Norge. Fokuset i den norske skolen er og skal være eleven. Men etter fagfornyelsen av 2020 ble det, etter min oppfatning, et gap mellom lærernes kompetanse og hva læreplanen sa at elevene skulle oppnå. Dette ga meg nysgjerrighet og en drivkraft for å finne ut hvordan jeg kunne dekke dette personlige kunnskapshullet mitt. Videre undersøkning avdekket at det ikke bare er en personlig utfordring, heller ikke bare nasjonalt, men et internasjonalt problem. Jeg håper min masteroppgave kan bidra til å belyse for leseren hvor viktig matematisk resonnering er, og hvor ukomplisert man kan jobbe med det i klasserommet.

Underveis i prosessen har jeg også fått bli bedre kjent med metoder jeg kan benytte meg av i arbeidslivet for å tilegne meg mer kunnskap, og videreutvikle min rolle som klasseleder. Jeg er blitt gjort oppmerksom på hvordan jeg kan holde meg oppdatert på relevant forskning for min praksis, og henge med i utviklingen av undervisningspraksis.

Jeg vil først takke min veileder Atle Ivar Olsen for god veiledning underveis, særlig med hjelp på vinkling av oppgaven. Ellers vil jeg takke mine medstudenter som alltid har vært tilgjengelige for brainstorming, kreative idéer og som har vært gode støttespillere.

Avslutningsvis ønsker jeg å takke min familie og nærmeste venner, som har hatt troen på meg og mitt prosjekt. Og som har vært tålmodig med denne slitne masterstudenten, som ikke alltid har funnet tid eller energi til sosiale aktiviteter.

Narvik, april 2023

Sofie Grønnli

Sammendrag

Tittel: Matematisk resonnering på barnetrinnet: En systematisk litteraturstudie av hvilke lærerhandlinger som kan fremme og utvikle elevenes resonneringsferdigheter.

Hensikt: Studiens hensikt er å kartlegge hva forskningslitteratur nevner læreren kan gjøre for å fremme og utvikle elevers resonneringsferdigheter i matematikklasserommet.

Problemstilling: «Hvilke grep kan læreren planlegge og gjennomføre for å fremme og utvikle grunnskoleelevers matematiske resonneringsferdigheter?»

Metode: For å besvare oppgavens problemstilling ble det gjennomført en systematisk litteraturstudie hvor fire forskningsartikler ble inkludert. Det ble gjennomført et systematisk søk ved bruk av søkestrategi, inklusjons- og eksklusjonskriterier og kvalitetssjekk av artikler. Analysen er en tematisk analyse.

Resultat: I denne studien ble det funnet 35 konkrete handlinger læreren kan gjøre for å fremme og utvikle elevers resonneringsferdigheter. Disse er her delt opp i 6 kategorier: planlegge, gi instruksjoner, innhente forkunnskaper, respondere på elevenes bidrag, utvikle elevenes bidrag og å utfordre elevenes kritiske tenkning.

Konklusjon: Funn tyder på at det eksisterer flere kjente handlinger læreren kan gjøre for å jobbe med elevenes resonneringsferdigheter. Disse vil ha ulik påvirkning på elevenes læring og rom for å vise sine ferdigheter innen resonnering. Handlingene gjelder helt fra planleggingsfasen og ut i klasserommet. Det finnes ingen fasit på hvilke handlinger som er mest effektive, men en kombinasjon mellom flere handlinger anses som mest hensiktsmessig. Et viktig moment er at det må etableres en klassekultur hvor det er trygt å dele sine oppfatninger, og hvor elevene får vurdere hverandres bidrag på en sunn og faglig måte.

Nøkkelord: Matematisk resonnering, lærerhandlinger, lærergrep, skole, matematikk, matematikdidaktikk

Abstract

Title: Mathematical reasoning at primary school: A systematic literature study of which teacher actions can promote and develop students' reasoning skills.

Purpose: The purpose of the study is to map what research literature mentions teachers can do to promote and develop students' reasoning skills in the mathematics classroom.

Thesis question: "Which actions can the teacher plan and carry out to promote and develop primary school students' mathematical reasoning skills?"

Method: In order to answer the thesis' question, a systematic literature study was conducted where four research articles was included. A systematic search was conducted by search strategy, criteria for inclusion and exclusion and a quality check of articles. The analysis is a thematic analysis.

Results: In this study, 35 concrete actions were found that the teacher can take to promote and develop students' reasoning skills. There are divided here into 6 categories: planning, giving instructions, obtaining prior knowledge, responding to student contributions, developing student contributions, and challenging the students' critical thinking.

Conclusion: Findings suggest that there are already several well-known actions the teacher can take to work on students' reasoning skills. These will have different effects on the students' learning and space to show their skills in reasoning. The actions apply right from the planning phase right through to the classroom. There is no conclusion as to which actions are most effective, but a combination of several actions is considered most appropriate. An important point is that a class culture must be established where it is safe to share one's opinions, and where students can assess each other's contributions in a healthy and professional way.

Keywords: Mathematical reasoning, teacher moves, school, mathematics, mathematics didactics

Innholdsfortegnelse

Innholdsfortegnelse	iv
1 Bakgrunn og temavalg	1
1.1 Problemstilling	2
1.2 Formål og begrunnelse for valg	2
1.3 Avgrensning av studien	4
2 Teoretisk perspektiv	6
2.1 Matematisk resonnering	6
2.1.1 Modell for matematisk resonnering	7
2.1.2 Resonneringskultur	10
2.2 Lærerhandlinger	11
2.3 Kommunikasjonsformer i undervisningen	12
2.3.1 Matematiske samtaler	14
2.4 Læring som en sosial prosess	15
3 Metode	17
3.1 Vitenskapssyn	17
3.1.1 Hermeneutikk	18
3.2 Valg av metode	18
3.3 Inklusjons- og eksklusjonskriterier	20
3.4 Søkestrategi	21
3.5 Ethiske overveielser	22
3.6 Søkeprosess	23
3.7 Kvalitetsvurdering av artikler	24
3.8 Analyse	26
3.9 Studiens kvalitet	28
4 Resultat	30
4.1 Planlegging	33
4.2 Å gi instruksjoner	35
4.3 Innhente forkunnskaper	35
4.4 Respondere på elevenes bidrag	36
4.5 Videreutvikle elevenes bidrag	37
4.6 Utfordre elevenes kritiske tenkning	37
5 Diskusjon	39
5.1 Lærerhandlinger for å fremme matematisk resonnering	39
5.1.1 Planlegging	39
5.1.2 Å gi instruksjoner	40
5.1.3 Innhente forkunnskaper	41
5.1.4 Respondere på elevbidrag	41
5.1.5 Oppsummering av lærerhandlinger som fremmer resonnering	42
5.2 Lærerhandlinger for å utvikle matematisk resonnering	42
5.2.1 Videreutvikle elevenes bidrag	43
5.2.2. Utfordre elevenes kritiske tenkning	44
5.2.3 Oppsummering av lærerhandlinger som videreutvikler resonnering	45
5.3 Lærerhandlinger sett i sammenheng med resonneringsprosesser	45
5.4 Oppsummering av lærerhandlinger i det resonnerende klasserommet	47

5.4.1 Hva skal elevene lære?	47
5.4.2 Hva skal til for å lære dette?.....	47
5.4.3 Hvorfor er matematisk resonnering nødvendig?	49
6 Oppsummering og konklusjon	51
6.1 Videre forskning.....	52
Referanser.....	53
Vedlegg 1: Kvalitetsvurdering av artikler	58

Innholdsliste tabeller

Tabell 1: Modell for matematisk resonnering (Jeannotte & Kieran, 2017). Egen oversettelse.	9
Tabell 2: Oversikt over lærerhandlinger med ulike grunnleggende funksjoner og ulike didaktiske mål (Östman, van Poeck & Öhman, 2019, s. 146). Egen oversettelse.	12
Tabell 3: PICO, hentet fra Helsebiblioteket 2021 (Hentet: 18.04.23).....	19
Tabell 4: PICO-skjema for studien (Helsebiblioteket, 2021).....	19
Tabell 5: Inklusjons- og eksklusjonskriterier for forskningsartikler i studiens utvalg. Egen tabell.	21
Tabell 6: Egenutviklet skjema for søkeord for studien i ERIC, Google Scholar og Oria.	22
Tabell 7: Min søkeprosess for studien i Google Scholar, ERIC og Oria.	23
Tabell 8: Egen tabell basert på tematisk analyse av Braun & Clarke (2006).....	26
Tabell 9: Oversikt over inkluderte artikler i min studie.	30
Tabell 10: Kategorier og koder funnet gjennom tematisk analyse.....	32

Innholdsliste figurer

Figur 1: Resonneringskultur (Lithner, 2007, s. 258).....	11
Figur 2: Flytskjema (Page et al., 2020, hentet: 12.02.23).	25

1 Bakgrunn og temavalg

For en del elever kan matematikkfaget oppleves som et teoretisk tungt fag, hvor det alltid skal være to streker under svaret og hvor et korrekt svar er viktigere enn arbeidsprosessen. Undervisningen har kanskje et stort fokus på pugging og et gitt fasitsvar, som kan være demotiverende for elever. Følelsen av å ikke mestre faget kan lede til matematikkangst og matematikkvansker. Undervisningen i faget bør derimot ha fokus på å utforske matematikken, hvor alle bidrag kan være nyttige og alle har forutsetning for å bidra aktivt i klasseromsaktivitetene (Statlig spesialpedagogisk tjeneste, 2022).

I den nye læreplanen fra 2020 ble det satt et større søkelys på seks kjerneelementer i matematikkfaget. Kunnskapsdepartementet (2019, s. 2) mener disse kjerneelementene vil kunne bidra til at elevene oppfatter matematikkfaget som mer relevant, og vil kunne føre til større engasjement og nysgjerrighet for faget. Endringen av matematikkundervisningen skal legge til rette for at elevene skal utvikle sin kompetanse gjennom bruk av ulike arbeidsmetoder og tenkemåter. Den nye læreplanen i matematikk er i samsvar med Statpeds idéer om hvordan matematikkundervisningen bør være; en kreativ, åpen og utforskende undervisning, hvor elevene skal få mulighet til å erfare matematikk gjennom relevante kontekster og gi grobunn for engasjement og undring. Kjerneelementene i matematikkfaget er:

- Utforskning og problemløsning
 - Modellering og anvendelser
 - Resonnering og argumentasjon
 - Representasjon og kommunikasjon
 - Abstraksjon og generalisering
 - Matematiske kunnskapsområdet
- (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2-3).

Overordnet tema for denne masteroppgaven er hvilke spesifikke grep læreren kan ta i undervisningen for å fremme og utvikle elevers matematiske resoneringsferdigheter. Studien vil se nærmere på ulike litteratur rundt resonnering og pedagogiske valg læreren kan ta for å arbeide med resonnering.

Min erfaring som vikarlærer og praksisstudent gjennom studietiden, har gitt meg et syn på at matematikkundervisningen ofte består av korte felles gjennomgangen på tavla, hvor læreren står for det meste av snakkingen, og resterende undervisningstid består av individuelt arbeid eller samarbeid med læringspartner. Elevene lærer få eller ingen verktøy for hvordan de kan kommunisere, samt muligheten til å få lov til å diskutere matematikk ofte frafaller. Behovet for å tydeliggjøre elevenes resonnementer og utvikle disse har etter min erfaring ikke hatt et stort fokus i klasserommene. Elevene vil dermed få mindre rom til å utforske i et fellesskap og å bli kjent med andres synspunkter og løsningsstrategier. For å øke muligheten for utvikling av elevers resonneringsferdigheter er fokuset i denne studien satt på samhandling i klasserommet og mellom ulike kjerneelementer i læreplanen.

1.1 Problemstilling

Studiens formål er å undersøke hva forskning sier om hvilke konkrete grep læreren kan gjøre for å fremme og utvikle elevers resonneringsferdigheter i matematikkundervisning på skolen. Problemstilling til denne studien er:

«Hvilke grep kan læreren planlegge og gjennomføre for å fremme og utvikle grunnskoleelevers matematiske resonneringsferdigheter?»

For å hjelpe med å besvare problemstillingen har jeg formulert to (2) forskningsspørsmål:

- 1) Hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å fremme resonnering i matematikkfaget?
- 2) Hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å utvikle resonnering i matematikkfaget?

Disse forskningsspørsmålene vil jeg undersøke nærmere gjennom datainnsamling og analyseprosessen, og presentere og drøfte de senere i oppgaven.

1.2 Formål og begrunnelse for valg

“Resonnering i matematikk handlar om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det inneber at elevane skal forstå at matematiske reglar og resultat ikkje er tilfeldige, men har klare grunngevingar. Elevane skal utforme eigne resonnement både for å forstå og for å løyse problem(...)”

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

Dette er beskrivelsen av kjerneelementet “resonnering og argumentasjon” i læreplanen av 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Denne beskrivelsen kan oppfattes som utydelig og mangelfull, da den er veldig generell. Læreplanen inneholder heller ingen lærerveiledning på hvordan man kan avdekke resoneringsferdigheter eller hvordan man kan arbeide med dette i skolen. Læreplanen inneholder altså en viss forventning om at det allerede eksisterer en felles forståelse blant pedagoger om hva begrepet resonnering innebærer.

En australsk studie (Herbert, 2019, s. 354) avdekket en lignende problemstilling etter det ble et økt fokus på resonnering i nye læreplaner. Læreplanene hadde manglende definisjoner av begrepet resonnering, inneholdt ikke tilstrekkelig med veiledning til lærerne og manglet eksempler. I den samme studien ble det gjennomført intervjuer med lærere for å avdekke deres forståelse av begrepet. Funnene var at lærerne i stor grad manglet kunnskap om resonnering, evnet i liten grad å identifisere og vurdere resoneringsferdigheter og hadde utfordringer med å kartlegge progresjon av resoneringsferdigheter.

Dette masterprosjektet tar ikke sikte på å kartlegge norske læreres kompetanse på området, men vil se nærmere på hva matematisk resonnering er, og hvordan lærere kan arbeide med dette kjerneelementet. I denne studien vil det fokuseres på elevenes muntlige resonneringer, da det i dagens utdannings-Norge er en bred enighet om at kommunikasjon er en avgjørende faktor for elevenes forståelse, engasjement og motivasjon (Stenaasen & Sletta, 1998; McKenzie, 2001; Holm, 2012; Botten & Torkildsen, 2014). Det vil dog inkluderes teori rundt andre former for kommunikasjon som kan bistå elevene i å tydeliggjøre sin forståelse og sine idéer. Disse kommunikasjonsformene skal ikke isoleres og ses på som noe eget, men heller være et støtteapparat for den muntlige interaksjonen i klasserommet.

Det er ingen indikatorer på at norske elever er dårlige i matematikk, snarere tvert imot. Ifølge TIMSS-undersøkelsen (Trends in International Mathematics and Science Study) i 2019 (Kaarstein et al., 2020) er norske 5. trinns elever over gjennomsnittlig gode i regning på verdensbasis, og er de sterkeste elevene i regning i Norden. Det som også trekkes frem i undersøkelsen er kompetansenivået på de norske elevene som deltok i undersøkelsen.

Kompetansen er delt i fem nivåer; avansert nivå, høyt nivå, middels nivå, lavt nivå og under lavt nivå.

Resultatene til de norske 5. trinns elevene var:

- Avansert nivå = 13%
- Høyt nivå = 35%
- Middels nivå = 34%
- Lavt nivå = 15%
- Under lavt nivå = 3%

(Kaarstein et al., 2020, s. 10-11).

Resultatene kan sammenlignes med nasjonale prøver i regning på 5. trinnet i 2021, hvor det viser lignende tendenser med at majoriteten av elevene (51,4%) befinner seg på et middels nivå, mens 23,3% er på et lavt nivå og 25,3% er på et høyt mestringsnivå (Statistisk Sentralbyrå, 2021). På bakgrunn av dette ser vi at norske elever i gjennomsnitt er sterke i matematikkfaget, men det er rom for forbedring av dagens praksis, slik at flere elever kan få større forståelse og en god opplevelse av faget. En mer åpen, utforskende og kreativ matematikkundervisning, uten fokus på å alltid ha to streker under svaret, vil potensielt kunne bidra til at flere elever opplever mestring og engasjement for matematikk. Et økt fokus på resonnering, utforskning, problemløsning og kommunikasjon kan tenkes å ha en positiv effekt gjennom å skape en større faglig forståelse, økt mestringsnivå, økt mestringsfølelse og mindre matematikkangst (Statlig spesialpedagogisk tjeneste, 2022).

1.3 Avgrensing av studien

Studien er en systematisk litteraturstudie som vil ta for seg hvilke grep læreren kan gjøre for å fremme og utvikle elevenes matematiske resonneringskompetanse. Dette gjelder både planlagte grep og spontane grep. Fokuset vil altså være på lærerens handlinger i planlegging og gjennomføring av undervisning i matematikk, som har som hensikt å jobbe med elevers resonneringskompetanse. Studien avgrenses ytterligere ved hvilken litteratur som er inkludert i utvalget, basert på inklusjons- og eksklusjonskriterier og kvalitetsvurdering av artikler. Dette tydeliggjøres henholdsvis i Kapittel 3.3 og Kapittel 3.7.

Studien vil fokusere på elever og lærere i grunnskolen, og grunnskoleelevers resonneringsferdigheter. Litteratur som gjelder utvikling av resonnering hos yngre eller eldre barn vil og inkluderes, ettersom de samme lærerhandlingene kan være hensiktsmessige å bruke for barn i grunnskolen.

2 Teoretisk perspektiv

I dette kapitlet vil relevant teori gjennomgås, og sentrale begreper og elementer for studien vil gjøres rede for. Et særlig fokus vil det være på hva matematisk resonnering er, hva som menes med lærerhandlinger, samt inneholde teori rundt kommunikasjonsformer i klasserommet. Kapitlet starter med en redegjørelse for hva matematisk resonnering er, og gå inn på ulike aspekter ved resonnering. Videre defineres begrepet “lærerhandlinger” før kapitlet avsluttes med å se på ulike metoder for kommunikasjon i undervisningen.

2.1 Matematisk resonnering

I gjeldende læreplan i matematikk 1. - 10. trinn beskrives resonnering på denne måten:

“Resonnering i matematikk handlar om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det inneber at elevane skal forstå at matematiske reglar og resultat ikkje er tilfeldige, men har klare grunnvingar. Elevane skal utforme eigne resonnement både for å forstå og for å løyse problem.”

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

I læreplaner over hele verden har resonnering blitt mer og mer sentralt i matematikkfaget, og i forskningsmiljøet er det et økt fokus på hvordan lærere forstår begrepet resonnering, hvilke utfordringer vi står overfor, og hvordan vi bør jobbe med dette i klasserommene (Herbert, 2019; Jeannotte & Kieran, 2017). Blant utfordringene som er avdekket finner man at det ikke eksisterer en felles forståelse av hva matematisk resonnering er, og lærere har dermed utfordringer med å arbeide og vurdere resonnering i undervisningen (Herbert, 2019, s. 354).

National Research Council (2002, s. 8-9) i USA presiserer at resonnering er en av fem matematiske ferdigheter som elever må beherske, for å kunne inneha god matematisk kompetanse, og evne til å mestre faget og vise sin forståelse og ferdigheter. De fem matematiske ferdighetene er; forståelse, databehandling, anvendelse, resonnering og engasjere. Disse ferdighetene er sammenflettede, og påvirkes av hverandre. Det vil si at dersom eleven ikke mestrer ett av disse områdene, vil den totale matematiske kompetansen svekkes. Videre beskrives resonnering som et lim som holder matematikken samlet (National Research Council, 2002, s. 14). Andre beskriver matematisk resonnering som en utviklende prosess hvor den lærende utvikler sine ferdigheter innen å generalisere, formode, undersøke hvorfor og evaluere

påstander (Lannin et al., 2011, s. 13). Brodie vektlegger at forståelsen for matematiske konsepter er viktig for resonneringsferdigheter (2010, s. 11).

Lithner beskriver resonnering som en tankeprosess som benyttes i oppgaveløsning, ved å komme med påstander og videre til konklusjoner. Tankeprosessen må ha noen passende grunner som støtter opp, men må ikke være matematisk korrekt eller føre til korrekt svar (Lithner, 2007, s. 257). Videre deler han resonnering opp i to hovedgrupper; immativ resonnering og kreativ resonnering. Immativ resonnering er basert på tidligere erfaringer, og består av undergruppene memorert resonnering og algoritmisk resonnering. Førstnevnte består av at man gjennomfører strategivalg for å gjengi et svar og en strategiimplementering for å skrive ned svaret. Her imiterer eleven en strategi, men behøver ikke å ha reell forståelse for matematikken. Algoritmisk resonnering som er å finne og huske en algoritme for løsning, Den andre hovedgruppen, kreativ resonnering, består ikke av noen bestemte strategier, men beskrives som fleksibel, nyskapende og troverdig. Her kan eleven bruke ulike tilnærminger for å løse oppgaven, men må ha troverdige begrunnelser på valg av løsningsstrategi og metode. Her er det i større grad snakk om elevens matematiske forståelse, og evne til å selv finne egne måter å løse problemer på. Memorering og ren gjentakelse og pugging av strategier er ikke nødvendig, da eleven innehar stor matematisk kompetanse og evner å finne løsningsforslag på egen hånd (Lithner, 2007, s. 258-267).

Resonnering handler om å finne en konklusjon, ifølge Haugen (2000, s. 266). Han skiller mellom deduktive og induktive resonneringer. Her defineres de deduktive resonnementene ved at man begynner relevante regler eller premisser og beveger oss mot en konklusjon (Haugen, 2000, s. 266-267). Et skolerlevant eksempel på dette kan være: Alle firkanter har fire kanter, alle kvadrater og rektangler har fire kanter. Derfor er alle kvadrater og rektangler firkanter. De induktive resonneringene går fra konklusjonen og har som mål om å finne en regel eller generalisering (Haugen, 2000, s. 266-267).

2.1.1 Modell for matematisk resonnering

En litteraturstudie ble gjennomført av Jeannotte & Kieran (2017, s. 1-2) for å se nærmere på forskning på matematisk resonnering. Målet deres var å skape en modell som kunne brukes for å se nærmere på elevenes resonneringsferdigheter (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 3). De samlet

resonneringsprosesser nevnt i tidligere forskning, og beskrev disse gjennom enkle handlingsverb.

Modellen de utarbeidet består av 3 strukturaspekter, 3 prosessaspekter og 9 resonneringsprosesser. De strukturelle aspektene forteller noe om hvordan elevens argumenter er strukturerte. Jeannotte & Kieran deler dette opp i induktive, deduktive og abduktive steg. I induktiv resonnering vil eleven komme med en begrunnelse som stammer fra de dataene som er tilgjengelige. I deduktiv resonnering vil eleven bruke datamateriale og begrunnelsen til å skape en påstand. I abduktiv resonnering er det to alternativer; enten at eleven bruker påstander til å skape data og begrunnelser. Alternativt kan eleven også bruke påstander og begrunnelser til å skape datamaterialet (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 8).

I modellen til Jeannotte & Kieran finner vi tre prosessaspekter; prosesser relatert til søken etter likheter og forskjeller, prosesser relatert til validering og prosesser knyttet til eksemplifisering. I disse prosessaspektene er det underlagt totalt 9 resonneringsaspekter. Jeg vil kort beskrive disse under.

I gruppen prosesser relatert til søken etter likheter og forskjeller finnes det 5 resonneringsprosesser: *Generalisering* - Her skal eleven identifisere fellestrekk, se sammenhenger og ulikheter. Idéen er at det skal finnes mulighet til å skape generelle påstander eller regler om datasettet, som stammer fra mindre detaljer og enkelttilfeller i datasettet. *Formodning* - Å formode kan ligne på å skape en hypotese. Elevene skaper et narrativ om datasettet som er sannsynlig, og kan testes matematisk. *Identifisere mønster* - Å søke etter forskjeller og likheter. Her vil det være relasjoner mellom elementene, og disse skal identifiseres. *Sammenligning* - Gjennom å ha sett på forskjeller og likheter skal eleven kunne sammenligne de matematiske objektene. *Klassifisering* - Klassifisering er å gruppere objekter, etter å ha søkt etter likheter og forskjeller. Grupperingen skal baseres på matematiske egenskaper (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 9-11).

I gruppen prosesser relatert til validering finner vi tre resonneringsprosesser: *Rettferdiggjøring* - Vi begrunner, finner ryggdekning og hjemmel for en påstand. På denne måten endrer vi den epistemiske verdien. *Bevise* - Vi endrer epistemisk verdi gjennom deduktive restruktureringer

fra sannsynlig til sann. Her dukker muligheten for teoretisering opp. *Formelt bevis* - Vi bygger beviser gjennom matematisk teori og aksiomer og teoremer. I den siste gruppen finner vi prosesser relatert til *eksemplifisering*. Eksemplifisering er en resonneringsprosess som man benytter seg av for å støtte opp om de andre resonneringsprosessene, gjennom å skape eksempler. Disse eksemplene skal ha som funksjon å gi en begrunnelse og troverdighet til andre resonneringer. Det er ingen fasit for hvordan disse skal være, men kan være elevens egne representasjoner (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11-14). Det må presiseres at Jeannotte & Kieran vektlegger at resonneringsprosessene er tett knyttet sammen, og vil bidra til å stimulere og påvirke hverandre (2017, s. 20). Tabell over modellen for matematisk resonnering kan ses i Tabell 3.

Tabell 1: Modell for matematisk resonnering (Jeannotte & Kieran, 2017). Egen oversettelse.

Modell for matematisk resonnering Egen tabell etter Jeannotte & Kieran (2017)			
Struktur- aspekter	Prosess- aspekter	Resonnerings- prosesser	Beskrivelse
Deduksjon	Prosesser knyttet til leting etter likheter og forskjeller	Generalisering	Å komme frem til sammenhenger og strukturer som gjelder generelt
		Formodning	Å lage forslag/hypoteser som tenkes kan være sann
Induksjon		Identifisering av mønster	Finne relasjon mellom objekter
		Sammenligning	Finne likheter og forskjeller mellom objekter
		Klassifisering	Gruppering av objekter basert på egenskaper
Abduksjon	Prosesser knyttet til validering	Rettferdiggjøring	Begrunne hypotese eller bevis. Finne ryggdekning/hjemmel.
		Bevis	Må restruktureres deduktivt. Endrer formodning fra sannsynlig til sann.
		Formelt bevis	Bygges på matematisk teori og formaliserte realiseringer (aksiomer og teoremer).

	Prosesser knyttet til eksemplifisering	Eksemplifisering	Eksempler som benyttes i de andre prosessene og kan lede til generalisering
--	--	------------------	---

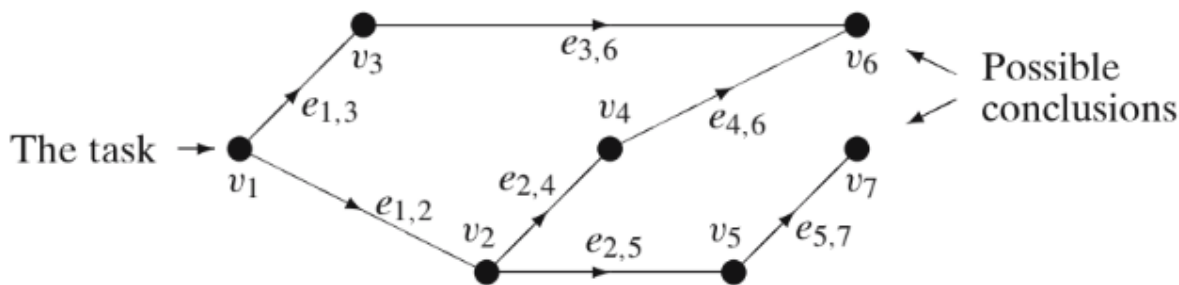
2.1.2 Resonneringskultur

Johan Lithner har hatt stort fokus på elevers kognitive prosesser i arbeid med matematikk, og har publisert flere studier rettet mot oppgaveløsning og resonnering. I 2007 publiserte han artikkelen «A research framework for creative and imitative reasoning» hvor han presenterte fire trinn man kan følge i oppgaveløsning for å fremme elevenes resonnering. Å bruke disse trinnene mente han var gode for å øke elevenes muntlighet, og få mer trening i en matematisk diskurs. Samtidig kunne det brukes som et verktøy for læreren for å kunne avdekke og vurdere elevenes resonnementer og dermed også kunne arbeide videre med disse (Lithner, 2007, s. 256-257). Lithner presenterte følgende trinn for oppgaveløsning:

1. Elevene møter en oppgave som ikke har en åpenbar løsning
2. Elevene må velge en løsningsmetode/strategi, og forklare hvorfor den kan være hensiktsmessig å bruke
3. Elevene tar i bruk løsningsmetoden. De må verifisere om metoden var hensiktsmessig, eller om de må revurdere løsningen og benytte en annen strategi for å løse oppgaven
4. Elevene finner en konklusjon

(Lithner, 2007, s. 257).

Lithner (2007, s. 257-258) fant en måte å illustrere resonneringen på. Han illustrerte prosessen som en tur på en sti (se Figur 1). Elevene starter med å bli presentert for en oppgave, her i v1, og videre må de velge en strategi for å komme seg videre i oppgaven. Valg av strategi og gjennomføringen av denne illustreres ved at elevene går en vei, her i e1,2 eller e1,3 . Underveis kan vi se på stien at elevene er nødt til å gjøre ulike vurderinger, og vil kunne komme til ulike svar, eksempelvis i v6 eller v7. For eksempel kan elevene komme frem til at svaret er valid, og oppgavearbeidet stopper der. Alternativt kan de erfare at svaret virker usannsynlig og at strategien må revurderes, og på den måten skaper elevene seg nye stier som de må gå.



Figur 1: Resonneringskultur (Lithner, 2007, s. 258).

2.2 Lærerhandlinger

I klasserommet utvikler læreren et læringsmiljø, og setter i gang ulike tiltak for å utvikle forståelsen til elevene. Dette blir ofte kalt "teacher moves" (Östman et al., 2019, s. 145). Hensikten med slike handlinger kan være for å få frem et poeng, oppmuntre elevene til å delta aktivt, støtte elevenes utsagn mm. Yao & Manoucheheri (2020, s. 2) beskriver både verbale og nonverbale handlinger som læreren kan ta for å støtte elevens læring. Verbale handlinger kan være å gjenta elevutsagn, reformulere eller stille spørsmål. Nonverbale handlinger er gjerne de pedagogiske avgjørelsene som læreren tar, som å velge hvilken elev som skal svare, hvilke elever som skal samarbeide om en oppgave eller valg av oppgaver og måter å konkretisere på.

Östman et al. (2019, s. 145-146) peker på at handlingene læreren gjør baseres ut ifra to didaktiske mål, presentert i Tabell 2. Det første målet er iscenesetting som består av å instruere elevene i noe konkret, samt å bygge på undervisningen. Med å "bygge på" menes det at elevene først må lære det grunnleggende, før man kan få videre informasjon. Det andre didaktiske målet er å iscenesette en hendelse. Dette består av handlinger som å være en støtte for elevene og bekrefte eller avkrefte elevenes utsagn, og handlinger som får elevene til å utdype sine idéer, generere påstander og vurdere disse påstandene (Östman et al., 2019, s. 145-146).

Tabell 2: Oversikt over lærerhandlinger med ulike grunnleggende funksjoner og ulike didaktiske mål (Östman, van Poeck & Öhman, 2019, s. 146). Egen oversettelse.

Isenesetting	Isenesette en hendelse	
	Veilede	Utdypning
Instruere	Bekreft	Generere
Legge til	Reorientering	Vurdering

I sin studie fant Yao & Manoucheheri (2020, s. 8-19) 9 handlinger lærere gjorde for å støtte elevenes læring; aktivere primitiv kunnskap, korrigere primitiv kunnskap og oppmuntre elevene til å evaluere og reflektere over nåværende matematisk aktivitet eller oppgave. Man kan også forsøke å eksternalisere elevenes mentale bilder (å gjøre elevenes mentale bilder til ytre bilder som kan ses av andre) av matematikken (problemet og løsningsmuligheter). Gjennom eksternalisering vil problemet eller løsningsmuligheter tydeliggjøres for elevene selv, for læreren og for medelever, og kan være et godt grunnlag for matematiske samtaler. Læreren kan og rette oppmerksomheten på matematiske egenskaper eller sammenhenger, oppmuntre til å utvide matematiske idéer, formalisere og rettferdiggjøre disse idéene. Eller at læreren formelt beskriver det elevene har gitt uttrykk for (Yao & Manoucheheri, 2020, s. 8-19).

I denne studien vil jeg bruke begrepet *lærerhandlinger* om “teacher moves”. I dette legger jeg alle pedagogiske planlagte handlinger læreren gjør for å fremme og utvikle resonnering hos elevene. Her inkluderes også mer spontane handlinger som læreren tar underveis i undervisningen. I en vanlig klasseromssituasjon har ikke læreren planlagt hver minste detalj i hvilke spørsmål eller hint som skal gis, men dette er uten tvil handlinger som vil ha en påvirkning på elevenes deltakelse, muntlighet og resonnementer. Av den årsak sees det som relevant og viktig å inkludere disse spontane handlingene gjort av lærere.

2.3 Kommunikasjonsformer i undervisningen

Etter Vygotskys idéer er språket svært viktig for læring (Holm, 2012, s. 76). Eksempelvis kan egosentrisk tale, det at barnet snakker med seg selv, hjelpe til å utvikle forståelse av et fenomen. Han mente også at læreren skulle legge til rette for elevens utvikling, gjennom å skape dialoger. På denne måten kan læreren innta en rolle som veileder og støtte elevene i deres læringsprosesser (Holm, 2012, s. 76-77). Det er viktig at læreren er flink til å snakke *med*

elevene, og ikke *til* dem. Dette gjør at læreren blant annet får bedre forståelse for hva elevene tenker, hvilke kompetanser de innehar, samt øker muligheten for å avdekke mulige misforståelser (Høines, 1998, s. 38). Kanskje viktigst av alt får elevene lære å uttrykke seg og sine idéer, få eierskap over aktiviteten og egen læring, samt få en positiv opplevelse av matematikkfaget. Å planlegge kommunikasjonen i klasserommet vil også hjelpe læreren i å kunne stille spørsmål til rett tid, og veilede elevene der de trenger det (Maher & Martino, 1996, s. 197).

Kommunikasjonen i klasserommet bør ikke utelukkende bestå av ord. For barn er det viktig å få uttrykke seg på flere ulike måter. I matematikkundervisningen kan dette være både gjennom muntlighet, kroppsspråk og tegn. En måte å kommunisere på er eksempelvis å aktivt benytte konkretiseringsmaterieell for å hjelpe til med å uttrykke seg (Høines, 1998, s. 78). Dersom elevene arbeider med noe de oppfatter som utfordrende, eller om de ikke har den nødvendige begrepsforståelsen for å uttrykke seg muntlig, vil disse andre kommunikasjonsformene være nødvendige for at elevene skal få vist sin forståelse og utforske matematikken på en bedre måte. Høines trekker også frem at innhold i begreper er subjektive, og representerer en persons egne tanker og oppfatninger. Dette stammer fra personens egne erfaringer som utformer betydningen av et begrep (Høines, 1998, s. 78-80). Dette gjør at vi må ta oss tid til å diskutere begreper, hvordan vi oppfatter dem, og hva som faktisk ligger i begrepene. For meg som er matematikkstudent på universitetet, så er en firkant alle figurer som har fire kanter. Dette inkluderer blant annet trapeser, romber, parallellogrammer og uregelmessige firkanter. For en ung elev kan muligens en firkant bare være et kvadrat, da de har fått representert et kvadrat hver gang det har vært snakk om firkanter. På denne måten har vi ulike oppfatninger av hva en firkant er, og vil definere dette på ulike måter. Bruken av flere ulike kommunikasjonsformer vil kunne hjelpe eleven både med å uttrykke egen oppfatning, men og å få en bedre forståelse av andres idéer og matematiske begreper.

En annen uttrykksform er bruk av tegning. Ifølge Vygotsky (1962, s. 66) kan tegning ha lik funksjon som det muntlige språket. Barn i skolealder har ofte utviklet sine tegneaktiviteter fra noe egosentrisk til noe kommunikativt. Flere slutter med å tegne utelukkende fordi det er gøy, men tegner for å formidle noe. Funn viser at lærere ofte ikke ser etter det kommunikative, og heller fokuserer på det estetiske og kunstneriske. Men tegning kan brukes som et pedagogisk

verktøy i kommunikasjonen med elevene. Dette kan være i form av å gi elevene en måte å uttrykke seg på, og formidle deres opplevelser (Høines, 1998, s. 114-115). Høines beskriver tegning som et “grafisk språk som dannes av muntlig språk”. De forteller et narrativ gjennom kunstneriske trekk (Høines, 1998, s. 117). I en skolesituasjon tenker jeg dette kan være situasjoner som har oppstått i friminuttene eller ting som opptar dem på fritiden. Dersom vi spesifikt knytter dette til matematikkundervisningen, kan vi bruke tegning til å forklare matematiske idéer eller prosesser. En elev kan eksempelvis tegne løsningsstrategien for en addisjonsoppgave. Dette gjør det enklere for elevene både med å løse oppgaven, men også kunne forstå hva man selv gjorde for å løse oppgaven og evne til å forklare løsningen til andre.

Det er en bred enighet i at kommunikasjon er viktig i læringsprosesser, og det kan føre til økt forståelse, selvutvikling, økt engasjement og har en effekt på motivasjon og læring (Stenaasen & Sletta, 1998; McKenzie, 2001; Holm, 2012; Botten & Torkildsen, 2014). Det å la kommunikasjonen flyte fritt, uten noen retningslinjer, kan ha dårlig eller ingen effekt. Om elevene ikke vet hva eller hvordan de skal kommunisere effektivt, vil dette påvirke muligheten for å endre forståelsen og tankeprosessen til elevene (Sfard, 2008, s. 42). Det må etableres tydelige diskurser og konkret opplæring i matematisk diskurs (Säljö et al., 2001, s. 230-238).

2.3.1 Matematiske samtaler

Som en strukturering av kommunikasjonen i undervisningen utarbeidet matematikkpedagogene Kazemi og Hintz (2019) boken Måltrettet samtale. Her tas det opp hvordan lærerne bør planlegge matematiske diskusjoner for å nå målene i undervisningen. Her legger de vekt på fire prinsipper som bidrar til å styre samtalen i klasserommet.

1. Samtalen skal føre til at man når det faglige målet
Den matematiske samtalen må planlegges slik at den fører til at elevene oppnår målet med timen. Det medfører hvordan læreren forklarer og hvilke spørsmål som stilles, hvordan idéene representeres må være hensiktsmessig for det faglige målet.
2. Elevene må ha kjennskap til hvordan de skal bidra i samtalen
Det må etableres felles regler for matematikksamtalen, både hva og hvordan elevene skal dele tanker, men også hvordan respondere på andres bidrag
3. Læreren må veilede elevene mot hverandre og mot de matematiske idéene

Velge ut én bestemt elev som skal dele sine tanker og koble elevens idéer opp mot hverandre.

4. Alle bidrag er viktige

Dette fjerde prinsippet mener Kazemi og Hintz er det viktigste, da det er avgjørende at elevene er trygge i situasjonen, og tør å bidra i de faglige samtalene. Uansett om bidraget er matematisk korrekt eller ikke, så er det noe vi kan ta læring av.

(Kazemi & Hintz, 2019, s. 12-17).

2.4 Læring som en sosial prosess

Flere teoretikere er enige om at læring ikke forekommer i et vakuum. Det er derimot en sosial prosess, hvor den lærende er i interaksjon med omgivelsene. Vygotsky beskrev en proksimal utviklingszone hvor barnet, med støtte, får til å gjøre noe som det normalt sett ikke ville ha klart alene. Gjennom denne støtten oppstår det læring, slik at barnet senere er i stand til å utføre handlingen på egen hånd (Vygotsky, 1962, s. 208). I skolen i dag kan dette defineres som tilpasset opplæring. Det at læreren bevisst velger ut hvilke oppgaver som skal benyttes, hvilke representasjoner som skal vises og hvordan undervisningen bygges opp er pedagogiske valg som er med på å tilpasse undervisningen, og støtte elevene i læringen (Skaalvik & Skaalvik, 2018, s. 71). Denne støtten, eller “scaffolding” som det ofte kalles, kan betegnes som et stillas som bygges som eleven kan støtte seg på underveis. Her er selve samtalen mellom læreren og eleven det viktige stillaset for å hjelpe eleven mot målet. Dialogen kan bidra til at eleven oppnår forståelse eller får uttrykt sin kunnskap på en måte som den ikke ville ha greid på egen hånd (Skaalvik & Skaalvik, 2018, s. 72-75).

Et barn lærer en ting i to omganger, ifølge Vygotsky. Først gjennom sosiale prosesser, som å få støtte av læreren. Deretter foregår det en indre prosess hvor eleven utvikler en reell forståelse (Strandberg, 2015, s. 60-61). Tidligere forskning på området har gjentatte ganger vist at de sosiale interaksjonene er avgjørende for læringsprosessen, og spesielt interaksjoner med mennesker som er jevnaldrende. Barn benytter ofte andre barns synspunkter for å utdype eller begrunne egne idéer og oppfatninger (Östman et al., 2019, s. 135). Elevene får altså god læring av å lytte til andres bidrag, og delta i å utfylle disse. Læring forekommer også gjennom å bryte ned medelevers bidrag, og avgjøre om disse er godt nok begrunnet eller ikke. En risiko i det sosiale læringsfellesskapet er at elevene søker etter en felles enighet, og dette vil kunne gå på bekostning av kvaliteten og utbyttet av diskusjonene. Man vil ikke nødvendigvis få frem

mangfoldet i meninger når elevene aktivt søker etter en enighet. Læreren må derfor tydeliggjøre at man ønsker å se flest mulige alternativer, og ikke nødvendigvis godta den felles enigheten, men heller utfordre elevene på denne enigheten. Elevene må oppmuntres til å komme med flere alternativer, og læreren må skape et miljø hvor elevene trygt kan dele sine oppfatninger, kritisere hverandres idéer og diskutere matematikken (Östman et al., 2019, s. 181-182).

Interaksjoner i undervisningen er ikke entydig med at elevene sitter på sine plasser og diskuterer matematikk. Det er mange former for undervisning som hjelper elevene med læring og å uttrykke seg på en hensiktsmessig måte. En måte for å få elevene til å vise sine ferdigheter og utvikle forståelse er gjennom lek. Å bringe lek inn i matematikkundervisningen medfører at elevene får utforske matematikken på en annen måte som faller mer naturlig for dem (Høines, 1998, s. 162- 163). På de minste trinnene er det kjent at dette ofte gjøres, eksempelvis gjennom å leke butikk. På mellomtrinnet tror jeg det er kanskje noe mer uvanlig å bringe lek inn i undervisningen, da flere lærere kanskje tenker elevene er for gamle for det. Men dersom man observerer elever i friminutter, ser man at de fortsatt er engasjerte i lek. For å trekke lek inn i matematikklasserommet på mellomtrinnet må det selvsagt tilpasses målgruppen. Et eksempel på lek på mellomtrinnet tenker jeg kan være i forbindelse med innlæring av koordinatsystemet i matematikk. Her kan man sette i gang en form for skattejakt i skolegården eller på en klassetur i nærmiljøet. Eller så kan man utvide det ved å kjøre et samarbeid med kroppsøvfaget i temaet kart og kompass, og ha et 71° Nord-tema. Her får elevene vist sin forståelse av kart og koordinater og utvikle sin forståelse gjennom praktiske oppgaver i lekbasert form.

3 Metode

Vitenskapsteori er de refleksjoner og kritiske blikk vi har til de metodene vi bruker i forskning (Kvarv, 2014, s. 20-21). Dersom vi gjennomfører en undersøkelse, uten å nøye tenke gjennom de fremgangsmåtene vi benytter oss av, har vi ikke lagt vitenskapsteori til grunn for undersøkelsen. Å velge metode er å velge en bestemt vei mot mål (Johannessen et al., 2010, s. 29). Metoden vil ikke gi svar på spørsmålene våre, men vil fungere som et redskap på veien mot svaret (Holme & Solvang, 1996, s. 13). I dette kapitlet vil jeg ta opp metodevalgene i min studie og forklare de valg jeg har tatt.

Kapitlet starter med å se på mitt vitenskapssyn og metodevalget som er gjort for denne studien, og hva som ligger til grunn for valget som er gjort. Videre vil jeg beskrive hvilke inklusjons- og eksklusjonskriterier som er brukt i utvalget av forskningsartikler som er inkludert i studien. Deretter vil jeg beskrive søkestrategien min og drøfte etiske overveielser som er blitt tatt. Beskrivelse av søkeprosessen og kvalitetsvurdering av forskningsartikler vil også inkluderes for å tydeliggjøre hvordan jeg har kommet frem til de utvalgte artiklene. Kapitlet avsluttes ved å se på analyseprosessen og studiens reliabilitet og validitet.

3.1 Vitenskapssyn

Denne studien tar utgangspunkt i eksisterende forskning, og handler om hvilke lærerhandlinger forskningslitteraturen trekker frem som hensiktsmessige å bruke i arbeid med elevers resonneringsferdigheter i matematikkfaget. Problemstillingen for min studie er: *«Hvilke grep kan læreren planlegge og gjennomføre for å fremme og utvikle grunnskoleelevers matematiske resonneringsferdigheter?»*.

Både kvalitative og kvantitative metoder har som mål om å skape en bedre forståelse av et problem (Holme & Solvang, 1996, s. 73). Studien har kvalitative tilnærming, som forteller at jeg henter inn informasjon om virkeligheten gjennom ord eller språk, og ikke er ute etter å tallfeste eller ha målbare data (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 89). Jeg er derimot mer opptatt av å finne ut hva datamaterialet forteller i dybden, og få en bedre forståelse av de fenomener jeg undersøker.

3.1.1 Hermeneutikk

Denne studien er en litteraturstudie, og vil da bestå av tolkninger av eksisterende tekster. Dette vil kunne beskrives som hermeneutikk (Befring, 2020, s. 19-23). Thagaard (2018, s. 37-39) beskriver at i hermeneutikken mener man at det ikke eksisterer kun én gitt sannhet, men at vi tolker ting på ulike måter. Hvert individ har sin egen forståelse av verden vi lever i, og vil oppleve og tolke ting på ulike måter (Hitchcock & Hughes, 1989, s. 32-35). Av hensyn til dette kan man ikke si at en forsker vil være helt objektiv, da hans forståelse og eget syn vil kunne påvirke resultatene. Det betyr også at to forskere som tar for seg det samme datamaterialet og samme metodevalget vil kunne komme frem til ulike funn. Av denne årsak vil det bli særs viktig for meg å presisere hvordan jeg har arbeidet med datamaterialet i denne undersøkelsen, og er åpen om datainnsamling og analyseprosessen.

3.2 Valg av metode

Denne studien vil være en strukturert litteraturstudie, som innehar en tematisk analyse. Formålet med studien er å gjennomgå relevant forskning innen lærerhandlinger for å fremme og utvikle matematisk resonnering. Strukturerte litteraturstudier har som formål å finne ut av hva forskningen på området sier, og komme med eget bidrag om den eksisterende forskningen (Persson, 2021, s. 13-14). I strukturerte litteraturstudier er det en rekke kriterier som må oppfylles, blant annet: kriterier for inklusjon og eksklusjon av studier, kvalitetsvurdering av studier og at utvelgelsesprosessen av studier skal tydeliggjøres (Johannessen et al., 2016, s. 105). Disse vil tydeliggjøres senere i metodekapitlet.

I litteraturstudier må man først formulere en problemstilling, slik at man vet hva man skal undersøke, og dermed også få et blikk på hvilken litteratur man trenger. Deretter må man etablere en søkestrategi. Denne skal bistå forskeren med å finne relevant litteratur. Videre skal studiene gjennomgås nærmere, slik at man kun står igjen med studier som er relevante for problemstillingen (Johannessen et al., 2016, s. 107-108).

Jeg ønsket å starte med et PICO-skjema, for å tydeliggjøre hva jeg hadde behov for å finne i søket etter relevant forskning. Et PICO-skjema er et verktøy man kan bruke for å klargjøre hva man leter etter i et litteratursøk. Dette kan ses i Tabell 3. Et PICO-skjema består av 4 delområder; hvilken populasjon eller problem man ønsker å undersøke, hva er det du ønsker å

finne ut om populasjonen/problemet, ønsker man å sammenligne ulike tiltak og hvilke utfall man er interessert i.

Tabell 3: PICO, hentet fra Helsebiblioteket 2021 (Hentet: 18.04.23)

P	Population/problem	Hvilken populasjon eller hvilket problem dreier det seg om?
I	Intervention	Hva er det med denne populasjonen eller dette problemet du er interessert i? Er det tiltak som er iverksatt (intervensjon) eller noe populasjonen blir utsatt for (eksponering)?
C	Comparison	Ønsker du å sammenligne to typer tiltak? I så fall skal det andre tiltaket stå her (eks. dagens praksis).
O	Outcome	Hvilke utfall eller endepunkter er du interessert i?

Her brøt jeg ned problemstillingen for å tydeliggjøre hvilket utvalg jeg var interessert i å finne ut noe om, hva med dette utvalget jeg ønsket å finne ut mer om og hvilke utfall studiene burde ha for å kunne være relevante for min studie. PICO-skjemaet bidro ikke til å belyse noe jeg ikke visste fra før av, men kan fungere som et verktøy for å sjekke om artikler er relevante for studien eller ikke. Mitt utfylte PICO-skjema kan ses i Tabell 4.

Tabell 4: PICO-skjema for studien (Helsebiblioteket, 2021)

Problemstilling:	Hvilke grep kan læreren planlegge og gjennomføre for å fremme og utvikle grunnskoleelevers resonneringsferdigheter?	
P: Problem/pasient	Hvilken type pasient eller populasjon dreier deg seg om?	Matematikklærere i grunnskolen eller nærliggende alderstrinn.
I: Intervensjon	Hva er det med denne gruppen du er interessert i?	Lærerhandlinger for å fremme og utvikle elevers resonnering.
C: Sammenligning	Ønsker du å sammenligne to typer tiltak?	Nei

O: Utfall	Hvilke endepunkter er du interessert i?	Konkrete lærerhandlinger (handlingsverb eller beskrivelser av verb) som kan fremme og utvikle elevers matematiske resonneringer.
-----------	---	--

3.3 Inklusjons- og eksklusjonskriterier

I en litteraturstudie må man sette visse krav til litteraturen som skal inkluderes, slik at man får artikler som er godt nok spisset mot temaet, avgrenset studien, samt at man ikke får for mange artikler å jobbe med (Støren, 2013, s. 37). Dette kan gjøres ved å jobbe ut ifra studiens problemstilling, og avklare hva man har behov for å finne mer ut om for å kunne besvare problemstillingen og eventuelle forskningsspørsmål. Dalland (2013, s. 70-71) tar opp at man bør sette kriterier som eksempelvis omhandler fag, nivå, tid, språk og geografi.

I Tabell 5 har jeg definert hvilke kriterier jeg har brukt for inkludering og ekskludering av forskningsartikler. Det første jeg valgte å nevne var språket brukt i artiklene. Her valgte jeg å inkludere de språkene jeg er sterkest i, slik at jeg enklere kunne lese og forstå innholdet i artiklene, uten å bruke tid på oversettelser. I selve søkeprosessen ble det ikke gjort noen avgrensninger av språk, da det aller meste var på engelsk. Videre ønsket jeg å ekskludere artikler som ikke omhandlet resonnering direkte, eller som ikke tok for seg grep læreren kunne gjøre for å fremme og utvikle resonnering. Jeg valgte også å kun inkludere forskning fra de siste 10 årene som var fagfellevurdert. På denne måten kunne jeg sikre en viss kvalitet i artiklene, samt unngå eventuell utdatert forskning. Fokuset i studien er på matematikklærere og deres pedagogiske handlinger i klasserommet, så derfor måtte jeg lete etter artikler som tar for seg nettopp dette. Artikler som hadde fokus på hvordan elevene kan arbeide med resonnering er dermed ekskludert.

Tabell 5: Inklusjons- og eksklusjonskriterier for forskningsartikler i studiens utvalg. Egen tabell.

INKLUSJONSKRITERIER	EKSKLUSJONSKRITERIER
Engelsk eller nordiske språk	Andre språk enn engelsk eller nordiske språk
Matematikklærere	Forskning som ikke omhandler resonnering direkte
Matematisk resonnering	Forskning som ikke tar for seg lærergrep
“Teacher moves” / lærergrep /lærerhandlinger	Forskning før 2013
Forskning fra 2013-2023	Publikasjoner av lavere nivå
Fagfellevurdert forskningsartikler	

3.4 Søkestrategi

Uten en planlagt søkestrategi kan man bli stående igjen med at egen forskning inneholder vesentlige feil, forskning som utelukkende støtter én side eller elementer som kan medføre at uriktig informasjon havner i egen studie. Blant annet nevnes valg av søkemotor som ofte problematisk, da programmer som Google Scholar ikke er tydelig på hvordan deres algoritmer fungerer (Prøitz, 2023, s. 76). Til dette prosjektet har jeg lest meg opp på, samt testet 9 ulike databaser; ERIC, Google Scholar, Idunn, Oria, IBSS, PsychINFO, Web of Science, Sociological Abstracts og Scopus. Erfaringene var at flere databaser hadde manglende tilgang på avanserte søk eller manglende eller identiske treff. Kartleggingen og testing av databaser medførte at tre databaser ble brukt til innsamling av relevant forskning; Oria, Google Scholar og ERIC. Disse tre databasene hadde gratis tilgjengelige artikler, mulighet for avansert søk og ga treff på søk.

Videre utarbeidet jeg et søkeskjema (Tabell 6), med relevante begreper å søke etter. Idéen har vært å starte stort, og avgrense gradvis slik at man ikke gikk glipp av aktuelle artikler. I søkeprosessen ville jeg da starte med søkeord for problemet, nemlig “mathematical reasoning” eller “matematisk resonnering”, og videre snevre søkene inn ved å inkludere søkeord som

omhandlet tiltak; “teacher moves”, “acts” og “pedagogical choices”, og eventuelt bruke søkeordene “elicit”, “promote” og “develop” dersom trefflista ennå var for stort til å gjennomgå.

Tabell 6: Egenutviklet skjema for søkeord for studien i ERIC, Google Scholar og Oria.

	Norske ord	Engelske ord
Populasjon/problem	Matematisk resonnering	Mathematical reasoning
Interesseområde	Lærergrep Handlinger Pedagogiske valg	Teacher moves Acts Pedagogical choices
Kontekst	Fremme Utvikle	Elicit / Promote Develop

3.5 Etiske overveielser

Når man søker etter litteratur i ulike databaser, vil man gjerne få opp litteratur av ulikt kvalitetsnivå. I min oppgave har jeg valgt å kun inkludere fagfellevurderte tekster, da disse ofte regnes for å ha høyest kvalitet og har den viktigste kvalitetssikringen (Persson, 2021, s. 56-57). Dette vil kunne bidra til at den generelle kvaliteten i min oppgave styrkes, da litteraturen som er brukt er vurdert til å være av en god nok standard. I tillegg til dette har jeg selv kjørt en kvalitetssjekk (Kapittel 3.7 og Vedlegg 1) av artiklene for å kontrollere at de inkluderte studiene er av god kvalitet og pålitelig. Å gjennomføre en egen kvalitetssjekk anbefales av Helsedirektoratet (2018) for å unngå å bruke litteratur ukritisk.

Et annet element jeg har tatt til vurdering er språket litteraturen er skrevet på. Dette av hensyn til egne språkferdigheter. Dersom jeg er avhengig av oversettelsesprogrammer for å lese artiklene, vil muligheten for feiloversettelser og mistolkninger være stor. Jeg kan da ende opp med å misforstå forfatterne av artiklene, og dermed få følgefeil i min egen studie. Av denne årsaken har jeg dermed kun søkt etter litteratur på engelsk eller nordiske språk.

3.6 Søkeprosess

Når liste over søkeord, kriterier for inklusjon og eksklusjon, samt søkestrategi var klart, startet søket etter aktuelle artikler. Søkene har startet veldig vidt med søkeordet “mathematical reasoning” og krav om fagfellevurdering. Her ble det over 100.000 treff, så jeg valgte å legge på søkeordet “teacher moves”, samt bindeleddet “AND”. På denne måten fikk jeg bare opp artikler som inneholdt begge begrepene. Fortsatt var søketreffet for stort, og begrensning for årstall ble lagt inn for å kun få opp artikler publisert mellom 2013 og 2023. Videre har tittel og abstrakt blitt gjennomgått. Etter dette arbeidet stod det igjen 7 av omtrent 130.000 treff på tre databaser. Disse 7 artiklene ble studert nærmere, og 3 av dem ble ekskludert. Vurderingen var at disse ikke var relevante for studiens problemstilling, da deres fokusområder lå på andre områder enn hva det gjør i denne studien. Søkeprosessen endte med 4 inkluderte artikler.

I Tabell 7 vises hvordan jeg har arbeidet i de tre ulike databasene og brukt søkeord og avgrensninger for å finne frem til relevante artikler. I tilfeller ved veldig mange treff har jeg ikke vurdert hvor mange relevante artikler det fantes, da omfanget ble for stort for å vurdere på en hensiktsmessig måte. Disse er dermed notert som “n. a.”, som står for «*not applicable/available*», for å tydeliggjøre at det ikke var mulig å bruke søket til innsamling av forskningsartikler.

Tabell 7: Min søkeprosess for studien i Google Scholar, ERIC og Oria.

Søk	Søkestrategi	Treff	Relevant/ not applicable	Inkludert/ not applicable
Google Scholar				
1	“mathematical reasoning”	102.000	n. a.	n. a.
2	“Teacher moves” AND “mathematical reasoning”	817	n. a.	n. a.
3	“Teacher moves” AND “mathematical reasoning”. 2013-2023	238	7	4

Eric.gov				
1	“mathematical reasoning”	879	n. a.	n. a.
2	“Teacher moves” AND “mathematical reasoning”	4	2	2
Oria				
1	“Matematisk resonnering”	59	1	0 (for lavt nivå, master)
2	“Mathematical reasoning”	28975	n. a.	n. a.
3	“Mathematical reasoning” AND “Teacher moves”	3	1	1
Merk:	Artiklene inkludert fra ERIC og Oria ble også funnet på Scholar. Det totale antallet inkluderte artikler er derfor 4.			

3.7 Kvalitetsvurdering av artikler

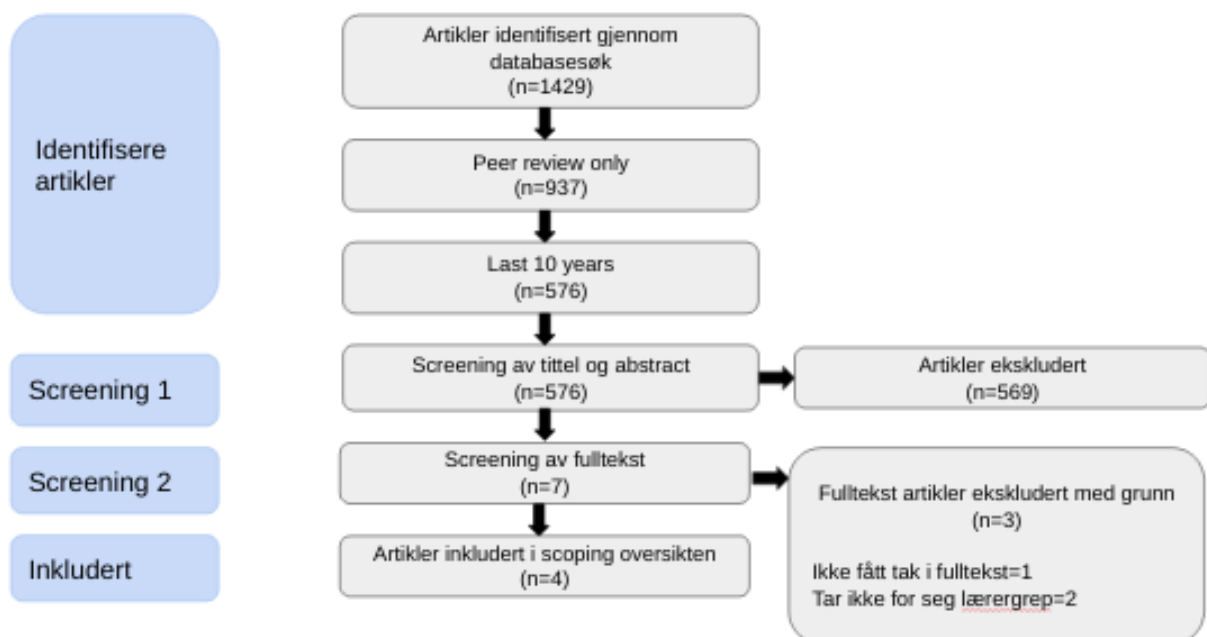
Totalt ble 4 artikler vurdert som relevante for denne oppgaven. Det videre arbeidet bestod av å vurdere kvaliteten av disse 4 artiklene. Viktigheten av å vurdere en studies kvalitet skal ikke undervurderes. Selv om den er fagfellevurdert bør man ta egne vurderinger på om kvaliteten er god nok (Nortvedt et al., 2012, s. 68). I denne oppgaven har jeg tatt utgangspunkt i Helsedirektoratets (2018) sjekklister for kritisk vurdering av vitenskapelige artikler. De belyser at man ikke skal bruke forskningsresultater ukritisk, men bør selv undersøke om forskningen er av god nok kvalitet (Helsebiblioteket, 2018). Til sammen har jeg brukt 8 av deres spørsmål for å vurdere artiklene:

1. Er formålet med studien klart formulert?
2. Er metoden hensiktsmessig for å få svar på problemstillingen?
3. Er utvalgsstrategien hensiktsmessig for å besvare problemstillingen?
4. "Ble dataene samlet inn på en slik måte at problemstillingen ble besvart?"
5. Er etiske forhold vurdert?

6. Går det klart frem hvordan analysen er gjennomført?
7. Er funnene klart presentert?
8. Presenteres det bevis for å støtte argumentasjon og konklusjon?
(Helsebiblioteket, 2018).

Erfaringen var at to av studiene var delstudier, og manglet dermed noen informasjon. Det ble søkt etter hovedstudien for å finne konkret informasjon om utvalg og etiske betraktninger, men i ett tilfelle lyktes ikke dette. Dette skyldes at studien ikke var tilgjengelig for offentligheten. Det ble besluttet å inkludere denne artikkelen likevel, da funnene er relevante for min oppgave, samt den var godkjent på alle andre punkt i sjekklisten og at den var fagfellevurdert. For oversikt over kvalitetsvurdering, se Vedlegg 1.

Jeg har valgt å inkludere et flytskjema (Figur 2) inspirert av Prisma Flow Diagram (Page et al., 2020, hentet 12.02.23) for å illustrere hele søkeprosessen. Prisma Flow Diagram tydeliggjør hvordan man avgrenser søk, og hvor mange treff søkene gir (Page et al., 2020, hentet 18.04.23). Figur 2 viser min søkeprosess, hvor mange treff jeg opprinnelig hadde, og hvordan jeg gradvis avgrenset søket frem til jeg stod igjen med de inkluderte artiklene. Søkeprosessen ble gjennomført flere ganger, i de tre tidligere nevnte databasene; Google Scholar, ERIC og Oria.



Figur 2: Flytskjema (Page et al., 2020, hentet: 12.02.23).

3.8 Analyse

Denne studien har en tematisk analyse, som beskrives som en grunnleggende metode for analyse i kvalitativ forskning (Braun & Clarke, 2006, s. 4). Dette er en metode for å lokalisere mønstre eller temaer i et datasett, og videre analysere og rapportere relevante funn. Det har tidligere vært manglende enighet om hvordan tematisk analyse gjennomføres, noe som medfører at det blir vanskelig for andre å vurdere forskningen som blir gjort og kvaliteten av denne (Braun & Clarke, 2006, s. 6-7). Derfor har Braun & Clarke utarbeidet en artikkel hvor det presiseres hvordan en tematisk analyse skal gjennomføres. Denne artikkelen er sitert over 150.000 ganger, og vil være rammeverket mitt for analysen i min studie.

Braun & Clarke beskriver tematisk analyse som noe helt eget og uavhengig av andre analysemetoder, da målet er å beskrive mønstre eller temaer i flere ulike kvalitative data. Metoden har likhetstrekk til “grounded theory” og “åpen koding” som er basert på grounded theory, men i en tematisk analyse er ikke forskeren like bundet til de samme teoretiske forpliktelsene som andre analysemetoder er. Metoden er veldig allsidig, og kan brukes for å reflektere virkeligheten eller deler av virkeligheten (Braun & Clarke, 2006, s. 8-9).

Tabell 8: Egen tabell basert på tematisk analyse av Braun & Clarke (2006).

Fase	Handling
1	Kjentskap med datamateriell
2	Utarbeide koder
3	Utarbeide kategorier/temaer
4	Vurdere kategorier/temaer
5	Definering og navngivning av kategorier
6	Presentasjon av funn

Analysemetoden består av seks faser som forskeren må gjennom. Den første fasen består av å gjøre seg kjent med datamaterialet, og fordyper seg i dette. Forskeren skal kjenne til dybden og bredden av dataene. Dette medfører at forskeren er nødt til å lese gjennom datamaterialet gjentatte ganger og å lese på en “aktiv måte”. Braun & Clarke beskriver at aktiv lesing er at man bevisst søker etter mønstre og betydninger i datamaterialet (2006, s. 15). I min studie har jeg fulgt rådet til Braun & Clarke (2006), og lest de fire forskningsartiklene gjentatte ganger.

Her har jeg brukt flere måneder på å jevnlig lese artiklene. Underveis har det dukket opp elementer som jeg ikke fikk med meg ved første gjennomgang av tekstene, så gjentatte gjennomlesninger har påvirket studien i en positiv forstand da jeg har fått med meg flere lærerhandlinger enn hva jeg hadde ved første gjennomlesning. Underveis i lesingen har jeg markert lærerhandlinger direkte i teksten med markeringstusj. På den måten unngikk jeg å måtte lete tilbake etter disse handlingene.

Fase 2 av analyseprosessen i tematisk analyse består av å skape de første kodene. Disse kodene skal representere noe karakteristisk ved datamaterialet (Braun & Clarke, 2006, s. 18). Jeg valgte å notere kortfattet i margin om hva artikkelforfatterne egentlig mente med disse lærerhandlingene, og koke det ned til enkle verb eller delsetninger. Her begynte jeg å se noen likheter og forskjeller mellom kodene, men lot de stå uavhengige fra hverandre og grupperte dem ikke sammen ennå.

I den tredje fasen av analyseprosessen skal man skape de første temaene eller kategoriene som kodene skal plasseres i basert på deres egenskaper (Braun & Clarke, 2006, s. 19-20). For å holde oversikt valgte jeg å skrive alle kodene på Post-it lapper og plasserte dem ut på stuegulvet. Videre forsøkte jeg å kategorisere dem etter ulike egenskaper. Her brukte jeg lang tid på å prøve ut ulike grupperinger, og finne styrker og svakheter i de ulike kategoriene.

I fase 4 av analyseprosessen gjøres det en vurdering av kategoriseringene. Her skal man se om datamaterialet i hver gruppering har sterke likhetstrekk, om datamaterialet er for spredt, eller om noen kategorier overlapper hverandre. Et annet moment som må vurderes er hvorvidt temaene/kategoriene representerer datamaterialet på en god nok måte (Braun & Clarke, 2006, s. 20-21). Her gjorde jeg flere endringer i kategoriseringen av kodene. Jeg valgte å slå sammen to kategorier, da de i stor grad omtalte det samme. Når dette var gjort ble det et behov for å gjøre noen endringer med hensyn til hvilke koder som lå i hvilke kategorier, for å unngå overlapping mellom kategorier. Sammenlagt var fase 3 og 4 tidkrevende faser, da grupperingen av koder og vurdering av kategorier ble revurdert gjentatte ganger, samt behovet for å få andre til å vurdere kategoriseringene.

Da var jeg kommet til det femte steget i analysen; definering og navngivning av kategoriene. Navnet på kategorien skal være essensen av hva kategorien inneholder, og på den måten beskrive kodene som er i kategorien (Braun & Clarke, 2006, s. 22). Her valgte jeg å se på hva det er læreren faktisk gjør i hver kategori, og navnga kategoriene deretter. Den siste fasen av analyseprosessen er presentasjon av funnene. Dette skal bestå av å fortelle hva datamaterialet inneholdt på en måte som overbeviser leseren om analysens validitet. Med dette menes det at funnene i datamaterialet må tydeliggjøres og det må vises til eksempler (Braun & Clarke, 2006, s. 23). Dette presenteres i Kapittel 4.

3.9 Studiens kvalitet

En studies kvalitet baseres gjerne på reliabilitet og validitet (Tjora, 2010, s. 175). Førstnevnte, reliabilitet, omhandler studiens pålitelighet. Her må forskeren reflektere over dens relasjon til problemstillingen. Slike relasjoner eller tilknytninger kan være kunnskap eller engasjement om temaet eller tilknytning til informanter. Noen relasjoner vil kunne påvirke hvordan man utøver forskningen og analysen, og vil dermed også kunne påvirke resultatet av studien (Tjora, 2010, s. 176). I min studie har jeg ingen informanter, men jeg baserer studien på tidligere forskning på området. Jeg har ingen kjennskap til forskerne fra før av, og kjenner ikke til andre publikasjoner av dem. Likhetstrekket mellom oss er derimot interessefeltet, matematisk resonnering. Dette bringer oss over til den andre relasjonen Tjora nevner som kan påvirke studien, nemlig tidligere kunnskaper eller engasjement. Jeg har tidligere, som en forberedelse til masteroppgaven, skrevet skoleoppgaver knyttet til resonnering i matematikk og dermed også lest noe litteratur på området. Det medfører at jeg har noen forkunnskaper, og temaet er ikke ukjent for meg. Tjora kommenterer at kunnskap om et tema kan være en ulempe dersom man har skapt sitt syn og standpunkt på temaet, og ikke evner å være nøytral i forskningen (Tjora, 2010, s. 176). Man risikerer da å lete etter det som støtter egen oppfatning, og ikke inkluderer elementer som strider imot. På den andre siden mener Tjora (2010, s. 176) at kunnskap om temaet og kan ha positiv effekt, da man er i bedre stand til å stille gode og presise spørsmål om temaet. Mine forkunnskaper på området matematisk resonnering går i hovedsak ut på hva matematisk resonnering er, og ulike måter man kan resonnere på i undervisningsfaget matematikk. I denne studien vil jeg derimot undersøke hvilke grep læreren kan gjøre for å fremme og utvikle matematisk resonnering. Dette er et område av resonnering som er ganske

ukjent for meg. Selvsagt har jeg noen idéer selv etter å ha lest om matematisk resonnering, men har tidligere ikke lest forskning knyttet direkte opp mot lærerhandlinger.

En studies validitet, eller gyldighet, er om vi får svar på det vi spør om (Tjora, 2010, s. 179), eller om resultatene ikke samsvarer med forskningsspørsmålene. Dette testes gjennom åpenhet med forskersamfunnet. Det vises gjerne gjennom at vi tydelig presiserer hvordan forskningen er gjennomført og forklarer hvilke valg som er tatt og hvorfor (Tjora, 2010, s. 179). I min studie har jeg nøye redegjort for mine valg og min fremgangsmåte i både innhenting av data og analyseprosessen. Dette gjør at det er tydelig for leseren hvordan forskningen er gjennomført, og den kan etterprøves av andre. Det må også være transparens i studien; forskeren bør tydelig forklare fremgangsmåter, metodiske valg, analyseprosess og funn. Forskningen skal være mulig for andre å gjenskape, og etterprøve. Dermed må hele arbeidsprosessen tydeliggjøres og deles med leseren (Nilssen, 2012, s. 142; Krogtuft & Sjøvoll, 2018, s. 99).

4 Resultat





I dette kapitlet vil jeg presentere resultatene i studien. Her vil jeg først presentere de 4 inkluderte artiklene i studien (Tabell 9). Her tydeliggjøres artiklenes innhold, metode, resultater og kvalitet. Videre vil jeg gå nærmere inn på de kategorier og undertemaer som dukket opp gjennom min analyse (Tabell 10). Her vil jeg først se på de seks kategoriene jeg fant gjennom dokumentanalysen, før jeg går dypere inn i de mer konkrete lærerhandlingene som kategoriene består av. Fellestrekket mellom lærerhandlingene jeg presenterer er at alle er handlingsverb som kort beskriver det læreren gjør for å arbeide med elevenes resonneringsferdigheter. Dette er i noen tilfeller enkle grep for å få elevene mer aktivt med i undervisningen, støtte elever eller få de til å komme med videre forklaringer og begrunnelser. Mens andre grep er mer komplekse, som gjerne vil oppleves som utfordrende for elevene og vil i noen tilfeller kreve noe planlegging av læreren i forkant. De seks kategoriene jeg endte opp med etter analysen er; *planlegging, å gi instruksjoner, å innhente førkunnskaper, å respondere på elevenes bidrag, videreutvikle elevenes bidrag* og til slutt *utfordre elevenes kritiske tenkning*.



Tabell 9: Oversikt over inkluderte artikler i min studie.

Forfatter, år og tittel	Metode	Resultat	Kvalitet
Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning.	Understudie - kvalitativt. Observasjon. Videoopptak av undervisningsøkter.	Dele elevenes bidrag, få forklaringer, forklare matematiske idéer, bekrefte/avkrefte, bygge på elevenes bidrag, oppfordre til flere løsningsforslag, oppfordre til forklaring/begrunnelse, vurdere hverandres idéer, generaliseringer, valg av type oppgave og representasjoner, veilede, utvikle strategier.	God
Mata-Pereira, J. & Ponte, J.	Kvalitativt. Observasjon.	Velge oppgaver, planlegge spørsmål og respons til elevenes	God

<p>(2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification.</p>	<p>Videoopptak, feltnotater.</p>	<p>bidrag. Bekrefte/avkrefte, støtte/veilede, be om forklaring, gi informasjon, be om løsning, innhente forkunnskaper, bygge på elevenes bidrag, elevene vurderer hverandres idéer, be om flere løsningsforslag, rette på hverandres feil, begrunnelse for argumenter, sammenligne idéer, validere/avkrefte.</p>	
<p>Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2018). Teacher moves for supporting student reasoning.</p>	<p>Understudie. Observasjon.</p>	<p>Fremme, respondere, fasilitere og utvikle. Re-voicing (gjentar eller re-representere), bekrefte/avkrefte, be om forklaring og strategier, veilede og støtte, spørsmål, be om svar, be om fakta eller prosedyrer, sjekke forståelse, hverandrevurdering og re-voicing av medelever, gi informasjon, gi forklaring og oppsummering, be om generalisering,</p>	<p>God Mangler hovedstudie</p>
<p>Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2018). Teachers' Roles in Preschool Children's Collective Mathematical Reasoning.</p>	<p>Kvalitativt. Videoopptak av 17 undervisningsøkter.</p>	<p>Instruksjonelle, bekreftende og konkluderende lærerhandlinger. Gi instruksjoner/fremgangsmåte, forklare, bekrefte/avkrefte, be om forklaring/begrunnelse, gi hint, fremkalle fakta, fremkalle svar, læreren gir en konklusjon.</p>	<p>God</p>

Tabell 10: Kategorier og koder funnet gjennom tematisk analyse

Lærerhandlinger for å fremme resonnering	 <p>Planlegging</p> <ul style="list-style-type: none"> • Valg av oppgaver • Planlegge spørsmål og representasjoner • Forutse elevenes bidrag og respons på disse 	 <p>Gi instruksjoner</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gi instruksjoner • Gi informasjon • Forklare prosedyrer • Konseptuell forklaring • Foreslå • Gi hint • Gi oppsummerende forklaring • Læreren kommer med konklusjon 	 <p>Innhente forkunnskaper</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fremkalle fakta • Fremkalle prosedyrer • Fremkalle svar • Fremkalle idéer 	 <p>Respondere på elevenes bidrag</p> <ul style="list-style-type: none"> • Validere korrekte svar • Korrigere feil/mistolkninger • Bekrefte/avkrefte • Støtte elevens idéer • Støtte elevenes løsningsforslag
--	---	--	--	--

Lærerhandlinger for å utvikle resonnering	 <p>Videreutvikle elevenes bidrag</p> <ul style="list-style-type: none"> • Be om forklaring • Oppfordre til flere løsningsstrategier • Oppfordre til refleksjon • Be om presisjon • Be om generalisering • Be om begrunnelse for argumenter • Oppfordre til evaluering • Bygge videre på elevenes bidrag • Gjenta elevens idéer og løsningsforslag • Re-representere elevens idéer 	 <p>Utfordre elevenes kritiske tenkning</p> <ul style="list-style-type: none"> • Oppfordre til å rette hverandres feil • Kritisk vurdere andres idéer • Vurdere validiteten av løsning • Sammenligne idéer • Dele elevenes idéer
---	--	--

I Tabell 10 er resultatet av analysen presentert. Her synliggjøres hvilke lærerhandlinger de inkluderte forskningsartiklene nevner kan bidra til å fremme og utvikle resonneringsferdigheter. Etter analyseprosessen var gjennomført, stod jeg igjen med seks kategorier: *planlegging*, *gi instruksjoner*, *innhente forkunnskaper*, *respondere på elevenes bidrag*, *videreutvikle elevenes bidrag* og *utfordre elevenes kritiske tenkning*. Innunder disse seks kategoriene ligger det sammenlagt 35 ulike handlinger læreren kan gjøre for å arbeide med elevenes resonneringskompetanse. Disse blir tydeligere beskrevet senere i kapitlet. Jeg vil her presentere kategori for kategori, og gå nærmere inn på hvilke lærehandlinger som ligger under hver kategori, samt gi noen konkrete eksempler eller uttalelser hentet fra de inkluderte forskningsartiklene i denne studien.

4.1 Planlegging

Den første kategorien, planlegging, viser viktigheten av at lærerens valg i noen tilfeller skal være pedagogisk vurdert og planlagt. Dette er eksempelvis valg av oppgaver som er relevante

for målet med undervisningen og som er hensiktsmessige å bruke for å fremme og utvikle resonnering (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Åpne oppgaver er ofte foretrukket når vi jobber med resonnering i klasserommet. Denne type oppgaver tilbyr rom for flere ulike løsningsstrategier og ulike representasjoner (Mueller et al., 2014, s. 3). Dette gir rom for at flere elever blir inkludert i aktiviteten og de medfølgende samtalene som finner sted i klasserommet.

Videre bør læreren ofte planlegge hvilke representasjoner som kan brukes, gjerne flere for å treffe flest mulige elever. Dette vil hjelpe elevene med å forstå den matematiske idéen bedre, og dermed også ha bedre grunnlag for å delta i faglige diskusjoner, få større utbytte av undervisningen og bedre evne til å resonnerer seg videre. Det samme gjelder for hvilke spørsmål læreren skal stille for å fremme og utvikle elevenes resonneringsferdigheter. Læreren bør og evne å forutse spørsmål som elevene kan ha, eventuelle misoppfatninger som kan oppstå og hvordan de løser oppgavene (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). Når det gjelder planlegging av hvilke spørsmål læreren skal stille elevene, finnes det ingen fasitsvar for hva som fremmer resonnering. Dette vil være kontekstbundet og påvirkes av oppgaver som blir benyttet, elevgruppen og hvilken vinkling man velger å ta (Sumpter, L & Hedefalk, M., 2018, s. 3).

Mueller et al. (2014) trekker frem tre hovedtyper spørsmål; utforskende, veiledende og faktabaserte spørsmål. Den første type spørsmål har som hensikt å få elevene til å forklare sine tanker og idéer eller kunne gi et bevis. Den neste type spørsmål, veiledende spørsmål, har som formål om å veilede elevene gjennom å støtte ved å stille spørsmål som hjelper dem gjennom løsningsstrategier. Dette kan være å stille spørsmål om prosedyrer eller strategier. Dette er ofte nødvendig dersom eleven ikke har nok kunnskaper og ferdigheter til å gjennomføre oppgaven på egen hånd, eller elever som har lavere faglig selvtillit. Sistnevnte spørsmålstype, faktaspørsmål, er akkurat det det høres ut som; spørsmål om fakta. Kjente ting vi vet, matematisk fakta eller hvordan vi gjennomfører en prosedyre (2014, s. 4).

4.2 Å gi instruksjoner

Den neste kategorien består av handlinger hvor læreren gir elevene informasjon eller forklaringer. Grep som handler om å gi instruksjoner gir elevene konkrete forklaringer på hva de skal gjøre (Sumpter & Hedefalk, 2018, s. 16). Dette kan være å gi instruksjoner for å forklare en prosedyre, informasjon om en oppgave, hjelpe elevene gjennom en oppgave gjennom å gi dem byggeklosser underveis, oppsummere og konkludere. Disse lærerhandlingene er gjerne ment for å støtte og hjelpe elevene gjennom å gi de nødvendig grunnleggende informasjon slik at de evner å mestre oppgaven og får en forståelse for de matematiske idéene som ligger til grunn (Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Lærersentrerte instruksjoner er de mest vanlige i undervisningen i dag. Ulempen med dette er at elevene får mindre rom til å stille spørsmål eller å utforske egne idéer. Interaksjonen med elevene blir også mer kunstig da de utelukkende svarer på det læreren ber om, men ikke nødvendigvis får stille spørsmål selv (Ellis et al., 2018, s. 3-4). Ellis et al. (2018) trekker også frem at dagens undervisning ofte er basert på IRE-mønsteret, *initiation-reply-evaluation*. Dette består av at læreren stiller et spørsmål og elevene responderer på lærerens spørsmål. Og avslutningsvis evaluerer læreren bidragene fra elevene. Dersom læreren ikke er fornøyd med svaret vil læreren kunne hinte eller initiere på nytt, elevene responderer og en ny evaluering finner sted. Dersom læreren er fornøyd med elevenes svar, avsluttes interaksjonen, altså IRE-mønsteret (Skott et al., 2019, s. 243). Denne typen instruksjonelle grep vil Ellis et al. (2018) bort fra, da det hindrer elevene i å utforske matematikken. De presser heller på at lærere må få støtte og veiledning på hvordan man kan utvikle disse lærerhandlingene (Ellis et al., 2018, s. 4).

4.3 Innhente forkunnskaper

Den tredje kategorien omhandler grep hvor elevene viser sine forkunnskaper. Denne bygges gjerne på kategori 2, å gi instruksjoner, ved at læreren får elevene mer delaktig med i diskusjonen. Dette gjøres ofte gjennom å fremkalle prosedyrer, idéer, fakta og svar, og gjennom dette få et innblikk i hva elevene allerede kan. Ellis et al. (2018, s. 13) bemerker at det å fremme idéer vil gi et høyere potensial for å jobbe med utvikling av elevenes resonnering. Å innhente disse forkunnskapene er ment for at elevene skal kunne formulere egne idéer og strategier, og videre kunne utfordre elevenes tankeprosesser (Mueller et al., 2014, s. 10-12).

Ellis et al. (2018, s. 13) deler denne gruppen inn i fire kategorier: Å innhente svar, innhente fakta eller prosedyrer, innhente idéer og innhente forståelse. Alle disse fire metodene kan bidra til at læreren får et innblikk i elevenes forkunnskaper og forståelse. Videre presiseres det at alle disse grepene er viktige for læreren for å kartlegge elevenes forståelse, og oppdage eventuelle kunnskapshull som eventuelt må tettes før man arbeider videre. Gjennom å aktivt lytte til elevenes bidrag og tankeprosesser kan læreren vurdere deres kompetanse, og bruke dette i det videre arbeidet med å støtte og utvikle elevenes resonneringer (Ellis et al., 2018, s. 14).

4.4 Respondere på elevenes bidrag

I analyseprosessen ble det funnet fem lærerhandlinger som faller under kategorien respondere på elevenes bidrag. Disse er; validere korrekte svar, korrigere feil eller mistolkninger, bekrefte og avkrefte, støtte elevers idéer og støtte elevenes løsningsforslag. Hensikten med alle disse er å være stillaset og støtten til elevene gjennom en arbeidsprosess.

Ellis et al. (2018, s. 12) belyser ulike måter å gi respons på elevenes bidrag, både på å korrigere feil og å oppmuntre elevene til å rette på hverandres feil. Førstnevnte vil gi elevene mindre rom for resonnering da de kun mottar informasjon og må bearbeide den selv. Om elevene får rette hverandres feil er de nødt til å resonnerer og vurdere hverandres idéer. I utviklingen av kategoriene i denne masteroppgaven er dermed hverandrevurdering plassert i kategorien “utfordre elevenes kritiske tenkning” (Kapittel 4.6), da elevene i større grad må vurdere selv og ikke får informasjonen gitt fra læreren.

Andre måter for å respondere på elevenes bidrag, er blant annet å validere korrekte svar eller bekrefte eller avkrefte idéer. Her vil læreren korrigere elevenes utsagn for å eliminere misoppfatninger eller for å få elevene til å utdype og fullføre forklaringene sine (Ellis et al., 2018, s. 14). Validering fungerer også ved å støtte og bekrefte elevenes idéer og løsningsforslag (Sumpter & Hedefalk, 2018, s. 8).

4.5 Videreutvikle elevenes bidrag

Mueller et al. (2014, s. 4) beskriver viktigheten av å bruke spørsmål på riktig måte. Å stille spørsmål kan ha god effekt for å fremme og utvikle resonnering, men spørsmålene må være gjennomtenkte og hensiktsmessige for den aktuelle konteksten. I denne kategorien vil spørsmålene ha som funksjon at elevene skal forklare sine idéer, begrunne argumentene sine, reflektere, begrunne og evaluere valg av strategi (Mata-Pereira & Ponte, 2017, s. 492). Elevene vil da kunne knytte tidligere kunnskaper opp mot det nye problemet og få en bredere forståelse (Mueller, et al., 2014, s. 4). Mata-Pereira & Ponte (2017, s. 492-493) beskriver at om elevene får forklare og begrunne sine idéer kan man bygge videre på disse og utfordre eller videreutvikle elevens forståelse. Ved å se på ulike løsningsstrategier og forklaringer vil man og kunne ha et større fokus på hva som validerer et argument. Her kommer også viktigheten av å gjenta elevenes idéer og re-representere dem. Dette kan skape større rom for elevene til å samhandle og diskutere hverandres idéer (Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Ellis et al. (2018, s. 20) trekker frem at disse handlingene gjort av læreren vil hjelpe elevene med å generalisere idéene deres, utvide deres resonneringer og fremme mer sofistikerte resonneringer. Å kunne argumentere for sine idéer er allment kjent som en viktig egenskap i matematikken (Mueller et al., 2014, s. 1).

Begrunnelser og rettfærdiggjøring for argumenter oppstår sjeldent spontant i undervisningen. Elevene føler ikke ofte behovet for å etterprøve eller rettfærdiggjøre sine løsninger eller idéer. Kanskje spesielt i grunnskolen, hvor det ikke er et fokus på dette i innlæringen (Mata-Pereira & Ponte, 2017, s. 488). Derimot er dette svært viktig for læring og matematisk forståelse, og bør dermed få større fokus i undervisningen. Mata-Pereira & Ponte (2017, s. 488-489) presiserer at evnen til å begrunne og rettfærdiggjøre kan lede til at man evner å se sammenhenger i matematikken, som senere kan brukes for å utvikle forståelse og løse nye utfordringer.

4.6 Utfordre elevenes kritiske tenkning

Mange oppgaver, prosedyrer eller matematiske idéer kan oppleves som utfordrende for flere elever. Et grep læreren kan ta for å øke elevenes forståelse er å dele elevenes egen oppfatning av oppgaven (Mueller et al., 2014, s. 13). Dette kan gjøres gjennom å forklare sin egen tolkning av oppgaven med en gruppe medelever eller hele klassen. Videre kan elevene sammenligne

hverandres idéer og vurdere hvorvidt disse er troverdige eller om de ikke er valide. Det bør og skapes miljø hvor elevene kan rette på hverandres feil, bygge på hverandres idéer og på den måten sammen kunne komme frem til et begrunnet svar. Gjennom at elevene kan begrunne valg av løsningsstrategi, vil de også kunne vurdere validiteten av løsningen. Viktige resonneringsaspekter knyttet til validering er å rettferdiggjøre, bevise og komme med formelle bevis. Det vil si at eleven må gjøres kjent med hvordan vi begrunner våre meninger og finne matematisk ryggdekning for det vi påstår er sant, og med tiden lærer hvordan vi beviser at en påstand er sann eller usann (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 11-14).

5 Diskusjon

I dette kapitlet vil jeg diskutere de funn om lærerhandlinger som kan fremme eller utvikle elevers resonneringskompetanse, og se disse i lys av relevant forskning og teori. Disse funnene ble presentert i Tabell 10. Sammen vil dette hjelpe å besvare studiens problemstilling. Formålet med diskusjonen er å se på resultatene som ble funnet, og drøfte hvordan læreren kan jobbe for å utvikle elevers resonneringsferdigheter i matematikkundervisningen på skolen.

Kapitlet er delt opp etter de to forskningsspørsmålene mine; hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å fremme resonnering og hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å utvikle resonnering. Flere av lærerhandlinger funnet gjennom analysen vil være representert både i handlinger for å fremme og for å utvikle resonnering. Dette forklares videre under.

5.1 Lærerhandlinger for å fremme matematisk resonnering

Det første forskningsspørsmålet mitt var “Hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å fremme resonnering i matematikkfaget?”. Når vi snakker om å fremme resonnering, er det i hovedsak snakk om å tydeliggjøre resonnering. Elevene har indre monologer med seg selv når de arbeider med fag, men vi må få elevene til å dele disse tankeprosessene og resonneringene og det finnes flere måter å få dette frem på.

5.1.1 Planlegging

I planleggingsfasen kan læreren velge ut spesifikke oppgaver som kan ha som hensikt å hente ut elevenes forkunnskaper og gjøre de mer delaktige og engasjerte i undervisningen. Det kan også planlegges hvilke spørsmål læreren skal benytte for å sette fokus på konkrete områder av oppgaven, på en spesifikk prosedyre eller idé. Også representasjonene bør planlegges for å støtte elevene i denne prosessen. Når vi som lærere skal sette et fokus på elevenes resonneringskompetanse i undervisningen er det viktig at vi planlegger hvordan vi skal gjøre dette. I de inkluderte forskningsartiklene ble det funnet tre punkter som omtalte planleggingen av undervisningen; valg av oppgaver, planlegge spørsmål og representasjoner og at læreren bør kunne forutse elevenes bidrag og planlegge hvordan man kan respondere på disse. Herbert (2019, s.349-350) trekker frem at valget av oppgaver som skal benyttes kan være avgjørende.

Ulike oppgaver har ulike potensial for resonnering. Det kan være hensiktsmessig å benytte seg av oppgaver som elevene innehar kompetanse til å løse enkelt. Dette kan bidra til å få elevene i gang, og få frem resonnering. Oppgaver med høyere nivå kan utfordre elevene mer, og fremme ytterligere resonnering. Mens åpne oppgaver kan rette fokuset på utvikling av resonneringsferdigheter. Videre trekker Herbert (2019, s. 349-350) frem noen råd fra Kilpatrick om hvilke typer oppgaver man skal velge; oppgaver som gir rom for gjetting og generalisering. Læreren må også ha kunnskap om hvordan elevene blir involvert i oppgavene og diskusjonene, for å kunne gjøre et godt valg av oppgave. Oppgavene må ikke være veldig kompliserte, men må gi rom for interaksjon og resonnering (Mata-Pereira & Ponte, 2017, s. 491). Yao & Manocheri (2020, s. 2) beskriver dette som nonverbale lærerhandlinger, og viser til de pedagogiske valgene læreren gjør i planleggingsfasen.

Læreren bør også planlegge kommunikasjonen i klasserommet. Ellis et al. (2018, s. 4) fant at lærerne ofte startet med åpne spørsmål, men underveis i undervisningen gikk det gradvis mer over til å bli mer likt det tradisjonelle IRE-mønsteret hvor læreren inviterer, eleven responderer og læreren evaluerer (Ellis et al., 2018, s. 4). Lærerne er ofte ikke godt nok forberedt på elevenes responser og mistolkninger, og kan dermed få utfordringer med å støtte dem videre i resonneringsprosessen. Derfor er det viktig at læreren bruker tid i planleggingen til å vurdere hvilke responser elevene kan komme med, mistolkninger som kan dukke opp, hvordan rette opp og veilede elevene mot korrekt svar, hvilke representasjoner som kan benyttes og hvilke videre spørsmål som kan stilles. Å innhente forkunnskaper kan bestå av å fremkalle fakta, prosedyrer, svar eller idéer. Utbyttet av disse handlingene er at elevene blir mer aktivt med i aktivitetene som foregår i klasserommet, å få elevene til å formulere egne oppfatninger og meninger, og å utfordre elevenes resonneringsprosesser (Mueller et al., 2014; Ellis et al., 2018).

5.1.2 Å gi instruksjoner

Kategorien som handler om å gi instruksjoner er også med på å fremme resonneringen hos elevene. Dette er lærerhandlinger som; å gi instruksjoner, gi informasjon, forklare prosedyrer, konseptuell forklaring, foreslå, gi hint, gi oppsummerende forklaring og at læreren kommer med konklusjon. Dette er handlinger hvor fokuset er på læreren, gjennom at læreren forklarer eller gir instruksjoner. Dette er ulike grep hvor læreren gjør informasjon tilgjengelig for elevene (Mata-Pereira & Ponte, 2017, s. 492). Ellis et al. (2018, s. 16-20) beskriver at slike handlinger ofte munner ut fra at læreren ser et behov for å veilede elevene gjennom å gi ytterligere

forklaringer. Her får ikke elevene særlig fritt spillerom, da det er læreren som fokuset ligger på og elevenes egne resonnementer blir stoppet opp. Men til gjengjeld vil disse handlingene kunne medføre at elevene får den veiledningen de trenger for å komme seg i gang eller resonner videre. Dermed er disse handlingene viktig for andre lærerhandling og elevenes resonnering. Det er forståelig at elever ikke vil kunne vise sitt fulle potensiale dersom de har en misoppfatning, ikke forstår konseptet eller har en stor usikkerhet. Da kan den matematiske samtalen fort bortfalle, elevene blir mindre motiverte og vil ikke engasjere seg i det som skjer i klasserommet. Å bruke slik stillasbygging er dermed ofte nødvendig for å sørge for at elevene har de byggeklossene de trenger for å mestre, og vise sine kunnskaper og uttrykke sine resonnementer.

5.1.3 Innhente forkunnskaper

Læreren kan og innhente elevenes forkunnskaper for å fremme resonneringer. Å bruke elevenes innværende kunnskaper vil gjøre det enklere å eksternalisere idéer, og er fine byggeklosser for videre diskusjoner (Ellis et al., 2018, s. 13). Her kan elevene få tydeliggjøre sine idéer, komme med svar og fakta og vise kunnskap om prosedyrer. Mueller et al. (2014, s. 10-12) påpeker at å bruke elevenes forkunnskaper er viktig for å lære og formulere egne tanker, men og for at læreren skal se elevenes kunnskap og videre gjøre vurderinger på hvordan man kan arbeide med resonneringene og tankeprosessene deres. Et annet viktig moment med å innhente forkunnskaper er at læreren får kartlagt hva elevene ikke kan eller er usikre på. Disse hullene i kunnskapen er det viktig at vi jobber med, slik at elevene får et godt grunnlag for videre matematikkundervisning. Å ignorere slike faglige hull eller usikkerheter tror jeg muligens vil kunne føre til at elevene får utfordringer senere i skolegangen, og kan i verste tilfelle kan elevene miste motivasjon, få mindre mestringsfølelse og mislike faget.

5.1.4 Respondere på elevbidrag

Lærerens respons og veiledning av elevene vil og ha en funksjon som fremmer resonnering. Tidligere i oppgaven ble det presentert 5 lærerhandling som ligger i kategorien respondere på elevenes bidrag; validere korrekte svar, korrigere feil/mistolkninger, bekrefte og avkrefte, støtte elevs idéer og støtte elevenes løsningsforslag. Slike responser og støtte for elevene er svært viktig i matematikkopplæringen da det har som funksjon å veilede, styre tankene og strukturere arbeidsprosessen (Holm, 2012, s. 94). Observasjonen av elevenes tenkning og å tilby støtte og veiledning gjør at læreren blir i bedre stand til å stille relevante spørsmål til rett tid. Dette vil ha

en effekt på elevene ved at de får utdype og utforske ytterligere når det fortsatt er relevant for dem, samt at forståelsen og resonneringen er i utvikling (Maher & Martino, 1996, s.197).

5.1.5 Oppsummering av lærerhandlinger som fremmer resonnering

Gjennom min studie har jeg funnet ut at om vi ønsker å fremme elevenes resonnementer er dette gjerne med et formål om å kartlegge hvilke kompetanser og forståelse eleven innehar, og gjøre vurderinger på hvordan man bør tilrettelegge undervisningen videre (Mueller et al., 2014; Ellis et al., 2018). De lærerhandlingene som ble funnet å bidra til å fremme elevenes resonnementer, finnes først og fremst i planleggingsfasen; *valg av oppgaver, planlegge hvilke spørsmål som skal stilles og hvilke representasjoner som skal benyttes, samt å forutse elevenes responser på aktiviteten og mulige spørsmål som kan dukke opp og hvordan læreren skal svare på dette* på en god måte. Med svar menes det alle mulige responser som læreren finner hensiktsmessig i den gitte situasjonen. Dette kan være i form av spørsmål, gi et konkret svar til eleven, representere på en annen måte og lignende form for responser.

I klasserommet vil læreren kunne gjøre handlinger som baserer seg på å gi instruksjoner, innhente forkunnskaper eller gi respons til elevene. Handlinger basert på å gi instruksjoner er; *gi instruksjoner, gi informasjon, forklare prosedyrer, konseptuell forklaring, foreslå, gi hint, læreren gir en oppsummerende forklaring eller at læreren gir en konklusjon*. For å innhente forkunnskaper kan læreren fokusere på å *fremkalle fakta, prosedyrer, svar eller idéer*. Den siste kategorien som bidrar til å fremme elevenes resonnementer er å respondere på elevenes bidrag. Dette er handlinger som å *validere korrekte svar, korrigere feil eller mistolkninger, bekrefte og avkrefte, støtte elevenes idéer og løsningsforslag*.

5.2 Lærerhandlinger for å utvikle matematisk resonnering

Mitt neste forskningsspørsmål var "Hva sier litteraturen om hvilke konkrete grep læreren kan ta for å utvikle resonnering?". Først vil jeg poengtere at alle handlinger som fremmer resonnering også er nødvendig å inkludere for å utvikle resonnering. Årsaken til dette er at når elevene møter større utfordringer, så må læreren være stillaset til elevene og gi dem den støtten og veiledningen som de har behov for (Skaalvik & Skaalvik, 2018, s. 72-75). Det vil si at elevene vil ha behov for å få tilpassede oppgaver, instruksjoner, de må bli invitert inn i

aktiviteten og få bekreftende og støttende veiledning. Sett bort fra handlinger som fremmer resonnering, vil jeg her gå nærmere inn på handlinger som har som formål å utvikle resonnering.

5.2.1 Videreutvikle elevenes bidrag

I kapitlet over resultater ble det avdekket 10 lærerhandlinger, presentert i Tabell 10 og Kapittel 4,5, som omhandlet videreutvikling av elevenes bidrag; be om forklaring, oppfordre til flere løsningsstrategier, oppfordre til refleksjon, be om presisjon, be om generalisering, be om begrunnelse for argumenter, oppfordre til evaluering, bygge videre på elevenes bidrag, å gjenta elevens idéer og løsningsforslag og re-representere elevenes idéer. Mueller et al (2014, s. 4) mente at dette ville bygge en bro mellom elevenes forkunnskaper opp mot den nye utfordringen, og kunne føre til økt forståelse. Dette ble støttet av Mata-Pereira & Ponte (2017, s. 492-493) som særlig vektla at det å forklare og begrunne egne idéer var viktig for utviklingen av forståelsen. Ellis et al. (2018, s. 7) poengterte og at man kan skape viktige muligheter for diskusjon dersom man tar tak i elevenes bidrag, gjentar og re-representerer dem.

Disse tankene støttes av Holm (2012, s. 95) som presiserer at meningsutveksling vil bidra til å øke forståelsen til elevene. Særlig viktig er dette for elever med matematikkvansker, da de kan høre medelevers forklaringer og kan da oppnå en bedre forståelse enn når læreren forklarer. Jeg mener Holm (2012) har et viktig poeng her med at elevene snakker et likt språk, og enklere kan forstå hverandres begrunnelser og forklaringer. En lærer kan ofte forklare på en vanskeligere måte, som gjør at noen elever ikke henger med i innlæringen. Å bruke medelever til å forklare sine oppfatninger og løsninger kan da hjelpe til med å nå flest mulig elever. Når vi diskuterer elevens idéer vil også den eleven få rom til å utforske egen forståelse, og få støtte til å korrigere feil og støtte til å utfordre seg litt mer. Vygotsky mente at slike prosesser gjorde at læreren fungerte som en veileder og fikk bedre evne til å støtte elevene i undervisningen (Holm, 2012). Høines trakk også frem at ved å snakke med elevene, altså å være i en reell dialog, ville øke lærerens mulighet til å vurdere elevenes forståelse og misforståelser, og sette seg inn i deres tankegang (Høines, 1998, s. 38). Kazemi & Hintz (2019, s. 12-17) poengterte og at delingen av elevenes bidrag og diskusjon rundt disse er sentrale for innlæringen av matematikk. Verbale lærerhandlinger, som å gjenta og reformulere elevenes bidrag er sentrale i matematikkundervisningen (Yao & Manocheri, 2020, s. 2).

5.2.2. *Utfordre elevenes kritiske tenkning*

I den siste kategorien som ble funnet i analyseprosessen, som presentert i Kapittel 4.6, var det 5 lærerhandlinger som dukket opp; oppfordre til å rette hverandres feil, dele elevenes idéer, kritisk vurdere andres idéer, sammenligne idéer og vurdere validitet av løsning. En slik deling og kritisk vurdering av hverandres bidrag kan være nyttig for å øke elevenes forståelse dersom problemet eller den matematiske idéen virker utfordrende for elevene (Mueller et al, 2014, s. 13).

I slike høye nivåer av resonnering kan det være nyttig å få et innblikk i elevenes resonneringskultur (Lithner, 2007, s. 256-257). Dette vil kunne være hensiktsmessig for å få en forståelse for elevenes tankegang, øke muntligheten i klassen og gjøre det enklere for læreren å se hvor eleven har behov for hjelp. Det bør påpekes at Lithners (2007) trinn for oppgaveløsning bør implementeres tidlig, og jevnlig øves på. Men når dette sitter hos elevene, vil elevene selv ha et utbytte i form av at de er mer trygge på hvordan de kan kommunisere sine arbeidsprosesser, samt at læreren vil få et bedre innblikk i elevens tankegang og forståelse. Denne prosessen med å dele egne oppfatninger og idéer kan også muligens øke elevens eierskap over læringen, og slik få et bedre forhold til matematikkfaget. Kazemi & Hintz (2019, s. 12-17) støtter disse meningene, og påstår selv at deling av elevenes bidrag er viktig for det faglige utbyttet. De trekker frem at alle bidragene er av relevans og er like viktige for læringssituasjonen. Dersom bidraget inneholder matematiske feil eller misoppfatninger, er det likevel noe man kan bygge på og lære av. Det skaper rom for samtale og refleksjon i klasserommet, og vil gi elevene erfaring i argumentering og validering av et løsningsforslag eller en idé.

Strandberg (2015, s. 62) trekker frem en interessant tankegang: “å låne av en smart kamerat”. Med dette menes det at elevene lærer av hverandre, og viktigheten av å skape et læringsmiljø hvor elevene også har rom til å lære bort noe til andre. Dette stemmer overens med Vygotskys tanker om at læring er en sosial prosess, og at man er avhengig av andre for å ligge i den proksimale utviklingssonen. Strandberg (2015, s. 63) trekker også frem at elevene er flinke til å imitere hverandre dersom noe blir for vanskelig. Dette vil ikke føre til at eleven utvikler en forståelse med en gang, men over tid vil dette kunne brukes som et hjelpemiddel i læringen.

5.2.3 Oppsummering av lærerhandlinger som videreutvikler resonnering

Dersom vi ønsker å utvikle elevenes resonnementer har vi i tillegg to andre kategorier som er relevante; videreutvikle elevenes bidrag og utfordre elevenes kritiske tenkning. Når vi videreutvikler elevenes bidrag gjør vi handlinger som; *be om forklaring, oppfordre til flere løsningsstrategier, oppfordrer til refleksjon, be om presisjon, be om generalisering, be om begrunnelse for argumenter, oppfordre til evaluering, bygge videre på elevenes bidrag, å gjenta elevenes idéer og løsningsforslag og re-representere elevenes idéer*. Den siste kategorien, utfordre elevenes kritiske tenkning, består av lærerhandlingene: *oppfordre til å rette hverandres feil, kritisk vurdere andres idéer, få elevene til å vurdere validiteten av løsning, sammenligne idéer, dele elevenes idéer*. Det må her presiseres at handlinger som bidrar til å fremme elevenes resonnering, i stor grad er nødvendig å benytte seg av for å kunne utvikle resonneringsferdighetene. Uten de samme pedagogiske planlagte valgene, samt veiledningen og støtten vil ikke elevene kunne ha like stor utvikling. Dette er i tråd med Vygotskys tanker om den proksimale utviklingssonen, hvor eleven får nok støtte til å gjennomføre ting som den ellers ikke ville ha klart på egen hånd (Vygotsky, 1962, s. 208).

Et viktig moment for å kunne legge til rette for resonnering på en god måte, er å skape et godt læringsmiljø for elevene. Det må oppleves som trygt å dele sine oppfatninger, og at elevene kan rette på hverandres feil uten at det oppleves som noe negativt. Her kommer viktigheten av alle bidrag inn. Kazemi & Hintz (2019, s. 12-17) påpekte at deling av idéer og oppfatninger er viktig for det faglige utbyttet, uavhengig om bidraget inneholder feil eller ikke, da vi alltid kan bruke bidragene til å lære noe. Bidrag som inneholder noen mangler eller feil kan ofte være gode kilder til læring da elevene må bryte ned bidragene og vurdere de opp mot hva vi allerede vet. Et godt læringsmiljø kan og bestå av en veiledende og støttende lærer, som hjelper elevene med å ligge i den proksimale utviklingssonen, slik at de oppnår best mulig læringseffekt (Ellis et al, 2018; Skaalvik & Skaalvik, 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018).

5.3 Lærerhandlinger sett i sammenheng med resonneringsprosesser

Vi kan se lærerhandlingene funnet i denne studien opp mot elevenes 9 resonneringsprosesser presentert av Jeannotte & Kieran (2017). La oss først ta for oss lærerhandlingene knyttet til planlegging. Lærerens valg av oppgaver og representasjoner vil legge grunnlaget for hvilke resonneringsprosesser elevene skal arbeide med. Eksempelvis vil noen oppgaver være nyttige for å jobbe med identifisering av mønster, sammenligninger og klassifiseringer, mens andre

oppgaver kan ha som hensikt å jobbe med rettferdiggjøring, ulike bevisformer, formodning og generaliseringer. Graden av åpenhet i oppgavene vil og påvirke hvor mange løsningsstrategier som er mulige, og mulighetene for å skape faglige diskusjoner.

Lærerhandlinger som omhandler å gi instruksjoner og å innhente elevenes forkunnskaper har ofte en hensikt om å gi elevene godt nok grunnlag til å kunne utføre en oppgave og for å kartlegge deres nåværende forståelse. Dette er avgjørende for å bygge videre på undervisningen og tilpasse den for elevgruppen (Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Ved å gi instruksjoner vil elevene få kunnskap i hvordan de skal løse en oppgave eller gjennomføre en prosedyre, som de kan bruke senere for å bevise eller rettferdiggjøre. Det kan også benyttes for å hjelpe elevene gjennom oppgaveløsninger ved å gi hint. Deres forkunnskaper kan i tillegg benyttes til å skape hypoteser, begrunne sine idéer og forsøke å skape hjemmel i matematiske sannheter og til å løse nye problemer. Dette er avgjørende for strukturering av ulike typer beviser og generaliseringer og for å kunne argumentere for validiteten av løsningen på en god måte (Mueller et al., 2014; Ellis et al., 2018).

Elevenes arbeid med resonneringsprosessene påvirkes også av lærerhandlinger knyttet til videreutvikling av elevenes bidrag, og utfordring av deres kritiske tenkning. Gjennom forklaringer og begrunnelser kan elevene forsøke å rettferdiggjøre og bevise sine idéer. De kan og komme til generaliseringer og eksemplifiseringer som vil være nyttige for deres beviser og argumenter.

Til slutt vil jeg ta opp lærerens respons på elevenes bidrag, som omtalt i Kapittel 4.4. En god støtte og veileder er nødvendig for at elevene skal kunne strekke seg litt lengre, utforske nye deler av matematikken og gjennomføre ting de ikke ville ha greid på egenhånd. Gjennom validering og korrigerende, samt å støtte elevene gjennom arbeidet vil elevene kunne bli oppmuntret til videre arbeid, få nødvendig veiledning og ligge i den proksimale utviklingssonen. Dette er lærerhandlinger som kan benyttes i arbeid med alle resonneringsprosesser, for å gi elevene det stillaset de har behov for og for å øke deres forståelse og faglige selvtilit og mestringsfølelse. En ting læreren bør være oppmerksom på er at resonneringsprosessene ikke skal forstås som uavhengige prosesser, men at det er sterke sammenhenger mellom dem (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 20). Arbeid med en resonneringsprosess vil dermed påvirke andre resonneringsprosesser. Dette bør læreren ha kunnskap om og ta til vurdering i planleggingen av undervisning. Å ha fokus på en spesifikk

resonneringsprosess er kanskje ikke alltid nødvendig, men valget av oppgaver og klasseromsaktiviteter vil påvirke hvilke resonneringsprosesser elevene arbeider med.

5.4 Oppsummering av lærerhandlinger i det resonnerende klasserommet

I denne studien har vi sett at lærerhandlinger eller “teacher moves” er grep læreren gjør for å påvirke elevenes læring og utvikle deres forståelse (Östman et al., 2019, s. 145). Det finnes både nonverbale og verbale lærerhandlinger, som er til for å støtte elevene i en læringsprosess (Yao & Manocheri, 2020, s. 2). Disse lærerhandlingene kan stamme fra to ulike didaktiske mål; å instruere elevene eller å støtte elevene gjennom en læringsaktivitet (Östman et al., 2019, s. 145-146).

5.4.1 Hva skal elevene lære?

Dersom vi tar et tilbakeblikk på Kunnskapsdepartementets (2019, s. 3) definisjon av resonnering kan vi se at elevene må få utvikle en forståelse for matematiske idéer og konsepter. De skal forstå at matematikk ikke baseres på tilfeldigheter, men har tydelig forankring i regler. Elevene skal også kunne resonnerer i matematikken med den hensikt å utforske faget og løse problemer. Elevene skal få utvikle sine ferdigheter ved å generalisere, formode, undersøke hvorfor ting er slik de er, samt evaluere løsninger og påstander (Hauge, 2000; Lithner, 2007; Lannin et al., 2011). Jeannotte & Kieran (2017, s. 9-14) fant flere konkrete handlingsverb som beskrev elevenes resonneringer: Generalisering, formodning, identifisering av mønster, sammenligning, klassifisering, rettferdiggjøre, bevise, formelt bevise og eksemplifisere.

5.4.2 Hva skal til for å lære dette?

For å evne og utvikle disse ferdighetene, er elevene avhengig av et støttestillas i læreren, og de må få rom til å utforske og diskutere matematikken. Kommunikasjonsformen bør være hensiktsmessig planlagt slik at elevene klarer å uttrykke seg på en god måte, enten gjennom verbal tale, konkretiseringsmateriell eller tegning (Høines, 1998, 78-115). Dette kan medføre at elevene øker sin forståelse i faget, får et større engasjement og økt motivasjon og mestring (Stenaasen & Sletta, 1998; McKenzie, 2001; Holm, 2012; Botten & Torkildsen, 2014). Den verbale kommunikasjonen må ha visse retningslinjer og elevene må få opplæring i dette dersom den skal ha god effekt i undervisningen (Säljö et al., 2001; Sfard, 2008; Kazemi & Hintz, 2019).

Den verbale kommunikasjonen må ha grunnlag i et faglig mål og skal lede mot læringsmålet. Læreren skal fungere som en veileder og støttestillas for elevene, og skape et trygt læringsmiljø hvor alle bidrag anses som viktige (Kazemi & Hintz, 2019, s. 12-17). Gjennom at læreren tar rollen som veileder og at hele klassen samarbeider om læringen vil elevene være i den proksimale utviklingssonen og ha et større utbytte av læringsaktiviteten (Skaalvik & Skaalvik, 2018, s. 70-75). Interaksjonene elevene seg imellom er viktig å benytte seg av da elevene ofte “snakker det samme språket”, kan forklare hverandre ting og bygge på hverandres bidrag (Östman et al., 2019, s. 135).

Læringsaktivitetene er av stor betydning for elevenes læring og resonnering. Oppgavene og aktivitetene må være planlagte og hensiktsmessige å bruke for å fremme og utvikle resonnering. Et viktig element er at aktivitetene eller oppgavene bør ha rom for flere fremgangsmåter, slik at flere elever finner sin vei til en løsning (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Mer tradisjonelle faglige samtaler benyttes ofte i skolen, men også lek kan både fremme og utvikle elevenes resonnementer da de erfarer matematikken på en ny måte (Høines, 1998, s. 162-163). Hvilke spørsmål læreren skal stille og hvilke representasjoner og konkretiseringer som skal benyttes må vurderes i henhold til hva som vil hjelpe elevene med å tydeliggjøre og utvikle sine resonnementer. Dette er lærerhandlinger som vil påvirke elevenes forståelse og engasjement i klasserommet (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). Ulike spørsmål vil ha ulike funksjoner i undervisningen. Noen har som formål om å få frem fakta, mens noen er ment for å veilede elevene og andre har som funksjon om å få elevene til å utforske matematikken videre (Mueller et al., 2014, s. 4).

I undervisning må læreren flere ganger gi elevene informasjon, som forklaring på en matematisk idé, hvordan løse en oppgave eller ta andre instruksjonelle grep (Sumpter & Hedefalk, 2018, s. 6). Slike handlinger er å forklare en prosedyre, gi informasjon om en oppgave, veilede elevene gjennom en oppgave, oppsummere og konkludere. Dette for å gi elevene nødvendig informasjon for å kunne mestre en oppgave og utvikle matematisk forståelse (Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018). Her bør læreren være oppmerksom på at man raskt kan havne i det tradisjonelle IRE-mønsteret, og fokusere på hvordan man kan få dialogen til å skape mer rom for utforskning og undring (Ellis et al., 2018, s. 4). For å få i gang elevenes resonneringer kan læreren lokke frem elevenes forkunnskaper gjennom å få elevene til å dele

idéer, svar, fakta eller prosedyrer. Her vil læreren få en oversikt over elevenes forståelse, mistolkninger og muligheter for å tilpasse undervisningen videre (Ellis et al., 2018, s. 12-14).

Når elevene aktivt er med i klasseromsdiskusjonene og deler sine egne idéer og oppfatninger, er det viktig at læreren responderer på disse. Læreren kan validere eller korrigere elevenes utsagn, gi bekreftende eller avkrefteende respons, eller støtte elevenes idéer og løsninger. Lærers jobb her er å være en støtte, mens elevene utforsker matematikken (Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). For å videreutvikle elevenes bidrag kan læreren be om forklaringer, flere løsningsstrategier, begrunnelser, generaliseringer, re-representere elevenes idéer og gjenta disse idéene for klassen, be om presisjon, refleksjon og evaluering og å få elevene til å bygge videre på en elevs bidrag (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). Disse handlingene vil bidra til å utfordre elevenes tenkning og utvikle deres forståelse (Mata-Pereira & Ponte, 2017, s. 492-493). Når læreren skal jobbe med å utfordre elevenes kritiske tenkning gjør den grep som å oppfordre elevene til å rette på hverandre feil, vurdere gyldigheten av en løsning, få elevene til å dele deres idéer og sammenligne og vurdere idéene opp mot hverandre (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). Her bør det i forkant ligge til rette et læringsmiljø som oppleves som trygt for elevene (Strandberg, 2015, s. 62).

5.4.3 Hvorfor er matematisk resonnering nødvendig?

TIMSS-undersøkelsen og nasjonale prøver i regning viser at norske skolebarn er sterke i matematikkfaget (Kaarstein et al., 2020; Statistisk sentralbyrå, 2021), men det er fortsatt omkring 18-23% av elevene som ligger på et lavt nivå. Målet bør være å styrke alle elevene, og gi dem de byggeklossene de trenger for å bedre kunne få en forståelse og å mestre faget. Å snu om fokuset fra et fag som alltid har to streker under svaret, til å i større grad skape et fag for utforskning og problemløsning vil muligens ha en positiv effekt for de som sliter mest i matematikk (Statlig spesialpedagogisk tjeneste, 2022). National Research Council (2002, s. 8-9) i USA presiserer at resonnering er en av fem matematiske ferdigheter som elever må beherske, for å kunne inneha god matematisk kompetanse, og evne til å mestre faget og vise sin forståelse og ferdigheter. De fem matematiske ferdighetene er; forståelse, databehandling, anvendelse, resonnering og engasjere. Disse ferdighetene er sammenflettede, og påvirkes av hverandre. Det vil si at dersom eleven ikke mestrer ett av disse områdene, vil den totale matematiske kompetansen svekkes. Videre beskrives resonnering som et lim som holder

matematikken samlet (National Research Council, 2002, s. 14). Andre beskriver matematisk resonnering som en utviklende prosess hvor den lærende utvikler sine ferdigheter innen å generalisere, formode, undersøke hvorfor og evaluere påstander (Lannin et al., 2011, s. 13). Brodie vektlegger at forståelsen for matematiske konsepter er viktig for resonneringsferdigheter (2010, s. 11).

På bakgrunn av dette mener jeg det er viktig at lærere i matematikkfaget har kunnskap om matematisk resonnering, hvilke måter elevene resonnerer på og hvordan læreren kan legge til rette undervisningen for at elevene skal få vise sine resonneringsferdigheter og ha rom for utvikling av disse.

6 Oppsummering og konklusjon

Hensikten med denne masteroppgaven var å undersøke hvilke grep litteraturen nevner læreren kan ta for å fremme og utvikle elevenes ferdigheter innen resonnering. Funn fra studien viser hele 35 ulike handlinger læreren kan gjøre, som har ulike påvirkninger på elevenes læring og mulighet til å vise og utvikle resonnering. Disse er av både verbal og nonverbal karakter og med ulike didaktiske mål. Analysen avdekket 6 kategorier som lærerhandlingene faller inn under; planlegging, gi instruksjoner, innhente forkunnskaper, respondere på elevenes bidrag, videreutvikle elevenes bidrag og til slutt å utfordre elevenes kritiske tenkning. I litteraturen er det ingen handling som defineres som mer viktig enn andre, men at det bør være en kombinasjon mellom flere for å få størst mulig utbytte og gi elevene godt nok rom for å vise og utvikle sine resonnementer. Hvilke grep som er nødvendige avhenger av konteksten og målet. Noen ganger kan målet være at elevene skal tydeliggjøre sine resonnement, mens andre ganger kan målet være å utvikle disse. Valg av grep vil da bli påvirket av hva målet for økten er (Mueller et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2018).

En ting som forskningsartiklene har felles enighet om er at når man spesifikt skal arbeide med resonnering i klasserommet bør det planlegges godt og ikke være basert på tilfeldigheter. Oppgavene bør ha rom for flere løsningsstrategier, gjerne åpne oppgaver som ikke bør være for kompliserte for målgruppen (Ellis et al., 2018; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Mueller et al., 2014). Kommunikasjonen bør og i en viss grad planlegges, for å gi større rom for elevaktivitet og utforskning (Ellis et al., 2018; Mueller et al., 2014), og for å gi elevene de verktøyene de trenger for å uttrykke seg på en hensiktsmessig måte (Høines, 1998, s. 78). Å kunne forutse og planlegge respons på elevenes bidrag er en viktig kompetanse lærere bør inneha (Mueller et al., 2014; Mata-Pereira & Ponte, 2017; Ellis et al., 2018; Sumpter & Hedefalk, 2018). En godt planlagt undervisning vil kunne legge til rette til større utvikling av faglig forståelse, samt tryggere og mer engasjerte elever (Steenasen & Sletta, 1998; McKenzie, 2001; Holm, 2012; Botten & Torkildsen, 2014).

6.1 Videre forskning

Tidligere studier har funnet at lærere mangler kompetanse på hva matematisk resonnering er, og hvordan de kan kartlegge dette i undervisningen. Etter å ha jobbet med denne masteroppgaven ser jeg at forskningen ligger i noen grad tilgjengelig for pedagoger, dersom man bevisst oppsøker det, men er derimot kanskje ikke godt nok implementert i det norske skolesystemet. Min studie har kartlagt hva forskning sier læreren kan gjøre for å fremme og utvikle matematisk resonnering. Denne kunnskapen om hva resonnering er og hvordan man kan arbeide med det i undervisningen er viktig for lærere, for at vi skal kunne gi elevene den opplæringen de har krav på, basert på hva læreplanene oppgir. Det hadde vært interessant å se flere nasjonale forskningsprosjekter på området. Hvilke kunnskaper og erfaringer pedagoger i Norge sitter med, og deres opplevelse av tilgang på nødvendig informasjon om matematisk resonnering. Det er tydelig at mange norske lærerstudenter har interesse for feltet, da det finnes flere bachelor- og masteroppgaver som tar for seg resonnering i matematikkfaget. Samtidig er det manglende forskning av høyere kvalitet som omhandler matematisk resonnering i norske grunnskoler. Her ville det vært interessant å se på langtidseffekten av å arbeide med matematisk resonnering, og om det er noen konkrete læringsaktiviteter som i større grad bidrar til å utvikle elevenes resonnering. Forskning av høyere kvalitet på området matematisk resonnering er det et behov for, i henhold til hvordan dagens lærerplan for matematikk i grunnskolen er ordlagt og kjerneelementene som denne tar opp som sentrale elementer i faget.

Referanser

- Befring, E. (2020) Sentrale forskningsmetoder: med etikk og statistikk (2.utg) Cappelen Damm AS
- Botten, G. & Torkildsen, H. A. (2014). Språk og kommunikasjon i matematikk. Tangenten. 2015 (2) (s.28-31)
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*. 3. 77-101. 10.1191/1478088706qp063oa
- Brodie, K. (2010). Teaching Mathematical Reasoning: A Challenging Task Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms (pp. 7-22). Boston, MA: Springer US
- Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S. & Souberman, E. (Red.). (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press
- Dalland, O. (2013). *Metode og oppgaveskriving* (5. utg). Gyldendal Norsk Forlag AS
- Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics education research journal*, 31(2), 107–132
- Haugen, R. (2000). Barn og unges læringsmiljø: Fra enkeltindivid til medlem av et flerkulturelt fellesskap. (Red.) Høyskoleforlaget AS
- Helsebiblioteket (2018). 4. Kritisk vurdering. Hentet 28.02.2023 fra <https://www.helsebiblioteket.no/innhold/artikler/kunnskapsbasert-praksis/kunnskapsbasertpraksis.no#4kritisk-vurdering>
- Helsebiblioteket (2021). 4.1 Sjekklistor. Hentet 28.02.2023 fra <https://www.helsebiblioteket.no/innhold/artikler/kunnskapsbasert-praksis/kunnskapsbasertpraksis.no#4kritisk-vurdering-41-sjekklistor>
- Herbert, S. (2019). *Challenges in Assessing Mathematical Reasoning* Mathematics Education Research Group of Australasia
- Hitchcock, G. & Hughes, D. (1989). *Research and the teacher: a qualitative introduction to school-based research*. Routledge
- Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk* (2. utg). Cappelen Damm Akademisk

- Holme, I. M. & Solvang, B. K. (1996). Metodevalg og metodebruk. TANO
- Høines, M. J. (1998). Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning. Caspar Forlag
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school Mathematics. *Educational studies in Mathematics*, 96, 1-16 (2017)
<https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010) Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode (4. utg). Abstrakt forlag
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016) Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode (5. utg). Abstrakt forlag
- Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A. C., Nilsen, T. & Bergem, O. K. (2020). TIMSS 2019. Kortrapport. Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm Akademisk
- Krogtoft, M. & Sjøvoll, J. (2018). Masteroppgaven i lærerutdanninga: Temavalg, forskningsplan, metoder (2. utg). Cappelen Damm Akademisk
- Kvarv, S. (2014). Vitenskapsteori: tradisjoner, posisjoner og diskusjoner. Novus Forlag
- Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf?lang=nno>
- Lannin, J., Ellis, A. & Elliot, R. (2011). Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in Prekindergarten-grade 8. Reston, VA: NCTM
- Lithner, J. (2007). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational studies in mathematics*, 67(3), 255-276. doi:10.1007/s10649-007-9104-2
- Læreplan i matematikk 1.–10. trinn. Fastsett som forskrift av Kunnskapsdepartementet 15.11.2019. Eksamensordning fastsett av Kunnskapsdepartementet 29.06.2020. Gjeld frå 01.08.2020

- Maher, Ca. & Martino, A. (1996). The Development of the Idea of Mathematical Proof: A 5-Year Case Study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27. 194.
10.2307/749600
- Mata-Pereira, J., da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational studies in Mathematics*, 96, 169-186. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>
- McKenzie, F. (2001). Developing children's communication skills to aid mathematical understanding. *Mathematics Education* (11)
- Mueller, M., Yankelewiz, D. & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*. 7. 1-20.
10.1080/24727466.2014.11790339
- National Research Council (2002). *Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/10434>
- Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forskeren*. Universitetsforlaget
- Nortvedt, M. W., Jamtvedt, G., Graverholt, B., Nordheim, L. V. & Reinar, L. M. (2012). *Jobb kunnskapsbasert! : en arbeidsbok (2. utg.)*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk
- Persson, M. (2021). *Hvordan skrive en litteraturgjennomgang? En praktisk guide*. Universitetsforlaget
- Prøitz, T. S. (2023). *Forskningsoversikter i utdanningsvitenskap: Systematikk og kreativitet (Red.)*. Fagbokforlaget
- Säljö, R., Riesbeck, E., & Wyndhamn, J. (2001). Samtal, samarbeide och samsyn: En studie av koordination av perspektiv i klassrumskommunikasjon. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring (s.2918-238)*. Oslo: Abstrakt
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communication: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press
- Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2018). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring (3. utg.)*. Universitetsforlaget

- Skott, J., Skott, C. K., Jess, K. & Hansen, H. C. (2019). Matematikk for lærerstudierende. Delta 2.0 Fagdidaktikk. 1. – 10. klasse (2. utg). Samfundslitteratur
- Statlig spesialpedagogisk tjeneste (2022). Om matematikkvansker (Sist oppdatert: 11.03.2022) https://www.statped.no/matematikkvansker/om-matematikkvansker2/#arsaker_til_matematikkangst
- Statistisk sentralbyrå (2021). 07167: Elever ved nasjonale prøver 5. trinn (prosent), etter mestringsnivå, statistikkvariabel, prøve og år. <https://www.ssb.no/statbank/table/07167/chartViewColumn/>
- Steinaasen, S. & Sletta, O. (1998). *Gruppeprosesser: læring og samarbeid i grupper* (3. utg). Universitetsforlaget
- Strandberg, L. (2015). Vygotskij, barna og den lange læringsreisen. Cappelen Damm AS
- Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2018). Teacher' Roles in Preschool Children's Collective Mathematical Reasoning. *European Journal of STEM Education*, 3(3), 16. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/3876>
- Støren, I. (2013). Bare søk! Praktisk veiledning i å gjennomføre en litteraturstudie. (2. utg) Cappelen Damm AS
- Thagaard, T. (2018). Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder (5.utg). Fagbokforlaget
- Tjora, A. (2010). Kvalitative forskningsmetoder i praksis. Gyldendal Akademisk
- Utdanningsdirektoratet (2021). Indikatorveiledning - Ståstedsanalysen og tilstandsrapporten for grunnskolen <https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/om-statistikken--tilstandsrapporten-for-grunnskolen/nasjonale-prover-for-5.-trinn/>
- Page M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., et al. (2020). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ* 2021;372:n71. doi: 10.1136/bmj.n71
- Persson, M. (2021). Hvordan skrive en litteraturgjennomgang? En praktisk guide. Universitetsforlaget
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen. Cappelen Damm Akademisk

Vygotsky, L. S. (1962). Thought and language. Cambridge, MA MIT Press

Yao, X. & Manouchehri, A (2020). Teacher Interventions for Advancing Students' Mathematical Understanding. Education Sciences. 10. 164. 10.3390/educsci10060164

Östman, L., Van Poeck, K. & Öhman, J. (2019). Sustainable Development Teaching. Routledge

Vedlegg 1: Kvalitetsvurdering av artikler

Artikkel 1: Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2018). Teachers' Roles in Preschool Children's Collective Mathematical Reasoning. <i>European Journal of STEM Education</i> , 3(3), 16. https://doi.org/10.20897/ejsteme/3876	
Kontrollspørsmål	Ja/Usikker/Nei
Er formålet med studien klart formulert?	Ja
Er metoden hensiktsmessig for å få svar på problemstillingen?	Ja
Er utvalgsstrategien hensiktsmessig for å besvare problemstillingen?	Ja
Ble dataene samlet inn på en slik måte at problemstillingen ble besvart?	Ja
Er etiske forhold vurdert?	Ja (i tillegg)
Går det klart frem hvordan analysen ble gjennomført?	Ja
Er funnene klart presentert?	Ja
Presenteres det bevis for å støtte argumentasjon og konklusjon?	Ja
Artikkel 2: Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. <i>Investigations in Mathematics Learning</i> . 7. 1-20. 10.1080/24727466.2014.11790339.	
Kontrollspørsmål	Ja/Usikker/Nei
Er formålet med studien klart formulert?	Ja
Er metoden hensiktsmessig for å få svar på problemstillingen?	Ja
Er utvalgsstrategien hensiktsmessig for å besvare problemstillingen?	Ja
Ble dataene samlet inn på en slik måte at problemstillingen ble besvart?	Ja
Er etiske forhold vurdert?	Usikker
Går det klart frem hvordan analysen ble gjennomført?	Ja

Er funnene klart presentert?	Ja
Presenteres det bevis for å støtte argumentasjon og konklusjon?	Ja
Artikkel 3: Ellis, A., Özgür, Z. & Reiten, L. (2018). Teacher moves for supporting student reasoning. Mathematics Education Research Journal. 31. 10.1007/s13394-018-0246-6.	
Kontrollspørsmål	Ja/Usikker/Nei
Er formålet med studien klart formulert?	Ja
Er metoden hensiktsmessig for å få svar på problemstillingen?	Ja
Er utvalgsstrategien hensiktsmessig for å besvare problemstillingen?	Usikker
Ble dataene samlet inn på en slik måte at problemstillingen ble besvart?	Ja
Er etiske forhold vurdert?	Usikker
Går det klart frem hvordan analysen ble gjennomført?	Ja
Er funnene klart presentert?	Ja
Presenteres det bevis for å støtte argumentasjon og konklusjon?	Ja
Artikkel 4: Mata-Pereira, J. & Ponte, J. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. Educational Studies in Mathematics. 96. 10.1007/s10649-017-9773-4.	
Kontrollspørsmål	Ja/Usikker/Nei
Er formålet med studien klart formulert?	Ja
Er metoden hensiktsmessig for å få svar på problemstillingen?	Ja
Er utvalgsstrategien hensiktsmessig for å besvare problemstillingen?	Ja
Ble dataene samlet inn på en slik måte at problemstillingen ble besvart?	Ja

Er etiske forhold vurdert?	Ja
Går det klart frem hvordan analysen ble gjennomført?	Ja
Er funnene klart presentert?	Ja
Presenteres det bevis for å støtte argumentasjon og konklusjon?	Ja